فلسفهٔ علم، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
سال سوم، شمارهٔ اول، بهار و تابستان ۱۳۹۲، صص ۹۹-۱۱۸

بیزگرایی و چالش‌های نظریهٔ تأیید

لطف‌اله نبوی*

نیما احمدی**، **سیدمحمدعلی حجتی*****

چکیده

بیزگرایان بر این باورند که راه‌حلی برای مسئلهٔ تعیین منطق حاکم بر شواهد در اختیار دارند؛ این مسئله از اهمیت ویژه‌ای در فلسفهٔ علم برخوردار است، چراکه درنهایت آن‌چه موجب تمایز افسانه و علم از هم می‌شود این است که ما گواه خوبی برای محتوا و مضمون علم داریم. ایدهٔ اصلی مشترک در نسخه‌های گوناگون نظریهٔ تأیید بیزی، این است که باورها با اندازه‌ای از احتمال تأیید می‌شوند و الحاق شاهد جدید، به‌وسیلهٔ شرطی‌سازی و با استفاده از قاعدهٔ بیز صورت می‌پذیرد. بیزگرایان همگی بر این باورند که رویکردهای کیفی در مورد نظریهٔ تأیید، ناامیدکننده‌اند و یک رویکرد مناسب در روشی که شاهد از فرضیه‌ها و نظریه‌ها پشتیبانی می‌کند، باید کمّی باشد؛ که رویکرد کمّی، مستلزم استفاده از اصول حساب احتمالات است. هدف از این مقاله، بررسی چالش‌های نظریهٔ تأیید به‌وسیلهٔ رویکرد استاندارد بیزی است.

کلیدواژه‌ها: بیزگرایی، قاعدهٔ بیز، منطق استقرا، احتمال، روش‌شناسی علم.

۱. مقدمه

هر نظریهٔ استنتاج استقرایی، به یک یا چند اصل یا پیش‌فرض بستگی دارد که روابط

* دانشیار گروه فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس nabavi_l@modares.ac.ir

** دانشجوی دکتری فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس (نویسندهٔ مسئول) nima.ahmadi@modares.ac.ir

*** دانشیار گروه فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس hojatima@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۹/۲۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۱۲/۱۹

استنتاج استقرایی درست را مشخص می‌کند. این اصول باید وجود داشته باشند، چه صریحاً ساخته شده باشند، چه چنان‌که معمول‌تر است، به‌طور ضمنی وضع شده باشند. تحقیق اخیر نورتون (Norton, 2005) نشان می‌دهد که بیش‌تر رویکردهای استنتاج استقرایی، می‌توانند به یکی از سه خانوادهٔ «تعمیم استقرایی» (induction generalization)، «استقرای فرضی» (hypothetical induction)، و «استقرای احتمالاتی» (probabilistic induction) تقسیم شوند. هر خانواده بر پایهٔ یک اصل استقرای متمایز قرار دارد؛ رویکردهایی از استقرا که متعلق به خانوادهٔ تعمیم استقرایی هستند، به این اصل بستگی دارند که نمونه‌ای از یک فرض، تعمیم آن را تأیید می‌کند. این مفهوم قدیمی در منطق به‌عنوان استقرای شمارشی به کار برده شده است؛ A ای که B است، تأیید می‌کند که همهٔ Aها B هستند. ضعف اصلی این الگو این است که مختص به محدودهٔ استقرای شمارشی است. معیار مطلوبیت همپل،[1] فرمول‌بندی مجدد همین مفهوم اولیه در قالب منطق محمولات مرتبهٔ اول است. میل، این رویکرد را با منتصب‌کردن استنتاج به مفهوم جدیدی به‌نام علت (cause)، توسعه داده است. نکتهٔ مهم این است که همهٔ رویکردهای این خانواده، بستگی به این اصل اولیه دارند که «نمونه، تعمیم را تأیید می‌کند». رویکردهایی از استقرا که به استقرای فرضی تعلق دارند، بر این اصل استوارند که توانایی یک فرضیه در این‌که شاهد را به طور استنتاجی نتیجه بدهد، درجهٔ صدق آن است. نمونهٔ اولیهٔ رویکردهای متعلق به این خانواده، جمع‌آوری پدیده‌ها در علم نجوم است؛ این‌که بعضی از مدل‌های حرکات نجومی، به‌درستی بر موقعیت‌های مشاهده‌شده از سیارات منطبق‌اند و این موقعیت‌ها را پیش‌بینی می‌کنند ناشی از درجهٔ صدق آن مدل‌هاست. ضعف اصلی این رویکرد، این است که به‌طور نامشخصی این درجه (صدق) را نسبت می‌دهد. برای مثال، سیستم‌های خورشیدی متعددی، مثل زمین‌مرکزی و خورشیدمرکزی، هستند که منافاتی با پدیدارهای نجومی مشاهده‌شده ندارند. به همهٔ این نظام‌ها به‌اندازهٔ یک‌سانی درجهٔ صدق نسبت داده می‌شود، ولو این‌که یکی از این سیستم‌ها، توافق بهتری با پدیدارهای مشاهده‌شده دارد. هدف طرف‌داران این رویکرد این است که استقرای فرضی را با افزودن شرط‌های بیش‌تر، تکمیل کنند. مثلاً فرضیه‌ای که با پدیدار مشاهده‌شده مطابقت دارد باید ساده باشد، یا از فرضیه‌های رقیبش ساده‌تر باشد؛ نسخه‌های دیگر، مستلزم آن است که فرضیه باید به‌وسیلهٔ روشی قابل اعتماد (reliable) ساخته شده باشد، یا فرضیه نباید فقط به طور قیاسی شاهد را نتیجه بدهد بلکه باید آن را توضیح (explain) بدهد. برای مثال، مدل

بطلمیوسی از حرکت نجومی، نتیجه می‌دهد که زهره و عطارد همواره در نزدیکی خورشید ظاهر خواهند شد، اما مدل کپرنیکی، دلیل این نزدیکی را توضیح می‌دهد؛ زیرا این سیارات، دور خورشید می‌چرخند (Norton, 2007). طرف‌داران رویکردهایی از استقرا که به خانوادهٔ استقرای احتمالاتی تعلق دارند، از جمله بیزگرایان، بر این عقیده‌اند که یک رویکرد مناسب در روشی که شاهد بر فرضیه‌ها و نظریه‌ها تأثیر می‌گذارد، باید کمّی باشد. رویکرد کمّی، مستلزم استفاده از اصول حساب احتمالات است. در این رویکرد، استنتاج‌های استقرایی، استنتاج‌هایی هستند که نتایج احتمالی می‌دهند نه نتایج قطعی. طرف‌داران این رویکرد معتقدند که اصول دیگر رویکردهای استقرا و انواع توسعه‌های آن می‌تواند در قالب سیستم احتمالاتی بیزی وارد شده و بررسی شوند.

بیزگرایی، نظریه‌ای در مورد روش علمی و مبتنی‌بر قاعدهٔ بیز در احتمالات است؛ نامی که به افتخار ریاضی‌دان انگلیسی، توماس بیز (T. Bayes, 1764)، بر آن نهاده شده است. این رویکرد، به‌تدریج در نیمهٔ دوم قرن بیستم، بر فلسفهٔ علم مسلط شد. گلایمور معتقد است که کارناپ تأثیر غیر قابل انکاری در این امر داشته است (Glymour, 1980: 64). بیزگرایی، نظریه‌ای برای تأیید فرضیه‌های علمی بر اساس مشاهدات است؛ پس ناگزیر مرتبط با روش‌شناسی و فلسفهٔ علم است. منشأ پیدایش این رویکرد به علم در کارهای جانسون، کینز، جفریز، و رمزی دیده می‌شود که به دلیل مشکلات موجود در اصل استقرای راسل در توجیه استنتاجات استقرایی، مطرح شده بود. کینز (Keynes, 1921) همانند کارناپ، تفسیر منطقی احتمالات را پذیرفت و منطق احتمالات یا منطق استقرایی را گسترش منطق قیاسی می‌دید که راسل و وایتهد در *اصول ریاضیات* به کار برده بودند. رمزی (Ramsey, 1926) تفسیر منطقی کینز را نقد کرد و به جای آن، نظریهٔ ذهنی احتمالات را مطرح ساخت. تفسیر ذهنی یا درجهٔ باور، هم‌اکنون رایج‌ترین تفسیر در میان بیزگرایان است. در این مقاله نیز تفسیر مورد نظر از احتمال، تفسیر ذهنی است.[۲]

باید خاطرنشان کرد که استقراگرایی و بیزگرایی دو رویکرد متفاوت هستند؛ استقراگرایی دربارهٔ چگونگی انجام پژوهش‌های علمی است. مدعای آن این است که دانشمند باید مشاهدات دقیق و به حد کافی زیادی انجام دهد و سپس با استنتاج استقرایی از این مشاهدات، پیش‌بینی‌ها و تعمیم‌هایی را به‌دست آورد. بیزگرایی روشی است برای این‌که چگونه باید تعمیم‌ها یا پیش‌بینی‌ها را بر اساس مشاهدات، ارزیابی کرد. شواهد نمی‌توانند یک پیش‌بینی یا یک حکم کلی علمی را یقینی سازند، اما ممکن است یکی یا هر دوی آن‌ها

را ممکن سازند. درواقع ما می‌توانیم به کمک نظریهٔ احتمالات و قضیهٔ بیز، احتمال یک پیش‌بینی یا فرضیهٔ علمی را با توجه به شواهد، محاسبه کنیم. پس می‌توان استقراگرا بود، ولی بیزگرا نبود و بالعکس. تمایز میان استقراگرایی و بیزگرایی نمونه‌ای از تمایز میان کشف و توجیه در علم است. بیزگرایی درواقع نظریه‌ای است در باب توجیه و نه کشف؛ بیزگرایان می‌خواهند بگویند اگرچه تعمیمات و پیش‌بینی‌های علمی یقینی نیستند، اما با توجه به شواهدی که برای تأیید آن‌ها به کار می‌روند می‌توان نشان داد که محتمل‌اند و از این طریق، تعمیم‌ها و پیش‌بینی‌های علمی را توجیه کرد. پس می‌توان بیزگرا بود و در عین حال نظریهٔ استقراگرایانه را درمورد چگونگی کشف نظریات علمی، رد کرد؛ کارناپ در اواخر حیات فکری خود موضعی شبیه به این داشت، اما پوپر همیشه هم استقراگرایی را به منزلهٔ نظریهٔ کشف و هم بیزگرایی را به منزلهٔ نظریهٔ توجیه، مورد انتقاد قرار داده است. مخالفان بیزگرایی، منکر قضیهٔ بیز نیستند، که نتیجه‌ای است از نظریهٔ استاندارد ریاضی در زمینهٔ احتمالات؛ آن‌چه ایشان زیر سؤال می‌برند، درستی استفادهٔ بیزگرایان از این قضیه است (گیلیز، ۱۳۸۷: ۳۲–۳۳).

نظریهٔ تأیید بیزی، سه ویژگی مفید دارد: اول این‌که این نظریه، مفهوم تار و مبهم منطق استقرا را به یک حساب غیر مبهم و واحد، یعنی حساب احتمالات، تحویل می‌کند؛ دوم این‌که، این نظریهٔ جامع، قابلیت جالب‌توجهی برای نظام‌مندکردن پشتیبانی مشاهدات از فرضیه را دارد؛ و سومی، که مهم‌ترین آن‌هاست، اطمینان از سازگاری است. هرچه که حوزهٔ کار ما وسیع‌تر می‌شود، باید شواهدی از اشکال گوناگون را هرچه بیش‌تر خلاصه کنیم و این کار را باید به طور سازگار انجام بدهیم. در بیش‌تر رویکردهایی که با شواهد سروکار دارند، هیچ اطمینانی از سازگاری در رفتار آن‌ها با دسته‌ای وسیع‌تر از مشاهدات، دیده نمی‌شود. نظریهٔ تأیید بیزی، برای ما تصویر ساده‌ای را تهیه می‌کند؛ یک توزیع احتمال، رفتار کلی شواهد در هر لحظه را ضبط می‌کند. مهم نیست که مجموعهٔ شواهدی که ما درنظر داریم، چقدر بزرگ باشد، تا زمانی‌که باورهایمان را مطابق حساب احتمالات شکل می‌دهیم و به‌روز می‌کنیم، نباید در مقام داوری‌های وابسته به شواهد، به سمت تناقض‌ها سوق داده شویم. شاید به سبب همین خصوصیات باشد که هم‌اکنون نظریهٔ تأیید بیزی، در میان رویکردهای مختلف از استقرا و تأیید در ادبیات فلسفهٔ علم، پیشتاز است (Norton, 2007).

بیزگرایی قلمرویی بسیار گسترده دارد. تمرکز این مقاله بر مسائل مربوط به تأیید فرضیه‌های علمی و نظریه‌ها با رویکرد بیزی، نوعاً از نوع غیر آماری آن خواهد بود. از طرفی،

رویکرد کمّی در نظریهٔ تأیید، مستلزم استفاده از اصول حساب احتمالات است. شکلی از نظریهٔ احتمال که برای اعمال روی مسائل تأیید لازم است، در بخش بعد بیان می‌شود.

۲. دستگاه استاندارد احتمال

اولین بار اندری کولموگوروف (Andri Kolmogorov) در ۱۹۳۳ دستگاه اصل موضوعی احتمال را بنا کرد. تا قبل از آن، تعریف اصل موضوعی از احتمال وجود نداشت و غالباً تفاسیر گوناگون احتمال، به‌منزلهٔ تعریف آن به کار می‌رفت.

با یک بیان ساده، احتمال‌ها اعدادی هستند که با توجه به چند قاعدهٔ ساده، به موارد ممکن نسبت داده می‌شوند. ممکن است که مجموعه‌ها یا جمله‌ها/ گزاره‌ها را به‌عنوان موارد ممکنی که احتمال‌ها به آن‌ها نسبت داده می‌شود انتخاب کنیم. غالباً دستگاه احتمال را بر اساس مجموعه‌ها بنا می‌کنند، اما از آن‌جایی که برای بسیاری از کاربردهای فلسفی، اشیای تحت احتمال، از نوع گواه و فرضیه‌ها هستند، در این مقاله، به‌جای مجموعه‌ها، از جمله‌ها به مثابهٔ موارد ممکنی که احتمال بدان‌ها نسبت داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. به این صورت‌که با یک زبان گزاره‌ای استاندارد L که از مجموعه‌ای شمارا از گزاره‌های اتمی، $\{A_i\}$، و عمل‌گرهای $\neg$ $\vee$ ساخته شده است، شروع می‌کنیم. رابطهٔ استنتاج منطقی روی زبان L، یعنی $\vDash$، به‌همان شیوهٔ معمول و دیگر ادات منطقی $\supset, \wedge$ و $\equiv$ از روی $\vee$ و $\neg$ تعریف می‌شوند. برای بعضی از کاربردها، لازم است این زبان در منطق مرتبهٔ اول، غنی‌تر شود.

زوج مرتب $(L,\vDash)$ را یک منطق می‌نامیم، و تابع احتمال مربوط به آن را تعریف می‌کنیم:

تابع احتمال) یک تابع احتمال روی منطق $(L,\vDash)$، یک تابع حقیقی‌مقدار و کامل روی L است که سه شرط زیر را برآورده کند:

P1) برای هر $A \in L$، $p(A) \in [0\ ,\ 1]$.

P2) $p(A)=1$ اگر $\vDash A$.

P3) (اصل جمع‌پذیری) اگر $\{A_i\}$ دنباله‌ای از جمله‌های دوبه‌دو ناسازگار در L باشد، آن‌گاه $p(\vee_{i=1}^{\infty}\{A_i\}) = \sum_{i=1}^{\infty} p(A_i)$.

به سه‌تایی مرتب $(L,\vDash, p)$، یک فضای احتمال منطقی می‌گوییم. نتایج اولیهٔ زیر را برای فضاهای احتمال منطقی داریم:

۱. اگر $\vDash \neg A$ آن‌گاه $p(A)=0$؛

۲. برای هر A، $p(\neg A) = 1 - p(A)$؛

۳. (اصل جمع‌پذیری شمارا) اگر $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ مجموعه‌ای از جملات دوبه‌دو ناسازگار در L باشد، آن‌گاه $p(\vee_{i=1}^{n}\{A_i\}) = \sum_{i=1}^{n} p(A_i)$ (که در حالت خاص برای $n = ۲$، $p(A \vee B) = p(A) + p(B)$ هرگاه $(\models \neg\, p(A \wedge B))$؛

٤. برای هر A و B در فضای احتمال منطقی، اگر $p(A \equiv B) = 1$ (به بیان دیگر $\models A \equiv B$) باشد، آن‌گاه $p(A) = p(B)$.

برای تکمیل دستگاه احتمالات، به یک تعریف دیگر نیاز داریم؛

احتمال شرطی) احتمال شرطی B به‌شرط A، که به‌صورت $p(B|A)$ نمایش داده می‌شود و به این‌صورت تعریف می‌شود:

$$p(B \mid A) = \frac{p(A \wedge B)}{p(A)} \quad (۲.۱)$$

هنگامی‌که $p(A) \neq 0$.

تعریف احتمال شرطی، اساس رویکرد بیزی است. بیزگرایان مایل‌اند بدانند با عوض‌شدن شرایط یا مشاهدهٔ جدید، چه تغییری در مقدار احتمال یک فرضیه روی می‌دهد، از این رو قاعدهٔ «شرطی‌سازی» (conditionalization) را به کار می‌گیرند؛

شرطی‌سازی) هنگامی‌که گواه جدید E به دست می‌آید، احتمال جدید هر گزارهٔ H، برابر با احتمال شرطی H به شرط E، $p(H|E)$، است.

قاعدهٔ بیز که اولین بار کشیش انگلیسی، توماس بیز، در ۱۷٦۲ آن را مطرح کرد، با به‌کارگیری تعریف احتمال شرطی به‌دست می‌آید؛

$$p(H \mid E) = \frac{p(E \mid H)\, p(H)}{p(E)} \quad (۲.۲)$$

به $p(H)$ احتمال پیشین؛ $p(E|H)$ درست‌نمایی (liklihood) E روی H؛ و به $p(E)$ درست‌نمایی پیشین E می‌گویند.[۳]

بعضی از بیزگرایان ترجیح می‌دهند که احتمال شرطی را به مثابهٔ مفهوم پایه درنظر بگیرند و احتمال غیر شرطی را از روی آن تعریف کنند، اما از آن جایی که روش سنتی آن است که احتمال‌های شرطی از روی احتمال‌های غیر شرطی تعریف شود، ما نیز احتمال‌های غیر شرطی را به مثابهٔ مفهوم پایه درنظر می‌گیریم.[٤]

۳. نظریهٔ تأیید بیزی

بیزگراها توافق دارند که رویکردهای کیفی نسبت به نظریهٔ تأیید، از جمله رویکرد فرضی‌استنتاجی و تأیید نمونه‌ای همپل (بخش‌های ٤ و ٥)، ناامید کننده‌اند و یک رویکرد مناسب در روشی که شاهد بر فرضیه‌ها و نظریه‌ها تأثیر می‌گذارد، باید کمّی باشد؛ و رویکرد کمّی، مستلزم استفاده از اصول حساب احتمالات است. از طرفی، «معمای جدید استقرا» گودمن برای پروژهٔ صورت‌بندی تعریف کیفی از تأیید به شیوه‌ای کاملاً نحوی، که مدافعان رویکرد بازسازی منطقی در پی آن بودند، مانعی اساسی به‌شمار می‌آمد. گودمن نشان داده بود که اگر فرضیهٔ H به‌وسیلهٔ گزاره‌ای که گواه E را بازگو می‌کند، مورد حمایت قرار بگیرد، فرضیه‌های بدیل 'H، "H و نظایر آن نیز عیناً از همین حمایت برخوردار خواهند بود؛ برای مثال «همهٔ زمردها سبز هستند» $= H$، «همهٔ زمردها سابی هستند» $= H'$ و «همهٔ زمردها آبز هستند» $= H''$. این‌گونه مشکلات که رویکردهای کیفی با آن روبه‌روست، برخی از فلاسفهٔ علم را به این نتیجه رساند که پاسخ مناسب به معمای تازهٔ استقرا، در گرو تکمیل یک نظریهٔ کمّی است که درجهٔ تأیید بالایی به H نسبت بدهد و درجات تأیید پایین‌تری به فرضیه‌های بدیل ببخشد. به دلیل مشکلات مربوط به تفسیر منطقی از احتمال و درنتیجه تابع تأیید کمّی کارناپ که بر پایهٔ احتمالات منطقی بود، بیزگرایان از تفسیر ذهنی احتمال در نظریهٔ تأیید استفاده می‌کنند. اگر H، K، و E به ترتیب، فرضیهٔ مورد بررسی، معرفت پس‌زمینه، و شاهد باشند قاعدهٔ بیز به صورت زیر است:

$$p(H \mid E \wedge K) = \frac{p(H \mid K)\, p(E \mid H \wedge K)}{p(E \mid K)} \quad (۳.۱)$$

در الفبای رویکرد بیزی در نظریهٔ تأیید، به $p(H \mid K)$ احتمال پیشین می‌گویند که بیان‌گر درجهٔ یقین پیشین دربارهٔ فرضیهٔ (H)، قبل از ارائهٔ مدرک و گواه (E) است؛ $p(E \mid H \wedge K)$ درست‌نمایی E روی H و K؛ و به $p(E \mid K)$ درست‌نمایی پیشین E می‌گویند؛ و درنهایت به $p(H \mid E \wedge k)$ احتمال پسین می‌گویند که نشان‌دهندهٔ احتمال بهنگام‌شدهٔ فرضیه (H)، بعد از ارائهٔ مدرک و گواه (E) است؛ به بیان دیگر، قانون بیز، میزان یقین و باور دربارهٔ فرضیه را بر پایهٔ گواه و مدرک، بهنگام می‌کند؛ سودمندی قانون بیز و آمار بیز در یادگیری (learning)، از همین امر سرچشمه می‌گیرد؛ به طوری که می‌توان قانون بیز را بارها و بارها در بهنگام‌کردن احتمال‌های مربوط به فرضیه‌ها به‌وسیلهٔ مدارک

جدید، به کار برد؛ به عبارت دیگر، یادگیری از تجربه توسط شرطی‌سازی صورت می‌پذیرد. این روند در هوش مصنوعی و زمینه‌های علمی مشابه به آن، به «بهنگام‌سازی بیزی» (Bayesian updating) معروف است.

قبل از پرداختن به رویکرد بیزی در تأیید، شایسته است که دیگر رویکردها در نظریهٔ تأیید را به اختصار شرح دهیم. انتقاداتی که به آن‌ها وارد است را بیان کنیم. سپس نشان می‌دهیم که رویکرد بیزی قادر است هستهٔ اصلی رویکردهای کیفی را در ساختار خود قالب‌بندی کند و به اشکالات وارد بر آن‌ها پاسخ دهد. سپس با رویکرد بیزی به پارادوکس‌های نظریه تأیید پاسخ می‌دهیم.

٤. تأیید کیفی: روش فرضی – استنتاجی (HD)

غالباً قوانین طبیعت به شکل شرطی‌های کلی (universal) فرمول‌بندی می‌شوند؛ برای مثال، این عبارت که همهٔ Fها، G هستند $H:(\forall x)(Fx \supset Gx)$ مانند «همهٔ سیارات مدار بیضی شکل دارند» یا «همهٔ کلاغ‌ها سیاه هستند». یک سنت بسیار ماندگار در فلسفهٔ علم بر اهمیت نمونه‌ها (instances) در تأیید شرطی‌های کلی، وجود دارد؛ از نیکو (Nicod, ۱۹۲۵–۱۹٦۱) تا همپل (Hempel, ۱۹٤۵–۱۹٦۵) تا گلایمور (Glymour, ۱۹۸۰). نیکو، نخستین گام نسبتاً رضایت‌بخش را در زمینهٔ تعریف کیفی تأیید برداشت. به نظر او چنان‌چه شاهدی مصداق مقدم و تالی باشد، مؤید و در صورتی که فقط مصداق مقدم باشد، مبطل فرضیه خواهد بود.

شرط نیکو (Nicod Condition): برای یک فرضیه به شکل $H:(\forall x)(Rx \supset Bx)$ و ثابت فردی a، یک گزارش مشاهده‌ای به شکل $Ra \wedge Ba$، فرضیهٔ H را تأیید می‌کند.

ایدهٔ اصلی روش‌شناسی HD ساده است؛ از روی فرضیهٔ H مربوط به یک موضوع با معرفت پس‌زمینهٔ پذیرفته‌شدهٔ k، یک شخص می‌تواند نتیجهٔ E را استنتاج کند اگر بتواند به‌وسیلهٔ مشاهده یا آزمایش، بررسی شود. اگر طبیعت (nature) تصدیق کند (affirm) که E حقیقتاً مطلوب است، آن‌گاه گفته می‌شود که H، تأیید–HD شده است، اما هنگامی که طبیعت $\neg E$ را تأیید کند H، تأیید–HD نشده است.

منتقدان HD، این رویکرد از آزمودن نظریه را بارها مورد نقد قرار داده‌اند؛ برای پرداختن به این انتقادات، ابتدا سعی می‌کنیم، رویکرد HD را در قالب رویکرد کمّی بیزی بازنویسی کنیم.

فرض کنید که (در منطق مرتبهٔ اول استاندارد):

$$(a)\ \{H,K\} \vDash E,\quad (b)\ 0 < p(H\,|\,K) < 1,\quad (c)\ 0 < p(E\,|\,K) < 1$$

(a) فقط شرط اصلی مورد نیاز HD برای تأیید است. (b) بیان‌گر آن است کـه بـر پایـهٔ معرفت پیشین k، معلوم نیست که H به‌یقین صادق یـا کـاذب باشـد، و (c) مشـابه (b) را بـرای E بیـان مـی‌کنـد. بـا اسـتفاده از قاعـدهٔ بیـز در رابطـهٔ (۲.۲) و از روی (a)، $p(E\,|\,H \wedge K) = 1$، داریم:

$$p(H\,|\,E \wedge K) = \frac{p(H\,|\,K)}{p(E\,|\,K)} \quad (۴.۱)$$

بـا توجـه بـه (b) و (c) از روی رابطـهٔ فـوق نتیجـه مـی‌گیـریم کـه $p(H\,|\,E \wedge K) > p(H\,|\,K)$؛ یعنی E، H را با توجه به معرفت پس‌زمینهٔ K، به‌صـورت افزایشی تأیید می‌کند. پس بیزگرایی قادر است هستهٔ اصلی رویکرد HD را نمایان سازد.

از رابطهٔ (۴.۱) هم‌چنین نتیجه می‌شود کـه هرچـه درسـت‌نمـایی پیشـین، $p(E\,|\,K)$، کوچک‌تر باشد، اختلاف $p(H\,|\,E \wedge K) - p(H\,|\,K)$ بزرگ‌تر است که با این شهود که هرچه گواه E تعجب‌آورتر باشد، ارزش تأییدی بیش‌تری دارد، در توافق است. رابطهٔ

$$p(H\,|\,E \wedge K) - p(H\,|\,K) \quad (۴.۲)$$

تأیید بیزی ساده نامیده می‌شود، اما اندازه‌های دیگری نیز برای تأیید تعریف شده است:

$$\begin{aligned} d(H,E) &= p(H\,|\,E) - p(H) \\ r(H,E) &= \log\left(\frac{p(H\,|\,E)}{p(H)}\right) \\ l(H,E) &= \log\left(\frac{p(E\,|\,H)}{p(E\,|\,\bar{H})}\right) \\ s(H,E) &= p(H\,|\,E) - p(H\,|\,\bar{E}) \end{aligned} \quad (۴.۳)$$

فیتلسون (Fitelson, 2000) در رسالهٔ دکتری خود با عنـوان «مطالعـاتی در نظریـهٔ تأییـد بیزی» به مقایسهٔ انواع توابع تأیید در حل پارادوکس‌های مختلف تأییـد پرداختـه اسـت. در این رساله، صرفاً از تعریف سادهٔ تأیید بیزی، $d(H,E)$، که صورت‌بندی آن را بـر اسـاس تفسیر ذهنی از احتمال در رابطهٔ (۴.۲) مطرح کردیم، استفاده می‌کنیم.

نشان دادیم که بیزگرایی قادر است هستهٔ اصلی رویکرد HD را نمایان سازد، اما ممکن است این انتقاد مطرح شود که حساب HD یک رابطهٔ دو موضعی به‌صورت «E، H را تأیید می‌کند» است و نه رابطهٔ سه موضعی «E، H را نسبت به دانش پس زمینهٔ K تأیید می‌کند». پاسخ بیزگرایان این است که برای مطابقت با رویکرد HD، کافی است که دانش پس‌زمینهٔ K را تهی درنظر بگیریم و یا با این فرض که قبلاً K یاد گرفته شده است، با تابع احتمال جدیدی به‌صورت $p'(.) = p(.|K)$ کار را ادامه دهیم.

یکی از معضلات اصلی روش HD، عطف نامربوط (irrelevant conjunction) است. برای توضیح بیش‌تر، اگر $p(H,K) \vDash E$ آن‌گاه $p(H \wedge I,K) \vDash E$، که در آن I هر فرضیهٔ دلخواهی می‌تواند باشد، شامل هر عبارتی که (به طور شهودی) هیچ ربطی به E ندارد، اما با توجه به روش HD، گواه E، $H \wedge I$ را تأیید می‌کند. با تحلیل بیزی، از روی رابطهٔ (٤.٢) دریافتیم که میزان تأیید افزایشی که H و $H \wedge I$ دریافت می‌کنند، متناسب با احتمال‌های پیشین آن‌هاست:

$$\begin{aligned} &p(H \mid E \wedge K) - p(H \mid K) = p(H \mid K)[1/\,p(E \mid K) - 1] \\ &p(H \wedge I \mid E \wedge K) - p(H \wedge I \mid K) = p(H \wedge I \mid K)[1/\,p(E \mid K) - 1] \end{aligned} \tag{۴.۴}$$

و از آن‌جایی‌که به طور کلی $p(H \wedge I \mid K) < p(H \mid K)$ است، افزودن عطفی I به H، منجر به کاهش تأیید افزایشی حاصل از E می‌شود. مثال فوق کافی است تا نشان دهد که یک رویکرد مناسب برای تأیید، باید به سمانتیک حساس باشد و بیزگرایی بر خلاف رویکرد کیفی چنین ویژگی را دارد.

۵. تأیید نمونه‌ای همپل

هنگامی که همپل مقالهٔ اولیهٔ خود با عنوان «مطالعاتی در منطق تأیید» (١٩٤٥) را منتشر کرد، این مقاله را به مثابهٔ بخشی از برنامهٔ تجربه‌گرایی منطقی (logical empiricist) در ساخت یک منطق استقرایی به موازات و مکمل منطق قیاسی می‌دید. او فکر می‌کرد که این برنامه به بهترین وجه در سه مرحله اجرا می‌شود: مرحلهٔ اول، توضیحی از مفهوم تأیید کیفی را فراهم می‌ساخت (همان‌طور که در عبارت «E، H را تأیید می‌کند» آمده است)؛ مرحلهٔ دوم، از عهدهٔ مفهوم مقایسه‌ای تأیید برآمدن است (عباراتی مانند «E بیش‌تر از 'E، H را تأیید می‌کند»)؛ مرحلهٔ سوم، به مفهوم کمّی از تأیید می‌پردازد (همان‌طور که در عبارت «E، H را با درجهٔ r تأیید می‌کند» آمده است) که در *فلسفهٔ علوم طبیعی* (١٩٦٦) مطرح کرده است.

همپل، در زمرهٔ اولین دانشمندانی است که کاستی های ضابطهٔ نیکو را نمایان ساخت؛ او تحلیل خود را از تأیید کیفی بر پایه‌ای کاملاً متفاوت بنا کرد. او با تعدادی از شرایطی شروع کرد که احساس می‌کرد هر تئوری کافی از تأیید باید آن‌ها را برآورده کند که این شرایط عبارت‌اند از:

شرط نتیجهٔ منطقی (consequence condition): اگر $E \vDash H$ آن‌گاه E، H را تأیید می‌کند؛

شرط سازگاری (consistency condition): اگر E ، H و H' را تأیید کند آن گاه $\nvDash \neg(H \wedge H')$؛

شرط نتیجهٔ منطقی خاص (special consequence condition): اگر E، H را تأیید کند و $H \vDash H'$ باشد آن‌گاه E، H' را تأیید می‌کند.

همپل به طور خاص، شرط نتیجهٔ منطقی معکوس را رد می‌کند:

شرط نتیجهٔ منطقی معکوس (converse consequence condition): اگر E، H را تأیید کند و $H' \vDash H$، آن‌گاه E، H' را تأیید می‌کند.

اضافه‌کردن این شرط به سه شرط اول منجر می‌شود که هر E هر H را تأیید کند (Earman, 1992: 66).

به باور همپل، درست همان‌طورکه منطق قیاسی قبل از هر چیز با رابطهٔ بین گزاره‌ها، یعنی رابطهٔ استنتاجی که به صدق و کذب گزاره‌ها وابسته نیست سروکار دارد، منطق استقرایی نیز قبل از هر چیز با رابطهٔ تأیید بین گزاره‌ها در ارتباط است. همپل برخلاف نیکو که تأیید را رابطه و نسبت میان گزاره‌ها تعبیر نمی‌کرد، تأیید را به مثابهٔ یک رابطهٔ دوسویه میان یک چیز یا یک مجموعهٔ منظم از اشیا که گواه را ارائه می‌دهند و گزاره‌ای که فرضیه را بیان می‌کند تفسیر کرده است.

به طور کلی، استلزام منطقی بین شاهد و فرضیه، شرطی خیلی قوی برای معیار تأیید است، به‌ویژه هنگامی که فرضیه یک شرطی کلی است، و هیچ مجموعهٔ متناهی از مشاهدات قادر به اثبات فرضیه نخواهد بود. ایدهٔ اصلی همپل برای یافتن تعریفی برای تأیید کیفی که شرایط کفایت او را برآورده کند این بود که یک فرضیه توسط نمونه‌های مثبت آن تأیید می‌شود. این مفهوم به ظاهر ساده، به‌سختی تبیین می‌شود. خود همپل از مفهوم بسط (developement) یک فرضیه برای مجموعهٔ متناهی I از افراد استفاده می‌کند. درواقع devI(H)، محدودکردن H به دامنه‌ای I از منفردات است. به صورت صوری برای به دست

آوردن devI(H) برای یک H که شامل سور است، به این ترتیب عمل می‌کنیم که سورهای عمومی را با عطف روی I و سورهای وجودی را با فصل روی I تحویل می‌کنیم.

برای مثال اگر $I=\{a,b\}$ باشد و H عبارت از $(\forall x)(\exists y)Lxy$ باشد (مثلاً «هرکسی کسی را دوست دارد»)، در این صورت $dev_I(H)=(L_{aa}\vee L_{ab})\wedge(L_{bb}\vee L_{ba})$. همپل بر همین مبنا تعاریف اصل حساب خود را مطرح کرد:

تعریف ۱ he / **معیار مطلوبیت**) E مستقیماً H را همپل- تأیید می‌کند اگر و تنها اگر $E\vDash dev_I(H)$ به نحوی که I دسته‌ای از منفردات است که در E مطرح می‌شوند؛

تعریف ۲ he) E، H را همپل- تأیید می‌کند اگر و تنها اگر یک کلاس C از جملات وجود داشته باشد به نحوی که $C\vDash H$ و E مستقیماً هر عضو از C را تأیید کند؛

تعریف ۳ he) E، H را همپل- عدم تأیید می‌کند اگر و تنها اگر E، $\neg H$ را همپل- تأیید کند.

حساب نمونه‌ای همپل مانع از چالش‌های عطف نامربوط می‌شود، اما این رویکرد با چالش‌های دیگری روبه‌رو است. یکی از این چالش‌ها که خود همپل آن را مطرح کرد، این است که فرضیه‌ای به شکل زیر، با هیچ گواه سازگاری مانند E، همپل- تأیید نمی‌شود، زیرا بسط چنین فرضیه‌ای برای یک دامنهٔ متناهی، ناسازگار است:

$$(\forall x)(\exists y)R_{xy}\wedge(\forall x)(\forall y)(\forall z)[(R_{xy}\wedge R_{yz})\supset R_{xz}]\wedge(\forall x)\neg R_{xx} \quad (۵.۱)$$

که در آن R یک رابطهٔ سریالی، غیر انعکاسی و متعدی دو موضعی است.[۵]

یکی دیگر از مشکلات رویکرد نمونه‌ای همپل، پارادوکس مشهور کلاغ‌هاست. فرضیهٔ «همهٔ کلاغ‌ها سیاه هستند» را درنظر بگیرید. اگر محمول تک‌موضعی R ویژگی کلاغ‌بودن و محمول تک‌موضعی B، ویژگی سیاه‌بودن را نشان دهد، می‌توان این فرضیه را به شکل $H:(\forall x)(Rx\supset Bx)$ صورت‌بندی کرد. عبارات شاهد زیر را درنظر بگیرید (که در آن $a1$ تا $a6$ افراد دامنه هستند):

$$E_1:(R_{a1}\wedge B_{a1}),\ E_2:(\neg R_{a2}\wedge\neg B_{a2}),\ E_3:(\neg R_{a3}),\ E_4:(B_{a4}),\ E_5:(\neg R_{a5}\wedge B_{a5}),\ E_6:(R_{a6}\wedge\neg B_{a6}) \quad (۵.۲)$$

فقط E_6 قادر نیست فرضیهٔ H را همپل- تأیید کند، زیرا H را ابطال می‌کند. ولی سایر شواهد، فرضیهٔ H را همپل-تأیید می‌کنند. برای مثال شیء خاصی مانند کاغذی که در دست شماست ($a2$) را درنظر بگیرید؛ این گزاره که «$a2$ نه سیاه است و نه کلاغ» فرضیهٔ «همهٔ

اشیای غیر سیاه غیر کلاغ‌اند»را تأیید می‌کند؛ از طرفی این فرضیه منطقاً معادل و هم‌ارز با فرضیهٔ «همهٔ کلاغ‌ها سیاه‌اند» است، لذا به این نتیجهٔ غیر منتظره می‌رسیم که این گزاره که شیء مفروضی نه سیاه است و نه کلاغ، فرضیهٔ H «همهٔ کلاغ‌ها سیاه‌اند» را تأیید می‌کند. این مشکل به علت ارجاع ضمنی و ناروا به شاهدی است که در مثال ما ذکر نشده است. لذا این گزاره که شیء خاصی نه سیاه است و نه کلاغ، اگر به‌تنهایی و بدون توجه به اطلاعات قبلی درنظر گرفته شود، فرضیهٔ «هر غیر کلاغی، غیر سیاه است» را مانند فرضیهٔ «هر غیر سیاهی غیر کلاغ است» تأیید خواهد کرد. ما مایلیم که فرضیهٔ اول را نادیده بگیریم، زیرا از طریق شواهد فراوان دیگر، یعنی همهٔ اشیایی که کلاغ نیستند ولی سیاه‌اند، کاذب‌بودن آن را می‌دانیم (گودمن، ۱۳۸۱: ۱۰۹– ۱۰۸). تعریف نمونه‌ای همپل ما را مجبور نمی‌کند تا مجموعهٔ شاهد معینی را درنظر بگیریم که منجر به این نتایج ناخوشایند می‌شود که $E_۲$ تا $E_۵$ نیز فرضیهٔ H را تأیید می‌کنند.

۶. پارادوکس کلاغ‌ها و بیزگرایی

در بخش‌های قبل علاوه‌بر نشان‌دادن مشکلات رویکرد HD و رویکرد همپل در نظریهٔ تأیید، نشان دادیم که می‌توان رویکردهای کیفی را با مفهوم کمّی بیزگرایی، تبیین کرد. در این بخش قصد داریم صورت‌بندی احتمالاتی از پارادوکس کلاغ‌ها را ارائه کنیم. همان‌طور که در بخش قبل شرح داده شد، اگر محمول تک‌موضعی R ویژگی کلاغ‌بودن و محمول تک‌موضعی B، ویژگی سیاه بودن را نشان دهد، همپل نشان داد که مشاهده‌ای به‌صورت $R_a \wedge B_a$، فرضیهٔ «همهٔ کلاغ‌ها سیاه هستند»، $H:(\forall x)(Rx \supset Bx)$، را تأیید می‌کند، اما پارادوکس کلاغ‌ها از این حقیقت سر بر می‌آورد که بر اساس رویکرد همپل، شاهدی به صورت $\neg R_a \wedge \neg B_a$ نیز فرضیهٔ H را تأیید می‌کند.

ساپز (Suppes, 1966) برای صورت‌بندی این پارادوکس با رویکرد بیزی، فرض می‌کند شیء a تصادفاً از اشیای جهان انتخاب شده است. با فرض،

$$p(R_a \wedge B_a \mid K) = p_1, \qquad p(R_a \wedge \neg B_a \mid K) = p_2$$
$$p(\neg R_a \wedge B_a \mid K) = p_3, \qquad p(\neg R_a \wedge \neg B_a \mid K) = p_4 \tag{۶.۱}$$

طبق قاعدهٔ بیز داریم:

$$p(\neg B_a \mid R_a \wedge K) = \frac{p_2}{p_1 + p_2}, \qquad p(R_a \mid \neg B_a \wedge K) = \frac{p_2}{p_2 + p_4} \tag{۶.۲}$$

از دو رابطهٔ بالا نتیجه می‌شود: $p(\neg B_a \mid R_a \wedge K) > p(R_a \mid \neg B_a \wedge K)$ اگر و تنها اگر $p_4 > p_1$. با توجه به آن‌چه ما از ساختار طبیعت می‌دانیم، می‌توانیم $p_4 > p_1$ را درنظر بگیریم، زیرا اشیای غیر کلاغ و غیر سیاه به‌مراتب بیش‌تر از اشیای کلاغ و سیاه به‌نظر می‌رسند. پس با توجه به دانش پس‌زمینهٔ K، احتمال این‌که یک شیء مانند a غیر سیاه باشد به‌شرط این‌که کلاغ باشد، خیلی بیش‌تر است از احتمال این‌که a کلاغ باشد به شرط این‌که غیر سیاه باشد. نتیجه می‌گیریم که جمع‌آوری مشاهدات از کلاس یا طبقهٔ کلاغ‌ها از جمع‌آوری مشاهدات از کلاس اشیای غیر سیاه، در پیداکردن مثال نقض برای فرضیهٔ H، خیلی مؤثرتر است. این نتیجه در توافق با ابطال‌پذیری پوپری به‌نظر می‌رسد.

هاریچ (Horwich, 1982) برای پاسخ به این پارادوکس، از مشاهدات آغاز کرد. چندین راه برای دست یافتن به مشاهده‌ای از نوع $R_a \wedge B_a$ وجود دارد؛ مثلاً (۱) انتخاب تصادفی یک شیء از جهان و بررسی این که دو ویژگی کلاغ‌بودن و سیاه‌بودن را دارد، (۲) انتخاب تصادفی یک شیء از کلاس کلاغ‌ها و بررسی این‌که سیاه است، یا (۳) انتخاب تصادفی یک شیء از کلاس اشیای سیاه و بررسی این‌که کلاغ است. این نکته به طوری مشابه دربارهٔ شاهدی از نوع $\neg R_a \wedge \neg B_a$ برقرار است. او با توجه به همین نکته، R_a^* را به این صورت تعریف کرد که شیء a به تصادف از کلاس کلاغ‌ها انتخاب شده باشد و $\neg B_a^*$ را به معنای این‌که شیء b به تصادف از کلاس اشیای غیر سیاه انتخاب شده باشد. برای نشان‌دادن پارادوکس کلاغ ها، با کمک این تعاریف، می‌توان اثر تأییدکنندهٔ هریک از مشاهدات $R_a^* \wedge B_a$ و $\neg B_b^* \wedge \neg R_b^*$ را روی فرضیهٔ $H:(\forall x)(Rx \supset Bx)$ بررسی کرد، با توجه به قاعدهٔ بیز:

$$p(H \mid R_a^* \wedge B_a \wedge K) = \frac{p(R_a^* \wedge B_a \mid H \wedge K)\, p(H \mid K)}{p(R_a^* \wedge B_a \mid K)}$$
$$p(H \mid \neg B_b^* \wedge \neg R_b \wedge K) = \frac{p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b \mid H \wedge K)\, p(H \mid K)}{p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b \mid K)} \quad (۶.۳)$$

اگر $R_a^* \wedge B_a$ و $\neg B_b^* \wedge \neg R_b^*$ مشاهداتی از فرضیهٔ H باشند، در این صورت:

$$p(R_a^* \wedge B_a \mid H \wedge K) = p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b \mid H \wedge K) = 1 \quad (۶.۴)$$

پس داریم:

$$p(H \mid R_a^* \wedge B_a \wedge K) = \frac{p(H \mid K)}{p(R_a^* \wedge B_a \mid K)}$$

$$p(H \mid \neg B_b^* \wedge \neg R_b \wedge K) = \frac{p(H \mid K)}{p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b \mid K)} \quad (۶.۵)$$

در این صورت،

$$p(H \mid R_a^* \wedge B_a \wedge K) > p(H \mid \neg B_b^* \wedge \neg R_b \wedge K) \quad (۶.۶)$$

اگر و تنها اگر $p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b \mid K) > p(R_a^* \wedge B_a \mid K)$ باشد. هاریچ تأکید می‌کند که رابطهٔ اخیر برای جهان ما صادق است (Earman, 1992:71).

پارادوکس کلاغ‌ها هم‌چنان یکی از مسائل ادامه‌دار نظریهٔ تأیید است و این‌که فکر کنیم توانسته‌ایم آن را کاملاً حل کنیم، کمی ساده‌انگارانه است. در این‌جا صرفاً تلاش کرده‌ایم سودمندی رویکرد کمّی بیزی در نظریهٔ تأیید را در پاسخ به چنین مسائلی نشان بدهیم.[۶]

۷. معمای جدید استقرا و بیزگرایی

مثال مشهور گودمن محمول «سابی» است که از قسمت‌های اول و آخر محمول‌های سبز و آبی ساخته شده است. محمول سابی را این طور تعریف می‌کنیم که اگر آن را بر چیزی حمل کنیم، به این معناست که تا قبل از زمان مفروض t، سبز و بعد از آن آبی است.[۷] گزارهٔ «زمردها سابی هستند» را درنظر می‌گیریم؛ به این ترتیب تمام زمردهای مشاهده شده، سابی به حساب می‌آیند، زیرا شرایط سابی‌بودن را ارضا می‌کنند. درواقع اگر زمان مفروض t، زمانی در آینده باشد پس همهٔ زمردهای کنونی که قبل از آن زمان مشاهده می‌شوند باید سبز باشند که هستند و این یعنی هر زمزد سبزی گزارهٔ بالا را تأیید می‌کند. از طرف دیگر گزارهٔ «همهٔ زمردها سبز هستند» را درنظر می‌گیریم؛ این گزاره هم با مشاهدهٔ زمردهای سبز تأیید می‌شود. مسئلهٔ اصلی که گودمن برای اولین بار مورد توجه قرار داد، مسئلهٔ تسری (projection) بود. او برای این‌که نشان دهد همهٔ محمول‌ها به یک اندازه تسری‌پذیر نیستند، این گونه محمول ها نظیر سابی را مطرح ساخت. گودمن می‌گوید که «تأیید واقعی (genuine) فقط زمانی رخ می‌دهد که یک نمونه، اعتباری (credibility) را به فرضیه بدهد که به نمونه‌های دیگر منتقل شده است» (Goodman, 1983: 69). درواقع اصطلاح «تسری‌پذیر» را در مورد فرضیه‌ای به کار می‌بریم که قادر به دریافت چنین تأیید اصلی از جانب نمونه‌های خود باشد. می توان تسری‌پذیری را در دستگاه بیزی به صورت زیر صورت‌بندی کرد (Earman, 1992):

تسری‌پذیری ضعیف) با توجه به معرفت پس‌زمینهٔ K، فرضیهٔ H به طور ضعیف (weakly) روی نمونه‌های خود، $E_1, E_2, \ldots$، تسری‌پذیر است فقط در صورتی که:

$$\lim_{n\to\infty}(E_{n+1} \mid \bigwedge_{i\le n} E_i \wedge K) = 1 \quad (۷.۱)$$

به طور مشابه در منطق $(L,\models)$، فرض کنید P محمولی تک‌موضعی باشد، با توجه به معرفت پس‌زمینهٔ K، فرضیهٔ H به طور ضعیف روی افراد $a_1, a_2, a_3, \ldots$ تسری‌پذیر است فقط در صورتی که:

$$\lim_{n\to\infty}(P_{a_{n+1}} \mid \bigwedge_{i\le n} P_{a_i} \wedge K) = 1 \quad (۷.۲)$$

تسری‌پذیری قوی) با توجه به معرفت پس‌زمینهٔ K، فرضیهٔ H به طور قوی (strongly) روی نمونه‌های خود، $E_1, E_2, \ldots$، تسری‌پذیر است فقط در صورتی که:

$$\lim_{m,n\to\infty}(\bigwedge_{n\le j\le n+m} E_j \mid \bigwedge_{i\le n} E_i \wedge K) = 1 \quad (۷.۳)$$

به طور مشابه در منطق $(L,\models)$، فرض کنید P محمولی تک‌موضعی باشد، با توجه به معرفت پس‌زمینهٔ K، فرضیهٔ H به طور قوی روی افراد $a_1, a_2, a_3, \ldots$ تسری‌پذیر است فقط در صورتی که:

$$\lim_{m,n\to\infty}(\bigwedge_{n\le j\le n+m} P_{a_j} \mid \bigwedge_{i\le n} P_{a_i} \wedge K) = 1 \quad (۷.۴)$$

شرط کافی برای برقراری تسری‌پذیری ضعیف و قوی، این است که $p(H) > 0$ باشد.

فرض کنید محمول تک‌موضعی P بیان‌گر سبزبودن و محمول 'P نشان‌دهندهٔ سابی‌بودن باشد، می‌توان روی افراد $a_1, a_2, a_3, \ldots$، 'P را برحسب P چنین تعریف کرد:

$$P'_{a_i} \equiv \{[(i \le t) \wedge P_{a_i}] \vee [(i > t) \wedge \neg P_{a_i}] \quad (۷.۵)$$

وقتی که دامنهٔ i از ۱ تا ∞ است، هیچ‌چیز در حساب احتمالات مانع نمی‌شود تا به $(\forall i)P_{a_i}$ و $(\forall i)P'_{a_i}$، احتمال پیشین غیر صفر نسبت بدهیم، که در این صورت:

$$\begin{aligned}&\lim_{n\to\infty}(P_{a_{n+1}} \mid \bigwedge_{i\le n} P_{a_i} \wedge K) = 1\\ &\lim_{n\to\infty}(P'_{a_{n+1}} \mid \bigwedge_{i\le n} P'_{a_i} \wedge K) = 1\end{aligned} \quad (۷.۶)$$

پوپر در ضمیمهٔ vii *منطق اکتشافات علمی* بیان می‌کند که حتی اگر بپذیریم احتمال‌های پیشین $(\forall i)P_{a_i}$ و $(\forall i)P'_{a_i}$ صفر نیستند، این نتیجه، تناقض است، زیرا $P'_{a_{t+1}}$ معادل با $\neg P_{a_{t+1}}$ است و احتمال هر دو نمی‌تواند به ۱ میل کند. اما باید توجه داشت که مثال گودمن نشان می‌دهد که نرخ هم‌گرایی روی محمول‌های متفاوت نمی‌تواند یک‌سان باشد. درست است که هر دو حد به عدد یک میل می‌کنند، اما از آن‌جایی‌که با توجه به دانش پس‌زمینهٔ K، تسری‌پذیر فرضیهٔ $H:(\forall i)P_{a_i}$ روی مشاهدات با ویژگی P_{a_i} بیش‌تر است، نرخ هم‌گرایی $\lim_{n\to\infty}(P_{a_{n+1}} \mid \bigwedge_{i\leq n} P_{a_i} \wedge K)$ به ۱ بیش‌تر از $\lim_{n\to\infty}(P'_{a_{n+1}} \mid \bigwedge_{i\leq n} P'_{a_i} \wedge K)$است.[۸]

تا این‌جا، صورت‌بندی تسری‌پذیری گودمن را در دستگاه بیزی نشان دادیم، حال برای پاسخ به معمای سابی، فرض کنید که H این فرضیه باشد که «همهٔ زمردها سبز هستند» و 'H این فرضیه باشد که«همهٔ زمردها سابی هستند» و E مشاهده‌ای باشد مبنی‌بر این‌که زمرد a قبل از زمان t بررسی شده و سبز است (P_a). با توجه به قاعدهٔ بیز داریم:

$$p(H \mid E \wedge K) = \frac{p(H \mid K)\, p(E \mid H \wedge K)}{p(E \mid K)}$$
$$p(H' \mid E \wedge K) = \frac{p(H' \mid K)\, p(E \mid H' \wedge K)}{p(E \mid K)} \qquad (۷.۷)$$

اما E شاهدی برای هر دو فرضیهٔ H و 'H است ($\{H,K\} \vDash E$ و $\{H',K\} \vDash E$)، پس $p(E \mid H \wedge K) = p(E \mid H' \wedge K)$ ، درنتیجه:

$$p(H \mid E \wedge K) = \frac{p(H \mid K)}{p(E \mid K)}$$
$$p(H' \mid E \wedge K) = \frac{p(H' \mid K)}{p(E \mid K)} \qquad (۷.۸)$$

از آن‌جایی‌که درست‌نمایی پیشین E در مخرج هر دو رابطه با هم برابر است، تفسیر بیزی این مسئله عبارت است از صورت‌بندی نظریه‌ای دربارهٔ حمایت گواه یا مشاهده از نظریه، که احتمال اولیهٔ بیش‌تری را به‌فرضیهٔ سبزبودن زمردها در مقایسه با سابی‌بودن آن‌ها بدهد. یعنی با توجه به دانش پس‌زمینهٔ K، شاهد E حمایت بیش‌تری از فرضیهٔ H در مقایسه با فرضیهٔ 'H دارد اگر احتمال پیشین بزرگ‌تری برای H در مقایسه با 'H درنظر گرفته باشیم.

۸. نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله، بررسی چالش‌های نظریهٔ تأیید به‌وسیلهٔ رویکرد بیزی، رویکردی کمّی در تأیید فرضیه‌های علمی، بود. همان‌طور که خاطرنشان کردیم، بیزگرایی روشی برای ارزیابی تعمیم‌ها یا پیش‌بینی‌ها، بر اساس مشاهدات است. درواقع ما می‌توانیم به کمک نظریهٔ احتمالات و قاعدهٔ بیز، احتمال یک پیش‌بینی یا فرضیهٔ علمی را با توجه به شواهد، محاسبه کنیم، زیرا در رویکرد بیزی، آن‌چه موجب تمایز علم و افسانه از هم می‌شود، این است که ما گواه و شاهد خوبی برای محتوا و مضمون علم و یا لااقل علومی که به کمال رسیده‌اند داریم. در این مقاله، تفسیر درجهٔ باور (ذهنی) از احتمال، که رویکرد غالب بیزگرایان معاصر است، را در نظریهٔ تأیید بیزی به کار گرفتیم و نشان دادیم که رویکردهای کیفی به نظریهٔ تأیید، از جمله رویکرد فرضی‌استنتاجی، از پس معضلی هم‌چون عطف نامربوط برنمی‌آیند و تأیید نمونه‌ای همپل نیز نمی‌تواند پاسخ‌گوی پارادوکس‌های نظریهٔ تأیید از جمله پارادوکس کلاغ‌ها باشد. در ادامه، پارادوکس کلاغ‌ها و معمای جدید استقرا (معمای گودمن) را در قالب دستگاه بیزی صورت‌بندی و پاسخ‌های موجود برای آن‌ها را مطرح کردیم.

پی‌نوشت

۱. شرح رویکرد همپل و معیار مطلوبیت او در بخش ٤ آمده است.

۲. برای شرح کامل از تفاسیر احتمال و نقدهای وارد به آن‌ها، ← (Gillies, 2000).

۳. E برگرفته از واژهٔ «evidence» به معنای «گواه و مدرک» و H برگرفته از واژهٔ «hypothesis» به معنای «فرضیه» است.

٤. برای اطلاع از این‌گونه دستگاه‌های غیر استاندارد احتمال، ← (Popper, 1961; Renyi, 1970).

۵. برای آشنایی با منطق محمولات جدید ← (نبوی، ۱۳۸۹).

٦. یکی از انتقاداتی که ساپز به پاسخ هاریچ وارد کرده این است که مقایسهٔ دو احتمال $p(R_a^* \wedge B_a \,|\, K)$ و $p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b \,|\, K)$ مقایسهٔ احتمال مربوط به شیئی که به تصادف از کلاس کلاغ ها انتخاب شده (a) با احتمال مربوط به شیئی است که به تصادف از کلاس اشیای غیر سیاه انتخاب شده است (b). برای اطلاع از پاسخ‌های دیگر به پارادوکس کلاغ‌ها ← (Lawson, 1985; Watkins, 1987; French, 1988; Aronson, 1989).

۷. پاتنام (H. Putnam) در پیش‌گفتار ویرایش چهارم کتاب *واقعیت، افسانه، و پیش‌بینی* چیزی را

به‌عنوان سابی معرفی می‌کند که یا قبل از زمان معین t مشاهده شده و سبز باشد یا قبل از آن زمان مشاهده نشده و آبی باشد.

۸. برای شرح بیش‌تر ← (Earman, 1992: 110-113).

منابع

پوپر، کارل ریموند (۱۳۸۸). *منطق اکتشافات علمی*، ترجمهٔ سید حسین کمالی، تهران: علمی فرهنگی.

پاپینیو، دیوید (۱۳۸۰). «مسئلهٔ استقرا»، ترجمهٔ امیر مازیار، *مجلهٔ اندیشه*، سال اول، ش ۱.

کارناپ، رودلف (۱۳۶۳). *مقدمه‌ای بر فلسفهٔ علم، مبانی فلسفی فیزیک*، ترجمهٔ یوسف عفیفی، تهران: نیلوفر.

گیلیس، دانالد (۱۳۸۷). *فلسفهٔ علم در قرن بیستم*، ترجمهٔ حسن میانداری، تهران: سمت.

گودمن، نلسون (۱۳۸۱). *واقعیت، پیش‌بینی، و افسانه*، ترجمهٔ رضا گندمی نصرآبادی، قم: دانشگاه مفید.

لازی، جان (۱۳۷۷). *درآمدی تاریخی به فلسفهٔ علم*، ترجمهٔ علی پایا، تهران: سمت.

نبوی، لطف‌اله (۱۳۸٤). *مبانی منطق و روش‌شناسی*، تهران: دانشگاه تربیت مدرس.

همپل، کارل (۱۳۸۰). *فلسفهٔ علوم طبیعی*، ترجمهٔ حسین معصومی همدانی، تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

Aronson, J. (1989). ‘The Bayesians and the Ravens paradox‘. *Nous*, Vol. 23.

Carnap, Rudolph (1950). *Logical Foundations of Probability*, Chicago: University of Chicago Press.

Bayes, T. (1764). ‘An Essay Toward Solving a Problem in the Doctrine of Chances’, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* for 1763, 53.

Earman, John (1992). *Byes or Bust*, Cambridge, MA: Bradford-MIT.

Fitelson, B. (2001). ‘Studies in Bayesian Confermation Theory’, PhD Thesis, University of Wisconsin.

French, S. (1988). ‘A Green Parrot Is Just as Much a Red Herring as a White Shoe: A Note on Confirmation, Background Knowledge, and the Logico-Probabilistic Approach’. *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 38.

Gillies, Donald (2000). *Philosophical Theories of Probability*, London: Routledge.

Glymour, Clark (1980). *Theory and Evidence*, Princeton: Princeton University Press.

Goodman, N. (1983). *Fact, Fiction, and Forcast*, Cambridge: Harvard University Press.

Hajek, A. (2009). ‘Interpritations of the Probability Calculus’, In *The Satnford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), http://plato.stanford.edu/entries/probability-interpret/.

Hawthorn, J. (2008). ‘Inductive Logic’, In *The Satnford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), http://plato.stanford.edu/entries/logic-inductive/.

Hempel, C. G. (1945). ‘Studies in the Logic of Confirmation’, *Mind*, Vol. 45.

Howson, C. (2008). ‘Bayesianism’, In *The Routledge Companion to Philosophy of Science*, Stathis Psillos and Martin Curd (eds.), New York: Routledge.

Howson, C. and Urbach (2006). *Scientific Reasoning, the Bayesian Approach*, La Salle, Illinois: Open Court.

Keynes, J. M. (1921). *A Treatise on Probability*, London: Macmillan.

Lawson, T. (1985). 'The Context of Prediction (and the Paradox of Confirmation)', *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 36.

Norton, John D. (2005). 'A Little Survey of Induction', In *Scientific Evidence: Philosophical Theories and Applications*, P. Achinstein (ed.), Johns Hopkins University Press.

Norton, John D. (2007). 'Challenges to Bayesian Confirmation Theory', In *Handbook of the Philosophy of Science*, Philosophy of Statistics, Vol. 7, *Elsevier*.

Popper, Karl, R. (1961). *Logic of Scientific Discovery*, New York: Science.

Popper, Karl R. and Miller, David (1983). 'A Proof of the Impossibility of Inductive Logic', *Nature*, Vol. 302.

Ramsey, F. P. (1926). 'Truth and Probability', In *Studies in Subjective Probability*, H. E. Kyburg and H. E. Smokler (eds.), John Wiley.

Renyi, Alfred (1970). *Foundations of Probability*, San Francisco: Holden-Day In.

Sprenger, Jan (2011). 'Hempel and the Paradoxes of Confirmation', In *Handbook of the History of Logic*, Dov M. Gabbay, Stephan Hartmann and John Woods (eds.), Vol. 10, Inductive Logic, *Elsevier*.

Suppes, P. (1966). 'A Bayesian Approach to the Paradoxes of the Ravens', In *Aspects Of Inductive Logic*, Hintikka and Suppes (eds.), Amesterdam: North Holland.

Von Mises, R. (1928). *Probability, Statistics, and Truth*, London: George, Allen and Unwin.

Watkins, J. (1987). 'Lawson on the Raven Paradox and Background Knowledge', *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 38.

Weisberg, Jonathan (2011). 'Varieties of Bayesianism', In *Handbook of the History of Logic*, Dov M. Gabbay, Stephan Hartmann and John Woods (eds.), Vol. 10, Inductive Logic, *Elsevier*.