ارزیابی میزان کامیابی اجرای بانکداری اسلامی در ایران

تاریخ دریافت: ۹۲/۱۱/۲۰ تاریخ تأیید: ۹۳/۳/۳۱

حسن کیائی *
حمید ابریشمی **
حسن سبحانی ***

چکیده

مقاله پیش‌رو با استفاده از روش بهینه‌سازی پویای تصادفی به‌عنوان یک رویکرد جدید می‌کوشد پس از طراحی و حل مدل بهینه‌سازی برای بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف، میزان انطباق چگونگی اجرای بانکداری اسلامی در نظام بانکی کشور را با الگوی مطلوب بانکداری اسلامی مورد ارزیابی قرار دهد. به این منظور از داده‌های ماهانه یکی از بانک‌های فعال در نظام بانکی کشور در دوره زمانی سال ۱۳۸۵ ـ ۱۳۹۰ برای استخراج پارامترهای مورد نیاز در مدل استفاده شده است. براساس نتیجه‌های حاصل از شبیه‌سازی، اگرچه بانک مورد نظر در چارچوب قانون عملیات بانکداری بدون ربا عمل می‌کند؛ اما عملکرد آن با راه‌های بهینه پیشنهادی الگوی بانکداری اسلامی تفاوت دارد و به راه‌های پیشنهادی بانکداری متعارف نزدیک‌تر است. به‌نظر می‌رسد علت این امر عدم توجه نظام بانکی کشور به نقش بانک در جایگاه وکیل سپرده‌گذاران و انتقال سودوزیان واقعی حاصل از فعالیت‌ها به آنها باشد.

واژگان کلیدی: *نظام بانکی ایران، بانکداری اسلامی، بانکداری متعارف، بهینه‌سازی تصادفی، فرایند پرش ـ انتشار.*

طبقه‌بندی JEL: G21 ، C61، P51.

*. استادیار اقتصاد دانشگاه امام صادق7. Email: kiaee@isu.ac.ir.
**. استاد اقتصاد دانشگاه تهران. Email: abrihami@ut.ac.ir.
***. استاد اقتصاد دانشگاه تهران. Email: sobhanihs@ut.ac.ir.

مقدمه

محققان و صاحب‌نظران فراوانی پس از پیروزی انقلاب اسلامی کوشیدند تا با پدیدساختن تغییرها و اصلاح‌های اساسی نظام بانکی را در ایران دگرگون کرده و آن را از حالت ربوی خارج سازند. این کوشش‌ها با تصویب قانون عملیات بانکداری بدون ربا در سال ۱۳۶۲ به نتیجه رسید و در عمل از سال ۱۳۶۳ عملکرد نظام بانکی در ایران براساس این قانون و مبتنی بر عقدهای اسلامی تغییر شکل یافت؛ طوری که اجرای آن باعث شد تا نظام بانکی کشور از انجام عملیات ربوی مبری شود. هم‌اکنون و با گذشت حدود ۳۰ سال از اجرای قانون عملیات بانکی بدون ربا با وجود اینکه نمی‌توان شبهه‌ای نسبت به ربوی‌بودن فعالیت‌های بانکی وارد کرد، عملکرد نظام بانکی به‌وسیله پژوهشگران، به‌ویژه در مقام اجرا، به‌طور کامل موفق ارزیابی نمی‌شود. این عدم کامیابی در ادبیات بانکداری اسلامی در قالب بررسی کاستی‌ها و چالش‌های اجرای بانکداری اسلامی مورد بررسی قرار گرفته است.

با وجود اینکه ادبیات گسترده بررسی چالش‌ها و مشکل‌های اجرایی بانکداری اسلامی، نشان از باور محققان به عدم کامیابی کامل بانکداری اسلامی در مقام اجرا دارد؛ اما تاکنون مدلی برای سنجش میزان کامیابی اجرای بانکداری اسلامی به‌وسیله محققان ارائه نشده است. مقاله پیش‌رو در نظر دارد برای نخستین‌بار با مدل‌سازی ریاضی ویژگی‌های بانکداری اسلامی، یک مدل بهینه‌سازی پویای تصادفی (Dynamic Stochastic Optimization) برای بانکداری اسلامی در کنار بانکداری متعارف طراحی کند تا با حل هر دو مدل و شبیه‌سازی نتیجه‌ها با استفاده از داده‌های نظام بانکی کشور، میزان کامیابی اجرای بانکداری اسلامی در ایران را مورد ارزیابی قرار دهد.

در مدل‌های بهینه‌سازی پویای تصادفی، یک تابع هدف، در دوره‌ای زمانی مشخص، نسبت به یک یا چند معادله دیفرانسیل تصادفی به‌عنوان قید حداکثر یا حداقل می‌شود. در نظام بانکی مهم‌ترین تابع هدفی که می‌توان آن را بهینه کرد، میزان سودآوری بانک است. سودآوری در بانک از سویی به فعالیت‌های جذب سپرده و اعطای تسهیلات مربوط می‌شود و از سوی دیگر به هزینه‌های عمومی بانک وابسته است. در مدل مورد استفاده در مقاله پیش‌رو فرض شده است هزینه‌های عمومی بانک فرم درجه دوم از سپرده‌ها و

تسهیلات دارد و میزان تسهیلات اعطایی در بانک نیز به شکل یک فرایند تصادفی پرش ـ انتشار (Jump-Diffusion) است. نیز با توجه به اینکه هدف‌ها و عملکرد بانک در بانکداری اسلامی و متعارف به‌صورت مبنایی متفاوت است، در طراحی تابع هدف و قید تصادفی کوشیده شد ویژگی‌های هر کدام از نظام‌های بانکی در نظر گرفته شود. با حل مدل‌های بهینه‌سازی بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف و شبیه‌سازی معادله‌های دیفرانسیل تصادفی مربوط به آنها می‌توان راه بهینه متغیرها را در مدل به‌دست آورد.

پس از به‌دست آوردن راه‌های بهینه پیشنهادی هر مدل، مقاله پیش‌رو با استفاده از داده‌های ماهانه یکی از بانک‌های فعال در نظام بانکی کشور* طی سال‌های ۱۳۸۵ ـ ۱۳۹۰ می‌کوشد تا میزان انطباق عملکرد نظام بانکی کشور با بانکداری اسلامی را مورد ارزیابی قرار دهد. نتیجه‌های این ارزیابی نشان می‌دهد با وجود اینکه نظام بانکی کشور براساس قانون بانکداری بدون ربا فعالیت می‌کند؛ اما راه متغیرهای بانک مورد بررسی به مدل پیشنهادی بانک متعارف نزدیک‌تر است که به‌نظر می‌رسد علت این امر تفاوت‌های عملکردی نظام بانکی کشور با الگوی مطلوب بانکداری اسلامی باشد.

در بخش دوم از مقاله کوشش‌های صورت‌گرفته برای ارزیابی بانکداری اسلامی و نیز کاربردهای روش بهینه‌سازی پویای تصادفی به‌ویژه در نظام بانکی به شکل مختصر بررسی می‌شود. در بخش سوم، ابتدا یک مسئله بهینه‌سازی تصادفی برای بانکداری متعارف و اسلامی که در بردارنده ویژگی‌های هر کدام باشد، طراحی می‌شود؛ سپس با حل هر کدام از مدل‌ها، معادله دیفرانسیل تصادفی مربوط به راه بهینه اعطای تسهیلات در بانکداری متعارف و بانکداری اسلامی استخراج می‌شود. در بخش چهارم مقاله، معرفی داده‌های بانک مورد نظر و استخراج پارامترهای مورد استفاده در مدل از آن صورت می‌گیرد. در بخش پنجم کوشیده می‌شود تا معادله‌های دیفرانسیل تصادفی به‌دست آمده از مدل‌های بانکداری متعارف و بانکداری اسلامی با استفاده از پارامترهای بانک مورد مطالعه شبیه‌سازی شود و تحلیل نتیجه‌ها درباره آنها انجام پذیرد. در بخش آخر نیز خلاصه‌ای از نتیجه‌ها ارائه می‌شود.

*. در مقاله پیش‌رو به درخواست مسئولان بانک از ذکر نام بانکی که از داده‌های آن استفاده شده پرهیز می‌شود.

ارزیابی عملکرد بانکداری اسلامی و روش بهینه‌سازی تصادفی

تعداد فراوانی از محققان داخلی و خارجی بر این باورند که اجرای بانکداری اسلامی تا به امروز به شکل کامل کامیاب نبوده و با چالش‌ها و مشکل‌هایی همراه بوده است؛ اما همین محققان درباره اینکه این چالش‌ها بیشتر مربوط به کدام قسمت از فرایند عملیات بانکی می‌شود و چگونه می‌توان آنها را برطرف کرد، اختلاف‌نظر دارند. نکته قابل توجه درباره تحقیق‌ها صورت گرفته در این‌باره این است که در تمام موارد این ارزیابی عملکرد به‌صورت توصیفی انجام شده و تاکنون هیچ مدل‌سازی ریاضی در این‌باره صورت نگرفته است.

توتونچیان (۱۳۸۱) پس از بیان برخی چالش‌های نظام بانکداری در کشور مانند عدم تسلط پرسنل بانک‌ها بر پیچیدگی‌های بانکداری اسلامی، مشکل‌های حسابداری و نظارت مستمر بانک مرکزی بر بانک‌ها به برخی مشکل‌ها در حوزه عقدهای مشارکتی می‌پردازد و پیشنهاد می‌کند تا از یک‌سو برای سپرده‌گذاران ریسک‌پذیر این امکان وجود داشته باشد تا وجوه خود را در حسابی با سود متغیر واریز کنند و از سوی دیگر بانک‌ها نیز با این وجوه پروژه‌های مشارکتی صحیحی را اجرا کرده و به سپرده‌گذاران ریسک‌پذیر سود واقعی پرداخت کنند.

اکبریان و *رفیعی* (۱۳۸٦) نیز برخی چالش‌های موجود در اجرای بانکداری اسلامی در ایران و چند کشور دیگر را بررسی می‌کند و بعد از طبقه‌بندی این مشکل‌ها در بعد خرد و کلان اقتصادی به ارائه راهکارهایی برای آنها می‌پردازند.

موسویان (۱۳۸٦) عدم اجرای صحیح بانکداری اسلامی در کشور را به وجود برخی نارسایی‌ها در قانون عملیات بانکی بدون ربا نسبت داده است. وی ضمن بررسی نارسایی‌های موجود در قانون فعلی کوشیده است تا یک نسخه پیشنهادی از قانون را به‌عنوان جایگزین برای قانون فعلی، به همراه الگویی جدید برای اجرای بانکداری اسلامی در کشور ارائه دهد.

ارزیابی مشکل‌ها و چالش‌های موجود در اجرای بانکداری اسلامی محدود به داخل کشور نمی‌شود.

اقبال، احمد و *خان* (۱۹۹۸م) چالش‌های پیش‌روی بانکداری اسلامی را در دو حوزه سازمانی (نهادی) و عملیاتی به تفصیل مورد بررسی قرار داده‌اند و راهکارهایی نیز برای این چالش‌ها ارائه کرده‌اند.

اقبال و *میرآخور* (۲۰۰۷م) و *خان* و *احمد* (۲۰۰۱م) نیز مدیریت ریسک به‌ویژه ریسک عملیاتی در بانکداری اسلامی را به‌عنوان یکی از مسائل اصلی مورد بررسی قرار داده‌اند. نیز در برخی مطالعه‌ها به‌کارگیری بسیار محدود یا در برخی موارد نادرست عقدهای مشارکتی به‌عنوان چالش اصلی بانکداری اسلامی معرفی شده است؛ به‌طور مثال *دار* و *پرسلی* (۲۰۰۰م) بر این باورند که بانک‌ها نمی‌توانند نظارت کامل و صحیحی بر پروژه‌های مشارکتی داشته باشد و همین مشکل‌های نظارتی باعث می‌شود بانک‌ها توانایی مدیریت و کنترل عقدهای مشارکتی نداشته باشند.

همان‌طور که در مقدمه به آن اشاره شد، این مطالعه در نظر دارد به‌عنوان رویکردی جدید از روش بهینه‌سازی پویای تصادفی به منظور ارزیابی میزان کامیابی اجرای بانکداری اسلامی در کشور استفاده کند. اگرچه این روش تاکنون در ادبیات بانکداری اسلامی مورد استفاده قرار نگرفته است؛ اما در حوزه‌های دیگر اقتصاد کاربردهای فراوانی دارد. این روش در اقتصاد مالی نخستین‌بار به‌وسیله *بلک* و *شولز* (Black & Scholes, 1973, p.640) درباره قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله مورد استفاده قرار گرفت و پس از آن به سرعت مورد توجه محققان قرار گرفت. *لیلاند* (Leland, 1994, p.1217) برای تعیین میزان بهینه سرمایه در یک شرکت با توجه به میزان اوراق بدهی منتشر شده به‌وسیله آن از این روش بهره گرفته است. *چامی* و *کازیمانو* (Chami & Cosimano, 2001, p.15) نیز کاربرد این روش را در اعمال سیاست پولی بهینه مطرح کرده است. کاربردهای متنوعی از بهینه‌سازی پویای تصادفی در صنعت خدمات مالی و بیمه در *شلدون* (Sheldon, 2006, p.174) معرفی شده است.

کاربرد روش بهینه‌سازی پویای تصادفی در حوزه بانکداری بسیار محدودتر از دیگر حوزه‌های اقتصادی است. *دنگل* و *لهار* (Dangl & Lehar, 2004, p.7) از یک مدل تصادفی زمان ـ پیوسته برای یافتن میزان بهینه سرمایه‌گذاری و سرمایه بانک استفاده کرده‌اند. *موکودم پیترسون* و *پیترسون* (Mukuddem-Petersen & Petersen, 2006,

p.31)، برای حداقل‌کردن ریسک بازار و ریسک کفایت سرمایه بانک از روش کنترل بهینه تصادفی استفاده کرده‌اند و یک سبد بهینه برای تسهیلات اعطایی بانک پیشنهاد داده‌اند. شاید بتوان گفت نزدیک‌ترین مطالعه به تحقیق پیش‌رو *موکودم پیترسون* و همکاران (Mukuddem-Petersen et al., 2007, p.4) است که در آن از روش بهینه‌سازی پویای تصادفی استفاده شده تا مطلوبیت سپرده‌گذاری نسبت به تغییرهای تصادفی اعطای تسهیلات در بانک حداکثر شود. آنها در این مطالعه تغییرهای اعطای تسهیلات در بانک را یک متغیر تصادفی در نظر گرفته‌اند که از فرایند پرش ـ انتشار تبعیت می‌کند؛ زیرا این فرایند هم می‌تواند نوسان‌های تصادفی اعطای تسهیلات در بانک را نشان دهد و هم تغییرهای پرش‌گونه ناشی از مطالبه‌های معوق را پوشش می‌دهد.

بهینه‌سازی پویای تصادفی در نظام بانکی

۱. بهینه‌سازی در بانکداری متعارف

در بانکداری متعارف، بانک‌ها در جایگاه واسطه‌های مالی از سرمایه‌های خود در کنار منابع سپرده‌گذاران برای وام‌دهی به مشتریان خود استفاده می‌کنند. برای یک بانک نوعی در زمان t، اگر سرمایه بانک را با C_t، سپرده‌های بانک را با D_t، وام‌های بانک را با L_t، اوراق قرضه و اوراق خزانه‌ی خریده شده را با T_t و تمام ذخیره‌های قانونی و احتیاطی بانک در حساب بانک مرکزی را با R_t، نشان دهیم، آن‌گاه می‌توانیم فرمول اصلی مربوط به دارایی‌ها، بدهی‌ها و سرمایه بانک را به شکل معادله ۱ بنویسیم:

$$C_t + D_t = L_t + T_t + R_t \qquad (۱)$$

معادله ۱ از ترازنامه بانک حاصل می‌شود که نشان می‌دهد که سرمایه بانک به همراه سپرده‌های بانک به‌عنوان بدهی اصلی بانک باید با مجموع انواع دارایی‌های بانک برابر باشد. اگر فضای احتمال فیلترشده $(\Omega, F, F_t \geq 0, P)$ را در نظر بگیریم، می‌توانیم فرایند وام‌دهی در بانک را به شکل فرایند تصادفی پرش ـ انتشار به‌صورت معادله ۲ معرفی کنیم:

$$dL_t = (C_t + D_t - T_t - R_t)dt + \sigma_t L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \qquad (۲)$$

که در آن σ_t انحراف معیار وام‌دهی در بانک، W_t فرایند وینر (Wiener Stochastic Process) یا حرکت براونی (Brownian Motion) استاندارد، ν_t میانگین میزان

معوق‌شدن نسبت به تمام مطالبه‌ها در هر بار معوق‌شدن وام‌ها و P_t یک فرایند پواسن (Poisson Process) با پارامتر λ_t است. فرض تبعیت تغییرهای وام‌دهی در نظام بانکی از فرایند تصادفی پرش ـ انتشار به‌وسلیه *موکودم پیترسون* و همکاران (۲۰۰۷) نیز استفاده شده است با این تفاوت که در این مطالعه تغییرهای وام‌دهی به شکل معادله ۳ مطرح شده است:

$$dL_t = L_t[(r_t^L - c)dt + \sigma_t dW_t - \nu_t L_t dP_t] \qquad (۳)$$

به‌طوری که r_t^L نرخ بهره وام‌های اعطایی و c هزینه نهایی اعطای وام است. با وجود این معادله ۳ از نظر ریاضی مشکلی ندارد؛ اما از منطق اقتصادی کاملی تبعیت نمی‌کند. براساس این رابطه تغییرهای وام‌دهی با نرخ متوسط $r_t^L - c$ باید رشد کند؛ در حالی که این نرخ درآمد اعطای وام را نشان می‌دهد و علتی ندارد که میزان وام‌دهی با این نرخ رشد کند؛ بنابراین در مقاله پیش‌رو برای تغییرهای تصادفی وام‌دهی در صنعت بانکداری از معادله ۲ استفاده شده است که در آن متوسط رشد در طول زمان از رابطه ترازنامه بانک (معادله ۱) استخراج شده است.

براساس معادله ۲ تغییرهای وام‌دهی بانک از سه قسمت تشکیل شده است: الف) تغییرهای نظام‌مند که مربوط به تغییر متغیرهای ترازنامه‌ای بانک در طول زمان است. ب) تغییرهای مربوط به نوسان‌های تصادفی میزان وام‌دهی که با یک فرایند تصادفی حرکت براونی نشان داده شده است. ج) تغییرهای پرش‌گونه وام‌دهی ناشی از مطالبه‌های معوق در بانک که با یک فرایند تصادفی پواسن در نظر گرفته شده است. پارامتر λ معرف میانگین تعداد وام‌هایی است که در یک دوره معوق می‌شود. در این حالت اگر dP_t در زمان t مقدار یک را بگیرد، به این معنا است که در آن زمان وامی معوق شده و توان وام‌دهی بانک به میزان ضریب νL_t در آن زمان کاهش می‌یابد.

درآمد این بانک نوعی در زمان t از درآمد بهره وام‌های داده‌شده به مشتریان، r^L و درآمد بهره حاصل از اوراق قرضه و خزانه بانک، r^T، نتیجه می‌شود. بانک نیز باید بهره r^D را به سپرده‌گذاران پرداخت کند؛ بنابراین خالص درآمدهای بهره‌ای بانک را می‌توان به‌صورت معادله ٤ نوشت:

$$I_t = r^L L_t + r^T T_t - r^D D_t \qquad (٤)$$

در مدل حاضر فرض می‌شود بانک هیچ درآمد کارمزدی نداشته باشد و درآمدهای بانک فقط شامل درآمد بهره‌ای شود. برای محاسبه سود بانک، ساختار هزینه بانک نیز باید در نظر گرفته شود. فرض کنید ساختار هزینه غیربهره‌ای بانک در زمان t یک فرم درجه دوم بر حسب سپرده‌ها و وام‌ها به‌صورت معادله ۵ داشته باشد:

$$C_t = a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2, \qquad (۵)$$

که در آن (a_0, a_1, a_2, b_1, b_2) بردار پارامترهای ساختار هزینه بانک است. در نظرگرفتن این فرم درجه دوم به این علت است که به‌طور معمول برای فعالیت در سطوح مشخصی از جذب سپرده و اعطای تسهیلات هزینه‌های سخت‌افزاری و نرم‌افزاری یکسانی مورد نیاز است؛ بنابراین با افزایش میزان سپرده و تسهیلات، هزینه نهایی شکل نزولی دارد؛ اما از یک سطح مشخص به بعد، جذب سپرده و اعطای وام نیاز به هزینه‌های بیشتر به منظور ارتقای زیرساخت‌ها در بانک مانند افزایش تعداد شعبه‌ها یا ارتقای نرم‌افزارهای مورد استفاده را دارد. این امر باعث می‌شود که تغییرهای هزینه غیربهره‌ای در بانک نسبت به متغیر وام و سپرده شکل سهمی‌گونه‌ای داشته باشد که باید با یک فرم درجه دوم در مدل نشان داده شود.

حال می‌توانیم مسئله بهینه‌سازی تصادفی مورد نظر را برای تابع هدف $V(t, L_t)$ به‌صورت معادله ٦ بسازیم:

$$\max_{D_t} V(t, L_t) = \int_0^T e^{-\beta t}[r^L L_t + r^T T_t - r^D D_t - (a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2)]dt$$
$$s.t. \quad dL_t = (C_t + D_t - T_t - R_t)dt + \sigma_t L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \qquad (٦)$$

که در آن β نرخ تنزیل استفاده‌شده برای محاسبه ارزش حال سودهای آینده بانک است. این نکته را باید مورد توجه قرار داد که در مسئله بهینه‌سازی تصادفی بالا، L_t متغیر وضعیت و D_t متغیر کنترل است که در نتیجه تابع هدف را باید بر حسب D_t به شرط قید تصادفی برای L_t حداکثر کرد. نکته مهم دیگر درباره مسئله بهینه‌سازی پیش‌گفته این است که این مسئله تابع انتهایی ندارد؛ زیرا محاسبه‌های بانک در نظام بانکداری متعارف برای درآمدها و هزینه‌های بهره‌ای با نرخ‌های قطعی و مشخص در هر زمان انجام می‌شود؛ بنابراین در زمان انتهایی T درآمد محاسبه‌نشده ای وجود ندارد که به شکل تابع انتهایی در تابع هدف بانک اضافه شود. برای اینکه مدل معرفی‌شده در معادله ٦ را ساده‌تر کنیم، می‌توانیم با توجه به عملکرد بانک، روابط ذیل را برای C_t، T_t و R_t در نظر بگیریم:

$$C_t = \theta L_t \quad (۷)$$

$$T_t = \delta D_t \quad (۸)$$

$$R_t = \gamma D_t \quad (۹)$$

در حقیقت، رابطه ۷ نشان می‌دهد که بانک باید سطح سرمایه خود را در زمان t، برابر با درصد ثابتی از وام‌های خود در همان زمان نگه دارد. اگر به جای وام از دارایی‌های موزون‌شده براساس ریسک استفاده کنیم، نسبت θ همان نسبت کفایت سرمایه است که به‌وسیله مؤسسه‌های ناظر تعیین می‌شود. در این مدل ساده، بانک فقط دو نوع دارایی دارد: الف) اوراق قرضه یا اوراق خزانه که وزن ریسک آنها صفر است؛ ب) وام‌های بانک که فرض شده همه به‌طور کامل ریسکی هستند و وزن ریسک آنها ۱۰۰ درصد است. به این ترتیب در مدل حاضر نیز θ می‌تواند جایگاه نسبت کفایت سرمایه را داشته باشد. رابطه ۸ مدیریت نقدینگی را برای بانک در زمان t نشان می‌دهد که در آن بانک ملزم است نسبت ثابتی از سپرده‌های خود را به‌عنوان اوراق قرضه یا خزانه نگه‌داری کند. در آخر براساس رابطه ۹ بانک γ درصد از سپرده‌های خود در زمان t را در بانک مرکزی به شکل ذخیره‌های قانونی و احتیاطی نگه‌داری می‌کند.

با در نظر گرفتن این محدودیت‌ها، می‌توانیم مسئله بهینه‌سازی تصادفی را به‌صورت معادله ۱۰ بازنویسی کنیم:

$$\max_{D_t} V(t,L_t) = \int_0^T e^{-\beta t}[r^L L_t + (r^T\delta - r^D)D_t - (a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2)]dt$$
$$s.t.\ \ dL_t = (\theta L_t + (1-\delta-\gamma)D_t)dt + \sigma_t L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \quad (۱۰)$$

با حل مسئله بهینه‌سازی تصادفی مطرح‌شده در معادله ۱۰ از روش همیلتن ـ جاکوبی ـ بلمن، و ساده‌سازی مسئله با در نظر گرفتن $M = (r^T\delta - r^D)$ و $N = (1-\delta-\gamma)$، مقادیر بهینه D_t در طول زمان به شکل معادله ۱۱ به‌دست می‌آید (برای جزئیات بیشتر به پیوست ۱ مراجعه کنید):

$$D_t = \frac{NA_1 + (M - a_1)}{2a_2} + \frac{NA_2}{a_2} L_t \quad (۱۱)$$

که در آن A_1 و A_2 دو پارامتر با مقادیری به شکل معادله‌های ۱۲ و ۱۳ هستند:

$$A_1 = \frac{a_2(r^L - b_1) + A_2 N(M - a_1)}{a_2(\beta - \theta + \lambda\nu) - A_2 N^2} \qquad (۱۲)$$

(۱۳)

$$A_2 = \frac{a_2[(\sqrt{(2\theta - \beta + \sigma^2 + \lambda\nu(\nu-2))^2 + \frac{4b_2 N^2}{a_2}}) - (2\theta - \beta + \sigma^2 + \lambda\nu(\nu-2))]}{2N^2}$$

با جاگذاری مقدار بهینه D_t از معادله ۱۱ در قید تصادفی معادله ۱۰ به معادله دیفرانسیل تصادفی بر حسب L_t به شکل معادله ١٤ می‌رسیم:

$$dL_t = (\frac{N^2 A_1 + N(M - a_1)}{2a_2} + \frac{\theta a_2 + N^2 A_2}{a_2} L_t)dt + \sigma L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \qquad (١٤)$$

حل معادله دیفرانسیل تصادفی پیشین به مسیر بهینه اعطای تسهیلات در نظام بانکداری متعارف می‌انجامد. از آنجا پاسخ ریاضیاتی این معادله دیفرانسیل تصادفی به سختی قابل دست‌یابی است؛ ما از روش شبیه سازی برای حل این معادله در بخش ٤ استفاده خواهیم کرد.

۲. بهینه‌سازی در بانکداری اسلامی

به‌منظور معرفی مسئله بهینه‌سازی در نظام بانکداری اسلامی باید ویژگی‌های اصلی این نظام بانکداری را در نظر بگیریم. با در نظر گرفتن مفروضات یکسانی مانند بخش ۲ درباره فضای احتمال و نیز نمادهای مشابه، می‌توانیم معادله ۲ برای تغییرهای تصادفی اعطای تسهیلات در نظام بانکداری اسلامی را به‌صورت معادله ۱۵ بازنویسی کنیم:

$$dL_t = (D_t - T_t - R_t)dt + \sigma_t L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \qquad (۱۵)$$

آنچه در معادله ۱۵ برای تغییرهای تصادفی فرایند اعطای تسهیلات در بانکداری اسلامی در نظر گرفته‌ایم، تفاوت‌هایی اساسی با آنچه در معادله ۲ برای بانکداری متعارف بیان شد دارد؛ اولاً، عبارت سرمایه بانک در معادله ۱۵ وجود ندارد؛ زیرا در نظام بانکداری اسلامی، بانک فقط وکیل سپرده‌گذاران است؛ بنابراین منابع آن نیز باید فقط براساس پول سپرده‌گذاران باشد؛ در نتیجه شروط مربوط به کفایت سرمایه برای بانک اسلامی بی‌معناست. اگر به هر علت بانک بخواهد با استفاده از منابع خود به ارائه تسهیلات در

قالب عقدهای مشارکتی یا مبادله‌ای بپردازد، وی نیز شرایطی مشابه با دیگر سپرده‌گذاران دارد و باید نسبت به منابع آورده، از سودوزیان حاصل از فعالیت‌ها بهره‌مند شود.

تفاوت دیگر این است که از آنجا که هیچ‌گونه اوراق قرضه یا خزانه در مدل بانکداری اسلامی وجود ندارد، T_t در معادله ۱۵ مقدار پولی است که بانک برای خرید اوراق با درآمد ثابت اسلامی مانند صکوک تخصیص می‌دهد و با نرخ r^T سود کسب می‌کند. باز به‌علت ساده‌سازی، فرض می‌کنیم که هر دوی T_t و R_t به‌عنوان نسبت ثابتی از D_t به ترتیب به شکل $T_t = \delta D_t$ و $R_t = \gamma D_t$ تعیین شوند.

از دیگر تفاوت‌های اصلی مدل بهینه‌سازی تصادفی در نظام بانکداری اسلامی با بانکداری متعارف این است که تابع هدف در مدل بانکداری اسلامی مربوط به سپرده‌گذاران است و بانک در جایگاه وکیل در حداکثرسازی آن می‌کوشد؛ زیرا بانک در این مدل، مالک سپرده‌ها نمی‌شود. در تبیین این تابع هدف مانند نظام بانکداری متعارف در بخش ۲ باید درآمدها و هزینه‌ها را مشخص کنیم. در این قسمت فرض می‌شود بانک دو نوع تسهیلات اعطا می‌کند که سپرده‌گذاران می‌توانند محل مصرف منابع خود در هر کدام از این فعالیت‌ها را براساس درجه ریسک‌پذیری مشخص کنند. نوع اول، اعطای تسهیلات براساس عقدهای مبادله‌ای که ریسک کمی دارد و نوع دوم اعطای تسهیلات براساس عقدهای مشارکتی است که ریسک بیشتری دارد. سپرده‌گذاران نیز در یک انتخاب میانی می‌توانند مشخص کنند چه بخش از وجوه آنها در هر یک از انواع تسهیلات استفاده شود و به همان نسبت از منافع پدید آمده در هر قسمت بهره‌مند شوند. فرض می‌کنیم سرانجام پس از بررسی تمایل‌های سپرده‌گذاران، بانک اسلامی α درصد از تسهیلات خود را به قراردادهای با سود ثابت مانند مرابحه اختصاص دهد. فرض می‌کنیم نرخ سود این نوع تسهیلات پس از کسر حق‌الوکاله بانک r^F باشد. برای قراردادهای مشارکتی که $(1-\alpha)$ درصد از تسهیلات را تشکیل می‌دهد، فرض می‌کنیم بانک اسلامی مجموعه‌ای از پروژه‌های مشارکتی را در صنایع گوناگون دارد، به‌طوری که برای آنها یک حداقل نرخ سود مورد انتظار را محاسبه و پس از کسر حق‌الوکاله به مشتریان پرداخت می‌کند (نرخ r^M). در پایان دوره، زمانی که قرارداد مشارکت تمام می شود، نرخ واقعی سود مشارکت، r^R محاسبه می‌شود و با سپرده‌گذاران تسویه حساب صورت می‌گیرد. نکته مهم این است که

نرخ سود واقعی r^R می تواند بیشتر یا کمتر از نرخ مورد انتظار r^M باشد یا حتی در مواردی که پروژه زیان‌ده است، این نرخ می‌تواند منفی شود.

پس از این توضیح درباره منابع درآمدی نظام بانکداری اسلامی و با در نظرگرفتن فرض‌هایی مشابه بخش ۲ برای ساختار هزینه‌ای بانک می‌توانیم مسئله بهینه‌سازی تصادفی برای بانکداری اسلامی را به‌صورت معادله ۱۶ بیان کنیم:

$$\max_{D_t} V(t,L_t)=\int_0^T e^{-\beta t}(\alpha r^F L_t+(1-\alpha)r^M L_t+\delta r^T D_t-(a_0+a_1D_t+a_2D_t^2+b_1L_t+b_2L_t^2))dt \quad (16)$$
$$+(1-\alpha)e^{-\beta T}[(1+(r^R-r^M))^T-1]L_T \; s.t. \; dL_t=((1-\delta-\gamma)D_t)dt+\sigma_t L_t dW_t-\nu_t L_t dP_t.$$

برخلاف بانکداری متعارف در بانکداری اسلامی دریافت سود از تسهیلات‌گیرنده و پرداخت آن به صاحب سپرده با نرخ‌های قطعی در هر دوره انجام نمی‌شود؛ بنابراین بخشی از تابع هدف در انتهای دوره زمانی مسئله؛ یعنی در زمان T محقق می‌شود. به همین علت در تابع هدف معادله ۱۶ درآمد قطعی ناشی از بخشی از تسهیلات که در قالب مشارکت اعطا شده است $(1-\alpha)L_t$، براساس تفاضل نرخ سود قطعی و علی‌الحساب پرداختی برای تمام دوره زمانی $[(1+(r^R-r^M))^T-1]$، به‌عنوان تابع پایانی لحاظ شده است. با استفاده از این ویژگی که تابع هدف در زمان پایانی $V(T,L_T)$ با تابع انتهایی برابر است (Hanson, 2007, p.174) و با توجه به اینکه در زمان پایانی فقط قسمتی از تسهیلات که در پروژه‌های مشارکتی استفاده شده‌اند، تسویه نشده است، معادله ۱۷ به‌دست می‌آید:

$$V(T,(1-\alpha)L_T)=(1-\alpha)e^{-\beta T}[(1+(r^R-r^M))^T-1]L_T \quad (17)$$

رابطه ۱۷ کمک می‌کند تا رابطه میان نسبت اختصاص داده‌شده به تسهیلات مشارکتی و میزان سودآوری نهایی این پروژه‌ها در حالت بهینه را بررسی کنیم. حل مدل بانکداری اسلامی به روشی مشابه با بانکداری متعارف مقدار بهینه D_t را به‌صورت ذیل به‌دست می‌دهد:

$$D_t=\frac{NA_1+(M-a_1)}{2a_2}+\frac{NA_2}{a_2}L_t \quad (18)$$

که در آن $M=(r^T\delta)$ و $N=(1-\delta-\gamma)$ است. با مقایسه معادله ۱۱ و ۱۸ متوجه می‌شویم که مقدار بهینه در نظام بانکداری اسلامی شبیه به نظام بانکداری متعارف به‌نظر می‌رسد به استثنای مقدار M که در این دو نوع نظام متفاوت است.

این موضوع مقایسه نتیجه‌های مربوط به این دو نوع نظام را آسان‌تر خواهد کرد. باید دقت شود مقادیر A_1 و A_2 نیز در بانکداری اسلامی از مقادیر متناظرشان در بانکداری متعارف متفاوت و به شکل معادله ۱۹ و ۲۰ هستند.

$$A_1 = \frac{a_2(\alpha r^F + (1-\alpha) r^M - b_1) + A_2 N(M - a_1)}{a_2(\beta + \lambda\nu) - A_2 N^2} \qquad (۱۹)$$

$$A_2 = \frac{a_2[(\sqrt{(\sigma^2 - \beta + \lambda\nu(\nu-2))^2 + \frac{4b_2 N^2}{a_2}}) - (\sigma^2 - \beta + \lambda\nu(\nu-2))]}{2N^2} \qquad (۲۰)$$

با جاگذاری معادله ۱۸ در قید تصادفی معادله ۱۶ به یک معادله دیفرانسیل تصادفی به شکل معادله ۲۱ برای فرایند اعطای تسهیلات در بانکداری اسلامی می‌رسیم:

$$dL_t = (\frac{N^2 A_1 + N(M - a_1)}{2a_2} + \frac{N^2 A_2}{a_2} L_t)dt + \sigma L_t dW_t - \nu L_t dP_t \qquad (۲۱)$$

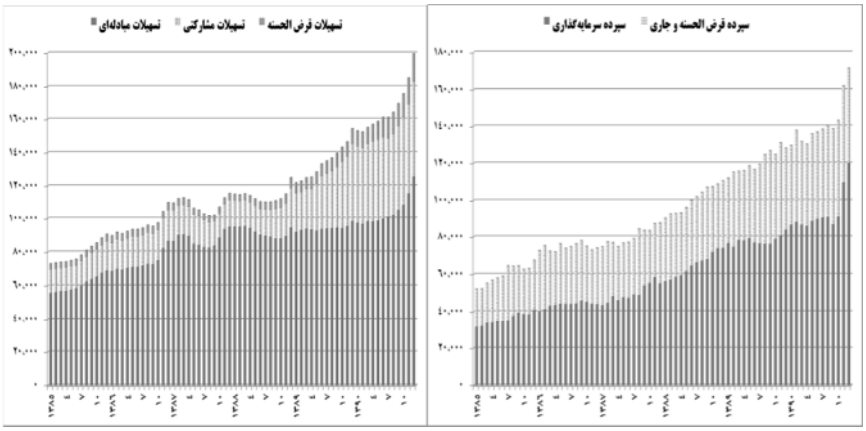
شبیه‌سازی معادله‌های ۱۴ و ۲۱ به ترتیب مسیر بهینه اعطای تسهیلات در مدل بانکداری متعارف و بانکداری اسلامی را به‌دست می‌دهد. با قرار دادن مقادیر بهینه اعطای تسهیلات در معادلات ۱۱ و ۱۸ مسیر بهینه جذب سپرده نیز در این‌دو نظام بانکداری به‌دست خواهد آمد. در بخش ۳ کوشیده می‌شود پارامترهای مورد نیاز در این معادله‌ها از داده‌های نظام بانکی کشور استخراج شود تا امکان شبیه‌سازی این معادله‌ها فراهم شود.

معرفی داده‌های بانک و تخمین ضرایب

برای استخراج پارامترهای مورد نیاز در مدل بهینه‌سازی تصادفی از داده‌های ماهانه مربوط به یکی از بانک‌های فعال در کشور طی دوره سال ۱۳۸۵ ـ ۱۳۹۰ استفاده شده است. در شکل ۱ منابع اصلی بانک؛ یعنی سپرده‌های مردمی (به تفکیک قرض‌الحسنه، جاری و سرمایه‌گذاری) و مهم‌ترین مصارف بانک؛ یعنی تسهیلات اعطایی غیردولتی (به تفکیک قرض‌الحسنه، مبادله‌ای و مشارکتی) در دوره مورد نظر نشان داده شده است. براساس شکل ۱ با وجود اینکه بخش قابل ملاحظه‌ای از منابع بانک سپرده‌های قرض‌الحسنه و جاری است، سهم کمی از تسهلات به قرض‌الحسنه اختصاص یافته است.

با توجه به اطلاعات ترازنامه‌ای و سودوزیان بانک این امکان وجود دارد تا پارامترهای مورد نظر برای مدل بهینه‌سازی تصارفی را در چهار بخش ذیل مورد بررسی قرار دهیم.

شکل ۱: منابع و مصارف اصلی بانک (میلیارد ریال)



۱. پارامترهای مربوط به فرایندهای تصادفی و نرخ تنزیل

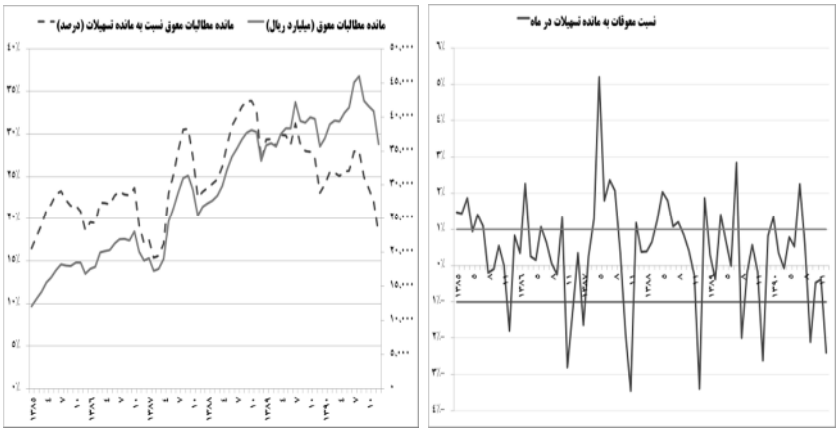
میزان نوسان‌های تسهیلات در بانک که در مدل تصادفی با σ نشان دادیم یکی از پارامترهایی است که باید درباره بانک محاسبه شود. براساس اطلاعات مربوط به تسهیلات اعطایی در بانک که در شکل ۱ نشان داده شد با محاسبه میانگین تسهیلات در سال‌های ۱۳۸۵ ـ ۱۳۹۰ و یافتن قدر مطلق نسبت انحراف هر مشاهده از میانگین، می‌توان پارامتر σ را به‌دست آورد. میزان به‌دست آمده برای این پارامتر ۱۹.۱ درصد است. این رقم به این معناست که به‌طور متوسط در دوره مورد بررسی میزان تسهیلات در بانک ۱۹.۱ درصد بالاتر یا پایین‌تر از میانگین خود نوسان داشته است. از حاصل ضرب این نسبت در L_t میزان عددی نوسان‌ها به‌دست می‌آید و dW_t نیز جهت حرکت نوسان‌ها را مشخص می‌کند؛ بنابراین جمله تصادفی $\sigma L_t dW_t$ می‌تواند به خوبی نوسان‌های تصادفی تغییرهای فرایند اعطای تسهیلات در بانک را نشان دهد.

بخش مربوط به تغییرهای جهشی فرایند اعطای تسهیلات در مدل تصادفی با $\nu L_t dP_t$ نشان داده شده است که در آن مطالبه‌های معوق به‌صورت حاصل ضرب L_t در پارامتر ν است؛ بنابراین دوباره مانند حالت پیش پارامتر ν باید نسبتی از کل تسهیلات اعطایی در

نظر گرفته شود. بر این اساس پارامتر ν نسبت میزان معوق‌شدن تسهیلات به کل تسهیلات اعطایی را نشان می‌دهد. به این ترتیب اگر dP_t یک باشد؛ یعنی در زمان مورد نظر تسهیلات معوق شده باشد، به میزان νL_t از تمام تغییرهای اعطای تسهیلات کسر می‌شود و اگر dP_t صفر باشد، عددی بابت مطالبه‌های معوق از تغییرهای اعطای تسهیلات کسر نمی‌شود؛ اما همان‌طور که در بخش ۲ بررسی کردیم اینکه در چه زمان‌هایی فرایند تصادفی پواسون به نشانه معوق‌شدن تسهیلات یک می‌شود و در چه زمان‌هایی عدد صفر را اختیار می‌کند به پارامتر λ یا میانگین تعداد معوق‌شدن در دوره مورد بررسی وابسته است؛ بنابراین در بخش مربوط به تغییرهای جهشی اعطای تسهیلات یا فرایند تصادفی پواسون باید دو پارامتر ν و λ را که به ترتیب نسبت میزان معوق‌شدن به کل تسهیلات در هر بار معوق‌شدن و میانگین تعداد معوق‌شدن در دوره مورد بررسی هستند را برای داده‌های بانک استخراج کنیم.

با توجه به تعداد فراوان تسهیلات اعطایی در بانک امکان بررسی یک‌به‌یک این تسهیلات وجود ندارد؛ بنابراین برای محاسبه پارامترهای ν و λ باید از مقادیر جانشین استفاده کنیم. در شکل ۲ نسبت مانده مطالبه‌های معوق بانک به کل تسهیلات و نسبت میزان معوقات هر ماه به کل تسهیلات مورد بررسی قرار گرفته است. بر این اساس در پایان سال ۱۳۹۰ نرخ مطالبه‌های معوق بانک؛ یعنی نسبت مانده مطالبه‌های معوق به کل تسهیلات اعطای ۱۸ درصد است.

شکل ۲: نسبت مطالبه‌های معوق هر ماه و مانده مطالبه‌های معوق به مانده تسهیلات



در شکل ۲ مرز مثبت یک درصد و منفی یک درصد را برای ماه‌هایی که مطالبه‌های معوق در آنها تغییرهای فراوانی داشته، انتخاب شده است. به این ترتیب مشخص می‌شود از ۷۲ ماه مورد بررسی در ۲٤ ماه نسبت معوقه‌های ماه به کل تسهیلات بالای یک درصد است؛ به این معنا که در هر کدام از این ۲٤ ماه بیش از یک درصد کل تسهیلات بانک معوق شده است و در ۱۱ ماه نیز این نسبت زیر منفی یک درصد است؛ یعنی در هر کدام از این ۱۱ ماه مبلغ مطالبه‌های معوق وصول‌شده بیش از یک درصد از کل مانده تسهیلات بوده است. میانگین این نسبت در ۳۵ ماه پیش‌گفته ۰.٤۸ درصد است. به این ترتیب می‌توان این‌گونه نتیجه گرفت که در دوره ۷۲ ماهه مورد بررسی تعداد معوقه‌ها ۳۵ بار بوده و در هر بار معوق‌شدن به‌صورت میانگین ۰.٤۸ درصد از کل تسهیلات بانک معوق شده است؛ به عبارت دیگر می‌توان گفت در دوره مورد بررسی مقدار پارامترهای ν و λ به ترتیب ۰.٤۸ درصد و ۳۵ بار است. برای حصول اطمینان از این روش اگر نرخ ۰.٤۸ درصد تعیین‌شده را به‌صورت مرابحه مرکب به تعداد ۳۵ بار رشد دهیم، همان ۱۸ درصد نرخ مطالبه‌های معوق سال ۱۳۹۰ حاصل می‌شود؛ یعنی اگر تسهیلات اعطایی بانک ۳۵ بار معوق شود و در هر بار ۰.٤۸ درصد از تسهیلات معوق شود، در پایان دوره ۱۸ درصد از کل تسهیلات بانک معوق شده است.

با توجه به اینکه براساس آمار بانک مرکزی طی دوره سال‌های ۱۳۸۵ ـ ۱۳۹۰ نرخ سود سپرده‌های بلندمدت به‌عنوان نرخ سود بدون ریسک در اقتصاد بین ۱٦ ــ ۲۰ درصد بوده است با در نظر گرفتن میانگین این نرخ و اضافه‌کردن چند درصد به‌عنوان صرف ریسک، به‌نظر می‌رسد جای‌گذاری نرخ ۲۰ درصد سالانه یا ۱.۵۳ درصد ماهانه به‌عنوان نرخ تنزیل برای مدل مناسب باشد. جدول ۱ پارامترهای مربوط به فرایندهای تصادفی و نرخ تنزیل که برای بانک استخراج شده را به‌طور خلاصه نشان می‌دهد.

جدول ۱: پارامترهای مربوط به فرایندهای تصادفی و نرخ تنزیل

پارامتر	توضیح	مقدار برای بانک
σ	نوسانات اعطای تسهیلات	۰.۱۹۱
λ	متوسط تعداد تسهیلات معوق در دوره	۳۵
ν	نسبت اندازه معوق به کل مطالبه‌ها در هر مورد معوق‌شدن	۰.۰۰٤۸
β	نرخ تنزیل	۰.۰۱۵۳

۲. پارامترهای مربوط به نرخ‌های سود

پس از استخراج آمار ماهانه مربوط به سود دریافتی از تسهیلات و سود پرداختی به سپرده‌ها و میانگین‌گیری از آن در دوره زمانی سال‌های ۱۳۸۵ ـ ۱۳۹۰ مشخص می‌شود برای پارامتر مربوط به نرخ سود ماهانه دریافتی از تسهیلات باید عدد ۱.۰۶ درصد و برای نرخ سود ماهانه پرداختی به سپرده‌ها باید عدد ۰.۵۵ درصد قرار داده شود.

باید توجه داشته باشیم این نرخ‌ها پایین‌تر از نرخ‌های واقعی است که بانک براساس آن فعالیت می‌کند؛ زیرا ارقام مربوط به سپرده‌ها و تسهیلات قرض‌الحسنه نیز در این نسبت‌گیری وارد شده‌اند. این امر پرهیزناپذیر است؛ زیرا بانک از سپرده‌های قرض‌الحسنه در ارائه تسهیلات سودآور نیز استفاده کرده است؛ بنابراین امکان حذف همزمان تسهیلات و سپرده‌های قرض‌الحسنه از تحلیل وجود ندارد؛ اما این مسئله اشکالی را در محاسبه‌ها پدید نخواهد آورد؛ زیرا سرانجام قرار است از حاصل ضرب این نرخ‌ها در مانده تسهیلات و سپرده‌ها سودهای دریافتی و پرداختی به‌دست آید که در آن زمان نیز کل تسهیلات و سپرده‌ها لحاظ می‌شوند.

برای تکمیل‌شدن پارامترهای مربوط به نرخ‌های اعطای تسهیلات و سپرده‌گیری فقط تعیین مقدار پارامتر مربوط به نرخ سود اوراق با درآمد ثابت باقی مانده است. با توجه به اینکه در دوره مورد بررسی نرخ سود علی‌الحساب اوراق مشارکت و صکوک از ۱۶ ــ ۲۰ درصد در نوسان بوده است، به‌نظر می‌رسد نرخ سود سالانه ۱۸ درصد یا ۱.۳۹ درصد ماهانه برای این اوراق مناسب باشد. به این ترتیب می‌توان پارامترهای مربوط به این بخش را در جدول ۲ خلاصه کرد.

جدول ۲: پارامترهای مربوط به نرخ‌های سود

پارامتر	توضیح	مقدار برای بانک
r^L	نرخ سود تسهیلات	۰.۰۱۰۶
r^D	نرخ سود سپرده‌ها	۰.۰۰۵۵
r^T	نرخ سود اوراق مشارکت	۰.۰۱۳۹

۳. پارامترهای ساختار هزینه‌ای

درباره ساختار هزینه‌ای بانک در بخش ۲ فرض کردیم هزینه‌های بانک از شکل تابعی درجه دوم نسبت به سپرده‌ها و تسهیلات به‌صورت $C(t) = a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2$ تبعیت کند. در این قسمت با استفاده از داده‌های بانک می‌کوشیم پارامترهای مربوط به این رابطه تخمین زده و از آنها در مدل تصادفی معرفی‌شده استفاده کنیم. به این منظور از داده‌های مربوط به هزینه کل، مانده سپرده‌ها و مانده تسهیلات به شکل ماهانه در دوره مورد نظر استفاده شده است. با توجه به اینکه آمار مربوط به مانده سپرده‌ها و تسهیلات به‌صورت تجمیعی ارائه می‌شوند، داده‌های مربوط به هزینه‌های بانک نیز به شکل تجمیعی تبدیل شده است تا مدل تخمینی روی آن دقیق باشد.

نتیجه‌هایی که نرم‌افزار Eviews از تخمین رابطه هزینه‌ای مورد نظر ارائه می‌دهد، در جدول ۳ نشان داده شده است. بر این اساس از میان چهار متغیری که در رابطه وجود دارد فقط دو متغیر L_t^2 و D_t^2 معنادار هستند یا به عبارت دیگر ضرایب مربوط به متغیرهای L_t و D_t در رابطه هزینه‌ای صفر است.

جدول ۳: نتیجه‌های حاصل از تخمین پارامترهای رابطه هزینه‌ای بانک

پارامتر	مقدار تخمین زده‌شده	t آماره	P مقدار
a_0	+۱۲e −۱.۲۳	−۱.٤۷	۰.۱٤
a_2	−۱٥e ۲.٦۰	۹.٤۳	۰.۰۰
b_2	−۱٦e ٤.۲۸	۲.۱۱	۰.۰٤
R^2	۰.۹٦	F آماره	٤۰۲
$Durbin - Watson$	۱.۲۷	P مقدار	۰.۰۰

۴. پارامترهای سیاست‌گذاری

بررسی نسبت سرمایه بانک به تسهیلات اعطایی و نسبت ذخیره‌ها نزد بانک مرکزی به سپرده‌ها نشان می‌دهد در دوره مورد بررسی بانک به‌طور میانگین ۱۱ درصد از کل تسهیلات اعطایی را به‌صورت سرمایه نگه‌داری کرده و نسبت ذخیره‌های بانک به کل

سپرده‌ها طی این دوره به‌طور میانگین ۱۳.٥٤ درصد بوده است؛ یعنی دو پارامتر θ و γ به ترتیب مقادیر ۱۱ و ۱۳.٥٤ درصد را در مدل خواهند داشت.

میانگین نسبت تسهیلات اعطایی در قالب عقدها نیز با بازدهی ثابت به کل تسهیلات و نسبتی از سپرده‌های بانک که به‌صورت اوراق با درآمد ثابت مانند اوراق مشارکت نگه‌داری می‌شود؛ یعنی پارامترهای α و δ، به ترتیب ۷۳.۱ و ۰.۸٥ درصد است. در جدول ٤ مقادیر مربوط به پارامترهای سیاست‌گذاری برای بانک به شکل خلاصه نشان داده شده است.

جدول ٤: پارامترهای سیاست‌گذاری

پارامتر	توضیح	مقدار برای بانک
θ	نسبت سرمایه به تسهیلات اعطایی	۰.۱۱۰
α	نسبت تسهیلات با بازدهی ثابت به کل تسهیلات	۰.۷۳۱
δ	نسبت اوراق با درآمد ثابت به سپرده‌ها	۰.۰۰۸
γ	نسبت ذخیره‌های نزد بانک مرکزی به سپرده‌ها	۰.۱۳٥

شبیه‌سازی معادله‌های دیفرانسیل تصادفی و تحلیل نتیجه‌ها

با قرار دادن پارامترهای استخراج‌شده برای بانک در معادله‌های دیفرانسیل ١٤ و ٢١، مسیر بهینه پیشنهادی مدل‌های بانکداری اسلامی و متعارف برای ارائه تسهیلات در بانک به‌دست می‌آید. به این ترتیب می‌توان با مقایسه مسیرهای بهینه پیشنهادی با مسیر واقعی متغیرها مشخص کرد عملکرد نظام بانکی در کشور به کدام‌یک از انواع بانکداری نزدیک‌تر است.

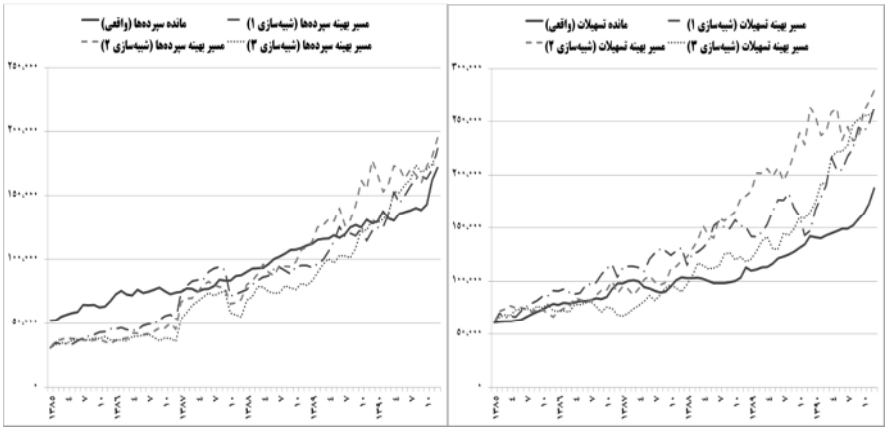
با توجه به اینکه حل معادله‌های دیفرانسل تصادفی پرش ـ انتشار و یافتن پاسخ دقیق برای آنها در بسیاری از موارد به سختی امکان‌پذیر است، در این قسمت از روش شبیه‌سازی اویلر ـ مرویاما برای حل این معادله‌ها و دست‌یابی به مسیر بهینه ارائه تسهیلات و سپرده‌گذاری در دو نظام بانکداری استفاده می‌کنیم. در این روش که در پیوست ۲ به تفصیل توضیح داده شده است، فرایندهای وینر و پواسون به‌صورت مجزا در بازه‌های زمانی کوچک ساخته می‌شوند و با استفاده از آنها مسیر معادله دیفرانسیل پرش ـ انتشار

به‌دست می‌آید. تمام شبیه‌سازی‌های انجام‌شده در مقاله پیش‌رو با استفاده از نرم‌افزار Matlab صورت گرفته است.

۱. شبیه‌سازی با استفاده از مدل بانکداری متعارف

با قراردادن پارامترهای استخراج‌شده برای بانک در معادله ١٤ و شبیه‌سازی آن، می‌توان مسیر بهینه پیشنهادی مدل بانکداری متعارف برای اعطای تسهیلات را در دوره مورد نظر به‌دست آورد؛ سپس با قرار دادن مقادیر بهینه تسهیلات در معادله ۱۱ مسیر بهینه جذب سپرده نیز به‌دست خواهد آمد. برای شبیه‌سازی مسیر بهینه تسهیلات باید مقادیر عددی اجزای تصادفی معادله‌ها؛ یعنی dW_t و dP_t را با استفاده از اعداد تصادفی پدیدآمده از توزیع‌های نرمال و یک‌نواخت به‌دست آوریم. به همین علت امکان شبیه‌سازی بی‌نهایت مسیر بهینه وجود دارد؛ زیرا با هر بار یک بردار از اعداد تصادفی، می‌توان مسیری بهینه مرتبط با آن به‌دست آورد. این مسیرهای بهینه روند حرکتی یکسانی دارند و فقط در میزان نوسان‌ها و جهش‌ها با هم متفاوت‌اند. در شکل ۳ مانده تسهیلات و سپرده‌های واقعی در بانک با مقادیری که از سه بار شبیه‌سازی مسیر بهینه برای تسهیلات و سپرده‌ها به‌دست آمده، مقایسه شده است.

شکل ۳: مقایسه مسیرهای واقعی با مسیرهای بهینه پیشنهادی مدل بانکداری متعارف



بر این اساس مسیرهای بهینه شبیه‌سازی‌شده برای سپرده‌ها در دوره زمانی مورد بررسی تقریباً با روندهای واقعی در بانک برابر است؛ اما به‌نظر می‌رسد درباره تسهیلات اعطایی

بانک، هرچه به سال‌های آخر نزدیک‌تر می‌شویم، مسیرهای بهینه مقادیری بیشتر از آنچه در حقیقت رخ داده را پیشنهاد می‌دهند.

۲. شبیه‌سازی با استفاده از مدل بانکداری اسلامی

اگر پارامترهای بانک را در معادله ۲۱ قرار دهیم می‌توانیم مسیر بهینه اعطای تسهیلات در مدل بانکداری اسلامی را شبیه‌سازی کنیم؛ سپس با استفاده از معادله ۱۸ مسیر بهینه جذب سپرده نیز در این مدل به‌دست خواهد آمد. برای این منظور باید ابتدا تعدیل‌هایی را در پارامترها لحاظ کنیم تا امکان استفاده از مدل بانکداری اسلامی فراهم شود. درباره پارامترهای مربوط به فرایند تصادفی فقط تفاوت مدل بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف این است که در مدل بانکداری اسلامی مطالبه‌های معوق فقط درباره تسهیلات اعطایی در قالب عقدهای مبادله‌ای معنا پیدا می‌کند.

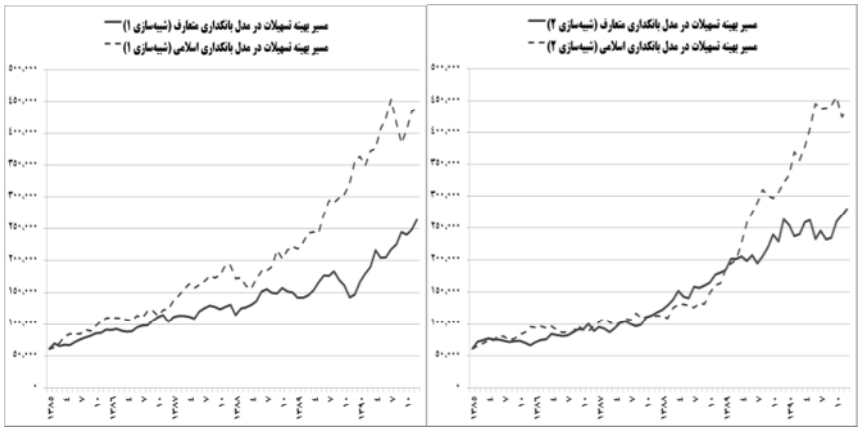
در بخش پارامترهای سیاست‌گذاری افزون بر پارامترهای گذشته، پارامتر α یا نسبت تسهیلات مبادله‌ای به کل تسهیلات را نیز مورد استفاده قرار می‌دهیم. مقدار این پارامتر برای بانک در بخش ۳ به میزان ۷۳.۱ درصد محاسبه شد. در بخش نرخ‌های سود نیز با توجه به اینکه در بانکداری اسلامی بانک در جایگاه وکیل از طرف سپرده‌گذار به ارائه تسهیلات با وجوه وی اقدام می‌کند، هر سودی که پدید آید بعد از کسر حق‌الوکاله برای سپرده‌گذار است. به این ترتیب در این الگو تعیین نرخ سود برای سپرده‌گذار معنا ندارد. در برابر در الگوی بانکداری اسلامی دو نوع نرخ سود برای تسهیلات قابل طرح است: الف) نرخ سود تسهیلات اعطایی برای عقدهای مبادله‌ای که در مدل ریاضی با r^F نشان داده شد. ب) نرخ سود علی‌الحساب تسهیلات مشارکتی که با r^M مشخص شد.

با توجه به اینکه آمار سود دریافتی از تسهیلات مبادله‌ای و سود علی‌الحساب مشارکتی در بانک به تفکیک در دسترس نیست امکان محاسبه ارقام واقعی برای این نرخ‌ها وجود ندارد؛ بنابراین به‌منظور فراهم‌ساختن شرایطی برای مقایسه نتیجه‌های مدل بانکداری اسلامی و متعارف می‌کوشیم مقادیری تقریباً مشابه با مدل بانکداری متعارف در بخش ۳ برای

این نرخ‌ها لحاظ کنیم (۱.۵ و ۲.۵ درصد به ترتیب برای نرخ‌های r^F و r^M)؛ اما این امکان وجود دارد تا با تغییر این نرخ‌ها نتیجه‌ها در حالت‌های گوناگون مورد ارزیابی قرار گیرند.

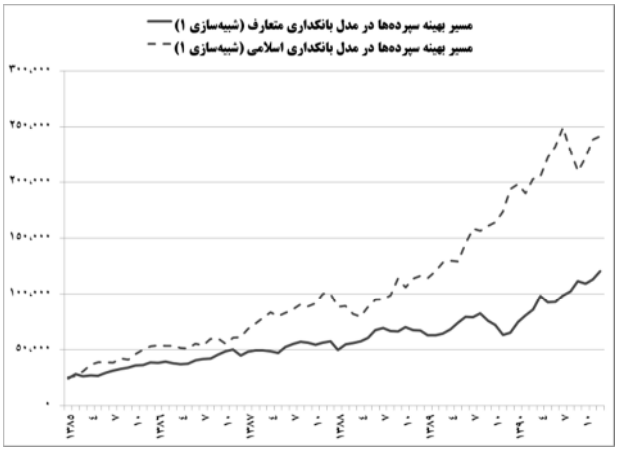
اگر با همان مقادیر تصادفی پیشین برای dW_t و dP_t با استفاده از مدل بانکداری اسلامی شبیه‌سازی را دوباره انجام دهیم، مسیر بهینه تسهیلات برای بانکداری اسلامی به‌دست خواهد آمد. در شکل ٤ مسیر بهینه تسهیلات اعطایی در مدل بانکداری متعارف با مدل بانکداری اسلامی برای شبیه‌سازی‌های ۱ و ۲ مقایسه شده است.

شکل ٤: مقایسه مسیرهای بهینه تسهیلات در مدل بانکداری اسلامی و متعارف



همان‌طور که در شکل ٤ مشخص است، مدل بانکداری اسلامی مسیر بالاتری را برای تسهیلات اعطایی بهینه در مقایسه با بانکداری متعارف ارائه می‌دهد؛ البته میزان این برتری در هر کدام از شبیه‌سازی‌ها متفاوت است. به این ترتیب اگر بانک مورد نظر بر مبنای مدل بانکداری اسلامی پیشنهادی عمل می‌کرد، حداکثرسازی تابع هدف که سود سپرده‌گذاران است، اقتضا می‌کرد در سطوح بالاتری از وضعیت فعلی به ارائه تسهیلات به مشتریان اقدام کند. درباره مسیر بهینه پیشنهادی برای جذب سپرده نیز مسیری که مدل بانکداری اسلامی ارائه می‌دهد در سطوح بالاتری نسبت به مدل بانکداری متعارف قرار دارد. در شکل ۵ به‌طور مثال، شبیه‌سازی ۱ در شکل ۳ برای مدل بانکداری اسلامی نیز به‌دست آمده و به این ترتیب مسیر بهینه سپرده‌ها در دو مدل مورد مقایسه قرار گرفته است.

شکل ۵: مقایسه مسیر بهینه سپرده‌ها در مدل بانکداری اسلامی و متعارف



شایان ذکر است سطح نرخ‌های سود عامل مهمی در مسیرهای بهینه پیشنهادی مدل است؛ به‌طوری که افزایش این نرخ‌ها در مدل بانکداری اسلامی و متعارف باعث می‌شود بانک در سطوح پایین‌تری به جذب سپرده و اعطای تسهیلات بپردازد.

با در نظرگرفتن شکل‌های ۳ و ٤ می‌توان نتیجه گرفت با وجود اینکه بانک مورد بررسی در چارچوب قانون عملیات بانکداری بدون ربا در نظام بانکی کشور فعالیت می‌کند و عملیات جذب سپرده و ارائه تسهیلات در آن براساس عقدهای اسلامی صورت می‌پذیرد؛ اما در مقام اجرا به طوری عمل می‌کند که عملکرد متغیرها در آن با مدل مطلوب بانکداری اسلامی که در مقاله پیش‌رو معرفی شد فاصله دارد و بیشتر به مدل معرفی‌شده برای بانکداری متعارف نزدیک است. برخی از عللی که باعث می‌شود این نتیجه‌ها به‌دست آید را می‌توان در موارد ذیل خلاصه کرد:

۱. در الگوی مطلوب بانکداری اسلامی سپرده‌گذار بسته به درجه ریسک‌پذیری محل مصرف سپرده خود را مشخص می‌کند؛ در حالی که الگوی سپرده‌گیری در بانک مورد بررسی مطابق با الگوی بانکداری متعارف در قالب سپرده‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت است.

۲. در الگوی مطلوب بانکداری اسلامی نرخ سودی برای سپرده‌گذار تعیین نمی‌شود؛ زیرا هر سود یا زیانی که بانک در جایگاه وکیل پدید می‌آورد متعلق به سپرده‌گذاران است و باید به نسبت سهم آنها میانشان تقسیم شود؛ در حالی که در بانک مورد بررسی برای سپرده‌گذار بر حسب مدت‌زمانی که وجوهش نزد بانک است، نرخ سود مشخص می‌شود.

۳. اگرچه تسهیلات بانک بررسی‌شده در قالب عقدهای مشارکتی و مبادله‌ای ارائه می‌شود؛ اما قراردادهای بانک با تسهیلات گیرندگان در هر دو نوع، به شکلی طراحی شده است که در عمل بانک با نرخ ثابتی سود دریافت می‌کند و در هیچ‌کدام از این فعالیت‌ها نیز بانک وارد بخش واقعی اقتصاد نمی‌شود و ریسکی را تحمل نمی‌کند.

٤. در الگوی مطلوب بانکداری اسلامی مفهوم مطالبه‌های معوق فقط درباره بخشی از تسهیلات معنا دارد که در قالب عقدهایی با بازدهی ثابت اعطا شده‌اند؛ اما در بانک بررسی‌شده برای تمام تسهیلات معوقه‌ها در نظر گرفته می‌شود.

۵. در بانک مورد بررسی با استفاده از سازوکارهایی مانند کفایت سرمایه کوشیده می‌شود اصل سپرده‌ها و حتی سود آنها به‌وسیله بانک تضمین شود؛ در حالی که در الگوی مطلوب بانکداری اسلامی بانک به شرط عدم افراط و تفریط ضامن سپرده‌ها نیست و نیازی به استفاده از سرمایه خود ندارد.

٦. سرانجام به‌نظر می‌رسد بانک بررسی‌شده مطابق با الگوی بانکداری متعارف یک بنگاه اقتصادی است که به‌دنبال حداکثرسازی سود خود است؛ در حالی که در الگوی مطلوب بانکداری اسلامی بانک فقط وکیل سپرده‌گذاران است و به‌دنبال حداکثر سازی سود آنهاست.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

با توجه به توسعه روزافزون بانکداری اسلامی در جهان، ارزیابی عملکرد این نوع بانکداری و بررسی میزان کامیابی آن در مقام اجرا از حوزه‌هایی است که در سال‌های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته است. اگرچه برای این منظور روش‌های کیفی و کمی متعددی به‌وسیله محققان استفاده شده است؛ اما تاکنون با استفاده از روش بهینه‌سازی پویای تصادفی به این مهم پرداخته نشده است. در تحقیق پیش‌رو پس از معرفی مدل بهینه‌سازی تصادفی برای عملکرد بانکداری متعارف و اسلامی و به‌دست آوردن مسیرهای بهینه پیشنهادی در هر مدل، بررسی می‌شود عملکرد نظام بانکی کشور به کدام‌یک از این‌دو مدل نزدیک‌تر است.

بعد از مشخص‌شدن ویژگی‌های کیفی الگوی بانکداری اسلامی و تفاوت‌های آن با بانکداری متعارف، باید کوشش شود این ویژگی‌ها به شکل ریاضی در مدل پیشنهادی نشان داده شود. بر این اساس، در مقاله پیش‌رو دو تابع هدف متفاوت برای بانکداری اسلامی و متعارف که در بردارنده مهم‌ترین تفاوت‌های این‌دو نظام هستند، طراحی شده است. در

بانکداری اسلامی برخلاف بانکداری متعارف، تابع هدف سود سپرده‌گذاران را نشان می‌دهد و بانک فقط در جایگاه وکیل سپرده‌گذاران باید منفعت آنها را حداکثر کند. در بانکداری اسلامی نیز دو نوع تسهیلات با سود ثابت و مشارکتی در نظر گرفته شد؛ به‌طوری که هر کدام از سپرده‌گذاران براساس درجه ریسک‌پذیری خود محل تخصیص منابع خود را مشخص می‌کند و به همان نسبت نیز در سودوزیان فعالیت‌های بانک شریک است. قید تصادفی یا معادله حرکت در بانکداری اسلامی و متعارف تغییرهای تسهیلات اعطایی بانک است که از فرایند تصادفی پرش ـ انتشار تبعیت می‌کند. حل مسئله بهینه‌سازی تصادفی برای هر کدام از مدل‌های بانکداری اسلامی و متعارف یک معادله دیفرانسیل تصادفی به‌دست می‌دهد که شبیه‌سازی آن مسیر بهینه اعطای تسهیلات در مدل مورد نظر را مشخص می‌کند.

به‌منظور ارزیابی میزان کامیابی در اجرای بانکداری اسلامی در نظام بانکی کشور از داده‌های ماهانه یک بانک در دوره زمانی سال ۱۳۸۵ ـ ۱۳۹۰ استفاده شده است؛ پس از استخراج پارامترهای مورد نیاز از داده‌های این بانک، مسیر بهینه پیشنهادی برای اعطای تسهیلات در این بانک با استفاده از هر دو مدل بانکداری اسلامی و متعارف مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. براساس نتیجه‌ها با وجود اینکه بانک مورد نظر در چارچوب قانون بانکداری بدون ربا فعالیت می‌کند، عملکرد متغیرها در آن به مسیر بهینه پیشنهادی در مدل بانکداری متعارف نزدیک‌تراست. نتیجه‌ها نیز نشان می‌دهد مسیر بهینه جذب سپرده و اعطای تسهیلات در الگوی مطلوب بانکداری اسلامی بسیار بالاتر از عملکرد فعلی بانک قرار دارد؛ به این معنا که در صورت تبعیت بانک مورد نظر از این الگو، متغیرهای بانک در شرایط بهتری قرار خواهند گرفت.

براساس نتیجه‌های حاصل از این تحقیق به‌نظر می‌رسد با وجود کوشش‌های فراوانی که در سال‌های اخیر برای اجرایی‌سازی بانکداری بدون ربا صورت گرفته است، فاصله فراوانی میان آنچه اجرا می‌شود و الگوی مطلوب بانکداری اسلامی وجود دارد. چگونگی اجرای فعلی بانکداری اسلامی در کشور به شکلی است که بانک به‌عنوان بنگاه اقتصادی پس از پرداخت سود ثابت به سپرده‌گذار به‌دنبال حداکثرسازی سود خود است؛ در حالی که در الگوی مطلوب بانکداری اسلامی بانک وکیل سپرده‌گذاران است و پس از دریافت

حق‌الوکاله باید تمام سودها یا زیان‌های پدید آمده را به نسبت میزان ریسک‌پذیری سپرده‌گذاران میان آنها تقسیم کند.

پیوست ۱: حل مسئله بهینه‌سازی پویای تصادفی

برای حل مسائل بهینه‌سازی پویا روش‌های فراوانی وجود دارد که یکی از کاربردترین آنها استفاده از معادله همیلتن ـ ژاکوبی ـ بلمن است (ر.ک به: Hanson, 2007, p.178). با توجه به اینکه روش حل مسئله بهینه‌سازی پویای پیشنهادی مقاله پیش‌رو برای بانکداری متعارف و بانکداری اسلامی به‌طور کامل مشابه است، در این قسمت فقط روش حل مسئله بانکداری متعارف مورد بررسی قرار می‌گیرد. بر این اساس معادله همیلتن ـ ژاکوبی ـ بلمن برای مدل مطرح‌شده در معادله ۷ عبارت است از:

$$-V_t' = \max_{D_t} \{e^{-\beta t}[r^L L_t + (r^T\delta - r^D)D_t - (a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2)]$$
$$+ V_L'(\theta L_t + (1-\delta-\gamma)D_t) + \frac{1}{2}V_L''\sigma^2 L_t^2 + \lambda[V(L_t - \nu L_t, t) - V(L_t, t)]\} \qquad (۲۲)$$

که در آن V_t' مشتق اول تابع هدف بر حسب t و V_L' و V_L'' به ترتیب مشتق اول و دوم تابع هدف برحسب L_t هستند. به‌منظور سادگی، فرض می‌کنیم که پراکندگی فرایند اعطای تسهیلات σ و نسبت اندازه معوقات ν به زمان وابسته نیستند. با مشتق‌گیری مرتبه اول از دو طرف معادله ۲۲ بر حسب D_t به مقدار بهینه D_t به‌صورت ذیل خواهیم رسید:

$$D_t = \frac{V_L' N e^{\beta t} + (M - a_1)}{2a_2} \qquad (۲۳)$$

که در آن $M = (r^T\delta - r^D)$ و $N = (1-\delta-\gamma)$ است. برای محاسبه شکل تابع هدف با جاگذاری مقدار بهینه D_t، از معادله ۲۳، در معادله ۲۲، معادله ۲٤ را نتیجه می‌دهد:

$$-V_t' = e^{-\beta t} r^L L_t + \frac{V_L' MN}{2a_2} + \frac{e^{-\beta t} M(M-a_1)}{2a_2} - a_0 e^{-\beta t} - \frac{a_1 V_L' N}{2a_2} - \frac{a_1 e^{-\beta t}(M-a_1)}{2a_2}$$
$$- \frac{V_L'^2 e^{\beta t} N^2}{4a_2} - \frac{e^{-\beta t}(M-a_1)^2}{4a_2} - \frac{N V_L'(M-a_1)}{2a_2} - b_1 e^{-\beta t} L_t - b_2 e^{-\beta t} L_t^2 + V_L' \theta L_t$$
$$+ \frac{V_L'^2 N^2 e^{\beta t}}{2a_2} + \frac{V_L' N(M-a_1)}{2a_2} + \frac{1}{2}V_L''\sigma^2 L_t^2 + \lambda[V(L_t - \nu L_t, t) - V(L_t, t)] \qquad (۲٤)$$

با کمی فاکتورگیری و جابه‌جایی به معادله ۲۵ می‌رسیم:

$$-V_t^{'}=\left(\frac{(M-a_1)^2}{4a_2}-a_0\right)e^{-\beta t}+\left(\frac{N(M-a_1)}{2a_2}+\theta L_t\right)V_L^{'}+\frac{e^{\beta t}N^2}{4a_2}V_L^{'2}$$
$$+\frac{1}{2}V_L^{''}\sigma^2L_t^2+(r^L-b_1)e^{-\beta t}L_t-b_2e^{-\beta t}L_t^2+\lambda[V(L_t-\nu L_t,t)-V(L_t,t)] \quad (۲۵)$$

با توجه به فرم معادله ساده‌شده پیشین، می‌توان حدس زد که تابع هدف دارای عبارتی درجه دوم بر حسب L_t و یک عبارت نمایی بر حسب t به شکل معادله ۲۶ است:

$$V(t,L_t)=(A_0+A_1L_t+A_2L_t^2)e^{-\beta t}+c \quad (۲۶)$$

با محاسبه مشتق‌های عبارت پیش‌گفته و جای‌گذاری آن در دو طرف معادله پیش، ضرایب A_1 و A_2 به شکلی که در معادله‌های ۱۲ و ۱۳ در متن مطرح شد به‌دست می‌آیند.

پیوست ۲: روش شبیه‌سازی اویلر ـ مرویاما

برای استفاده از روش شبیه‌سازی اویلر ـ مرویاما، مقدار اولیه X_t را برابر یک و بازه‌ای شش دوره‌ای را در نظر می‌گیریم (یعنی $t=1,\ldots,6$). برای تقریب دقیق‌تر، بازه زمانی شبیه‌سازی را به $N=10000$ زیر بازه تقسیم می‌کنیم $\Delta t=0/0001$؛ سپس معادله دیفرانسیل تصادفی از نوع پرش ـ انتشار به شکل معادله ۲۷ را در نظر می‌گیریم:

$$dX_t=f(X_t,t)dt+g(X_t,t)dW_t+h(X_t,t)dP_t \quad (۲۷)$$

در این روش فرایند تصادفی وینر W_t با استفاده از مجموع‌های تجمعی تغییرهای افزایشی که از توزیع نرمال تولید می‌شوند، ایجاد می‌شود و فرایند پواسون P_t از مجموع تجمعی تغییرات افزایشی ایجاد شده از متغیرهای تصادفی با توزیع یکنواخت تولید می‌گردند. تغییرات افزایشی فرایند X از زمان k تا زمان $k+1$ (ΔX_k) را می‌توان به‌صورت معادله ۲۸ نوشت:

$$\Delta X_k=X_{k+1}-X_k=f(X_k,t_k)\Delta t+g(X_k,t_k)\Delta W_k+h(X_t,t)\Delta P_k \quad (۲۸)$$

که در آن $\Delta P_k=P(t_k+1)-P(t_k)$، $\Delta W_k=W(t_k+1)-W(t_k)$ و Δt یک بازه‌ی کوچک زمانی است.

به این ترتیب برای شبیه‌سازی فرایند X_t مقادیر ΔW_k را از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس Δt با استفاده از اعداد تصادفی از توزیع نرمال استاندارد براساس رابطه

$\Delta W_k = \sqrt{\Delta t} \times N(0,1)$ شبیه‌سازی می‌کنیم و نیز برای تولید مقادیر تصادفی برای ΔP_k ابتدا عددی تصادفی از توزیع یک‌نواخت استاندارد بر بازه $(0,1)$ تولید کرده؛ سپس برررسی می‌کنیم، اگر این عدد در بازه (u_l, u_r) که $u_l = (1-\lambda\Delta t)/2,\ \ u_r = (1+\lambda\Delta t)/2$ قرار گیرد، مقدار ΔP_k را برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر قرار می‌دهیم. به این ترتیب اگر مقدار فرایند X در زمان t_0 را داشته باشیم، مقدار فرایند در زمان $k+1$ برای $k = 1:N$ به‌صورت معادله ۲۹ تقریب زده می‌شود:

$$X_{k+1} = X_k + f(X_k, t_k)\Delta t + g(X_k, t_k)\Delta W_k + h(X_t, t)\Delta P_k \qquad (۲۹)$$

که در آن $t_{k+1} = k \times \Delta t$ است؛ بنابراین با انجام این فرایند شبیه‌سازی به مسیر فرایند X_t بر بازه زمانی مورد علاقه می‌رسیم.

منابع و مآخذ

۱. اکبریان، رضا و حمید رفیعی؛ «چالش‌های نظری عملی و راهکارها»؛ **فصلنامه علمی پژوهشی اقتصاد اسلامی**، س۷، ش۲۶، ۱۳۸۶.

۲. توتونچیان، ایرج؛ «آیا بانکداری ایران اسلامی است؟»؛ **فصلنامه علمی پژوهشی اقتصاد اسلامی**، س۲، ش۶، ۱۳۸۱.

۳. موسویان، سیدعباس؛ «نقد و بررسی قانون عملیات بانکی بدون ربا و پیشنهاد قانون جایگزین»؛ **فصلنامه علمی پژوهشی اقتصاد اسلامی**، س۷، ش۲۵، ۱۳۸۶.

4. Black F. and Scholes M. J.; "The Pricing of Options and Corporate Liabilities"; **Journal of Political Economy**, Vol.81, No. 3, 1973.
5. Chami, R. and Cosimano, T. F.; "Monetary policy with a touch of Basel"; Working Paper 01/151, **International Monetary Fund**, Washington, DC, USA ,2001.
6. Dangl J. P., Lehar B.; "Value-at-risk vs. Building Block Regulation in Banking"; **Journal of Financial Intermediation**, vol. 13, 2004.

7. Dar, Humayon A. and Presley, John R.; "Lack of Profit and Loss Sharing in Islamic Banking: Management and Control Imbalances"; **International Journal of Islamic Finance**, Vol 2, 2000.
8. Hanson, F. B.; **Applied Stochastic Processes and Control for Jump-Diffusions: Modeling, Analysis and Computation and Computation**; University of Illinois, Chicago, USA, 2007.
9. Iqbal, Munawar, Ahmad, Ausaf and Khan, Tariqullah; **Challenges Facing Islamic Banking**; Islamic Research and Training Institute, Islamic Development Bank, Occasional Paper No. 1, 1998.
10. Iqbal, Zamir and Mirakhor, Abbas; **An Introduction to Islamic Finance: Theory and Practice**; Chichester: John Wiley & Sons, 2007.
11. Khan, Tariqullah & Ahmed, Habib; **Risk Management: An Analysis of Issues in Islamic Financial Industry**; Islamic Research and Training Institute, Islamic Development Bank, Occasional Paper No. 5, 2001.
12. Leland, H. E.; "Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure"; **The Journal of Finance**, vol. 49, no. 4, 1994.
13. Mukuddem-Petersen J., Petersen M. A.; "Bank Management via Stochastic Optimal Control"; **Automatica**, vol. 42, No. 8 ,2006.
14. Mukuddem-Petersen J., Petersen M. A., Schoeman I. M., and Tau B. A.; "Maximizing Banking Profit on a Random Time Interval"; **Journal of Applied Mathematics**, 2007.
15. Sheldon Lin; **Introductory Stochastic Analysis for Finance and Insurance**; John Wiley Sons, 2006.