اثبات نظریه کانت مبنی بر تبدیل همهٔ اشکال قیاس به شکل اول

علی‌اکبر پیمان[1]

چکیده

در آغاز، قیاس، دیدگاه کانت دربارهٔ قیاس صوری و شکل‌های چهارگانه آن می‌آید؛ و اینکه از میان اشکال قیاس تنها شکل اول است که اهمیت دارد و شکل‌های دیگر را می‌توان به شکل اول برگرداند. پس از آن شکل‌های گوناگون و قاعده‌های منطق کلاسیک - ارسطویی معرفی می‌گردند؛ در پایان کوشش می‌شود با الگو گرفتن از زبان صوری منطق جدید، نظریهٔ مجموعه‌ها، به ویژه نمودار وِن، ثابت شود که چطور همهٔ شکل‌های گوناگون قیاس را می‌توان به شکل اول و آن هم به ضرب اول (Barbara) بازگرداند. در هر مورد، نیز، مثالی از زبان طبیعی برای درک بهتر موضوع ارائه می‌شود.

کلید واژه‌ها

کانت، منطق صوری، منطق ریاضی، قیاس صوری، شکل‌های قیاس، نظریه مجموعه‌ها، نمودار وِن

عمر در محمول و در موضوع رفت ‌‌‌ بی‌بصیرت عمر در مسموع رفت
هر دلیلی بی‌نتیجه بی‌اثر ‌‌‌ باطل آمد در نتیجه خود نگر
جز به مصنوعی ندیدی صانعی ‌‌‌ بر قیاس اقترانی قانعی
میفزاید در وسایط فلسفی ‌‌‌ از دلایل باز برعکسش صفی
گرد خان او را دلیل آتش است ‌‌‌ بی دخان ما را در این آتش خوش است

مولانا جلال‌الدین بلخی

---

۱. استاد سابق دانشگاه صنعتی شریف و بازنشسته در آلمان

درباره اشکال و ضروب قیاس صوری و اثبات نظریهٔ کانت مبنی بر اینکه تمام اشکال قیاس و ضروب آن به ضروب شکل اولیه تبدیل می‌شوند.

در ابتدای این مقاله خلاصهٔ گفتار کانت را درباره «موشکافی غلط چهار شکل قیاس صوری» نقل نموده و سپس به توصیف قیاس صوری و ضروب آن پرداخته و در خاتمه ثابت می‌کنیم که ضروب مختلفه قیاس به ضروب شکل اول قابل تبدیلند. برای این کار از اصول و قوانین منطق ریاضی و تئوری مجموعه‌ها استفاده می‌نمائیم. کوشش شده که مطالب حتی‌المقدور به زبان ساده بیان شود و در این راه هر جا لازم باشد مثال‌ها و نمودارهای مربوط ارائه گردد.

ایمانوئل کانت در نوشتار فوق‌الذکر می‌گوید «قیاس بطورکلی دو گونه است. یکی قیاس ناب یا قیاس محض و دیگری قیاس مختلط؛ قیاس ناب آن است که فقط از سه جمله تشکیل شده باشد و اگر در آن بیش از سه جمله بصورت ظاهر یا ضمنی پیش آیند قیاس مختلط نامیده می‌شود. همچنین می‌گوید قیاس محض فقط در شکل اول امکان پیدا می‌کند و در سه شکل دیگر قیاسات مختلطند.» منظور کانت از جمله عبارتی است که به آن حکم یا گزاره می‌گوئیم و در منطق گزاره‌ای چنین تعریف شده است.

حکم یا گزاره جمله‌ای است که بتوان دربارهٔ آن بطور کلی نظر داد که آن جمله راست است غلط است. دستوری که کانت برای قیاس محض می‌دهد چنین است.

«یک خصیصه B از یک خصیصه C از یک امر A، خود یک خصیصه از امر A» و می‌گوید از این دستور سه جمله (حکم) حاصل می‌شود.

C دارای خصیصه B هست	هر چه عقلانی باشد روحانی است
A دارای خصیصه C هست	روان انسانی عقلانی است
پس A دارای خصیصه B هست	پس روان انسانی روحانی است

کانت می‌گوید که فقط این قیاس یک قیاس محض است و اشکال دیگر قیاس در حقیقت یک موشکافی بیمورد است و اضافه می‌کند که «علم قیاس یعنی علم اشکال قیاس هیولایی است که پاهایش از گل است و تقسیم‌بندی اشکال قیاس یک ورزش فکری است» و می‌نویسد «اگر چه از هر چهار شکل قیاس امکان رسیدن به نتیجه صحیح وجود دارد. اما بجز در شکل اول این امکان فقط با استفاده از اختلاط قیاس فی‌مابین تحقق می‌پذیرد.»

کانت در این مقاله به علمای منطق می‌تازد و می‌گوید «اگر در جایی تیزهوشی بسیار برای امر بی‌فایده‌ای بکاربرده شده در همین علم منطق است که در آن عالم نمایی بیش از حد شده و برای هر شکل قیاس وجوه مختلف اختراع گردیده و برای هر ضرب نام شگفت و نامأنوسی برگزیده شده و در آن نام‌ها حروفی تعبیه گشته که دارای معانی رمزی هستند، تا با کمک آن‌ها بتوان آن وجوه را به وجوه شکل اول تبدیل نمود» کانت می‌گوید«برای من مایه مسرت است اگر چند ساعتی وقت را صرف این نمایم تا هیولائی را که سرش در ابرهای قرون باستان و پاهایش از گل است سرنگون سازم» و به طنز می‌گوید که «قیاس صوری حداقل یک فایده دارد و آن این است که خبرگان آن می‌توانند افراد ناوارد را مغلوب سازند. این علم در واقع یک نوع ورزش برای این حضرات شده و هنری است که ممکن است در بسیاری از

موارد مفید باشد ولی بـه شـناخت حقیقـت کمکـی نمـی‌نمایـد و از ایـن جهـت بهتـر می‌بینیم که در این مورد سکوت اختیار کنم».

با قضاوتی که کانت درباره علم قیاس می‌کنند اگر آن را جدی تلقی کنیم باید مطلـب را به همین جا خاتمه دهیم. اما کانت این مقاله را در سـال ۱۷٦۲ نوشـت و خـود تـا سال ۱۷۹۸ یعنی بیش از ۳٦ سال دیگر به تـدریس منطـق و متافیزیـک مشـغول بـود، علی‌الخصوص که از سال ۱۷۷۰ بـه بعـد کرسـی درس منطـق و مـا بعدالطبیعـه را در دانشگاه کونیکسبرگ در پروس شرقی به عهده داشت و می‌تـوان خـوب تصـور نمـود که درس‌های منطق او تنهـا بـه شـکل اول قیـاس محـدود نمـی‌شـده اسـت. در طـول دویست سال پس از درگذشـت کانـت پیشـرفت‌هـای بزرگـی در ریاضـیات و منطـق حاصل آمده و ما می‌توانیم تفکر کانت را در مسـئله فـوق از دیـدگاه، جدیـدی مـورد بررسی قرار دهیم.

سیلوژیسم (Syllogismus) از واژه یونانی Syllogismos مشتق شـده کـه بـه معنـی ترکیب گفتار است و ما آن را به قیاس صـوری ترجمـه مـی‌کـنم. سیلوژیسـم عبـارت است از استنتاجی که از کلی به جزئی برسد و بطور کلـی از سـه حکـم تشکیل شـده است. خود ارسـطو قیـاس را چنـین تعریـف مـی‌کنـد. « سیلوژیسـم عبـارت اسـت از گفتاری (Logos) که اگر در آن امری فرض شود امر دیگری حاصل آید کـه بـا امـر تفاوت دارد و این حصول تنها به خاطر این باشـد کـه امـر اول هسـت و نـه بـه خـاطر دخالت امر خارجی دیگر.»

ارسطو روش قیاس را چنین توصـیف مـی‌کنـد «اگـر سـه مفهـوم بـا یکـدیگر آنچنـان رابطه‌ای داشته باشند که آخری بطور تمام در مفهوم وسطی و وسـطی بطـور تمـام در اولی موجود باشد و یا نباشد پس در ایـن صـورت بـرای مفهـوم خـارجی یـک قیـاس

کامل (Syllogism) حاصل می‌شود. مفهوم وسطی آن را مـی‌گـویم کـه در یکـی از مقدمات موجود باشد و دیگری را در خـود داشـته باشـد. بخـاطر ایـن خاصـیت ایـن مفهوم را مفهوم وسطی مـی‌نـامیم. مفهـوم خـارجی آن را مـی‌گـویم کـه یـا خـود در دیگری است و یا اینکه دیگری را خود دارد. اگر A از هر B گفته آیـد و B و از هـر C گفته آید پس A از هر C گفته آید.»

دو حکمی که از آنها نتیجه‌گیری می‌شود و مقدمات (Prāmisse) نـام دارنـد. اولـین مقدمه را جمله بـالایی یـا جملـه بـزرگ (مقدمـه کبـری) (Proposition major) و دومین مقدمه را جمله زیر یا جمله کوچک (مقدمه صغری) یا می‌نامنـد کـه بـه لاتـین (Proposition minor) اسـت. از ایـن دو مقدمـه نتیجـه (conclusio) حاصـل مـی‌شـود. مفهـومی کـه در هـر دو مقدمـه مشـترک اسـت حـد میانـه (Terminus medius) و آن دو مفهوم دیگر که در مقدمهٔ اوّل و دوّم وجود دارند مفاهیم خـارجی نام دارند. مفهوم خارجی جملهٔ بالایی را حـد کبـری و مفهـوم خـارجی جملـه دوم را حد صغری می‌نامند کـه بـه لاتـین بـه ترتیـب (Terminus major) و (Terminus minor) هستند. هر یک ازجملات قیاس یک حکم است که در آن دو مفهـوم یـا دو خصصیه پیش میاید. در جملـهٔ سـوم یـا جملـهٔ نتیجـه مفـاهیم موضـوع (Subjekt) و محمول(Pradikat) نام دارند. مثلاً اگر جملـه سـوم ایـن باشـد «تمـام پرنـدگان بـال دارند» خاصیت پرنده بودن موضوع است و به S نمایش داده مـی‌شـود خاصـیت بـال داشتن محمول است و آن را به P نمایش می‌دهند. جملهٔ فوق را می‌توان بطور خلاصه چنین نوشت «تمام S ها هستند P» که معنی آن این است «هـر چیـز کـه خاصـیت یـا نشان S دارد دارای خاصیت یا نشان P است.» در زبان منطـق صـوری بـرای عبـارت «هر چیز» با «تمام چیزهایی که» علامت $\forall_x$ را به کـار مـی‌برنـد کـه معنـی آن ایـن

است که «هر X» یا «تمام Xها». با این علامت می‌توان جمله فوق را به زبان ریاضی نوشت.

$$\underset{x}{\forall}[(x\in s)\Rightarrow(x\in p)] \quad \text{یا به طور خلاصه‌تر} \quad \underset{x}{\forall}(\underset{x}{S}\Rightarrow\underset{x}{P})$$

در قیاس صوری احکام را برحسب اینکه کلاً تصدیقی (موجبه کلی) (Uniuevsell Affirmativ)

یا جزاً تصدیقی (موجبه جزئی) (Partikular Affirmativ) و یا کلاً سلبی (سالبه کلی)(Universell Negativ)

یا جزاً سلبی (سالبه جزئی) (Partikulär Negativ) باشند به چهار نوع تقسیم می‌کنند. برای مثال: حکم موجبه کلی: «تمام پرندگان بال دارند» یا «تمام Sها هستند P» $\underset{x}{\forall}(\underset{x}{S}\Rightarrow\underset{x}{P})$

حکم موجبه جزئی: «بعضی از پرندگان بال دارند» و «بعضی از Sها هستند P»

$$\neg\underset{x}{\forall}(\underset{x}{S}\Rightarrow\underset{x}{P})$$

حکم سالبه کلی: «تمام پرندگان بی‌بال هستند» و «هیچ یک از Sها P نیستند»

$$\underset{x}{\forall}\underset{x}{S}\Rightarrow\neg\underset{x}{P})$$

حکم سالبه جزئی: «بعضی از پرندگان بال ندارند» یا «بعضی از Sها P نیستند»

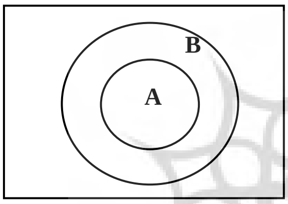
$$\neg\underset{x}{\forall}(\underset{x}{S}\Rightarrow\underset{x}{P})$$

در مثال بالا علامت ~ نشان نفی و علامت $\Rightarrow$ نشان استلزام (Implikation) است حکم موجبه کلیه را با حرف (a) م حکم موجبه جزئی را با حرف (i) و سالبه کلی را با حرف(e) و سالبه جزئی را با حرف (o) مشخص می‌کنند. حکم $\underset{x}{\forall}(A_x\Rightarrow B_x)$ را می‌توان چنین خواند «تمام Xها که دارای خاصیت A هستند

دارای خاصیت B نیز هستند » یا اینکه هر x اگـر دارای ویژگـی Aباشـد پـس دارای ویژگی B نیز خواهد بود»

حال اگر مجموعه تمام Xها که دارای نشان A هستند به A نمایش دهـیم و مجموعـه تمام Xها که دارای نشان B هستند به B نمایش دهیم حکـم $\underset{x}{\forall}(A_x \Rightarrow B_x)$ را کـه فرض می‌شود یک استلزام صادق است می‌توان بدین طریق تعبیر نمود که مجموعـه A یک زیرمجموعه از Bاست. صورت نموداری مجموعه‌ها را دیاگرام وِن می‌نامند.

چـــون A زیرمجموعـــه‌ای از B اســـت یعنـــی A⊂B پـــس دیـــاگرام وِن آن (Venn Diagramm) چنین می‌شود.

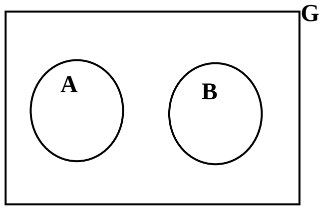


G: عالم سخن(universe of discourse)

در این دیاگرام مربع G نمـودار مجموعـه کـل یعنـی مجموعـه تمـام X هـای ممکنـه است. (عالم سخن) در این جا تذکر می‌دهیم که برای رابطه اسـتلزامی $A\Rightarrow B$ کـه در آن A و B گزاره هستند چهار امکان موجود است که در قیاس ارسـطویی فقـط از امکان اینکه هم A صادق است و هم B اسـتفاده مـی‌شـود کـه درنتیجـه آن $A\Rightarrow B$ صادق می‌گردد. به خاطر این محدودیت می‌توانیم رابطه منطقی $\underset{x}{A}\Rightarrow \underset{x}{B}$ را به رابطـه مجموعه‌ای $A\subset B$ ترجمه کنیم.

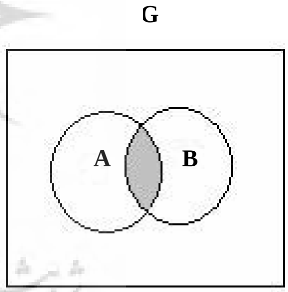
حکـم سالبه کلی $\forall_x (A_x \Rightarrow \neg B_x)$ را که با علامت «e» مشخص کردیم می‌تـوان چنین خواند «هر X دارای ویژگی A باشد دارای ویژگی B نیست» یا بطـور خلاصـه «هر X که A باشد B نیست».

معنی این جکم در زبان تئوری مجموعه‌ها این است کـه مجموعـه A بـا مجموعـه B بیگانه است یعنی فصـل مشـترک نـدارد ایـن وضـعیت بوسیله دیاگرام ون بطرز زیر نمایش داده می‌شود.



این نمودار نشان می‌دهد که عناصر مجموعـه A جـزء B نیسـتند بلکـه جـزء آن مجموعـه‌ای هسـتند کـه عناصرش خاصیت B را ندارد یعنی جزء $\overline{B}$ (غیر B) هستند که بصورت B ~ نوشته می‌شود یعنی $A\subset\overline{B}$ یا $A\subset\neg B$

بنابراین ترجمه جمله $\underset{x}{\forall}(A_x \Rightarrow \neg B_x)$ با رعایت محدودیتی که قبلاً ذکـر کـردیم می‌شود $A\subset\overline{B}$ در این جا متذکر می‌شویم که مجموعه B نیـز جـزء آن مجموعـه‌ای است که اعضاء آن علامت A را ندارند یعنی $B\subset\overline{A}$

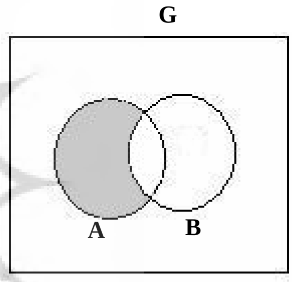


احکـــام موجبـــه جزئـــی «i» کـــه بـــه صـــورت $\neg\underset{x}{\forall}(A_x\Rightarrow\neg B_x)$ هستند بطور تحت‌الفظـی چنـین خوانده می‌شوند «این طور نیسـت کـه تمـام Xهـا کـه دارای ویژگی A هستند علامت B را نیـز دارا نباشـند» معنی این جمله به زبان ساده ایـن اسـت کـه «بعضـی از xها که دارای ویژگی A هستند ویژگی B را نیز دارا هسـتند.» و یـا در زبـان تئـوری مجموعه‌ها «مجموعه‌های A و B در بعضی از عناصر مشترکند» یعنی مقطع مشـترک ایـن مجموعـه تهـی نیسـت. ایـن مطلـب بصـورت ریاضـی چنـین نوشـته مـی‌شـود $A\cap B\neq\phi$ که معادل است با $\neg(A\subset\neg B)$. دیاگرام ون بـرای ایـن دو مجموعـه بشکل زیر است.

قسـمت هاشـور خـورده مقطـع مشـترک A و B را نشـان مـی‌دهـد معنـی عبـارت $\neg(A\subset\neg B)$ این است که مجموعـه A یـک زیرمجموعـه کامـل از مجموعـه ~B نیست.

احکـام سـالبه جزئـی «O» کـه بصـورت $\neg\forall_x(A_x \Rightarrow B_x)$ هسـتند بطـور تحت‌الفظی چنین خوانده می‌شوند. «اینطور نیست که تمام Xهائی که دارای ویژگی A هستند دارای ویژگی B نیز باشند».

یا به زبان ساده «بعضی از Xها B نیستند» معنی این جمله در زبان تئوری مجموعه‌ها این است که مجموعه A دارای بعضی عناصر است که جزء مجموعه B نیستند یـا بـه زبان ریاضی $A\cap\overline{B}\neq\phi$ که دیـاگرام ون آن بشـکل زیر است:



قسمت هاشور زده مقطع مشـترک A و ~B را نشـان مـی‌دهـد. معنـی $A\cap\overline{B}\neq\phi$ ایـن اسـت کـه مقطـع مشترک $\overline{B}, A$ تهی نیست.

حروف «a»،«i»،«e»,«o» توسطMichael Psellos وضع شـده اسـت کـه حـدود 1050 میلادی نیز می‌زیسته است.

توصیف اشکال قیاس

قیاس صوری چنانچـه قـبلاً گفتـیم از دو مقدمـه و یـک نتیجـه تشـکیل شـده. مفهـوم خـارجی را در مقدمـه اول P (Pradikat) و مفهـوم خـارجی مقدمـه دوم را بـه S (Subjekt) نمایش می‌دهند. مفهوم میانه که هم در در مقدمه اول و هم در مقدمـه دوم پیش می‌آید به M (medius) نمایش می‌دهند.

در جمله نتیجه همیشه ابتدا S (موضوع) و سپس P (محمول) قرار مـی‌گیـرد، امـا در مقدمات بر حسب اینکه M پیش از P و پیش از S و یا بعد از آنهـا قـرار گیـرد چهـار وضع پیش می‌آید که چهار شکل قیاس نام دارنـد. ارسـطو اشـکال قیـاس را شـاکله (Schemata) نامیـده و بعـداً بـه نـام اشـکال قیـاس (Syllogistische Figuren) مشـهور شـده‌انـد. سـه شـکل اول توسـط ارسـطو و شـکل چهـارم توسـط جـالینوس (Galenos) وضع شده است.

شکل اول $\dfrac{\begin{matrix}M - P \\ S - M\end{matrix}}{S - P}$ یا $[(M - P) \& (S - M)] \Rightarrow (S - P)$

شکل دوم $\dfrac{\begin{matrix}P - M \\ S - M\end{matrix}}{S - P}$ یا $[(P - M) \& (S - M)] \Rightarrow (S - P)$

شکل سوم $\dfrac{\begin{matrix}M - P \\ M - S\end{matrix}}{S - P}$ یا $[(M - P) \& (M - S] \Rightarrow (S - P)$

شکل چهارم $\dfrac{\begin{matrix}P - M \\ M - S\end{matrix}}{S - P}$ یا $[(P - M) \& (M - S)] \Rightarrow (S - P)$

علامت & نمایش پیوند عطفی et است و علامت $\Rightarrow$ نمایش استلزام است که فرض می‌شود مقدمات آن صادق هستند. اگر یکی یا هر دو مقدمه صادق نباشد طبق قـانون استلزام نتیجه هر چه باشد قیاس صادق می‌شود و ایـن حالـت را در قیـاس صـوری در نظر نمی‌گیرند.

هر یک از جملات اشکال فوق می‌تواند موجبه کلی (با نماد a) و سالبه کلی (با نماد e) و یا موجبه جزئی (با نماد i) و یا سالبه جزئی (با نماد O) باشد. بنابراین برای هـر

شکل ٦٤ ضرب و برای چهار شکل فوق مجموعاً، ۲٥٦ ضرب به دست میاوریم که آنها را ضروب قیاس می‌نامند. از این تعداد فقط ۱۹ ضرب صادق هستند و بقیه غلط‌اند. نوزده ضرب (Modus) صحیح بشرح زیرند:

وجوه شکل اول $(AAA);(EAE);(AII);(EIO)$

وجوه شکل دوم $(EAE);(AEE);(EIO);(AOO)$

وجوه شکل سوم $(\mathrm{AAI});(\mathrm{EAO});(\mathrm{IAI});\mathrm{AII};(\mathrm{OAO});(\mathrm{EIO})$

وجوه شکل چهارم $(AAI);(AEE);(IAI);(EAO);(EIO)$

برای به خاطرسپردن وجوه صحیح قیاسی جملاتی را به صورت شعر در فلسفه اسکولاستیک به کار می‌بردند که اختراع آن را به هیسپانوس (Johannes Hispanus) که در قرن دوازدهم میلادی می‌زیسته نسبت می‌دهند.

شعر یوهانس هیسپانوس را ذیلاً می‌آوریم و برای ممتاز نمودن ضروب آنها را در پرانتز نوشته و با علامات مجهز می‌کنیم.

شکل اول $\begin{pmatrix} M & P \\ S & M \end{pmatrix}$	A A A E A E A II E IO { (Barbara);(Celarent) primae(Darii);(Ferioque)
شکل دوم $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$	E A E A E E I O A O O (Cesare);(Camestres);(FEestino);(Baroco)secundae
شکل سوم $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$	E A A I A O tertiagrandeponasrecitat(Aarapti);(Felapton) * I A I A I I O A O E I O (Disamis);(Datisi);(Bocardo);(Ferison) * * * * *
شکل چهارم $\begin{pmatrix} PM \\ MS \end{pmatrix}$	A A I A E E I A I {quartaesunt(Bamalip);(Calemes);(Dimatis); * * * * * * E A O E I O (Fesapo);(Fresison). * * * *

علامتی که بر بالای هر ضرب نوشته شده مشخص کننده نوع قیاس است مثلاً علامت AAA در بالای ضرب بابارا تعیین می کند که هر سه جملهٔ این ضرب از نـوع موجبـه کلی هستند. چهارضرب باربارا و کلارنت و داری‌ئی و فریوک مربوط به شکل اولنـد و چنانچه در ابتدای این مقاله گفتیم می‌توان ضروب اشکال دیگر را به ضروب شکل اول تبدیل نمود. حکمای قرون وسطی به این امر مطلع بودنـد و از همـین جهـت نـام ضروب اشکال دیگر را طوری انتخاب کرده‌اند که حرف اول هر ضـربی نشـان دهـد

که این ضرب باید به کدام ضرب از شکل اول تبدیل شود. مثلاً حرف F در ضرب Festino از شکل دوم معرف این است که این ضرب به Ferioque قابل تبدیل است و حرف D در Disamis نشان می‌دهد که این ضرب به Darii تبدیل می‌شود.

برای اینکه بدانیم روش این تبدیلات چگونه است؟ بایستی از بعضی از قوانین منطق گزاره‌ای استفاده کنیم حکمای قرون وسطی این قوانین را در شعر فوق با حروف p, m, s, c مشخص نموده‌اند. مثلاً در ضرب ($Di\underset{*}{s}a\underset{*}{m}i\underset{*}{s}$) سه ستاره‌ای که در زیر حروف S و M و S قرار دارند به این امر اشاره می‌کنند که باید از قوانین m,s استفاده کنیم.

ذیلاً قوانین فوق را شرح داده و آنها را بدین طریق اثبات می‌کنیم که نشان می‌دهیم که آنها همانگویی (تاتولوژی) هستند.

۱ـ قانون تقابل معکوس (Contradictoriam Propositionem) که با علامت C مشخص شده که می‌گوید $\dfrac{\mathrm{A}\quad \neg B}{\neg C}$ برابر است با $\dfrac{A\quad C}{B}$ یا

$$(A \wedge \neg B)\neg C \Leftrightarrow \left(A \wedge C\right) \Rightarrow B$$

برای اثبات ابتدا طرف چپ هم ارزی فوق را حساب می‌کنیم.

$$(\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{B}) \Rightarrow \neg \mathrm{C} = \neg(\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{B}) \mathrm{V} \neg \mathrm{c} = \neg \mathrm{A} \vee \mathrm{B} \vee \neg \mathrm{C}$$

سپس طرف راست هم‌ارزی را حساب می‌کنیم.

$$(\mathrm{A} \wedge \mathrm{C}) \Rightarrow \mathrm{B} = \neg(\mathrm{A} \wedge \mathrm{C})\, \mathrm{VB} = \neg \mathrm{A}\, \mathrm{V} \neg \mathrm{CV} \neg \mathrm{B}$$

می‌بینیم که طرف راست و چپ هم‌ارزی یکسان هستند و بدین طریق تاتولوژی (Tautologie) ثابت می‌شود. تذکر می‌دهیم که در اثبات فوق از قوانین دِمورگان (De Morgan) استفاده شده که چنین‌اند:

$$\neg(A\wedge B)=\neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A\vee B)=\neg A \neg B$$

صورت ساده قانون تقابل معکوس چنین است:

$$A\Rightarrow B\Leftrightarrow\neg B\Rightarrow\neg A$$

۲- قانون تبدیل ساده (Conversio Simplex) که با علامت S مشخص شده و در حقیقت همان عکس نقیض است که بصورت زیر نوشته شده:

$$M_X\Rightarrow\neg P_X \Leftrightarrow P_X\Rightarrow\neg M_X$$

و اثبات آن باز از تعریف $A\Rightarrow B$ که برابر AVB¬ است استفاده می‌شود.

۳ـ قانون جا به جایی مقدمات (Methathesis Praemissorium) که با علامت M مشخص شده $\frac{\begin{matrix}B\\A\end{matrix}}{C}\Leftrightarrow\frac{\begin{matrix}A\\B\end{matrix}}{C}$ یا $A\wedge B)\Rightarrow C\Leftrightarrow(B\wedge A)\Rightarrow c$ که از ثبت آن به خاطر سادگی آن صرفنظر می‌کنیم.

٤ـ قانون تبدیل تصادفی (Conversio per accident) که با علامت P مشخص شده.

$$(A\Rightarrow B)\Leftrightarrow\neg(B\Rightarrow\neg A)$$

این قانون فقط هنگامی صادق است که A صـادق باشـد و از ایـن جهـت قـانون فـوق تاتولوژی کامل نیست و محدودیت دارد. اثبات قانون فوق با توجه به محدودیت ذکر شده بوسیله جدول راستی صورت می‌گیرد.

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg(B \Rightarrow \neg A)$	$A \Rightarrow B) \Leftrightarrow$	$(B \Rightarrow \neg A)$
W	W	W	W	W	
W	F	F	F	W	

در جدول فوق حرف W علامت راست (Wahr) و حرف F دروغ (Falsch) است.

ضرب قیاس صوری:

در این بخش بشرح وجوه اشکال مختلف قیاس می‌پردازیم و ثابت می‌کنیم کـه تمـام ضروب اشکال دوم و سوم و چهارم به وجوه شکل اول قابل تبدیلنـد و خـود ضـروب شکل اول نیز به ضرب Barbara می‌توانند تبدیل شوند.

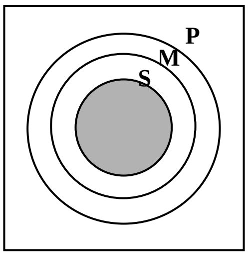
۱- ضرب **Barbara**:	**تعبیر منطقی مفصل**	**تعبیر منطقی خلاصه**
$\underset{x}{\forall}\left[M_x \Rightarrow P_x\right]$	تمام Xها که ویژگی M دارند ویژگی P را نیز دارند.	تمام Mها هستند P
$\underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow M_x\right]$	تمام Xها که ویژگی S دارند ویژگی M را نیز دارند.	تمام Sها هستند M
$\underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow P_x\right]$	تمام Xها که ویژگی S دارند ویژگی P را نیز دارند.	تمام Sها هستند P

تعبیر ضرب باربارا از موضع تئوری مجموعه‌ها چنین می‌شود:

$M \subset P$ — M یک زیر مجموعه از P هست.

$S \subset M$ — S یک زیرمجموعه از M هست.

$S \subset P$ — S یک زیرمجموعه از P هست.



یک مثال ساده برای ضرب باربارا چنین است:

دوراندیشان محتاطند

خردمندان دوراندیشند.

خردمندان محتاطند

ضرب باربارا را به فارسی قیاس اقترانی نامیده‌اند و مثال معروف آن این است که؛ تمام مخلوقات صانعی دارند[1].

عالم مخلوق است

عالم صانعی دارد

۲ـ ضرب Celarent تعبیر از موضع تئوری مجموعه‌ها

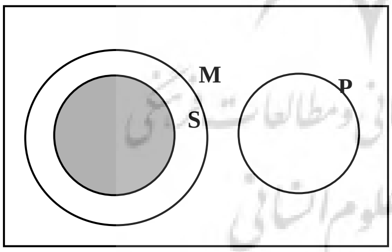
$\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow ???P_x]$	هیچ یک از M ها P نیستند.	$M \cap P = \phi$
$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow M_x]$	تمام Sها M هستند.	$S \subset M$
$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow ??P_x]$	هیچ یک از Sها P نیستند.	$S \cap P = \phi$

مثال:

هیچ خودکامه‌ای آزاده نیست.

همه قدرتمندان خودکامه هستند.

هچ قدرتمندی آزادی خواه نیست.



۱. در همین مورد حضرت مولانا جلال الدین بلخی به اصحاب قیاس و منطق ایراد می‌گیرد و می‌فرماید:

جزء به مصنوعی ندیدی صانعی بر قیاس اقترانی قانعی

در این تذکر می‌دهیم که اگر در ضرب Celarent بجای علامت $\neg P$ بگـذاریم P' ضرب Celarent چنین می‌شود:

$$\begin{array}{l}\underset{x}{\forall}\left[M_x \Rightarrow P'_x\right]\\ \underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow M_x\right]\\ \hline \underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow P'_x\right]\end{array}$$

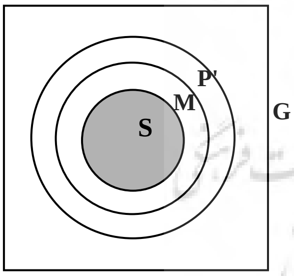
یا به زبان ساده:

تمام Mها هستند P'

تمام Sها هستند M

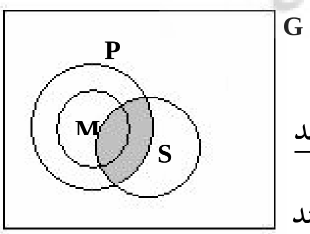
تمام Sها هستند P'

که در حقیقت همان ضرب Barbara است که در آن بجای P علامت P' که نفی P است به کار بـرده شـده. از موضـع تئـوری مجموعـه‌هـا $P'=\{x|x\notin P\}$ یعنـی P' مجموعه تمام Xهایی هست که عنصری از P نباشد. با استفاده P' می‌توانیم دیـاگرام ون را برای ضرب Celarent بطرز زیر رسم می کنیم.



که شبیه به دیاگرام باربارا است.

۳. ضرب **Darii**



$$\begin{array}{ll}\underset{x}{\forall}\left[M_x \Rightarrow P_x\right] & \text{تمام M ها هستند P}\\ \neg\underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow \neg M_x\right] & \text{چنین نیست که تمام S ها M نباشند}\\ \hline \neg\underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow \neg P_x\right] & \text{چنین نیست که تمام S ها P نباشند}\end{array}$$

تمام حریصان ددمنش هستند

بعضی از حکام حریصند

بعضی از حکام ددمنش هستند

$M \subset P$

$S \cap M \neq \phi$

$S \cap P \neq \phi$

ضرب Darii تبدیل به ضرب Ferioque می‌شود اگر بجای P_x بگذاریم $\neg P'_x$ و اگر به جای P_x ¬ بگذاریم P'_x .

$\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P'_x]$

$\neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg M_x]$

$\neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P'_x]$

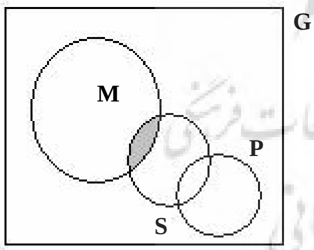
و در زیر ثابت می‌کنیم که ضرب Ferioque را می‌توان با استفاده از قوانینی که قبلاً ذکر کردیم به ضرب بارابارا تبدیل نمود.

٤. ضرب Ferioque

$\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P_x]$ هرچه M باشد P نیست

$\neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg M_x]$ بعضی از S ها هستند M

$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x]$ بعضی از S ها P نیستند.



هر که اسیر نفس شد بینا نیست

بعضی آدمیان اسیر نفسند.

بعضی آدمیان بینا نیستند.

$M \cap P = \phi$

$S \cap M \neq \phi$

$S \cap \neg P \neq \phi$

اکنون می‌پردازیم به تبدیل ضرب Ferioque : ابتدا با استفاده از قانون تقابل معکـوس به ضرب زیر می‌رسیم.

$$\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P_x]$$

$$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x]$$

$$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow M_x]$$

سـپس بجـای $M_x \Rightarrow \neg P_x$ مـی‌نویسـیم $P_x \Rightarrow \neg M_x$ و در نتیجـه خـواهیم داشت.

$$\underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg M_x]$$

$$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x]$$

$$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg M_x]$$

اگر به قیاس فوق دقت کنیم می‌بینیم که مفهوم وسـطی در اینجـا P_x اسـت و مفهـوم خارجی M_x است از این جهت می‌توانیم به جای P_x علامـت M'_x و بـه جـای M_x علامت P'_x را قرار دهیم.

$$\underset{x}{\forall}[M'_x \Rightarrow \neg P'_x]$$

$$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow M'_x]$$

$$\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P'_x]$$

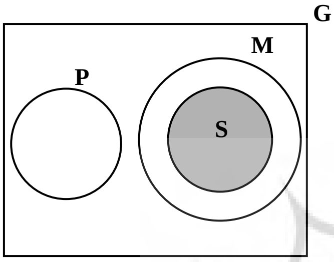
که شبیه است به ضرب celarent و قبلاً دیدیم که ایـن ضـرب را مـی‌تـوان بـا تبـدیل $\neg P'_x$ به P^*_x به شکل ضرب Barbara در آورد.

$$\underset{x}{\forall}\left[M'_x \Rightarrow P^*_x\right]$$

$$\underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow M'_x\right]$$

$$\underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow P^*_x\right]$$

۵. ضرب **casare** از شکل دوم $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$



هیچ شریفی دورغ نمی‌گوید — $\underset{x}{\forall}\left[P_x \Rightarrow \neg M_x\right]$ — هیچ یک از P ها M نیستند.

دلالان دروغگویند — $\underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow M_x\right]$ — تمام S ها هستند M

دلالان شریف نیستند. — $\underset{x}{\forall}\left[S_x \Rightarrow \neg\ P_x\right]$ — هیچ یک از Sها P نیستند.

$$P \cap M = \phi$$

$$S \subset M$$

$$S \cap \quad P \neq \phi$$

ضرب casare با کارگیری قانون S به ضرب Celarent تبدیل می‌شود و ایـن ضـرب نیز چنانچه دیدیم تبدیل می‌شود به باربارا

طبق قانون (S) در نتیجـــه ضـــرب $P \Rightarrow \neg\ M \Rightarrow M \Rightarrow \neg\ P$ کلارنت بدست می‌آید

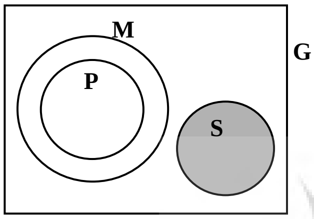
دروغگویان شریف نیستند

دلالان دروغگویند

دلالان شریف نیستند

$$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg\ P_x]$$
$$\forall_x [S_x \Rightarrow M_x]$$
$$\overline{\forall_x [S_x \Rightarrow \neg\ P_x]}$$

٦. ضرب **Cametres** از شکل دوم $\begin{pmatrix} P\ M \\ S\ M \end{pmatrix}$



تمام P ها هستند M — $\forall_x [P_x \Rightarrow M_x]$

هیچ یک از S ها M نیستند — $\forall_x [S \Rightarrow \neg\ M_x]$

هیچ یک از S ها P نیستند. — $\forall_x [S_x \Rightarrow \neg\ P_x]$

نیکوکاران خوش خوابند — $P \subset M$

هیچ حسودی خوش خواب نیست — $S \cap M = \phi$

حسودان نیکوکار نیستند — $S \cap P = \phi$

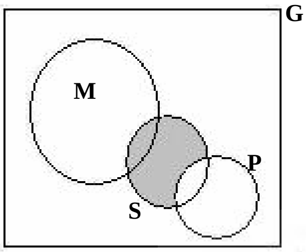
برای تبدیل ضرب Camestres به ضرب Celarent ابتدا قانون (m) و سپس دو بار قانون (s) را بکار می‌بریم.

$$\begin{array}{l} \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] \\ \forall_x [S_x \Rightarrow \neg\ M_x] \\ \hline \forall_x [S_x \Rightarrow \neg\ P_x] \end{array} \xrightarrow{m} \begin{array}{l} \forall_x [S_x \Rightarrow \neg\ M_x] \\ \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] \\ \hline \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x] \end{array} \xrightarrow{s,s} \begin{array}{l} \forall_x [M_x \Rightarrow \neg\ S_x] \\ \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] \\ \hline \forall_x [P_x \Rightarrow \neg\ S_x] \end{array}$$

که همان ضرب Celarent است و اگر بجای S_x بگذاریم P'_x و بجای P_x بگذاریم S'_x شباهت آن کاملاً آشکار می گردد.

$$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg\ P'_x]$$
$$\underline{\forall_x [S'_x \Rightarrow M_x]}$$
$$\forall_x [S'_x \Rightarrow \neg\ P'_x]$$

۷. ضرب Festino از شکل دوم $\begin{pmatrix} P\ M \\ S\ M \end{pmatrix}$



$\forall_x [P_x \Rightarrow \neg\ M_x]$ هیچکـــدام از P هـــا M نیستند.

$\underline{\neg\ \forall_x [S_x \Rightarrow \neg\ M_x]}$ بعضی از S ها M هستند.

$\neg\ \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$ بعضی از S ها M نیستند.

دانشمندان خرده گیر نیستند $P \cap M = \phi$

بعضی از معلمان خرده گیرند $\underline{S \cap M \neq \phi}$

بعضی از معلمان دانشمند نیستند. $S \cap \neg P \neq \phi$

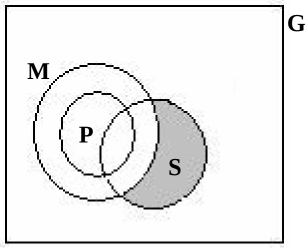
تبدیل ضرب Festino به ضرب Ferioque بکمک قانون (S) صورت می‌گیرد.

خرده‌گیران دانشمند نیستند

بعضی از معلمان خرده‌گیرند

بعضـــی از معلمـــان دانشـــمند نیستند.

$$\begin{array}{c} \forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \underline{\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]} \\ \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] \end{array} \xleftarrow{S} \begin{array}{c} \forall_x [P_x \Rightarrow \neg\ M_x] \\ \underline{\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg\ M_x]} \\ \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$



۸. ضرب **Baroco** از شکل دوم $\begin{pmatrix} P\ M \\ S\ M \end{pmatrix}$

تمام P ها هستند M — $\underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow M_x]$

<u>بعضی از S ها M نیستند.</u> — $\neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow M_x]$

بعضی از S ها P نیستند. — $\neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x]$

شعرهای نیکو خواندنی هستند — $P \subset M$

<u>بعضی از اشعار نو خواندنی نیستند</u> — $\underline{S \cap \neg M \neq \phi}$

بعضی از اشعار نو شعر نیکو نیستند. — $S \cap \neg P \neq \phi$

با استفاده از قانون $(A \wedge \neg B) \Rightarrow \neg C \Leftrightarrow (A \wedge C) \Rightarrow B\ (C)$ می‌توان ضرب Baroco را به ضرب Barbara تبدیل نمود.

$$\begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow M_x] \\ \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow M_x] \\ \hline \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \end{array} \xrightarrow{(C)} \begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow M_x] \\ \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \\ \hline \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow M_x] \end{array}$$

که اگر به جای P_x بگذاریم M'_x و به جای M_x بگذاریم P'_x کاملاً شبیه به ضرب باربارا می‌شود.

هر شعر نیکو خواندنی است

<u>هر شعر نو نیکوست</u>

هر شعر نو خواندنی است.

ممکن است که این ظن پیش آید که این قیاس با آنچه در ابتدای امر فرض کردیم تناقض دارد، زیرا در آنجا در جملهٔ نتیجه چنین آمده که «بعضی از اشعار نو نیکو

نیستند» و این جا در مقدمه دوم آمده که «هر شعر نو نیکوست.» اما باید توجه نمود که هر قیاس در حقیقت یک استلزام (Implikation) است و در نتیجه باید کلمهٔ «اگر» در جلو جملات مقدمه باشد، یعنی صورت صحیح قیاس فوق چنین است.

(هر شعر نوخواندی است) $\Rightarrow$ [(هر شعر نیکو خواندنی است) ۸ (هر شعر نو نیکوست)]

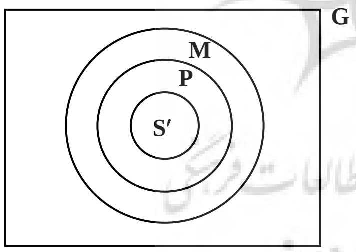
یا به زبان ساده

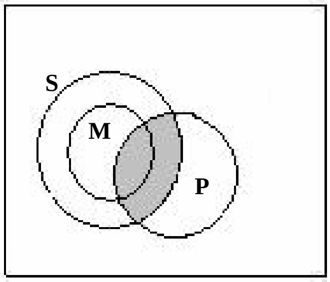
[اگر هر شعر نیکو خواندنی باشد و ا گر هر شعر نو نیکو باشد] پس هر شعر نو خواندنی است.

آنچه در داخل پرانتز گوشه‌دار آمده ما را محدود می‌کند که پیش فرض استلزام را S' بنامیم که چنین تعریف می‌شود.

$\phi \neq S' = S \cap P \subset P$

و دیاگرام ون مربوطه به شکل زیر در می‌آید که دیاگرام ضرب باربارا است.





۹. ضرب Disamis از شکل سوم $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$

G

$\neg \underset{x}{\forall}(M_x \Rightarrow \neg P_x)$	بعضی از M ها هستند P
$\underset{x}{\forall}(M_x \Rightarrow S_x)$	تمام M ها هستند S
$\neg \underset{x}{\forall}(S_x \Rightarrow \neg P_x)$	بعضی از S ها هستند P

بعض روزها شادمان هستم — $M \cap P \neq \phi$

هر روز سپاسگزارم — $M \subset S$

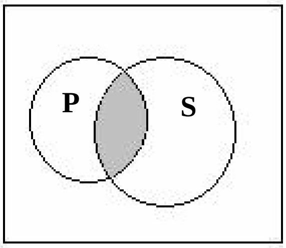
بعضی از روزها که سپاسگزارم شادمان هستم — $S \cap P \neq \phi$

برای تبدیل این ضرب به ضرب Darii دو بار قانون (s) و یکبار قانون (m) را بکار می‌بریم.

$$\begin{array}{ccccc} \neg \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P_x] & & \neg \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg M_x] & & \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] \\ \underline{\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x]} & \xrightarrow{2\times s} & \underline{\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x]} & \xrightarrow{m} & \underline{\neg \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg M_x]} \\ \neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x] & & \neg \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg S_x] & & \neg \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg P_x] \end{array}$$

که ضرب Darii هست که در آن مو ضوع P_x و محمول S_x فرض شده‌اند.

۱۰. ضرب **Darapti** از شکل سوم $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$ G



تمام M ها هستند P $\quad \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x]$

تمام M ها هستند S $\quad \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x]$

بعضی از S ها هستند P $\quad \neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x]$

نظربازی مخاطره دارد

نظربازی پیروی از هوای نفس است

پیروی از بعضی هواهای نفسانی مخاطره دارد

$$\begin{array}{l} M \subset P \\ M \subset S \\ \hline S \cap P \neq \phi \end{array}$$

(سعدی علیه الرحمه می‌فرماید:

حذر از پیروی نفس که در راه خدا مردم افکن‌تر از این غول بیابانی نیست)

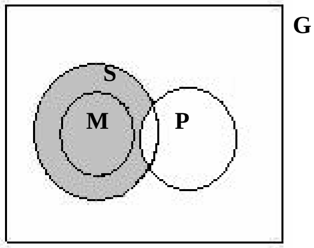
تبدیل ضرب Darapti به ضرب Darii به کمک قانون p صورت می‌گیرد که چنین است :

$(M_x \Rightarrow S_x) \Leftrightarrow \neg (S_x \Rightarrow \neg M_x)$. این قانون چنانچه قبلاً هم اشاره کردیم با این شرط صحیح است که مجموعه M_x تهی نباشد.

$$\begin{array}{l} \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x] \\ \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] \\ \hline \neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x] \end{array} \xrightarrow{p} \begin{array}{l} \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x] \\ \neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \hline \neg \underset{x}{\forall} S_x \Rightarrow \neg P_x] \end{array}$$

که ضرب Darii است

۱۱. ضرب Felapton از شکل سوم $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$



هیچ یک از M ها P نیستند. $\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P_x]$

تمام M ها S هستند. $\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x]$

بعضی از S ها P نیستند. $\neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x]$

احترام به بزرگان کسر شأن نیست. $M \cap P = \phi$

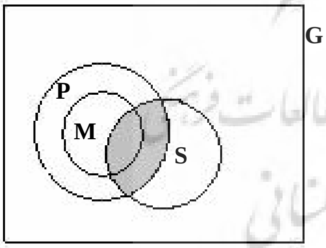
احترام به بزرگان از آداب تربیت است $M \subset S$

بعضی از آداب تربیت کسر شأن نیست $S \cap \neg P = \phi$

ضرب Felapton به کمک دستور (p) به ضرب Ferioque تبدیل می‌شود.

$$\begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] \\ \hline \neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \end{array} \xrightarrow{p} \begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \hline \neg \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$

۱۲. ضرب Datisi از شکل سوم $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$



تمام M ها هستند P $\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x]$

بعضی M ها هستند S $\neg \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg S_x]$

بعضی S ها هستند P $\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x]$

تمام روزهای تعطیلی کوهنوردی می‌کنم $M \subset P$

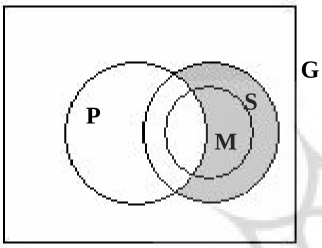
بعضی از روزهای تعطیلی با دوستان هستم. $M \cap S \neq \phi$

بعضی روزها با دوستان کوهنوردی می‌کنم $S \cap P \neq \phi$

ضرب Datisi به کمک دستور (s) به Darii تبدیل می‌شود.

$$\begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x] \\ \neg\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg S_x] \\ \hline \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x] \end{array} \quad \xrightarrow{s} \quad \begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x] \\ \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \hline \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x] \end{array}$$

۱۳. ضرب Bocardo از شکل سوم $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$



$$\begin{array}{c} \neg\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x] \\ \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] \\ \hline \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$

بعضی از M ها P نیستند.
تمام M ها S هستند.
بعضی از S ها P نیستند.

بعضی از آشنایان همدل نیستند.
تمام آشنایان همزبانند.
بعضی از هم زبانان همدل نیستند.

$$\begin{array}{l} M \cap \neg P \neq \phi \\ M \subset S \\ \hline S \cap \neg P \neq \phi \end{array}$$

مولانا می‌فرماید:

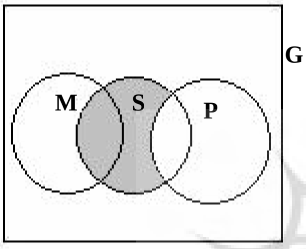
ای بسا دو ترک و هندو همزبان   ای بسا دو ترک چون بیگانگان
پس زبان همدلی خود دیگر است   همدلی از هم زبانی بهتر است
غیر ایماء و اشارات و سجّل   صد هزاران ترجمان خیزد ز دل

تبدیل ضرب Bocardo به ضرب Barbara به کمک قانون (c) صورت می‌گیرد.

$$\begin{array}{c} \neg\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x] \\ \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] \\ \hline \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \end{array} \xrightarrow{c} \begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \\ \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] \\ \hline \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$

که در این جا مفهوم وسطی S_x است و موضوع M_x و محمول P_x می‌باشد.

۱٤. ضرب Ferison از شکل سوم $\begin{pmatrix} M\ P \\ M\ S \end{pmatrix}$



$$\begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg S_x] \\ \hline \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$

هیچ یک از M ها P نیستند

<u>بعضی از M ها S هستند.</u>

بعضی از S ها P نیستند.

هیچ نوشی بی‌نیش نیست. $M \cap P = \phi$

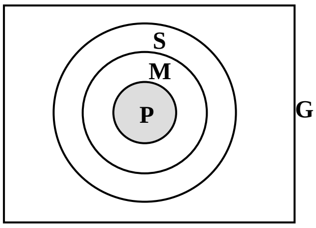
<u>بعضی از نوشها خواب آورند.</u> $\underline{M \cap S \neq \phi}$

بعضی از خواب آوران بی‌نیش نیستند. $S \cap \neg P \neq \phi$

ضرب Ferison به کمک قانون (s) به Feriogue تبدیل می‌شود.

$$\begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \neg\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg S_x] \\ \hline \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \end{array} \xrightarrow{s} \begin{array}{c} \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \neg\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg S_x] \\ \hline \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$

۱۵. ضرب **Bamalip** از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$



تمام P ها M هستند. $\forall_x [P_x \Rightarrow M_x]$

<u>تمام M ها S هستند.</u> $\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$

بعضی از S ها P هستند. $\neg\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$

تمام ایرانی‌ها فارسی می‌دانند. $P \subset M$

<u>تمام فارسی زبانان در آسیا هستند.</u> $M \subset S$

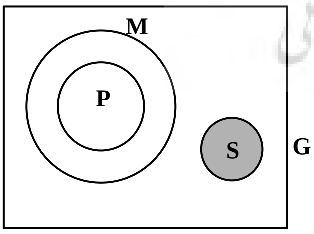
بعضی از آسیائی‌ها ایرانی هستند. $S \cap \neg P \neq \phi$

تبدیل ضرب Bamalip به Barbara:

$$\frac{\forall_x [M_x \Rightarrow S_x] \quad \forall_x [P_x \Rightarrow M_x]}{\forall_x [P_x \Rightarrow S_x]} \xleftarrow{p} \frac{\forall_x [M_x \Rightarrow S_x] \quad \forall_x [P_x \Rightarrow M_x]}{\neg\forall_x [P_x \Rightarrow \neg P_x]} \xleftarrow{m} \frac{\forall_x [P_x \Rightarrow M_x] \quad \forall_x [M_x \Rightarrow S_x]}{\neg\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]}$$

در این ضرب محمول بـه S_x و موضـوع بـه P_x نمـایش داده شـده اسـت. هـم چنـین بهنگام کاربرد دستور (p) باید محدودیتی که به آن قبلاً اشاره کردیم رعایت شود.

۱٦. ضرب **Calemes** از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$



تمام P ها M هستند. $\forall_x [P_x \Rightarrow M_x]$

<u>هیچ یک از M ها S نیستند.</u> $\forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x]$

هیچ یک از S ها P نیستند. $\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$

آنچه دلخواه من است گران قیمت است. $P \subset M$

آنچه گران‌قیمت است در دستفروشی نیست. $\underline{M \cap S = \phi}$

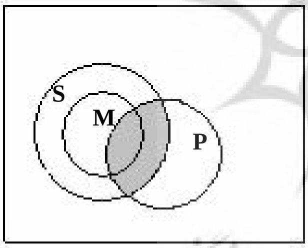
آنچه در دستفروشی هست دلخواه من نیست $S \cap P = \phi$

تبدیل ضرب Calemes به ضرب Celarent

$$\begin{array}{ccccc} \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow M_x] & & \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg S_x] & & \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg S_x] \\ \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow \neg S_x] & \xrightarrow{m} & \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow M_x] & \xrightarrow{s} & \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow M_x] \\ \hline \underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x] & & \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg P_x] & & \underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg S_x] \end{array}$$

که در این جا باز موضوع به P_x و محمول به S_x نشان داده شده.

۱۷. ضرب Dimatis از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$



بعضی P ها M هستند. $\neg\underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg M_x]$

تمام M ها S هستند. $\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x]$

بعضی S ها P هستند. $\neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x]$

بعضی از حقایق را همه می‌دانند. $P \cap M \neq \phi$

آنچه که همه می‌دانند بدیهیات است. $\underline{M \subset S}$

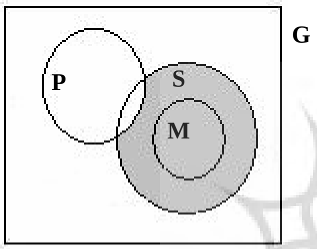
برخی از بدیهیات حقایق هستند. $S \cap P \neq \phi$

تبدیل ضرب Dimatis به Darii از شکل اول

$$\begin{array}{ccccc}
\neg\underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg M_x] & & \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] & & \underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] \\
\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x] & \xrightarrow{m} & \neg\underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg M_x] & \xrightarrow{s} & \neg\underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg M_x] \\
\hline
\neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x] & & \neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow \neg P_x] & & \neg\underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg S_x]
\end{array}$$

باز در این جا محمول S_x و موضوع P_x است.

۱۸. ضرب Fesapo از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$



هیچ یک از P ها M نیستند. $\underset{x}{\forall}[P_x \Rightarrow \neg M_x]$

تمام M ها S هستند. $\underset{x}{\forall}[M_x \Rightarrow S_x]$

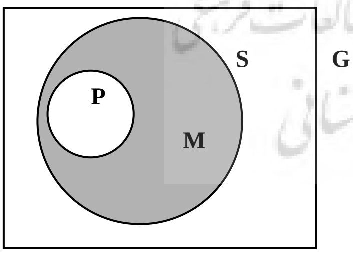
بعضی از S ها P نیستند. $\neg\underset{x}{\forall}[S_x \Rightarrow P_x]$

هیچکدام از دلایل شما ارزش شنیدن ندارد. $P \cap M = \phi$

آنچه ارزش شنیدن دارد کلمات حکیمانه است. $M \subset S$

بعضی از کلمات حکیمانه از دلایل شما نیست. $S \cap \neg P \neq \phi$

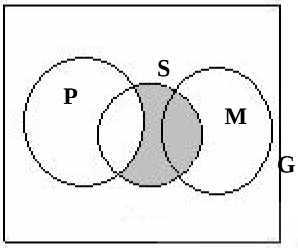
دیاگرام ون این ضرب را می‌توان به صورت مقابل نیز رسم نمود.



تبدیل ضرب Fesapo به Ferioque :

$$\begin{array}{c} \forall_x[P_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \forall_x[M_x \Rightarrow S_x] \\ \hline \neg\forall_x[S_x \Rightarrow P_x] \end{array} \xrightarrow{s} \begin{array}{c} \forall_x[M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \forall_x[M_x \Rightarrow S_x] \\ \hline \neg\forall_x[S_x \Rightarrow P_x] \end{array} \xrightarrow{p} \begin{array}{c} \forall_x[M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \forall_x[S_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \hline \neg\forall_x[S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$

۱۹. ضرب Fresison از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$



G

$\forall_x[P_x \Rightarrow \neg M_x]$ هیچ یک از P ها M نیستند.

$\neg\forall_x[M_x \Rightarrow \neg S_x]$ بعضی از M ها هستند S

$\neg\forall_x[S_x \Rightarrow P_x]$ بعضی از S ها P نیستند.

خوبرویان وفا ندارند. $P \cap M = \phi$

بعضی از وفاداران جزء حیواناتند. $M \cap S \neq \phi$

بعضی از حیوانات خوبرو نیستند. $S \cap \neg P \neq \phi$

ضرب Fresison به کمک قانون (S) به Ferioque تبدیل می‌شود.

$$\begin{array}{c} \forall_x[P_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \neg\forall_x[M_x \Rightarrow \neg S_x] \\ \hline \neg\forall_x[S_x \Rightarrow P_x] \end{array} \xrightarrow{2\times s} \begin{array}{c} \forall_x[M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \neg\forall_x[S_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \hline \neg\forall_x[S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$

پس از اینکه نشان دادیم که تمام ضروب اشکال قیاس به ضروب شکل اول و بالنتیجه به ضرب باربارا یا قیاس اقترانی قابل تحویل هستند، عکس این موضوع نیز صادق است و قیاس اقترانی را می‌توان با استفاده از قوانین مناسب به ضروب دیگر تبدیل نمود؛ از این جهت ممکن است این ظن پیش آید که حرف کانت در مورد اینکه تنها

قیاس ناب ضرب بارباراست ممکن است صائب نباشد. اما حقیقت این است که ضرب باربارا (قیاس اقترانی) تنها قیاس ناب ممکنه است و بقیه ضروب بطریقی بگفته کانت مختلط‌اند (vermengt). دلیل این امر این است که تنها قیاس اقترانی است که از قانون تراگذری (Transitiv) تبعیت می‌کند و ضروب دیگر این خاصیت را ندارند.

توضیحاً ذکر می‌کنیم که در علم منطق رابطه‌ای را تراگذر یا (Transitiv) می‌نامند که اگر این رابطه بین دو امر x و y موجود باشد و بین دو امر y و z موجود باشد بتوان آن را بین x و z انتقال داد. (Transition) در اصطلاح ریاضی یک رابطهٔ R را هنگامی تراگذر (Transitiv) می‌نامیم که برای تمام x و y و z از مجموعه M این امر صادق باشد که از XRY , YRZ نتیجه شود XRZ یا به زبان ریاضی:

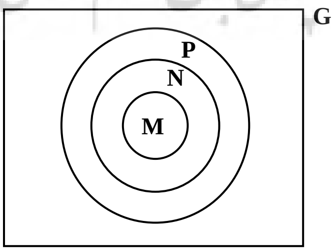
رابطه R یک رابطه تراگذری است $\Leftrightarrow \underset{X,Y,Z\in M}{\forall}\left[(XRY)\wedge(YRZ)\Rightarrow(XRZ)\right]$

مثال رابطه تراگذر «بزگتر از» (>) و یا «کوچکتر از» (<) در مجموعه اعداد حقیقی است.

$$\underset{X,Y,Z\in IR}{\forall}\quad \begin{array}{l}(X>Y)\wedge(Y>Z)\Rightarrow X>Z\\ (X<Y)\wedge(Y<Z)\Rightarrow X<Z\end{array}$$

همچنین رابطهٔ $\subset$ خاصیت تراگذری دارد.

$$(M\subset N)\wedge(N\subset P)\Rightarrow M\subset P$$



در سیلوجیسم (قیاس صوری) فقط ضرب باربارا خاصیت تراگذری دارد.

$$\underset{x}{\forall}(M_x \Rightarrow P_x) \wedge \underset{x}{\forall}(S_x \Rightarrow M_x) \Rightarrow \underset{x}{\forall}(S_x \Rightarrow P_x)$$

و بدین ترتیب گفته کانت که تنها ضرب اول از شکل اول یک قیاس محض است درست است.

منابع و مآخذ:

H. Meier, *Die syllogistik des Aristoteles*, 1930.
E. Knapp, J. Lukasieviez. *Aristoteles syllogistic from the standpoint of formal logic*, 1951.
K. Prantl, *Geschichte der Logik im Abendlande*, 1947
K. Jaspers, *Philosophische Logik Bd I*.
J. Dopp. *Formale Logik*, 1969.
R. Kleinknecht/E.Wust, *Lehrbuch elementaren Logik*, 1976.
J.M. Bochenski, *Formale Logik*, 1956.
H.J. Reiffen U.H.W. Trapp, *Einfuhrung in die Analysis Kuno Fischer Immanuel Kant und seine Lehre*, 1882.
Kant, *Schriften zur Metaphysik und Logik* 2 werkausgabe Bd V. Herausgegeben von Wilhelm Weischedel (Suhrkampf Taschenbuch). 1968