فصلنامه بورس اوراق بهادار شمارهٔ ۲۴ زمستان ۹۲ سال ششم ــ تاریخ دریافت: ۹۲/۱۲/۰۱ ــ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۳/۰۱ ــ ص ۱۰۳- ۱۲۱

تخمین پارامتر انباشتگی کسری حافظهٔ سری زمانی قیمت گروه فلزات اساسی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش‌های نوین اقتصادسنجی

سید علی حسینی[۱] / مهدی صالحی[۲] / سید محمود موسوی شیری[۳] / علیرضا غلام‌زاده[۴]

چکیده

در این مطالعه با به‌کارگیری داده‌های روزانه قیمت گروه فلزات اساسی بین دورهٔ زمانی ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۰ به بررسی حافظهٔ بلند بودن سری زمانی قیمت، با استفاده از تخمین پارامتر انباشتگی کسری در بورس اوراق بهادار تهران پرداختیم. به‌منظور آزمون فرضیه‌ها، ابتدا حافظه کوتاه‌مدت در قیمت‌ها را از طریق رگرسیون‌های مدل نوع ARMA حذف نموده و از پسماندهای این مدل برای محاسبه پارامتر انباشتگی کسری (d) و آزمون فرضیه و تعیین وجود حافظه بلندمدت استفاده‌شده است. برای محاسبه پارامتر انباشتگی کسری (d)، از دو روش تحلیل دامنهٔ استاندارد شده (R/S) و تحلیل دامنه استاندارد شده تعدیل‌یافته (MRS)، استفاده کردیم. نتایج آزمون وجود حافظه بلند در ارتباط با سری زمانی قیمت سهام فلزات اساسی نشان داد که پارامتر انباشتگی کسری برای سری به روش R/S و MRS به ترتیب ۰/۳۴ و ۰/۱۱ می‌باشد که تأیید کنندهٔ وجود ویژگی حافظه بلند در شاخص مورد بررسی است. به این ترتیب فرضیه عنوان‌شده، مبنی بر حافظه بلند بودن این متغیر نیز پذیرفته می‌شود.

واژگان کلیدی: حافظهٔ بلند، تحلیل دامنهٔ استانداردشده، تحلیل دامنهٔ استاندارد شدهٔ تعدیل‌یافته، پارامتر تفاضل‌گیری کسری.

طبقه‌بندی موضوعی: C14, C32, D53

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. استادیار حسابداری دانشگاه الزهرا
۲. استادیار حسابداری دانشگاه فردوسی مشهد
۳. استادیار حسابداری دانشگاه پیام نور mousavi1973@yahoo.com
۴. دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۱- مقدمه

در دیدگاه فرضیه بازار کارآمد، با توجه به در دسترس نبودن اطلاعات دقیق درباره عوامل مؤثر بر نوسان‌های بازارهای سهام، پیش‌بینی این تغییرات به‌سادگی میسر نیست. بدین معنا که نوسان‌های قیمت سهام با استفاده از اطلاعات عمومی در دسترس غیرقابل پیش‌بینی می‌باشد (Granger,1991). همچنین تحولات جدید در روش‌های معاملاتی و افزایش اطلاعات بازار، سبب شده است که بازارها بیش از گذشته به بازارهای کارا نزدیک‌تر شوند. بنابراین با افزایش کارایی بازارهای سهام، حافظهٔ بازارها کوتاه‌تر شده و معاملات در بازارهای سهام موجب کسب سودهای غیرعادی نمی‌شود (Green,2003). به این ترتیب، دیدگاه غالب در توصیف رفتار بازارهای مالی این بوده که بسیاری از سری‌های زمانی اقتصادی، به‌خصوص سری‌های بازارهای پولی و مالی، از فرایندهای تصادفی پیروی می‌کنند و در نتیجه تغییرات آن‌ها قابل پیش‌بینی نیست. یکی از نظریه‌های معروف اقتصادی در زمینهٔ بازارهای مالی نظریهٔ پیش‌بینی ناپذیری تغییرات قیمت‌های سهام است که در آمار به نظریه گام تصادفی[1] شناخته می‌شود.

برخلاف دیدگاه‌های فوق، پیش‌بینی قیمت‌ها امکان‌پذیر است. طی سه دهه گذشته نظریه مذکور هم از بعد نظری و هم از بعد کاربردهای تجربی مورد تردید و چالش فراوان قرار گرفته است. از بعد نظری، اقتصاد رفتاری فروض مبنایی آن مانند انتظارات عقلایی را زیر سؤال برده و از بعد تجربی نیز بسیاری از مطالعات فرضیه بازارهای کارا در بازارهای مالی کشورهای مختلف را تأیید نکردند (Scheinkman, et al.,1989). لذا از اواسط دههٔ ۷۰ و به‌خصوص از سال ۱۹۸۰ کوشش‌های جدید و گسترده‌ای در زمینه قابلیت پیش‌بینی قیمت‌های سهام با استفاده از روش‌های ریاضی جدید، سری‌های زمانی طولانی و ابزارهای پیشرفته‌تر آغاز گردید. آزمون‌های زیادی بر روی اطلاعات قیمت و شاخص سهام در کشورهایی مانند انگلستان، آمریکا، کانادا، آلمان و ژاپن صورت گرفت تا از این راه فرضیه گام‌های تصادفی را نقض کنند (Granger,1991).

بعد از مطالعات مهم در مورد وجود ریشه واحد[2] و هم جمعی[3] در سری‌های زمانی که از اواسط دهه ۱۹۸۰ آغاز شده بود متخصصان اقتصادسنجی انواع دیگری از نامانایی و پایداری[4] تقریبی را که فرایند موجود در بسیاری از سری‌های زمانی مالی و اقتصادی را توجیه می‌کردند، مورد بررسی قرار

1. Random Walks
2. Unite Root
3. Co integration
4. Persistence

دادند و این بحث مطرح شد که وجود حافظهٔ بلندمدت در دارایی‌های مالی ازنظر نظری و نیز تجربی موضوع بسیار مهمی است. اگر بازار دارای حافظهٔ بلندمدت باشد، خود همبستگی معنی‌داری بین مشاهداتی که در طی زمان بسیار طولانی مورد بررسی قرار گرفته‌اند وجود خواهد داشت. از آنجا که سری‌ها در طی زمان مستقل از هم نیستند، درک گذشته دور به پیش‌بینی آینده کمک می‌کند و امکان کسب سودهای غیرعادی باثبات وجود دارد. وجود حافظهٔ بلندمدت در بازار مالی، شکل ضعیف فرضیه کارایی را نقض کرده و همچنین بیانگر آن است که در قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای بایستی از مدل‌های غیرخطی استفاده کرد.

با توجه به اهمیت و توجه تحقیق‌های جدید در خصوص ارزیابی روش‌های مختلف پیش‌بینی روند قیمت سهام در بازارهای مختلف مالی، این تحقیق در پی پاسخ به این سؤال است که آیا سری زمانی قیمت فلزات، در بورس اوراق بهادار تهران از نوع فرآیندهای با وابستگی بلندمدت به شمار می‌رود یا خیر؟ برای پاسخگویی به این سؤال، ضمن حذف همبستگی‌های کوتاه‌مدت در سری قیمت فلزات، از دو روش تحلیل دامنهٔ استاندارد شده (R/S) و تحلیل دامنهٔ استاندارد شده (MRS)، استفاده خواهیم کرد.

۱-۱- مفهوم حافظه بلند

حافظه بلندمدت، به یک وابستگی قوی میان مشاهدات دور در یک سری زمانی منتسب می‌شود. هرس (Hurst,1951) برای اولین بار به وجود فرآیندهای دارای حافظه بلند در زمینه آب‌شناسی پی برد. بعد از وی و از اوایل دههٔ ۱۹۸۰ متخصصان اقتصادسنجی مانند گرنجر و همکاران (Granger, et al., 1980) و هاسکینگ (Hosking, 1981) به طراحی مدل‌های اقتصادسنجی با ویژگی حافظه بلند پرداخته و ویژگی‌های آماری این مدل‌ها را مشخص نمودند. به‌طور کلی مهم‌ترین مشکلی که در اثر وجود متغیرهای نامانا ممکن است ایجاد شود، وجود رگرسیون کاذب است. از سوی دیگر، با توجه به اینکه بیشتر سری‌های زمانی اقتصادی و مالی نامانا از نوع تفاضل مانا[1] هستند، برای رفع این مشکل نخست باید مرتبه تفاضل‌گیری هر متغیر را تعیین نمود. اما این کار موجب از دست رفتن بخشی از اطلاعات مهم موجود در گشتاور اول (معادله میانگین) و گشتاور مرتبه دوم (معادله واریانس)[2] سری زمانی می‌شود. به‌طوری که قبل از دستیابی به مانایی سری زمانی، واریانس سری روندی کاهشی داشته و هنگامی که تفاضل‌گیری بیش از حد انجام شود، واریانس سری مجدداً افزایش خواهد یافت. از

1. Dynamic Stationary Process
2. Variance Equation

این‌رو اگر بخواهیم به‌طور همزمان، هم سری زمانی را مانا نموده و هم دچار مشکل بیش تفاضل‌گیری نشویم، می‌توانیم از تفاضل‌گیری کسری[1] استفاده کنیم. پارامتر انباشتگی کسری (d) می‌تواند مقادیر مختلفی را به خود اختصاص دهد ولی مقدار خاصی از این پارامتر بیانگر ویژگی حافظه بلند می‌باشد.

مهم‌ترین قدم در برآورد یک مدل با ویژگی حافظه بلند بررسی وجود این ویژگی در سری‌های مربوطه و تخمین پارامتر انباشتگی کسری است. مدل‌های حافظهٔ بلند در شکل کلی جمعی کسری را اولین بار گرنجر و همکاران (Granger, et al., 1980) به ادبیات اقتصاد سنجی معرفی کردند. یک سری زمانی حافظهٔ بلند را می‌توان با تابع خودهمبستگی[2] آنکه با نرخ هیپربولیک (شبه هذلولی) کاهش می‌یابد، مشخص کرد. نرخ کاهشی هیپربولیک از نرخ کاهشی تابع خود همبستگی یک سری زمانی که حافظهٔ کوتاه‌مدت دارد، بسیار کندتر و آهسته‌تر است. مدل‌های حافظه بلند نشان‌دهندهٔ ساختار غیرخطی بازارهای سرمایه است و درنتیجه نشان می‌دهد که الگوهای خطی در توصیف ماهیت واقعی این بازارها ناکارآمد هستند. ساختار غیرخطی بازار سرمایه موجب می‌شود تا پیش‌بینی آن مشکل شود (Jin Xiu, et al., 2006).

۱-۲- پایایی سری زمانی و حافظهٔ بلندمدت

یک فرآیند تصادفی وقتی پایا خواهد بود که فرایند تولید داده‌ها (که مشاهدات، حاصل آن است) دارای میانگین، واریانس و کوواریانس مستقل از عامل زمان باشد. دو آزمون دیکی فولر و دیکی فولر تعمیم‌یافته از ساده‌ترین آزمون‌ها در عمل می‌باشند. ایستایی در صورتی پذیرفته می‌شود که به شکل معناداری مخالف صفر باشد.

$$\Delta Y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_i \, y_{t-1} + \varepsilon_t$$

تحلیل پایایی سری زمانی اساساً به‌منظور چگونگی واکنش سری نسبت به تکانه‌های وارده بر آن به کار برده می‌شود. اثر یک تکانه بر یک متغیّر در طول زمان ممکن است دائمی، بلندمدت و یا کوتاه‌مدت باشد. اگر اثر یک تکانه دائمی‌باشد آن سری دارای ریشهٔ واحد بوده و به آن حافظهٔ کامل گفته می‌شود. چنانچه اثر تکانه برای مدت نسبتاً طولانی باقی بماند، سری مربوطه ریشه‌ی کسری دارد و حافظه بلند است. اگر اثر تکانه به‌سرعت از بین برود، آن سری حافظهٔ کوتاه است. به‌منظور شناسایی نوع حافظه یک سری زمانی، فرض کنید سری X_t را به توان به‌صورت زیر مدل‌سازی کرد:

1. Fractional Integration
2. Auto Correlation Funtion

$$(1-L)^{d}x_t = \varepsilon_t$$

که در آن $\varepsilon_t \sim N(0,\sigma^2)$ (نوفه سفید) است. اگر d=0 باشد سری x_t حافظهٔ کوتاه دارد؛ بدین معنا که همبستگی‌های بین مشاهدات متوالی به‌سرعت به صفر گراییده و سری به سمت میانگین ثابت خود بازگشت می‌کند. واریانس این سری محدود و مستقل از زمان بوده و کوواریانس آن نیز پایا است. این نوع سری را می‌توان با مدل ARMA مدل‌سازی کرد.

چنان چه d=۱ باشد سری مربوطه ریشهٔ واحد دارد و میانگین، واریانس، و کوواریانس آن غیر پایا هستند. واریانس این سری نامحدود و وابسته به زمان است. اثر تکانه وارده بر آن در طول زمان انباشته‌شده و سری به سمت میانگین ثابت خود بازگشت نمی‌کند. مدل‌سازی این سری مستلزم آن است که ابتدا تفاضل‌گیری مرتبه اول انجام گیرد و سپس بر اساس مدل ARIMA مدل‌سازی کرد. طبق نظر دایبولت و همکاران (Diebolt, et al., 2005) ، اگر پارامتر انباشتگی کسری (d) آن سری زمانی برابر $0 < d < 0.5$ باشد، سری زمانی دارای وابستگی با دامنه بلند است. به ازای $-0.5 < d < 0$ یک فرایند اتو رگرسیون میانگین متحرک انباشته از مرتبه d همواره دارای یک میرایی آهسته در ضرایب خود همبستگی است، اما دارای ویژگی وابستگی با دامنه بلند نمی‌باشد (خودهمبستگی‌ها، علامت‌های مختلفی دارند). در این مورد، اصطلاحاً گفته می‌شود که سری ناماندگار[1] است. برای $0.5 < d < 1$ ویژگی مانایی برقرار نیست، اما ضرایب تجزیهٔ میانگین متحرک در بی‌نهایت مجاناً به صفر نزدیک می‌شوند. این گونه سری‌ها، سری‌های با خاصیت «برگشت به میانگین» نامیده می‌شوند.

۲- پیشینه تحقیق

هرچند مدل‌های فرایندهای دارای وابستگی با دامنه بلندمدت از حدود سال ۱۹۸۰، از سوی متخصصان اقتصادسنجی استفاده شده است، اما دست‌کم از سال ۱۹۵۰، بر علوم طبیعی تأثیر داشته و صاحب‌نظران در رشته‌های آب‌شناسی و هواشناسی وجود وابستگی با دامنه بلندمدت را برای داده‌های حاصل از زمان و فضا بررسی کرده‌اند. تحقیقات متعددی برای بررسی وجود حافظه بلندمدت در بازده دارایی-های مالی انجام‌شده است. اقتصاددانان با توجه به کارهای محققانی چون مندلبروت و همکاران (Mandelbrot, et al.,1968)، گرنجر و همکاران (Granger, et al., 1980) و هوسکینگ و همکاران (Hosking, et al., 1981)، با فرایندهای دارای وابستگی با دامنه بلندمدت و مدل‌های

1. Anti persistent

ARFIMA آشنا شدند. مندلبروت (Mandelbrot, 1971) اولین کسی بود که ایده وجود وابستگی با دامنه بلندمدت در بازده دارایی‌ها را مطرح کرد. لو (Lo, 1991) به یکی از مهم‌ترین نقایص روش تحلیل دامنهٔ استاندارد شده (R/S)، یعنی ناتوانی آن در تمایز بین حافظه بلند و حافظه کوتاه زمانی که هر دو در یک سری وجود دارند، اشاره و به همین دلیل تحلیل دامنه استاندارد شده تعدیل‌یافته (MRS) را مطرح کرد. وی آماره (R/S) را طوری تغییر داد که این آماره دینامیک وابستگی با دامنه کوتاه‌مدت را نیز در نظر می‌گرفت. بارکولاس و همکاران (Barkoulas, et al., 1996) وابستگی با دامنه بلندمدت را در بازده شاخص داوجونز و سهام تعدادی از شرکت‌های زیرمجموعه آن آزمودند. اگرچه آنها شواهدی مبنی بر وجود چنین وابستگی در این شاخص نیافتند، ولی در بازده پنج شرکت وابستگی با دامنه بلندمدت و در بازده سه شرکت، وابستگی با دامنه میان‌مدت مشاهده کردند. این شواهد نشان می‌داد که اگرچه بازده شرکت‌ها وابستگی با دامنه بلندمدت دارند، ولی اثر آن در شاخص، به دلیل تلفیق، از بین می‌رود. برگ (Berg,1998) وجود وابستگی با دامنه بلندمدت را در بازده روزانه، هفتگی و ماهانه شاخص سهام بورس سوئد با استفاده از روش‌های (R/S) تعدیل‌شده و مدلARFIMA آزمود. روش‌های (R/S) تعدیل‌شده و ARFIMA بیانگر عدم وجود یک چنین وابستگی در بازده شاخص بورس سوئد بود. همچنین اولان (Olan, 2002) با استفاده از روش‌های پارامتریک و نیمه پارامتریک، وجود وابستگی با دامنه بلندمدت را در بازده نه شاخص سهام بین‌المللی بررسی کرد و شواهدی از وجود یک چنین وابستگی در بازارهای آلمان، ژاپن، کره جنوبی و تایوان ارائه کرد؛ در حالی که بازارهای آمریکا، انگلستان، هنگ‌کونگ، سنگاپور و استرالیا فاقد نشانه‌هایی از وابستگی با دامنه بلندمدت بودند. جیل-آلانا (Gil-Alana, 2006) با استفاده از روش‌های پارامتریک و شبه پارامتریک به بررسی نوع حافظه با استفاده از تخمین پارامتر انباشتگی کسری در بازارهای سهام آمستردام، فرانکفورت، هونگ کنگ، لندن، نیویورک، پاریس، سنگاپور و ژاپن پرداخت و نشان داد تقریباً در تمامی این بازارها نمی‌توان فرض صفر را مبنی بر وجود حافظهٔ کوتاه‌مدت در این بازارها رد کرد به عبارت دیگر بازارهای فوق دارای حافظه بلندمدت نیستند. جین (Jin, 2006) با استفاده از روش‌های R/S و MRS به بررسی وجود حافظه بلندمدت در بازار سهام شانگهای با استفاده از روش‌های هرست (R/S) و هرست تعدیل‌شده (MRS) پرداخت. فرضیه صفر مبنی بر وجود حافظه کوتاه‌مدت با استفاده از روش‌های آماری مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت شواهد اندکی دال بر وجود حافظه بلندمدت در بورس سهام شانگهای دیده شد.

الدر و همکاران (Elder, et al., 2008) پویایی فرآیند انباشتگی کسری را در قراردادهای آتی انرژی با استفاده از داده‌های جدید و با استفاده از روش شبه پارامتریک ویولت که دارای برتری نسبی نسبت به روش GPH می‌باشد بررسی کردند. آنها به نتایجی مبنی بر حافظه‌دار بودن این سری زمانی دست یافتند و بیان کردند نوع حافظه سری زمانی قراردادهای آتی انرژی از نوع حافظه بلندمدت و ناپایدار است. پاور و همکاران (Power, et al., 2010) با توجه به جذابیت داده‌های مربوط به معاملات آتی کالا به علت نوسان پذیری بالای سری‌های زمانی در این بخش و جلب نگاه‌های محققین به آن، داده‌های مربوط به معاملات آتی کالا در بخش انرژی و کشاورزی آمریکا را با استفاده از روش هرست تعدیل‌شده (MRS) مورد بررسی قرار دادند و به وجود حافظه بلندمدت در تمامی ۱۴ بخش مذکور دست یافتند. دومینو (Domino, 2011) به بررسی قیمت‌های روزانه سهام ۱۲۶ شرکت مهم در بورس ورشو در بین سال‌های ۱۹۹۱ تا ۲۰۰۸ با استفاده از روش هرست (R/S) پرداخت؛ نتایج حاکی از عدم همبستگی بین داده‌های سری زمانی در بلندمدت بود که حافظه کوتاه‌مدت را در داده‌های مورد مطالعه تأیید می‌کند. پکایا (Pekkaya, 2013) با استفاده از سری‌های زمانی ۶۰ ماهه داده‌های شاخص سهام ترکیه، نرخ بهره و نرخ سبد ارز بین سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۲ به بررسی نوع حافظه سری زمانی این بازارها با استفاده از تخمین پارامتر انباشتگی کسری پرداخت و به شواهدی مبنی بر حافظه‌دار بودن این سری‌ها دست یافت.

در ایران نیز در حوزه بررسی روند حافظه بلندمدت در بازارهای مالی مطالعاتی انجام‌شده است. سعید شعرایی و محسن ثنایی اعلم (۱۳۸۹) در تحقیقی به بررسی وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی بازده و نوسان‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش دامنهٔ استاندارد شده و تکنیک GPH پرداختند. نتایج آزمون‌های آماری آنها وجود حافظه بلندمدت را در سطح اطمینان بالایی تأیید می‌کند. محمودی و همکاران (۱۳۸۹) در تحقیق دیگری با عنوان «بررسی روند حافظهٔ بلندمدت در بازارهای جهانی نفت» با استفاده از روش‌های مختلفی ازجمله حداکثر درستنمایی (ML)، حداقل مربعات غیرخطی (NLS)، نمای هرست (Hurst Exponent)، نمای هرست تعدیل‌شده (Modified Hurst)، جوک و پورتر- هوداک (GPH)، وایتل (Whittle) و موجک (Wavelet) به این نتیجه دست یافتند که هرچند قیمت‌های نفت خام مورد بررسی دارای حافظه بلندمدت نیستد اما دارای ویژگی برگشت به میانگین نامانا هستند.

محمدی و همکاران (۱۳۹۱) با استفاده از روش‌های فوق به بررسی بازدهٔ شاخص‌های کل، بازده و قیمت، بازده‌ی نقدی، صنعت و مالی پرداختند. نتایج تخمین وایتل، هرست و هرست تعدیل‌یافته و

موجک بیانگر حافظه‌دار بودن بازده‌ی تمامی شاخص‌ها بود در حالی که تخمین‌های به‌دست آمده با روش GPH بیانگر آن است که بازدهٔ تمامی شاخص‌ها به‌جز شاخص بازده نقدی دارای حافظه بلندمدت می‌باشد.

۳- روش‌شناسی تحقیق:

روش جمع‌آوری اطلاعات این تحقیق به‌صورت کتابخانه‌ای و میدانی خواهد بود. داده‌های مورد نیاز برای آزمون فرضیه قیمت‌های روزانه شرکت‌های حاضر در بورس اوراق بهادار تهران است که از طریق مراجعه به گزارش‌های ادواری سازمان بورس اوراق بهادار تهران و لوح‌های فشرده مدیریت اطلاع‌رسانی بورس و سایر منابع اطلاعاتی نظیر بانک اطلاعاتی تدبیر پرداز و دنا سهم جمع‌آوری گردید. جمع‌آوری اطلاعات مورد نیاز، در دوره زمانی ۱۳۸۵ لغایت ۱۳۹۰ صورت گرفته است. روش آزمون فرضیه با استفاده از تکنیک‌های تحلیل دامنه استاندارد شده و تحلیل دامنه استاندارد شده تعدیل‌یافته بوده که در ادامه تشریح می‌گردد.

۳-۱- روش‌های بررسی ویژگی حافظهٔ بلندمدت

روش‌های متعددی برای بررسی وجود ویژگی حافظه بلند عنوان‌شده است که در ادامه به دو مورد از آنها که در تحقیق استفاده‌شده اشاره می‌گردد.

۱- روش تحلیل دامنه استاندارد شده:

این روش تکنیکی است که به‌منظور آزمون وجود همبستگی‌ها در سری زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای مجموعهٔ معینی از مشاهدات $(X_t, t\geq 0)$ با میانگین $\overline{X_n} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x_t$ و واریانس نمونه‌ای $S_n^2 = 1/n \sum_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x_n})$ برای دوره‌ی n، آماره‌ی R/S به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R/S(n)=\frac{\left[\underset{0\leq k\leq n}{Max}\ \sum_{t=1}^{k}(x_t-\overline{x_n})-\underset{0\leq k\leq n}{Min}\sum_{t=1}^{k}(x_t-\overline{x_n})\right]}{S(n)}$$

برای هر n متفاوت R/S (n) متفاوت وجود دارد. بعد از آن‌که برای n های مختلف، مقادیر R/S (n) محاسبه شد، مقدار H با برآورد شیب معادلهٔ رگرسیونی زیر با روش حداقل مربعات به دست می‌آید:

$$LOG\ R/S(n)=LOG\ C + H.\ Log\ n$$

اگر $0.5\leq H \leq 1$ باشد می‌توان نتیجه گرفت سری تحت بررسی، ویژگی حافظه بلندمدت دارد. پیترز (Peters,1999) رابطه H و d را به‌صورت زیر معرفی کرده است:

$$H=0.5+d$$

۲- تحلیل دامنهٔ استاندارد شده تغییریافته (MRS)**:**

لو (Lo,1991) با توجه به اینکه تحلیل دامنهٔ استاندارد شده در زمینهٔ تعیین دقیق فرآیندهای حافظهٔ بلند ضعیف بوده و ممکن است یک سری زمانی را که حافظهٔ بلند نیست، حافظهٔ بلند نشان دهد، آزمون قوی‌تری نسبت به روش تحلیل دامنه استاندارد شده پیشنهاد کرد که به دامنهٔ استاندارد شده تعدیل‌یافته شهرت یافت. آمارهٔ MRS به‌صورت زیر است:

$$\acute{R}/S(n)=\frac{\left[\underset{0\le k\le n}{\text{Max}}\sum_{t=1}^{k}(x_t-\overline{x_n})-\underset{0\le k\le n}{\text{Min}}\sum_{t=1}^{k}(x_t-\overline{x_n})\right]}{\sigma(q)}$$

$$\sigma_n^2(q)=\sigma_x^2(q)+2/n\sum_{j=1}^{q}w_j(q)\left[\sum_{i=j+1}^{n}(x_i-\overline{x_n})(x_{i-j}-\overline{x_n})\right]$$

$$w_j(q)=1-\frac{j}{q+1}\qquad q<n$$

q مرتبهٔ وقفه است و ضابطهٔ آماری خاصی برای آن وجود ندارد. برای q=0 مقدار آمارهٔ MRS همان آماره دامنهٔ استاندارد شده است.

بعد از محاسبه $\acute{R}/S(n)$ برای n های مختلف، آمارهٔ H را از طریق برآورد رابطه:

$$LOG(\acute{R}/S(n))=Logc+H.Log(n)$$

به روش OLS، به دست می‌آوریم.

از آنجا که مطالعات مختلفی نشان داده‌اند که در صورت وجود همبستگی‌های کوتاه‌مدت در سری‌های زمانی، تشخیص همبستگی‌های بلند با مشکل و چالش مواجه خواهد شد، برای استفاده از تحلیل MRS و R/S، ابتدا حافظه کوتاه‌مدت در بازدهی‌ها از طریق رگرسیون‌های مدل نوع اتورگرسیو میانگین متحرک[1] حذف گردیده و از پسماندهای این مدل برای آزمون فرضیات و ارزیابی وجود حافظه بلند استفاده شده است. از این رو در ادامه به بیان الگوی نوع اتورگرسیون میانگین متحرک می‌پردازیم.

۳-۲- الگوی اتورگرسیون میانگین متحرک(ARMA)

داده‌های سری زمانی می‌توانند در قالب مدل‌های مختلفی بیان شوند که یکی از مهم‌ترین این مدل‌ها، مدل‌های سری‌های زمانی اتورگرسیون میانگین متحرک است که در تحقیق از آن استفاده شده است.

1. Autoregressive Moving Average

در این روش، محقق ابتدا، در مرحله تشخیص، به‌طور شهودی به بررسی روند تغییرات سری زمانی و الگوی توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی می‌پردازد.

۳-۳- مدل‌های اتورگرسیون میانگین متحرک

شمای کلی این مدل به‌صورت زیر است :

$$E_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i E_{t-i} + \sum_{i=0}^{q} \beta_i \varepsilon_{t-i} \qquad (۱)$$

در مدل فوق واحدها را به نحوی نرمال می‌کنیم که در آن β_0 همواره مساوی یک باشد. اگر تمام ریشه‌های معادله مشخصه معادله فوق در درون دایره واحد جای داشته باشند، آنگاه مدل فوق را یک مدل اتو رگرسیون میانگین متحرک گویند. این مدل از دو قسمت اتورگرسیون و میانگین متحرک تشکیل‌شده است که به ترتیب شامل معادلات (۲) و (۳) هستند.

$$E_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i E_{t-i} \qquad (۲)$$

$$x_t = \sum_{i=0}^{q} \beta_i \varepsilon_{t-i} \qquad (۳)$$

در معادله شماره (۱) اگر عبارت اتورگرسیون دارای P وقفه و عبارت میانگین متحرک دارای q وقفه باشد آن را یک مدل ARMA(p,q) می‌گویند. در صورتی که q=0 باشد فرآیند بالا را یک اتورگرسیون خالص گویند که با AR(p) نمایش داده می‌شود و اگر P=0 باشد فرآیند مذکور را یک میانگین متحرک گویند و با MA(q) نمایش می‌دهند. در صورتی که یکی یا بیشتر از ریشه‌های مشخصه معادله (۱) بزرگتر یا مساوی یک باشد، مدل فوق را یک فرآیند هم جمع از مرتبه d می‌نامند که برای مانا شدن باید به تعداد d بار تفاضل‌گیری شود؛ در این صورت آن را به شکل ARMA(p,d,q) نمایش می‌دهند.

۴- نتایج تحقیق

٤-۱- بررسی ایستایی

در ابتدا به‌منظور بررسی پایایی متغیرها، آزمون ایستایی برای متغیرهای الگو با استفاده از بسته نرم‌افزاری Eviews انجام شد. فرض صفر در این آزمون وجود ریشه واحد است. از آنجا که متغیرها دارای روند و عرض از مبدأ بودند از این رو این حالت از آزمون بررسی شد. همان‌طور که در جدول شماره ۱

مشاهده می‌شود، اگرچه وجود ریشه واحد در سطح متغیرها تأیید شده ولی در تفاضل مرتبه اول می‌توان ایستایی را تأیید کرد. اما این احتمال وجود دارد که سری زمانی مورد بررسی دارای حافظه بلندمدت بوده و پارامتر مناسب برای تفاضل گیری (هم انباشتگی) کسری و عددی بین صفر و یک باشد[۱].

جدول (۱): نتایج حاصل از انجام آزمون ADF در سطح و تفاضل مرتبه اول شاخص قیمت فلزات (بر اساس معیار AIC)

در سطح متغیر				تفاضل مرتبه اول			
مقدار بحرانی	t-statistic		وقفه	ایستایی	مقدار بحرانی	t-statistic		وقفه	ایستایی
-۱.۳۹	٪۱	-۳.۴۴	۴	نا ایستا	-۱۶.۰۹	٪۱	-۳.۴۴	۳	ایستا
	٪۵	-۲.۸۶	۴	نا ایستا		٪۵	-۲.۸۶	۳	ایستا
	٪۱۰	-۲.۵۷	۴	نا ایستا		٪۱۰	-۲.۵۷	۳	ایستا

در ادامه برای بررسی وجود حافظه بلندمدت و به‌دست آوردن پارامتر انباشتگی کسری (d)، از آزمون (R/S) و MRS استفاده می‌گردد. اما پیش از آن برای حذف حافظه کوتاه‌مدت در متغیرها، رگرسیون‌های مدل ARMA(p,q) تخمین و از پسماندهای آن جهت آزمون‌های مربوطه استفاده شد.

٤-۲- مدل ARMA(p,q)

برای تعیین مرتبه مدل ARMA(p,q) از معیار شوارتز استفاده شد. مدل ARMA(17,1) به‌عنوان بهترین مدل تعیین گردید که نتایج این مدل در جدول شماره ۲ نشان داده‌شده است. در این مدل، اکثر ضرایب برآورد شده بر اساس آماره t، از معناداری بالایی برخوردار بوده و سایر معیارهای خوبی برازش نظیر آماره R^2، $\bar{R}^2$، آماره دوربین واتسون و F حکایت از خوبی برازش دارند.

همچنین بر اساس آزمون بروش گادفری نیز آماره F-statistic، معادل ۰.۹۱ به دست آمد و فرض صفر، مبنی بر عدم وجود خودهمبستگی‌های سریالی در پسماندهای مدل، با درجه اعتماد بالایی (۴۰٪) تأیید می‌گردد. همچنین نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی نیز نشان می‌دهند که پسماندهای مدل فوق دارای وابستگی‌های کوتاه‌مدت نمی‌باشند. از این رو می‌توان از پسماندهای این مدل برای آزمون‌های مربوط به تشخیص حافظه بلند استفاده نمود.

۱. هدف این پژوهش تخمین پارامتر مربوط به تفاضل گیری و تعیین اینکه آیا سری زمانی حافظه بلند مدت وجود دارد یا خیر؟ در پژوهش های آتی بهتر است جهت پیش بینی این سری به جای مدل های ARMA و ARIMA مدل های ARFIMA بکار گرفته شود تا دقت تخمین ها بالاتر رود.

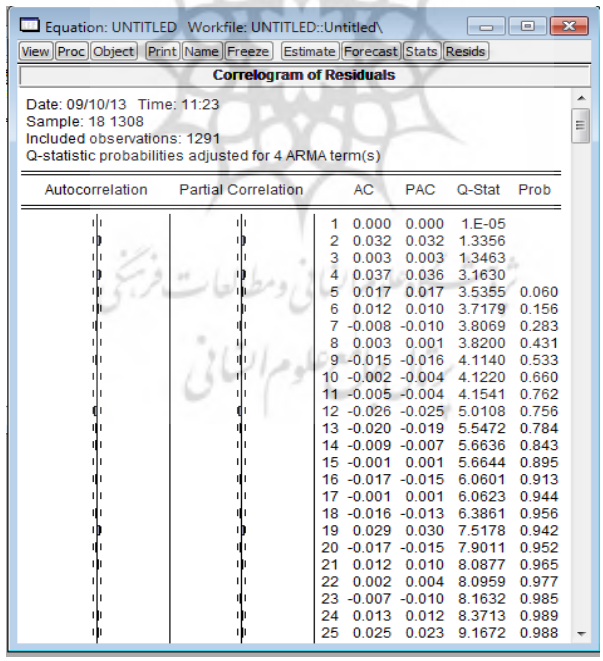
جدول (۲): نتایج حاصل از تخمین مدل ARMA(17,1) مربوط به شاخص قیمت فلزات

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic
C	۴۸۸۰/۹۹	۱۰۱۵/۵	۴.۸۱$^{++}$
AR(1)	۱/۰۱۲۰	۰/۰۰۶	۱۶۵.۳۹$^{++}$
AR(17)	−۰/۰۱۵	۰/۰۰۶	−۲.۵۲$^{++}$
MA(1)	۰/۰۴۵	۰/۰۲۸	1.59^{ns}
MA(17)	۰/۰۷۱	۰/۰۲۸	۲.۵۳$^{++}$
R-squared	۰/۹۹	R-Bar-Squared	۰/۹۹
DW-statistic	۱/۹۹	F-statistic	۸۱۵۹۴.۰۱$^{++}$
Log likelihood	−۷۸۷۹/۰۱	Schwarz criterion	۱۲/۲۳

* معنی‌دار در سطح ۱۰ درصد منبع : یافته‌های تحقیق ** معنی‌دار در سطح ۵ درصد

نمودار ۱- نمودارهای خودهمبستگی PACF و ACF

(مربوط به پسماندهای مدل ARMA(17,1) شاخص قیمت فلزات)

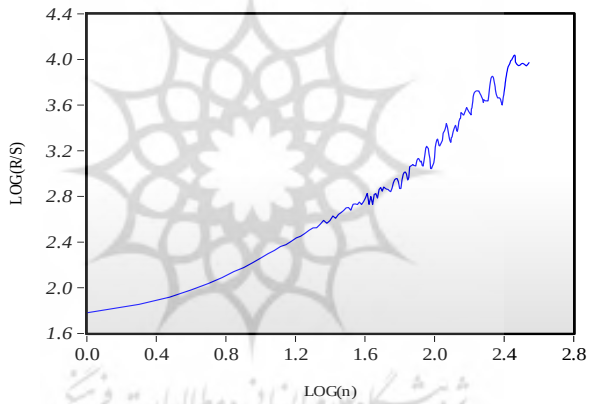


٤-۳- بررسی ویژگی وجود حافظهٔ بلند

۱-تحلیل دامنه‌ی استاندارد شده (R/S):

پس از حذف وابستگی‌های کوتاه‌مدت مربوط به سری شاخص قیمت فلزات و به دست آوردن پسماندهای مدل تخمین زده شده در قسمت قبل، به بررسی آزمون تحلیل دامنهٔ استاندارد شده (R/S) می‌پردازیم. برای این منظور ابتدا مقادیر R/S(n) برای n های مختلف محاسبه شدند. مقدار اولیهٔ n را عدد ۱۰ در نظر گرفتیم؛ یعنی کل مشاهدات سری زمانی را به نمونه‌های (دوره‌ها) ده‌تایی تقسیم و برای هر دوره، R/S را محاسبه و در پایان میانگین R/S ها در مقابل n=10 یادداشت می‌کنیم. سپس کلیهٔ این عملیات برای n های بعدی، n=11,12,……N/2 تکرار گردید. بدین ترتیب R/S برای n های مختلف را به دست آوردیم. نمودار ۲ مقادیر لگاریتم R/S(n) در مقابل لگاریتم n ترسیم گردیده است.

نمودار (۲): مقادیر LOG(R/S) و LOG(n) مربوط به سری زمانی شاخص قیمت فلزات



جدول (۳): برازش مدل رگرسیونی به‌منظور محاسبه شیب خط رگرسیونی LOG(R/S) در مقابل LOG(n)
(مربوط به سری زمانی شاخص قیمت فلزات)

ضرایب Coefficient	مقدار ضرایب Coefficient	انحراف معیار Standard. Error	آماره t t-Statistic
LOG(n)	۰/۸۴	۰/۰۶	++۱۴.۰۱
C	۰/۵۹	۰/۱۴	++۴.۱۳
F-statistic=18140**		R^2=۰/۹۶	

** معنی‌دار در سطح ۵ درصد * معنی‌دار در سطح ۱۰درصد منبع : یافته‌های تحقیق

همان‌طور که در جدول ۳ آمده است، آمارهٔ هرست از روش دامنه استاندارد شده که همان شیب خط برازش شده بر لگاریتم R/S و لگاریتم n می‌باشد، معادل ۰.۸۴ به دست آمد. معادلهٔ خط برازش شده عبارت است از:

$$LOG(R/S(n))= ۰/۵۹+ ۰/۸۴\ LOG(n)$$

با توجه به ضریب LOG(n)، پارامتر تفاضل گیری کسری d=0.84-0.5=0.34 خواهد بود و از آنجا که آماره t معنادار و واریانس آن پایین است، نشان‌دهنده قابل اعتماد بودن و ثبات بالای نتایج است. پارامتر مربوط به حافظهٔ بلند (d) بین ۰.۵ و یک (0.5< d <1) قرار دارد که نشان از حافظه بلند بودن سری قیمت فلزات است. از این رو وجود حافظهٔ بلند در بازار فلزات، شکل ضعیف کارایی بازار را تأیید می‌کند.

۲-تحلیل دامنه‌ی استاندارد شده (MRS)

در این بخش همانند لو (۱۹۹۱) با روش دامنه استاندارد شده تعدیل‌یافته که وابستگی با دامنه کوتاه‌مدت را نیز در نظر می‌گیرد به آزمون فرضیه می‌پردازیم.

معادلهٔ برآورد شده برای محاسبهٔ آمارهٔ H به روش MRS به‌صورت زیر به دست آمد:

$$LOG(R/S(n))= 1.02+ 0.61LOG(n)$$

این آماره معادل ۰.۶۱ می‌باشد و در نتیجه با توجه به ضریب LOG(n)، پارامتر تفاضل‌گیری کسری d=0.61-0.5=0.11 خواهد بود و از آنجا که آماره t معنادار و واریانس آن پایین است، نشان‌دهنده قابل اعتماد بودن و ثبات بالای نتایج است. پارامتر مربوط به حافظهٔ بلند (d) بین ۰.۵ و یک (0.5< d <1) قرار دارد که بیان‌کننده ویژگی حافظه بلند در سری تحت مطالعه است. از این رو در هر دو روش وجود حافظهٔ بلند در بازار فلزات، نشان از شکل ضعیف کارایی بازار است.

جدول ۴- برازش مدل رگرسیونی به‌منظور محاسبه شیب خط رگرسیونی LOG(MRS) در مقابل LOG(n)
(مربوط به سری زمانی شاخص قیمت فلزات)

ضرایب Coefficient	مقدار ضرایب Coefficient	انحراف معیار Standard. Error	آماره t t-Statistic
LOG(n)	۰/۶۱	۰/۰۶	۹.۳۱++
C	۱/۰۱	۰/۱۵	۶.۶۴++
F-statistic=86.7**		R^2=۰/۱۵	

** معنی‌دار در سطح ۵ درصد * معنی‌دار در سطح ۱۰ درصد منبع : یافته‌های تحقیق

۵- خلاصه و نتیجه‌گیری

نقطه آغازین ادبیات مربوط به فرایندهای انباشتهٔ کسری این حقیقت بوده است که بسیاری از سری‌های اقتصادی و مالی نه $I(0)$ هستند و نه $I(1)$. در این سری‌های زمانی، خود همبستگی‌های کسری انباشته نامانا در وقفه‌های طولانی به شکل ماندگاری بسیار بالا باقی می‌ماند. در مقابل، خودهمبستگی‌های یک فرایند مانا به‌سرعت و با نرخی نمایی و تنها بعد از چند وقفه از بین می‌رود. این در حالی است که فرایندهای وابستگی با دامنه بلند با خودهمبستگی‌هایی همراه است که بسیار آهسته کاهش می‌یابند. این خصوصیات، رفتار آماری تخمین‌ها و پیش‌بینی‌ها را به‌شدت تغییر می‌دهد. لذا در این صورت تشخیص وجود حافظهٔ بلندمدت در سری‌های زمانی اهمیتی دو چندان می‌یابد. محققان طی دهه‌های گذشته فرایندهای وابستگی با دامنه بلند، بخش اساسی و مهمی از تحلیل سری زمانی را مطرح کرده‌اند. سنجش آماری اولیه از حافظهٔ بلند به واسطهٔ کار هرست (۱۹۵۱) یا آماره دامنهٔ استاندارد شده (R/S) است که امکان محاسبهٔ پارامتر خود همانندی H را می‌دهد. این پارامتر شدت وابستگی طولانی‌مدت در یک سری زمانی را می‌سنجد. در این راستا لو (۱۹۹۱)، آماره (R/S) تعدیل‌شده را معرفی کرد که به‌جای انحراف استاندارد در مخرج کسر، یک برآورد کنندهٔ سازگار از ریشهٔ دوم واریانس مجموع جزئی مشاهدات را قرار می‌دهد و قوی‌تر از آزمون (R/S) است. در این پژوهش برای تشخیص وجود حافظه بلند از این دو روش استفاده گردید. برای استفاده از این دو روش بهتر است ابتدا حافظه کوتاه‌مدت در بازدهی‌ها از طریق رگرسیون‌های مدل نوع ARMA حذف و از پسماندهای این مدل برای آزمون فرضیات و وجود حافظه بلند استفاده شود. بهترین مدل برازش شده برای شاخص قیمت فلزات، مدل $ARMA(17,1)$ است که پس از حذف خودهمبستگی‌های جزئی و تأیید آزمون بروش پاگان مبنی بر عدم وجود خودهمبستگی معنادار در پسماندهای مدل، این پسماندها برای تشخیص وجود حافظهٔ بلند مورد آزمون قرار گرفت. نتایج آزمون وجود حافظه بلند در ارتباط با شاخص قیمت فلزات نشان داد که در سطح اطمینان ۹۹ ، پارامتر تفاضل‌گیری کسری به روش دامنهٔ استاندارد شده معادل ۰/۳۴ =d است. نتایج آزمون بر اساس روش تحلیل دامنهٔ استاندارد شده تعدیل‌یافته (MRS) نیز در سطح اطمینان ۹۹٪ معادل ۰/۱۱ =d است. به این ترتیب هر دو روش، تأییدکننده حافظه بلند بودن سری قیمت فلزات می‌باشند. به این ترتیب بررسی سؤال تحقیق، مبنی بر اینکه «آیا سری زمانی قیمت فلزات در بورس اوراق بهادار تهران دارای ویژگی وابستگی با دامنه بلند می‌باشد؟»، با بکارگیری دو روش دامنهٔ استاندارد شده (R/S) و دامنهٔ استاندارد شده تعدیل‌یافته (MRS) پذیرفته و وجود ویژگی

حافظه بلند در آن‌ها تأیید گردید. به این ترتیب وجود حافظهٔ بلند در بازار فلزات، شکل ضعیف کارایی بازار را تأیید می‌کند.

۷-پیشنهادهای تحقیق

۱-مدل‌های حافظهٔ بلند نشان‌دهندهٔ ساختار غیرخطی بازارهای سرمایه است. پیشنهاد می‌شود محققان در ارزیابی کارایی بازار اوراق بهادار از الگوهای غیرخطی استفاده نمایند.

۲- از آنجا که در رابطه با شاخص‌های مورد بررسی (قیمت گروه فلزات اساسی) وجود حافظه بلند تأیید گردید، لذا پیشنهاد می‌شود از مدل‌های ARFIMA و FGHARCH که قادر به مدل‌سازی حافظه بلند هستند، استفاده گردد. با این روش‌ها می‌توان از هدر رفت اطلاعات زیادی که در عمل تفاضل‌گیری برای مانا کردن سری اتفاق می‌افتد، جلوگیری به‌عمل آورد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع و مأخذ:

۱. شعرایی، سعید و ثنائی اعلم، محسن. (۱۳۸۹). بررسی وجود حافظه بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران و ارزیابی مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را در نظر می‌گیرند، مجله پژوهش‌های حسابداری مالی، جلد ۲ شماره ۴ صفحات ۱۷۳-۱۸۶.

۲. محمودی، وحید. محمدی، شاپور و چیت سازان، هستی. (۱۳۸۹). بررسی روند حافظه بلندمدت در بازارهای جهانی نفت، فصل نلمه تحقیقات مدل‌سازی اقتصادی، پاییز ۱۳۸۹، شماره ۱، صفحات ۲۹-۴۸.

۳. محمدی، شاپور و چیت سازان، هستی. (۱۳۹۱). بررسی حافظه بلندمدت بورس اوراق بهادار تهران، مجله تحقیقات اقتصادی، مقاله ۸، دوره ۴۷، شماره ۹۷، بهار ۱۳۹۱، صفحه ۲۰۷-۲۲۶.

4. Granger, C. W. J. (1991) Forecasting Stock Market Price: Lesson for forecasters. Working Paoper; San Diago: University Of California, Department Of Economics, 23-91.
5. Green, William H. (2003) Econometric Analysis, Fifth Edition, New Jersey: Prentice Hall
6. Hurst, H. R. (1951) Long-term storage in reservoirs, Trans, Amer, Soc, Civil Eng. 116- 770-799.
7. Granger, C. W. J. & Joyeux, R. (1980) An introduction to long-memory time series and fractional differencing. Journal of Time Series Analysis, 15-39.
8. Hosking, J. R. M. (1981), Fractional Differencing, Biometrika 68, 165-76.
9. Granger, C. & Ding, Z (1996) Varieties of Long Memory Models. Journal of Econometrics, 73: 61-77.
10. Lo A. W. (1991) long-term memory in stock market price- Econometrica-59(5), 1279-1313.
11. Beerg, L. (1998) Short and long-run dependence in Swedish stock returns. Applied Financial Economics.
12. Barkoulas, J. T, C.F.Baum, N. Travlos, (1997) Long Memory in the Greek Stock Market, Working Paper, Boston College, Chestnut Hill.
13. Barkoulas, J. T. & Baum, C. F (1996.) Long Term Dependence in Stock Returns. Economics Letters, 253-259.
14. Crato, N. & de Lima, P. J. (1994) Long-range dependence in the conditional variance of stock returns. Economics Letters, 281-285.
15. Crato, N. & Ray, B. (1996) Model selection and forecasting for long-range dependent processes. Journal of Forecasting, 107–125.Yin-Wong Chueng Yin-Wong & K.S.

16. Peters E.E.(1999)- Chaos and Order in the Capital Markets, first ed- Economics Science Press- Beijing.
17. Greene, M., & Fielitz, B. (1977) Long term dependence in common stock returns. Journal of Financial Economics, 339-349.
18. Mandelbrot, B. B. (1971). When can price be arbitraged efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale models. Review of Economics and Statistics, 225-236
19. Jacobson B. (1996) Long term dependence in stock returns J. Empirical Finance 3.
20. Olan, T. H. (2002) Long memory in stock returns: some international evidence. Applied Financial Economics, 725-729.
21. Domino, K. (2011). The use of the Hurst exponent to predict changes in trends on the Warsaw Stock Exchange, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. Volume 390, Issue 1, 1 January 2011, Pages 98–109.
22. Gil-Alana, L.A. (2006). Fractional integration in daily stock market indexes, Review of Financial Economics, Volume 15, Issue 1, 2006, Pages 28–48.
23. Jin Xiu, Y. (2006). Research for Long-term Memory in Shanghai Stock Exchange Utilizing Modified Rescaled Range Analysis, Application of Statistics and Management, http://en.cnki.com.cn.
24. John Elder, J. & Serletis, A. (2008). Long memory in energy futures prices, Review of Financial Economics Elsevier, Vole 17, Issue 2, pp. 146–155.
25. Pekkaya, M. (2013). Estimation Fractional Integration Parameter and an Application to Major Turkish Financial Time Series, Business and Economics Research Journal, Volume 4, Issue2, page91.
26. Power, G. & Turvey, C., (2010). Long-range dependence in the volatility of commodity futures prices: Wavelet-based evidence, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. Volume 389, Issue 1, 1 January 2010, Pages 79–90.
27. Tang, T., Shieh, S,. (2006). Long memory in stock index futures markets: A value-at-risk approach, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Volume 366, Pages 437–448.