



## بهینه‌سازی در مسیریابی باز وسیله نقلیه با استفاده از یک الگوریتم

### کارای ترکیبی فراابتکاری

زهرا سعادت‌ی اسکندری

کارشناس ارشد، دانشکده دانشگاه آزاد اسلامی، واحد فریدن، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، فریدن، ایران

حسن زارعی

دانشکده ریاضی، دانشگاه پیام نور، همدان، ایران

احمد محمود جانلو

کارشناس ارشد، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران

نرگس محمودی دارانی

مربی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رباط کریم، رباط کریم، ایران

مجید یوسفی خوشبخت (نویسنده مسؤول)

مربی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد همدان، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، همدان، ایران

Email: khosbakht@iauh.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۰/۸/۸ \* تاریخ پذیرش: ۹۲/۵/۲۲

### چکیده

مسئله مسیریابی وسیله نقلیه باز (OVRP) یکی از مسائل مورد علاقه در ریاضیات محاسباتی است که بسیار مورد توجه محققان و دانشمندان قرار می‌گیرد. در این مسئله هدف تعیین کمینه هزینه جابجایی چندین وسیله نقلیه است که به طور هم‌زمان از انبار کالا شروع به حرکت می‌کنند و تعدادی از مشتری‌ها را مورد ملاقات قرار می‌دهند. باید توجه کرد که برخلاف مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (VRP)، در این مسئله وسایل نقلیه لازم نیست که به انبار کالا برگردند. این مقاله نوعی روش فراابتکاری که در فاز اول آن از روش اصلاحی نمونه مورچگان (EAS) برای یافتن جواب‌هایی زیر بهینه استفاده می‌کند و در فاز دوم الگوریتم‌های درج و جابجایی برای یافتن جواب‌های بهتر به کار گرفته می‌شود. این الگوریتم بر روی مجموعه‌ای از ۱۵ مثال با ۵۰-۴۰ مشتری مورد آزمایش واقع گردید که معلوم شد که این الگوریتم قادر است که در ۱۰ مثال به بهترین جواب تاکنون یافت شده دست یابد. به علاوه از نظر کیفیت جواب‌های بدست آمده، ثابت شد که الگوریتم پیشنهادی بسیار رقابت پذیر است و انحراف معیار الگوریتم در همه مثال‌ها در حدود ۱ درصد قرار دارد. به طور کل می‌توان گفت که الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌های موجود برای حل مسئله OVRP از نظر کیفیت جواب‌ها نتایج بهتری را بدست آورده است.

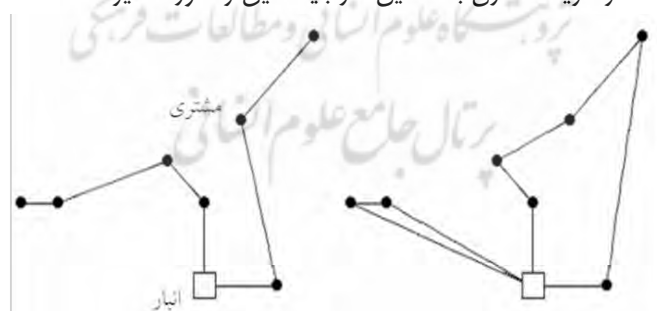
**کلمات کلیدی:** الگوریتم نمونه مورچگان، مسائل NP<sup>o</sup>، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه باز، الگوریتم درج، الگوریتم جابجایی.

## ۱- مقدمه

مسئله مسیریابی وسیله نقلیه<sup>۱</sup> (VRP) یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین مسائل NP نام<sup>۲</sup> است که امروزه بسیار مورد توجه محققین و دانشمندان قرار می‌گیرد (Saadati Eskandari & Yousefikhoshbakht, 2012). تنوع نسخه‌های گوناگون این مسئله آنقدر زیاد است که دسته‌بندی آن‌ها و بیان حالت‌های مختلفی که در آن رخ می‌دهد، بسیار مشکل و زمان‌گیر است. از زمانی که این مسئله در دهه ۶۰ مورد بررسی قرار گرفت، گسترش‌های بسیاری از آن بر اساس کاربردهای متفاوتی که در دنیای واقعی داشتند، مشتق شدند (Yousefikhoshbakht1 & Khorram, 2012). به طوری که اکنون نسخه‌هایی مانند نوع ناهمگن (Yousefikhoshbakht et al., 2012)، دریافت و تحویل همزمان (Yousefikhoshbakht & Rahmati, 2011)، نوع باز (Yousefikhoshbakht et al., 2012) و دیگر وجود دارند (Tashakori & Zafari, 2010; Yousefikhoshbakht, 2010).

یکی از عواملی که سبب شده است مسئله VRP یکی از مسائل مهم بهینه‌سازی ترکیباتی لقب گیرد و توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کند، کاربرد این مسئله در دنیای واقعی است. به طور مثال فرض کنید که یک کارخانه قادر باشد، طول مسیر تحویل کالا به مشتریان و یا تعداد وسایل نقلیه خود و در نتیجه هزینه خود را کاهش دهد. بنابراین با کاهش طول مسیر تحویل یا دریافت کالا، شرکت می‌تواند با کاهش هزینه تولید کالا و افزایش سرعت در تحویل آن خدمات بهتری را به مشتریان ارائه کند. در نتیجه شرکت مربوطه قدرت رقابت خود را در مقابل شرکت‌های مشابه دیگر افزایش داده و بازار کالای خود را گسترش می‌دهد و در نهایت سود بیشتری را کسب خواهد کرد.

مسئله مسیریابی وسیله نقلیه باز<sup>۳</sup> (OVRP) یکی دیگر از نسخه‌های مشهور مسئله VRP است که در این چند سال اخیر به علت کاربردهای فراوان در مسائل روزمره به خصوص در وسائل نقلیه اجاره‌ای بسیار اهمیت دارد. در حالت استاندارد مسئله VRP وسایل نقلیه باید پس از سرویس‌دهی به انبار بازگردند (شکل (۱) - سمت راست)، اما در مسئله OVRP هر وسیله نقلیه پس از سرویس‌دهی به آخرین مشتری، به انبار باز نمی‌گردد و مسیر خود را در یکی از مشتری‌ها به پایان می‌رساند (شکل (۱) - سمت چپ). به علاوه هر مشتری در OVRP و VRP فقط و تنها فقط باید توسط یک وسیله نقلیه مورد ملاقات قرار گیرد. از طرف دیگر اگر هزینه‌های رفت و برگشت وسایل نقلیه روی یال‌ها یکسان نباشد، آن‌گاه به طور اساسی تفاوتی بین حالت‌های باز و بسته وجود ندارد و کافی است برای تبدیل حالت باز به حالت بسته هزینه بازگشت هر وسیله نقلیه از آخرین مشتری به انبار برابر صفر در نظر گرفته شود. اما اگر هزینه مقارن باشد، این کار باید دقیق‌تر صورت گیرد.



شکل شماره (۱): نمونه‌ای از حل مسئله VRP و OVRP

فرض کنید که  $G(V, A)$  گرافی باشد که در آن  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  نشان دهنده  $n+1$  گره و  $A = \{(i, j) | i, j \in V \text{ and } i \neq j\}$  نشان دهنده مجموعه یال‌های موجود باشد. در این مسئله هر یک از گره‌ها مانند  $i \in V - \{0\}$  نمایش دهنده مشتری‌ها بوده و دارای مقدار تقاضای کالای  $q_i$  است. همچنین تقاضاهای هر یک از مشتری‌ها

<sup>1</sup> Vehicle Routing Problem (VRP)

<sup>2</sup> NP-Complete Problems

<sup>3</sup> Open Vehicle Routing Problem (OVRP)

فقط باید توسط یکی از  $m$  سرویس دهنده مسئله برآورده شود. نکات قابل توجه دیگری که در این مسئله وجود دارد عبارت است از:

- همه وسایل نقلیه در ابتدای الگوریتم باید در گره 0 باشند.
  - هیچ سرویس دهنده‌ای در هیچ زمان مجاز نیست که بیشتر از ظرفیت معین شده  $Q$  بارگذاری کند.
  - هیچ یک از تقاضای مشتری‌ها نباید بیشتر از ظرفیت مجاز برای وسایل نقلیه باشد. به عبارت دیگر برای هر  $i$  باید  $q_i \leq Q$  باشد. لازم نیست که وسایل نقلیه بعد از انجام وظایف خود به انبار کالا بازگردند.
- اگر هزینه جابجایی هر یک از سرویس دهنده‌ها از گره  $i$  به گره  $j$  با  $c_{ij}$  نشان داده شود، هدف مسئله عبارت است از یافتن مسیری با کمترین هزینه برای سرویس دهنده‌ها به طوری که شرایط ذکر شده برقرار باشد. برای ارائه یک مدل برنامه‌ریزی دودویی برای مسئله OVRP متغیرهای  $x_{ijk}$  به این صورت تعریف می‌شود که اگر از مشتری  $i$  به مشتری  $j$  با کامیون  $k$  سرویس دهی انجام گردد،  $x_{ijk} = 1$  و در غیر این صورت  $x_{ijk} = 0$  است. به علاوه متغیر  $y_{ik}$  مقدار ۱ می‌گیرد اگر مشتری  $i$  توسط وسیله نقلیه  $k$  ملاقات گردد و در غیر این صورت صفر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین مدل مسئله مربوطه به صورت زیر تعریف می‌شود.

(۱)

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m c_{ij} x_{ijk}$$

S.t.

$$\sum_{j=0} \bar{x}_{ijk} = \sum_{j=0} x_{jik} \quad "(i,k) \quad (2)$$

$$\sum_i y_{ik} \leq q_i \quad "k \quad (3)$$

$$\sum_k y_{ik} = 1 \quad "i \quad (4)$$

$$\sum_j \bar{x}_{ijk} = y_{ik} \quad "(i,k) \quad (5)$$

$$\sum_i y_{ik} \leq m \quad "k \quad (6)$$

$$\sum_k \bar{x}_{ijk} + \sum_k x_{jik} \leq 1 \quad "(i,j) \quad (7)$$

$$\sum_j x_{0jk} \leq 1 \quad "k \quad (8)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad "(i,j,k) \quad (9)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad "(i,k) \quad (10)$$

که در آن (۱) تابع هدف مسئله می‌باشد و قید (۲) تضمین می‌کند که به هر مشتری یک یال وارد و یک یال خارج شود. قید (۳) شرط محدودیت ظرفیت را برای هر وسیله نقلیه روی یک مسیر اعمال می‌نماید. محدودیت (۴) تضمین می‌کند هر مشتری دقیقاً به وسیله یک کامیون مورد ملاقات قرار گیرد. قید (۵) نشان دهنده آن است که اگر مشتری توسط یک کامیون ملاقات شود آنگاه متغیر  $x_{ijk}$  مربوط به آن مسیر برای آن مشتری نیز مقدار بگیرد. محدودیت (۶) تضمین می‌کند که هر کامیون حتماً انبار را ملاقات کند و قید (۷) شرط عدم تشکیل تورهای ناقص را اعمال می‌نماید. محدودیت (۸) بیانگر این است که هر کامیون حداکثر یکبار از انبار خارج شود و در نهایت قیدهای (۹) و (۱۰) شرایط دودویی متغیرهای تصمیم‌گیری را نشان می‌دهند.

اولین توصیف از مسئله OVRP به وسیله چارج<sup>۴</sup> در سال ۱۹۸۱ درباره پیک‌های هوایی ویژه بیان شد (Schrage, 1981). به علاوه بودین<sup>۵</sup> و همکارانش در سال ۱۹۸۳ توصیفی از مسئله توزیع پست پیش‌تاز هوایی در آمریکا ارائه دادند که یک مسئله جمع‌آوری و توزیع VRP با محدودیت ظرفیت و پنجره زمانی است (Bodin et al., 1983). در این مسئله که شرکت فدایکس<sup>۶</sup> با آن مواجه بود، مسیرهای تحویل، مسیرهای ناکامل و باز بودند. در این مسئله هواپیماها شهر ممفیس را ترک می‌کنند و به چندین شهر کالا تحویل می‌دهند ولی در آخرین شهری که توزیع در آن صورت گرفته، نگه داشته می‌شوند تا بتوانند جمع‌آوری کالا را از آن شهر شروع کنند. اخیراً شرکت فدایکس در سرویس‌های جمع‌آوری کالای خودش برای مشتریان خانگی خود از OVRP استفاده نموده است. در این حالت شرکت با پیک‌هایی از وسایل نقلیه قرارداد می‌بندد که به انبار شرکت هر روز صبح مراجعه کنند و بعد از بارگیری آن‌ها را به منازل تحویل دهند. باید توجه کرد که پیک‌ها و وسایل نقلیه پس از آخرین تحویل کالا در روز می‌توانند به انبار برنگردند.

به عنوان کاربرد دیگری از این مسئله، می‌توان به مسئله تحویل خانگی روزنامه‌ها که در مقاله لوی<sup>۷</sup> آمده است، اشاره نمود. در این مسئله یک شرکت با کمپانی انتشارات برای تحویل روزنامه به منازل قرارداد می‌بندد. در این مسئله پیک‌ها پس از آخرین تحویل، دیگر به کمپانی باز نخواهد گشت (Levy, 2005). از ابتدای سال ۱۹۸۰ تا انتهای ۱۹۹۰، OVRP توجه کمی را در تحقیقات به خود معطوف کرده بود، اما از سال ۲۰۰۰ به بعد چندین محقق با استفاده از روش‌های ابتکاری و فرآینت‌های بررسی بیشتر این مسئله پرداختند و به موفقیت‌هایی در حل این مسئله دست یافتند. باید توجه کرد که چون همه این الگوریتم‌ها در دسته الگوریتم‌های ابتکاری قرار دارند، از این رو جواب آن‌ها بهینه نمی‌باشد. در ادامه به طور خلاصه این الگوریتم‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند.

ساریکیلیکس<sup>۸</sup> و پاول<sup>۹</sup> در سال ۲۰۰۰ یک الگوریتم ابتکاری اول خوشه‌بندی - دوم مسیریابی<sup>۱۰</sup> را برای حل مسئله OVRP بکار بردند که شامل یک روش دو فازی بود (Sariklis & Powell, 2000). در فاز اول ابتدا خوشه‌بندی مشتریان انجام می‌گیرد و در فاز دوم شکل‌گیری مسیرها توسط روش درخت پوششی کمینه<sup>۱۱</sup> صورت می‌پذیرد. توجه بدین نکته ضروری است که فرآیند خوشه‌بندی شامل دو مرحله می‌باشد که در مرحله اول یک تخصیص‌دهی اولیه مشتریان به خوشه‌ها صورت می‌گیرد به طوری که در این تخصیص‌دهی باید قید ظرفیت رعایت شود و تا حد امکان خوشه‌های کمتری تولید شود. در مرحله دوم سعی بر این است که کیفیت خوشه‌های تشکیل شده با دوباره تخصیص‌دهی مشتریان بین آن‌ها بهبود داده شود. باید توجه کرد که زنجیره<sup>۱۲</sup> به عنوان یک دنباله از مشتریان تعریف می‌شود که شروع آن‌ها از انبار است و تمام مشتریان در آن فقط یکبار ملاقات می‌شوند و در آخرین مشتری خاتمه می‌یابد. هزینه این زنجیره به عنوان مجموع هزینه‌های جابجایی بین مشتریان بیان می‌گردد؛ لذا در فاز دوم، هدف پیدا کردن زنجیره‌ای با کمترین هزینه در هر خوشه می‌باشد. هر کدام از خوشه‌های شکل گرفته شده در فاز اول،

<sup>4</sup> Schrage

<sup>5</sup> Bodin

<sup>6</sup> FedEx

<sup>7</sup> Levy

<sup>8</sup> Sariklis

<sup>9</sup> Powell

<sup>10</sup> Cluster first, route second (CFRS)

<sup>11</sup> Minimum Spanning Tree (MST)

<sup>12</sup> Chain

در مرحله مسیریابی به عنوان ورودی انتخاب می‌شوند و با استفاده از درخت پوششی کمینه زنجیره‌ای با کمترین هزینه برای هر کدام از خوشه‌ها جستجو می‌شود.

براندو<sup>۱۳</sup> در سال ۲۰۰۴ از روش جستجوی ممنوع<sup>۱۴</sup> برای حل OVRP استفاده کرد (Brandão, 2004). او جواب اولیه را با استفاده از دو روش نزدیک‌ترین همسایگی و تکنیک k<sup>۱۵</sup> درخت محاسبه کرد. باید توجه کرد که در ساختار روش جستجوی ممنوع از دو نوع حرکت مقدماتی درج<sup>۱۶</sup> و جابجایی<sup>۱۷</sup> استفاده شده است. تاراتیلیس<sup>۱۸</sup> و همکارانش در همین سال از رویه حافظه انطباقی<sup>۱۹</sup> بر پایه جستجوی ممنوع برای حل مسئله استفاده کردند (Tarantilis, Diakoulaki & Kiranoudis, 2004). مفهوم حافظه انطباقی توسط روچات<sup>۲۰</sup> و تایلارد<sup>۲۱</sup> در سال ۱۹۹۵ مطرح شد (Taillard, 1995). حافظه انطباقی شامل دو مشخصه خوبی و ضعیفی است که در خلال فرآیند جستجو به روز می‌شود. در این رویه بعضی از اجزای جواب‌ها از آن‌ها جدا می‌شوند و برای تولید جواب‌های خوب با هم ترکیب می‌شوند. در VRP اجزای انتخابی مسیرها وسایل نقلیه هستند که برای ترکیب شدن انتخاب می‌گردند. در این روش تنها لازم است دقت شود که در هنگام ترکیب کردن، یک مشتری در یک جواب دو بار تکرار نشود.

پذیرش آستانه‌ای<sup>۲۱</sup> یک نوع قطعی از شبیه‌سازی آنیلی<sup>۲۲</sup> است که در آن مقدار آستانه T به عنوان یک کران بالا برای تابع هدف تعریف می‌شود. در این الگوریتم، T می‌تواند در خلال جستجو افزایش یابد (Tarantilis et al., 2004). به علاوه دو کاربرد دیگر از این مسئله توسط فیو<sup>۲۳</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۵ مورد بررسی قرار گرفت. اولی شامل نقشه سرویس‌های مترو بود و دومی شامل یک نقشه برای سرویس‌های اتوبوس مدارس می‌باشد که صبحگاه باید به مکان‌های خاصی بروند و دانش‌آموزان را سوار کرده و به مدرسه برسانند و همین کار را باید در بعد از ظهر به صورت عکس انجام دهند (Fu, Eglesse & Li, 2005). در روش ارائه شده ابتدا یک جواب اولیه توسط الگوریتم ابتکاری نخست دورترین<sup>۲۴</sup> (FFH) ایجاد می‌شود. در این الگوریتم از دورترین مشتری مسیریابی نشده از انبار، یک مسیر جدید آغاز می‌شود و مشتریان دیگر را تا زمانی که وسیله نقلیه به اندازه کافی پر شود به مسیر اضافه می‌کنند. سپس در روش جستجوی ممنوع، دو گره متفاوت به طور تصادفی انتخاب شده و به طور تصادفی یکی از چهار نوع از همسایگی‌های دوباره تخصیص‌دهی گره‌ها<sup>۲۵</sup>، معاوضه گره‌ها، بهبود دهنده دوگانه و جابجایی دنباله‌ها<sup>۲۶</sup> روی آن اجرا می‌گردد.

الگوریتم پذیرش آستانه‌ای بر پایه لیست (LBTA)<sup>۲۷</sup> نوع دیگری از الگوریتم پذیرش آستانه‌ای است که از یک لیست مقادیر برای T در خلال جستجو استفاده می‌کند. این روش که توسط لی<sup>۲۸</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۵ ارائه شد از حرکات بهبود دهنده دوگانه، درج و جابجایی برای جستجوی محلی استفاده می‌کرد (Li, Golden & Wasil, 2005). پسینجر<sup>۲۹</sup> و روپک<sup>۳۰</sup> روش جستجوی تطبیقی همسایگی بزرگ<sup>۳۱</sup> را ارائه کردند که در آن، جواب‌ها به وسیله یک برنامه تخریب و تعمیر<sup>۳۲</sup> ساخته می‌شوند.

<sup>13</sup> Brandao

<sup>14</sup> Tabu Search (TS)

<sup>15</sup> Insert Move

<sup>16</sup> Swap Move

<sup>17</sup> Tarantilis

<sup>18</sup> Adaptive Memory

<sup>19</sup> Rochat

<sup>20</sup> Taillard

<sup>21</sup> Threshold Accepting

<sup>22</sup> Simulated Annealing

<sup>23</sup> Fu

<sup>24</sup> Farthest First Heuristic

<sup>25</sup> Node Reassignment

<sup>26</sup> Tails Swap

<sup>27</sup> List-Based Threshold Accepting (LBTA)

<sup>28</sup> Li

<sup>29</sup> Pisinger

<sup>30</sup> Ropke

<sup>31</sup> Large Neighborhood Search Algorithm (LNSA)

<sup>32</sup> Destroy & Repair

در هر تکرار، الگوریتمی برای تخریب جواب جاری انتخاب شده و سپس روشی برای تعمیر آن استفاده می‌شود. برای مثال مشتری‌ها می‌توانند به طور تصادفی از جواب حذف شده و به مسیری با کمترین هزینه ممکن ارسال شوند. چندین عملکرد ابتکاری می‌تواند برای حذف و ارسال دوباره آن مورد استفاده قرار گیرد تا گوناگونی و تقویت جستجو را کنترل نماید. در این الگوریتم شبیه سازی آنیلی به عنوان چارچوب کلی استفاده می‌شود و در آن جواب جدید در صورتی پذیرفته می‌شود که ملاک تعریف شده توسط روش جستجوی محلی را برآورده نماید (Pisinger & Ropke, 2005).

از طرف دیگر لچفورد<sup>۳۳</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۷ یک روش دقیق برای حل مسئله پیشنهاد کردند. روش شاخه و کران آن‌ها در مقایسه با روش‌های دیگر که در ادبیات موضوع برای مسئله مربوطه ارائه شده بودند، توانست که برای مثال‌های کوچک و متوسط جواب‌های بهتری را بدست آورده و به جواب‌های بهینه دست یابد (Letchford, Lygaard & Eglese, 2007). لی و همکارانش در همین سال الگوریتم ثبت به ثبت را برای این مسئله پیاده‌سازی کردند. آن‌ها برای تست کارایی الگوریتم تعدادی از مثال‌ها با ۲۰۰ تا ۴۸۰ گره را در نظر گرفتند و نتایج الگوریتم پیشنهادی خود را برای این مسائل گزارش دادند (Li, Golden & Wasil, 2007). همچنین در سال‌های ۲۰۰۸ و ۲۰۰۹ به ترتیب روسل<sup>۳۴</sup> و همکارانش (Russell, Chiang & David, 2008) و همچنین چاینگ<sup>۳۵</sup> و همکارانش (Chiang et al., 2009) مسئله تولید و توزیع روزنامه به خانه‌ها و مرکز کاری را به این مسئله تبدیل کرده و آن‌را به وسیله روش جستجوی ممنوع مورد حل قرار دادند. بعلاوه الگوریتم جستجوی همسایه متغیر در سال ۲۰۰۹ توسط فلزار<sup>۳۶</sup> و همکارانش برای حل مسئله OVRP ارائه شد. این الگوریتم بر اساس وارون کردن کمان‌ها و تغییر آن‌ها کار می‌کرد و توانست که کارایی خوبی از خود نشان دهد و در چندین مثال استاندارد جواب‌های بسیار خوبی بدست آورد (Fleszar, Osman & Hindi, 2009).

از طرف دیگر سالاری و همکارانش یک روش بهبود دهنده ابتکاری برای مسئله OVRP ارائه دادند. روش آن‌ها بر اساس روش برنامه‌ریزی خطی-صحیح استوار بود (Salari, Toth & Tramontani, 2010). همچنین میرحسینی و ابوالقاسمی در سال ۲۰۱۱ یک نسخه حقیقی مقدار از روش بهینه‌سازی تجمعی ذرات<sup>۳۷</sup> برای این مسئله ارائه دادند. در روش ارائه شده توسط آن‌ها یک روش کدبرداری<sup>۳۸</sup> جدید برای مسئله مورد استفاده قرار گرفته شده بود که در آن یک بردار از موقعیت مشتری‌ها در یک ترتیب کاهشی ایجاد شده و سپس هر مشتری بر اساس محدودیت‌های مسئله به مسیری تخصیص می‌یافت. در نهایت روش مربوطه از حرکت یک نقطه‌ای<sup>۳۹</sup> برای بهبود جواب‌ها استفاده می‌کرد (MirHassani & Abolghasemi, 2011). از طرف دیگر یو<sup>۴۰</sup> و همکارانش در همین سال یک روش ترکیبی فراابتکاری برای حل مسئله OVRP ارائه دادند. در روش پیشنهادی آن‌ها دو الگوریتم فراابتکاری ژنتیک و TS به همراه یک الگوریتم سریع جستجوی محلی استفاده شده بود. این الگوریتم توانست که چندین جواب زیر بهینه جدید را برای بعضی از مثال‌ها بدست آورد (Yu, Ding & Zhu, 2011). همچنین یوسفی خوشبخت و همکاران یک روش موثر رقابتی فراگیر<sup>۴۱</sup> (ICA) به عنوان یک الگوریتم جدید فرا ابتکاری در سال ۲۰۱۲ برای حل این مسئله ارائه کردند. الگوریتم پیشنهادی بر روی چهارده مثال OVRP شامل ۵۰ تا ۱۹۹ مشتری مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی با دیگر نتایج روش‌های فراابتکاری برای حل OVRP قابل رقابت است. همچنین شش عدد از بهترین جواب‌های تاکنون بدست آمده بوسیله الگوریتم ICA بدست آمد (Yousefikhoshbakht et al., 2012).

<sup>33</sup> Letchford

<sup>34</sup> Russell

<sup>35</sup> Chiang

<sup>36</sup> Fleszar

<sup>37</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)

<sup>38</sup> decoding

<sup>39</sup> One-point

<sup>40</sup> Yu

<sup>41</sup> Imperialist Competitive Algorithm (ICA)

یکی از کاراترین نسخه‌های الگوریتم مورچگان<sup>۴۲</sup> (ACO)، الگوریتم نمونه مورچگان (EAS) است که تاکنون بر روی مسائل بهینه‌سازی بسیاری مورد استفاده قرار گرفته و نتایج بسیار خوبی را بدست آورده است. همچنین مسئله OVRP یکی از مسائل سخت است که دانشمندان امروزه برای حل آن از روش‌های فراابتکاری استفاده می‌کنند. با توجه به قابلیت خوبی که الگوریتم EAS بر روی سایر مسائل مسیریابی و به خصوص نسخه‌های VRP دارد، در این مقاله یک روش ترکیبی از این الگوریتم که با الگوریتم‌های جستجوی محلی ترکیب شده است برای حل مسئله OVRP ارائه می‌گردد که در بخش‌های آینده با جزئیات کافی به آن پرداخته می‌شود.

در این مقاله ابتدا در بخش ۲ به توضیح روش پیشنهادی پرداخته می‌شود. در این بخش ابتدا روش نمونه مورچگان را توضیح داده و سپس روش پیشنهادی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. نتایج محاسباتی که بر روی مثال‌های استاندارد اجرا شده است در بخش ۳ بررسی می‌شود و در انتها نتیجه‌گیری و جهت‌گیری‌های ارائه می‌گردد.

## ۲. مواد و روشها

در این بخش الگوریتم پیشنهادی مطرح می‌شود. بدین منظور در زیر بخش ۱ ابتدا مقدمه‌ای بر الگوریتم نمونه مورچگان مطرح می‌شود و سپس در زیر بخش ۲ الگوریتم پیشنهادی شرح داده می‌شود و با جزئیات بیشتر مورد بررسی قرار می‌گیرد. اولین نسخه از خانواده الگوریتم مورچگان، سیستم مورچگان<sup>۴۳</sup> (AS) بود که بیشتر برای نمونه‌های کوچک فروشنده دوره‌گرد مورد استفاده قرار گرفت. علی‌رغم جواب‌های نسبتاً خوبی که AS برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد بدست آورد، این الگوریتم در مسائل بزرگ‌تر در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها کارایی چندانی از خود نشان نمی‌داد. به همین علت تحقیقات زیادی تاکنون برای بهبود این الگوریتم صورت گرفت تا این مشکل را برطرف سازد. اولین بهبودی که بر روی AS اتفاق افتاد، استفاده از استراتژی نخبه EAS بود که توسط دوریگو<sup>۴۴</sup> و همکارانش در سال ۱۹۹۶ ارائه شد (Dorigo, Maniezzo & Colomi, 1996). این الگوریتم بر این پایه نهاده شده است که علاوه بر فرمون‌ریزی محلی بر روی تمامی یال‌هایی که مورچه‌ها از آن‌ها عبور کرده‌اند، یال‌های متعلق به بهترین مسیر  $T^*$  تاکنون بدست آمده با ضریب ثابت  $e$  در هر تکرار به صورت زیر فرمون‌ریزی می‌شوند.

$$\Delta \tau_{ij}^{gb}(t) = \begin{cases} e / L^{gb}(t) & (i, j) \in T^* \\ 0 & (i, j) \notin T^* \end{cases} \quad (11)$$

این کار سبب می‌شود تا یال‌های متعلق به بهترین مسیر تا تکرار جاری مورد توجه بیشتری نسبت به یال‌های دیگر قرار گیرند و با توجه به مقدار بهترین تور  $L^{gb}$  بروز شوند. باید توجه کرد که هر چه مقدار  $L^{gb}$  در فرمول (۱۱) کمتر باشد، فرمون بیشتری بر روی یال‌ها ریخته می‌شود.

علی‌رغم نتایج بهتر الگوریتم EAS نسبت به AS، این الگوریتم دچار همگرایی زودرس می‌شود. به عبارت دیگر ریختن فرمون با ضریب ثابت  $e$  باعث می‌شود که جستجو خیلی سریع در اطراف راه‌حل‌های زیر بهینه متمرکز شده و رکود زودرس الگوریتم و افتادن در بهینه محلی صورت گیرد. به طور مثال در الگوریتم مورچگان همگرایی زودرس باعث می‌شود که مورچه‌ها مسیر مشابهی را دنبال کنند و جواب‌های یکسان را برای چندین بار بدست آورند. در این صورت دیگر نمی‌توان راه‌حل‌های بهتری بدست آورد. این نشان می‌دهد که سیستم کارایی خود را برای کشف مسیرهای بهتر از دست می‌دهد و نمی‌تواند جواب بهتری را بدست آورد.

<sup>42</sup> Ant Colony Optimization (ACO)

<sup>43</sup> Ant System (AS)

<sup>44</sup> Dorigo

از طرفی بروز رسانی فرمون، تغییرات در مقادیر فرمون را در هر تکرار الگوریتم شبیه‌سازی می‌کند و اساساً یکی از مواردی است که نسخه‌های الگوریتم مورچگان در آن با یکدیگر تفاوت دارند. به طور کلی در الگوریتم EAS این بروز رسانی از دو عمل زیر نشئت می‌گیرد.

۱- ریختن فرمون جدید بر روی یال‌ها که خود به دو صورت محلی و سراسری انجام و سبب افزایش فرمون بر روی یال‌ها می‌شود.

۲- تبخیر فرمون که باعث کاهش فرمون بر روی تمامی یال‌ها با آهنگ یکسان  $0 \leq \rho \leq 1$  می‌شود. به عبارت دیگر در پایان هر تکرار الگوریتم، فرمون‌های به جای مانده بر روی تمامی یال‌ها با ضریب  $\rho$  کاهش می‌یابند. این امر موجب می‌شود که ردپای جدید فرمون دارای وزن متوسطی بین مقدار فرمون قبلی بجا مانده بر روی یال‌ها و مقدار فرمون جدید در تکرار جاری است.

بنابراین فرمول بروز رسانی فرمون در EAS عبارت است از:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t) + \Delta\tau_{ij}^{gb}(t) \quad (12)$$

که در آن

$t_{ij}(t)$ : مقدار فرمون روی یال  $(i, j)$  در تکرار  $t$  است.

$\rho$ : نرخ تبخیر و پارامتری در دامنه  $[0, 1]$  است که کاهش فرمون روی یال‌ها را تنظیم می‌کند.

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} 1/L^k(t) & (i, j) \in T^k \\ 0 & (i, j) \notin T^k \end{cases} \quad (13)$$

$T^k$ : مجموعه یال‌هایی که توسط مورچه  $k$  پیموده شده است.

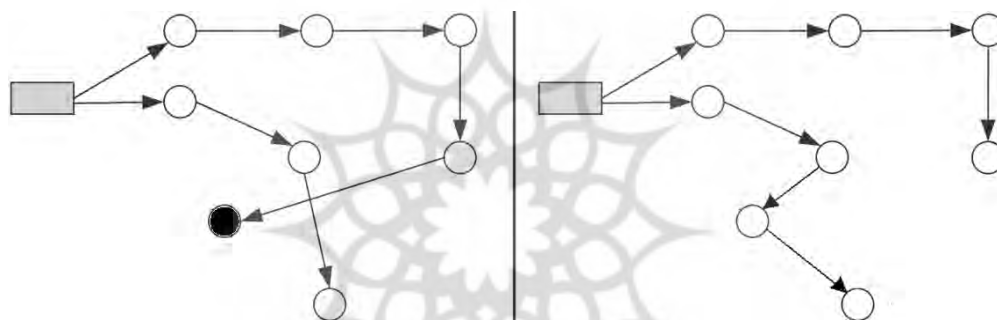
همان‌طور که در بالا نشان داده شده  $\Delta\tau_{ij}^k(t)$  فرمول بروز رسانی محلی فرمون است. این عمل به این صورت انجام می‌شود که مورچه‌ها در حین اینکه بین گره  $i$  و  $j$  حرکت می‌کنند، مقداری فرمون، به اندازه عکس هزینه‌ای که تاکنون پیموده‌اند ( $L^k(t)$ ) را روی یال مربوطه می‌ریزند.

همان‌طور که گفته شد در مقایسه با AS روش EAS دارای کارایی بیشتری است و توانسته که جواب‌های بهتری را تولید کند. به عبارت دیگر آینده‌نگری به اینکه علاوه بر فرمون‌ریزی محلی از فرمون‌ریزی سراسری استفاده شود باعث گردیده که یال‌های متعلق به بهترین مسیر تاکنون بدست آمده یک‌بار دیگر مورد توجه قرار گیرند و فرمون بیشتری را جذب کنند. از طرف دیگر لازم به ذکر است که فرمون‌ریزی محلی راهنمای خوبی برای یافتن جواب‌های باکیفیت محسوب نمی‌شود و چه بسا یال‌هایی وجود داشته باشند که متعلق به بهترین مسیر در هیچ تکراری نباشند ولی در هر تکرار فرمون‌ریزی شوند. بنابراین بهتر است که از فرمون‌ریزی محلی در این روش اجتناب شود تا مورچه‌ها برای یافتن جواب‌های جدید فقط از فرمون‌ریزی سراسری استفاده کنند. زیرا این عمل سبب می‌گردد که فقط یال‌هایی مورد توجه قرار گیرند که متعلق به بهترین مسیر تاکنون بدست آمده باشند.

بعلاوه اشکال دیگری که در این الگوریتم وجود دارد این است که در فرمون‌ریزی سراسری فقط بهترین مسیر تاکنون بدست آمده فرمون‌ریزی می‌شود در صورتی که به علت ساختار تصادفی که الگوریتم مورچگان دارد این امکان وجود دارد که مقدار بهترین جواب در هر تکرار نسبت به تکرارهای قبلی بهتر یا بدتر شود. بنابراین این احتمال وجود دارد که در چندین تکرار محدود، مقدار کیفیت بهترین جواب افزایش پیدا نکند و علی‌رغم اینکه یک جواب شاید از کیفیت خوبی برخوردار نباشد (به خصوص در ابتدای الگوریتم) اما در چندین تکرار به طور متوالی مورد فرمون‌ریزی قرار گیرد. بنابراین در تکرارهای بعدی که الگوریتم می‌تواند

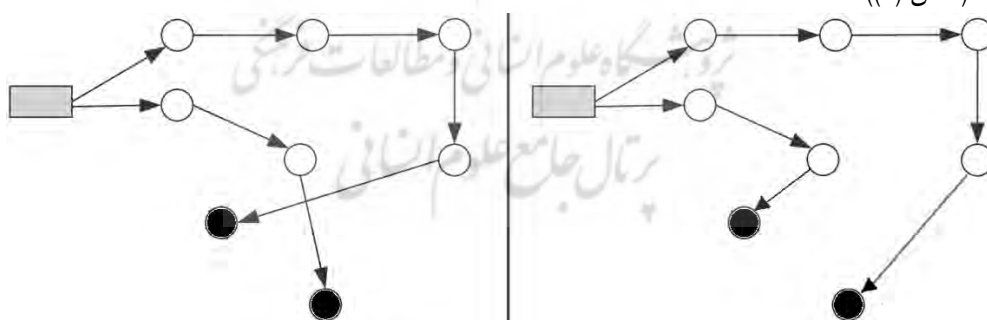


- با جستجوی بیشتر کیفیت جواب‌ها را افزایش دهد، این فرمون اضافی بر روی یک جواب نامناسب سبب می‌گردد که الگوریتم زمان زیادی را برای تعویض جهت جستجو در فضای جواب از دست بدهد بدون آنکه بتواند به جوابی بهتر دست یابد.
- بنابراین به علل گفته شده در روش پیشنهادی چندین اصلاح برای بهبود کارایی الگوریتم انجام شد که به شرح زیر می‌باشند:
۱. فرمون‌ریزی: در این روش به علت معایب موجود در فرمون‌ریزی محلی از این کار اجتناب شده و فقط فرمون‌ریزی سراسری استفاده می‌شود. در این فرمون‌ریزی بعد از اینکه تمامی جواب‌ها در هر تکرار به وسیله مورچه بدست آمد، ۱۰ درصد از بهترین جواب‌ها انتخاب شده و بر روی آن‌ها به یک اندازه فرمون ریخته می‌شود. باید توجه کرد که تفاوت این عمل با حالت عادی در این است که در این الگوریتم به جای تشویق بهترین مسیر تاکنون پیدا شده، ۱۰ درصد از بهترین مسیرهای پیدا شده در هر تکرار تشویق می‌شوند. لازم به ذکر است برای تعدادی از مثال‌ها مقدارهای ۵، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ درصد نیز مورد امتحان واقع شد اما مقدار ۱۰ باعث بدست آمدن بهترین جواب‌ها شد.
  ۲. برای بدست آوردن جواب‌های با کیفیت بالاتر الگوریتم پیشنهادی با دو الگوریتم جستجوی محلی درج و جابجایی که در زیر شرح داده شده‌اند، ترکیب شد.
- (۱) حرکت درج: این حرکت به معنای برداشتن یک مشتری از یک مسیر و ارسال آن به مسیر دیگر می‌باشد (شکل (۲)).



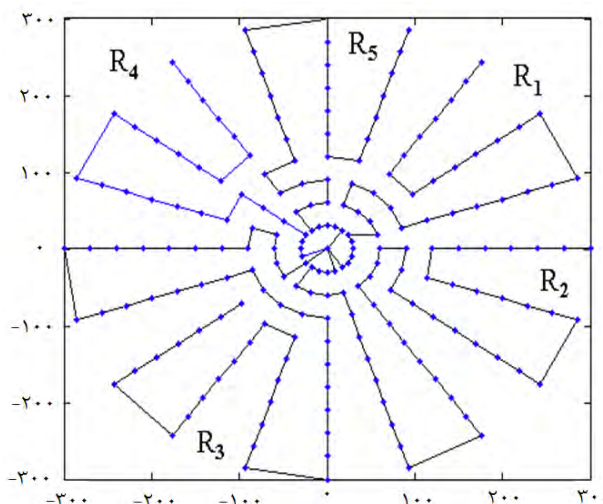
شکل شماره (۲): حرکت درج

- (۲) حرکت جابجایی: این حرکت با جابجا کردن یک مشتری در یک مسیر با یک مشتری دیگر از همان مسیر یا مسیر دیگر شکل می‌گیرد (شکل (۳)).



شکل شماره (۳): حرکت جابجایی

این دو الگوریتم جستجوی محلی در هنگامی که جواب بهتری برای الگوریتم نسبت به تکرارهای قبلی بدست آید، فعال می‌گردد. علت اینکه چرا جستجوی محلی در موقعیت گفته شده فعال می‌شود این است که وقتی یک جواب بهتر نسبت به تکرارهای قبلی بدست می‌آید، امکان دارد که در همسایه این جواب، جواب بهتر دیگری وجود داشته باشد که می‌توان با جستجوهای بیشتر در همسایه جواب جاری به آن جواب دست پیدا کرد. باید توجه کرد که اگر  $\{R_1, R_2, \dots, R_m\}$  نشان دهنده یک جواب شدنی در یک تکرار الگوریتم EAS باشد که در آن هر  $R_i$  نشان‌دهنده مجموعه مشتری‌های اختصاص یافته به وسیله نقلیه نام است و مانند شکل (۴) مرتب نام‌گذاری شده‌اند، آن‌گاه دو روش جستجوی محلی درج و جابجایی برای مسیر  $R_i$  با دو مسیر قبلی و بعدی آن صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر این دو الگوریتم برای مسیر  $R_2$  فقط با دو مسیر  $R_1$  و  $R_3$  انجام می‌شود در حالی که دو الگوریتم درج و جابجایی برای مسیر  $R_5$  فقط با دو مسیر  $R_1$  و  $R_4$  صورت می‌پذیرد.



شکل شماره (۴): یک جواب شدنی مسئله OVRP

### ۳. نتایج و بحث

الگوریتم پیشنهادی بر روی دو دسته از مثال‌های مسئله OVRP مورد آزمایش قرار گرفت تا بدین وسیله کارایی الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری مورد بررسی قرار گیرد. دسته اول این مثال‌ها شامل ۷ مثال استاندارد تولید شده توسط کریستوفیدز می‌باشد که در مرجع (Christofides, Mingozzi & Toth, 1979) آمده است. باید اضافه کرد که این دسته از مثال‌ها جزء مثال‌های کوچک قرار می‌گیرند و بازه‌ای بین ۵۰ تا ۱۹۹ گره را بدون در نظر گرفتن گره انبار را در بر دارند. به علاوه در دسته دوم مثال‌ها که اولین بار در مرجع (Li, Golden & Wasil, 2007) ارائه شده است، مثال‌هایی از ۲۰۰ تا ۴۸۰ گره وجود دارند. بنابراین این دسته از مثال‌ها جزء مثال‌های با اندازه بزرگ طبقه‌بندی می‌شوند. خصوصیات کامل این مثال‌ها در جدول (۱) نشان داده شده است که در آن  $n$  تعداد مشتری،  $q$  ظرفیت وسیله نقلیه و  $m$  تعداد وسیله نقلیه مورد استفاده برای هر کدام از مسائل را نشان می‌دهد. همچنین باید اضافه کرد که در مثال‌های مورد آزمایش، مشتری‌ها به طور تصادفی در اطراف انبار توزیع شده‌اند.

جدول شماره (۱): مثال‌های استاندارد مسئله OVRP

M	Q	n	مثال
۵	۱۶۰	۵۰	C <sub>۱</sub>
۱۰	۱۴۰	۷۵	C <sub>۲</sub>
۸	۲۰۰	۱۰۰	C <sub>۳</sub>
۱۲	۲۰۰	۱۵۰	C <sub>۴</sub>
۱۶	۲۰۰	۱۹۹	C <sub>۵</sub>
۷	۲۰۰	۱۲۰	C <sub>۱۱</sub>
۱۰	۲۰۰	۱۰۰	C <sub>۱۲</sub>
۵	۹۰۰	۲۰۰	O <sub>۱</sub>
۹	۵۵۰	۲۴۰	O <sub>۲</sub>
۷	۹۰۰	۲۸۰	O <sub>۳</sub>
۱۰	۷۰۰	۳۲۰	O <sub>۴</sub>
۸	۹۰۰	۳۶۰	O <sub>۵</sub>
۹	۹۰۰	۴۰۰	O <sub>۶</sub>
۱۰	۹۰۰	۴۴۰	O <sub>۷</sub>
۱۰	۱۰۰۰	۴۸۰	O <sub>۸</sub>

دسته دوم

این مثال‌ها بدین جهت مورد بررسی قرار گرفته شده‌اند که اولاً دارای یک ترکیب مناسب از مسائل هستند که بازه‌ای بین ۵۰ تا ۴۸۰ گره را، بدون انبار کالا، در بر می‌گیرند و ثانیاً الگوریتم‌های زیادی بر روی این مثال‌ها مورد آزمایش قرار گرفته شده است و بدین جهت می‌توان مقایسه مناسبی بین الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم‌های دیگر انجام داد تا بدین وسیله کارایی الگوریتم با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گیرد.

به علاوه در جدول (۲) و (۳) الگوریتم پیشنهادی (PA) با الگوریتم‌های فراابتکاری مشهوری که تاکنون برای حل این مسئله مورد استفاده قرار گرفته‌اند، مقایسه شده است. در ستون‌های دوم تا چهارم جدول ۲ بهترین نتایج بدست آمده توسط سه الگوریتم مشهور فراابتکاری نشان داده شده است. این الگوریتم‌ها شامل روش جستجوی ممنوع<sup>۴۵</sup> فو و همکارانش (TSF) (Fu, Eglesse & Li, 2006)، روش جستجوی همسایگی بزرگ<sup>۴۶</sup> پسینجر و همکارانش (ALNS) (Pisinger & Ropke, 2005) و الگوریتم ثبت به ثبت<sup>۴۷</sup> لی و همکارانش (ORTR) (Li, Golden & Wasil, 2007) می‌باشد. به علاوه در ستون پنجم نتایج الگوریتم PA و در ستون ششم بهترین جواب‌هایی که تاکنون به وسیله سایر الگوریتم‌ها (BKS) بدست آمده، نشان داده شده است. توجه به این نکته ضروری است که بهترین جواب‌ها در این ستون با تعداد وسایل نقلیه ثابت نشان داده شده در جدول ۱ در نظر گرفته شده است. بنابراین شاید در بعضی از مثال‌ها مانند C5 جواب‌هایی بهتر از BKS با تعداد وسایل نقلیه متفاوت (۱۷) نیز وجود داشته باشد در حالی که بقیه جواب‌ها برای این مثال با تعداد وسیله نقلیه ۱۶ بدست آمده است.

نتایج در این جدول بر این نکته اشاره دارد که روش پیشنهادی نه تنها توانسته است که جواب‌های بسیار خوبی برای مسائل استاندارد بدست آورد و در شش مثال از هفت مثال مربوطه به بهترین جواب‌هایی که تاکنون بدست آمده است، دست یابد بلکه در یک مثال دیگر نیز به جواب‌های با کیفیتی دست پیدا کرده است. از طرف دیگر و با مقایسه الگوریتم پیشنهادی با دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم دارای جواب‌های بهتر نسبت به الگوریتم TSF می‌باشد زیرا الگوریتم TSF فقط در چهار مثال توانسته است که به بهترین جواب‌ها دست پیدا کند. در نتیجه این الگوریتم بی کیفیت‌ترین الگوریتم ارائه شده در جدول ۲ محسوب می‌شود. الگوریتم دیگری که در این جدول توانسته است که به جواب‌های بسیار خوبی دست پیدا کند الگوریتم ALNS است. این الگوریتم در ۵ مثال توانسته است که به بهترین جواب‌های تاکنون بدست آمده دست پیدا کند، در مقایسه با الگوریتم پیشنهادی از نظر بدست آوردن بهترین جواب‌ها دارای کیفیت کمتر است و می‌توان آن‌را ضعیف‌تر از الگوریتم پیشنهادی طبقه‌بندی کرد. در نهایت آخرین الگوریتمی که در جدول (۲) وجود دارد و توانسته است که به جواب‌های با کیفیتی دست پیدا کند الگوریتم ORTR است. این الگوریتم توانسته است که در ۶ مثال از ۷ مثال مربوطه به بهترین جواب‌ها دست پیدا کند اما در یک مثال دیگر جوابی ضعیف‌تر نسبت به الگوریتم پیشنهادی بدست آورده است. بنابراین الگوریتم پیشنهادی دارای جواب‌های قوی‌تر نسبت به الگوریتم ORTR است.

جدول شماره (۲): مقایسه الگوریتم‌های فراابتکاری برای مثال‌های کوچک

مثال	TSF	ALNS	ORTR	PA	BKS
C1	۴۱۶/۰۶	۴۱۶/۰۶	۴۱۶/۰۶	۴۱۶/۰۶	۴۱۶/۰۶
C2	۵۶۷/۱۴	۵۶۷/۱۴	۵۶۷/۱۴	۵۶۷/۱۴	۵۶۷/۱۴
C3	۶۴۳/۰۵	۶۴۱/۷۶	۶۳۹/۷۴	۶۳۹/۷۴	۶۳۹/۷۴
C4	۷۳۳/۱۳	۷۳۳/۱۳	۷۳۳/۱۳	۷۳۳/۱۳	۷۳۳/۱۳
C5	۸۷۸/۹۵ (۱۷)	۸۹۶/۰۸	۹۲۴/۹۶	۹۰۴/۴۵	۹۰۴/۴۵
C11	۷۲۴/۴۶	۶۸۲/۱۲	۶۸۲/۵۴	۶۸۲/۱۲	۶۸۲/۱۲
C12	۵۳۴/۷۱	۵۳۴/۲۴	۵۳۴/۲۴	۵۳۴/۲۴	۵۳۴/۲۴

<sup>45</sup> Tabu search

<sup>46</sup> Variable neighborhood search

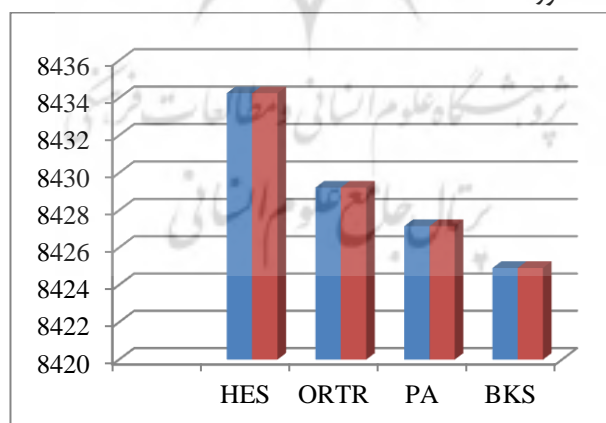
<sup>47</sup> Record to record travel

از طرف دیگر در جدول (۳) مقایسه بین الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم روش تکاملی ترکیبی ریویسیا<sup>۴۸</sup> و همکارانش که در سال ۲۰۱۰ ارائه شده است (HES) (Repoussisa et al., 2010) و الگوریتم ORTR (Li, Golden & Wasil, 2007) روی دسته دوم از مثال‌ها که دارای اندازه بزرگ هستند، نشان داده شده است. با توجه به نتایج بدست آمده بر روی این مثال‌ها که دارای تعداد زیادی گره هستند می‌توان مشاهده کرد که الگوریتم در این مثال‌ها نیز جواب‌های بسیار خوبی بدست آورده است و در چهار مثال از هشت مثال مربوطه BKS دست پیدا کرده است. همچنین در مقایسه با دیگر الگوریتم‌ها، الگوریتم پیشنهادی جواب‌های بهتری را نسبت به ORTR بدست آورده است زیرا این الگوریتم فقط در سه مثال توانسته است که به جواب‌های BKS دست پیدا کند. از طرف دیگر الگوریتم توانسته است که رقابت خوبی با الگوریتم HES داشته باشد توانسته در پنج مثال به بهترین جواب‌ها دست پیدا کند.

جدول شماره (۳): مقایسه الگوریتم‌های فراابتکاری برای مثال‌های بزرگ

مثال	HES	ORTR	PA	BKS
O1	۶۰۱۸/۵۲	۶۰۱۸/۵۲	۶۰۱۸/۵۲	۶۰۱۸/۵۲
O2	۴۵۸۳/۷۰	۴۵۸۴/۵۵	۴۵۸۴/۵۵	۴۵۸۳/۷۰
O3	۷۷۳۳/۷۷	۷۷۳۲/۸۵	۷۷۳۲/۸۵	۷۷۳۲/۸۵
O4	۷۲۷۱/۲۴	۷۲۷۲/۳۱	۷۲۹۱/۸۹	۷۲۷۱/۲۴
O5	۹۲۵۴/۱۵	۹۱۹۷/۶۱	۹۱۹۷/۶۱	۹۱۹۷/۶۱
O6	۹۸۲۱/۰۹	۹۸۰۳/۸۰	۹۸۰۳/۸۰	۹۸۰۳/۸۰
O7	۱۰۳۴۳/۴۰	۱۰۳۷۲/۲۳	۱۰۳۷۴/۹۷	۱۰۳۴۳/۴۰
O8	۱۲۴۲۸/۲۰	۱۲۴۳۵/۴۲	۱۲۴۲۹/۵۶	۱۲۴۲۸/۲۰

همچنین برای مقایسه واضح‌تر نتایج بدست آمده برای الگوریتم‌های پیشنهادی، در شکل (۵) میانگین نتایج ۸ مثال موجود در جدول (۳) برای هر سه الگوریتم و بهترین جواب‌ها نشان داده شده است. باید توجه کرد که هر چه این مقدار کمتر باشد آنگاه الگوریتم از کارایی بیشتری برخوردار است. با توجه به این شکل می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی نسبت به دو الگوریتم دیگر جواب‌های بهتری بدست آورده است.



شکل شماره (۵). مقایسه میانگین جواب‌های بدست آمده برای مثال‌های جدول ۳

در این مقاله یک روش دو فازی برای مسئله OVRP ارائه شد که در فاز اول الگوریتم اصلاحی نمونه مورچگان اصلاحی برای حل مسئله مورد استفاده قرار گرفت و سپس در فاز دوم و برای یافتن جواب‌های با کیفیت‌تر دو الگوریتم بهبود دهنده درج و جابجایی مورد استفاده قرار گرفت. برای تست کارایی الگوریتم ۱۵ مثال از مسائل استاندارد مسئله OVRP در نظر گرفته شد و نتایج الگوریتم پیشنهادی با سایر روش‌های فراابتکاری مورد مقایسه قرار گرفت. این مقایسه نشان داد که الگوریتم جدید نه تنها توانست جواب‌های با کیفیت‌تری را تولید کند و در ۱۰ مثال به بهترین جواب‌های تاکنون بدست آمده دست یابد بلکه نسبت به

الگوریتم‌های دیگر از کارایی بیشتری برخوردار بوده و در کل جواب‌های بهتری را بدست آورد. به نظر می‌رسد که استفاده از روش‌های ترکیبی فراابتکاری مانند ترکیب این الگوریتم با روش جستجوی ممنوع و یا استفاده از الگوریتم‌های قوی محلی دیگر برای بدست آوردن جواب‌های بهتر می‌تواند راهکارهای مناسب دیگری برای بهبود بیشتر الگوریتم باشد که استفاده از آن‌ها به مقاله‌های بعدی موکول می‌شود.

#### ۴- منابع

- 1- Bodin, L., Golden, B., Assad, A. & Ball, M. (1983). Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art. *Computers & Operations Research*, 10, 63° 211.
- 2- Brandão, J. (2004). A tabu search algorithm for the open vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 157, 52° 64.
- 3- Chiang, W. C., Russell, R., Xu, X., & Zepeda, D. (2009). A simulation/metaheuristic approach to newspaper production and distribution supply chain problems. *International Journal of Production Economics*, 121(2), 752-767.
- 4- Christofides, N., Mingozzi, A. & Toth, P. (1979). The vehicle routing problem, In: Christofides N, Mingozzi A, Toth P, Sandi C, editors. *Combinatorial optimization*. Chichester, UK: Wiley, 315-338.
- 5- Dorigo, M., Maniezzo, V. & Colorni, A. (1996). The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics ° Part B*, 26(1), 29° 41.
- 6- Fleszar, K., Osman, I. H. & Hindi, K. S. (2009). A variable neighborhood search algorithm for the open vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 195(3), 803-809.
- 7- Fu, Z., Eglese, R. & Li, L. (2005). A new tabu search heuristic for the open vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 56, 267° 274.
- 8- Levy, L. (2005). Private communication, in *RouteSmart Technologies*.
- 9- Li, F., Golden, B. & Wasil, E. (2005). Very large-scale vehicle routing: new test problems, algorithms, and results. *Computers & Operations Research*, 32, 1165° 1179.
- 10- Li, F., Golden, B. & Wasil, E. (2007). The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. *Computers & Operations Research*, 34(10), 2918-2930.
- 11- Letchford, A. N., Lysgaard, J. & Eglese, R. W. (2007). A branch-and-cut algorithm for the capacitated open vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 58, 1642° 1651.
- 12- MirHassani, S. A. & Abolghasemi, N. (2011). A particle swarm optimization algorithm for open vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications*, 38(9), 11547-11551.
- 13- Pisinger, D. & Ropke, S. (2005). A general heuristic for vehicle routing problems. University of Copenhagen, Technical Report 05/01, DIKU.
- 14- Repoussisa, P. P., Tarantilis, C. D., Braysy, O. & Ioannou, G. (2010). A hybrid evolution strategy for the open vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 37, 443-455.
- 15- Russell, R., Chiang, W. C. & David, Z. (2008). Integrating multi-product production and distribution in newspaper logistics. *Computers & Operations Research*, 35(5), 1576-1588.
- 16- Saadati Eskandari, Z. & Yousefikhoshbakht, M. (2012). Solving the vehicle routing problem by using an effective reactive bone route algorithm. *Transportation Research Journal*, 1, 51-67.
- 17- Salari, M., Toth, P. & Tramontani, A. (2010). An ILP improvement procedure for the Open Vehicle Routing Problem. *Computers & Operations Research*, 37(12), 2106-2120.
- 18- Sariklis, D. & Powell, S. (2000). A heuristic method for the open vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 51, 64° 73.
- 19- Schrage, L. (1981). Formulation and structure of more complex/realistic routing and scheduling problems. *Networks*, 11, 229° 232.
- 20- Taillard, R. (1995). Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. *Journal of Heuristics*, 1(1), 147° 167.
- 21- Tarantilis, C., Diakoulaki, D. & Kiranoudis, C. (2004). Combination of geographical information system and efficient routing algorithms for real life distribution operations. *European Journal of Operational Research*, 152, 37° 53.

- 22- Tarantilis, C., Ioannou, G., Kiranoudis, C. & Prastacos, G. (2004). A threshold accepting approach to the open vehicle routing problem, *RAIRO Operations Research*, 38, 345° 360.
- 23- Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F., Rahmati, R. & Saadati Eskandari, Z. (2012). A hybrid ant colony system for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Transportation Research Journal*, 9(2), 191-207.
- 24- Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F., Rahmati, R. & Sedighpour, M. (2012). An effective imperialist competitive algorithm for solving the open vehicle routing problem. *Transportation Research Journal*, 9(1), 83-95
- 25- Yousefikhoshbakht, M. & Khorram, E. (2012). Solving the vehicle routing problem by a hybrid meta-heuristic algorithm. *Journal of Industrial Engineering International*, 8(11), 1-9.
- 26- Yousefikhoshbakht, M. & Rahmati, R. (2011). An Improved Ant Colony System for Solving the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. *Transportation Research Journal*, 8(2), 183-198.
- 27- Yu, S., Ding, C. & Zhu, K. 2011. A hybrid GA° TS algorithm for open vehicle routing optimization of coal mines material. *Expert Systems with Applications*, 38(8), 10568-10573.
- 28- Zafari, A., Tashakori, S. M. & Yousefikhoshbakht, M. (2010). A Hybrid Effective Genetic Algorithm for Solving the Vehicle Routing Problem. *International Journal of Industrial Engineering and Production Management*, 21 (2), 63-76.

