

مدیریت تولید و عملیات، دوره چهارم، پیاپی (۷)، شماره (۲)، پاییز و زمستان ۱۳۹۲

دریافت: ۹۰/۱۰/۱۳ پذیرش: ۹۱/۹/۱۸

صص: ۵۴-۴۱

کاربرد روش‌شناسی سطح پاسخ در بهینه‌سازی یک سیستم موجودی سه

سطحی

سید حسین رضوی حاجی آقا^{۱*}، مقصود امیری^۲، مهدی سیف برقی^۳، لعیا الفت^۲

۱- استادیار موسسه مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی

۲- دانشیار دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی

۳- استادیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه الزهرا

چکیده

کنترل موجودی یکی از مسائل حائز اهمیت در مدیریت زنجیره‌های تامین است. در این مقاله یک سیستم تولید، توزیع، موجودی سه سطحی شامل یک تولید کننده مرکزی، دو عمده فروش و تعدادی خرده فروش در نظر گرفته شده است. تقاضای مشتریان در خرده فروشان از یک فرآیند پواسون مرکب پیروی کرده و سیاست کنترل موجودی سطوح از نوع سیاست مرور مستمر (R, Q) است. در این تحقیق، با در نظر گرفتن ساختار استاندارد هزینه در یک مدل موجودی، نسبت به برآورد تابع هزینه این سیستم با استفاده از روش‌شناسی سطح پاسخ، به صورت ترکیبی از آزمایش‌های طراحی شده، شبیه‌سازی، تحلیل رگرسیون و بهینه‌سازی اقدام شده است. روش به کار رفته در این مقاله می‌تواند به عنوان روشی نوین در بهینه‌سازی سیاست موجودی زنجیره‌های تامین استفاده شود؛ ضمن آنکه بهینه‌سازی همزمان پارامترهای موجودی، شامل نقطه سفارش مجدد و اندازه دسته سفارش، یکی دیگر از مزایای مدل پیشنهادی به شمار می‌رود.

واژه‌های کلیدی: زنجیره تامین؛ سیستم موجودی چند سطحی؛ فرآیند پواسون مرکب؛ روش‌شناسی سطح

پاسخ؛ بهینه‌سازی.

۱. مقدمه

سابقه کنترل موجودی و اهمیت آن به دوران شکل‌گیری نخستین کارخانه‌ها و حتی کسب و کارهای خانوادگی باز می‌گردد. فورد ویتمان هریس نخستین مدل ریاضی کنترل موجودی را در سال ۱۹۱۳ ارائه نمود (رواخ، ۲۰۰۵). با تغییر فعالیت سازمان‌های صنعتی و خدماتی از مدیریت مالکانه و انحصاری و روابط برد - باخت به مدیریت اشتراکی و روابط برد - برد، در کنار شکل‌گیری و توسعه مفاهیم رقابت و جایگاه مشتری به تدریج سازمان‌ها گرایش به تشکیل شبکه‌های کسب و کار یافته‌اند. سابقه مدیریت زنجیره تامین به مباحثی نظیر لجستیک باز می‌گردد که تا حدود زیادی در فعالیت‌های نظامی ریشه دارد. ارتش‌های پیشرفته لجستیک و زنجیره تامین را به عنوان بخشی از استراتژی‌های زنجیره تامین خود به کار گرفتند. امروزه زنجیره تامین موضوعی جدایی ناپذیر از هر سازمان تجاری است. تعاریف ارائه شده در خصوص زنجیره‌های تامین را می‌توان در دو گروه تقسیم‌بندی نمود: گروهی که بر فرآیندهای مرتبط با تامین، تولید و توزیع تمرکز داشته‌اند و گروهی که بر نهادهای زنجیره تمرکز داشته‌اند (اووربک، ۲۰۰۹). با این وجود اغلب در نگرش عمومی تصویری که از زنجیره‌های تامین می‌رود، با نگرش نهادگرا همخوانی دارد. بر اساس دیدگاه نهادگرا، واکر (۲۰۰۵) به نقل از ویرایش دهم لغتنامه انجمن تولید و موجودی آمریکا زنجیره تامین را به صورت "شبکه جهانی مورد استفاده برای تحویل محصولات و خدمات از مواد اولیه به مصرف کنندگان نهایی از طریق جریان طراحی شده‌ای از اطلاعات، توزیع فیزیکی و پول" تعریف می‌کند.

صرف نظر از تعریف زنجیره تامین، صاحب‌نظران این عرصه چالش‌های اساسی در زمینه مدیریت زنجیره‌های تامین را ذکر کرده‌اند. نظریه پردازان در بیان چالش‌های مهم زنجیره تامین، ابعاد زمانی و تاثیرات آنها بر عملکرد زنجیره را مورد توجه قرار داده‌اند. بر اساس این نظریه‌ها، مدیریت موجودی یکی از مسائل و تصمیمات کلیدی در مدیریت زنجیره‌های تامین است (چوپرا و مندل، ۲۰۰۷؛ ویسنر و همکاران، ۲۰۰۸؛ سیمچی لوی و همکاران، ۲۰۰۴ و چندرا و کامرانی، ۲۰۰۴). تمامی این نظریه‌ها حاکی از آن است که مسأله مدیریت موجودی و سیاست‌های آن جزو مسائل اساسی در زنجیره‌های تامین به شمار می‌رود. با وجود این، بررسی مسائل موجود در زمینه مدیریت موجودی در زنجیره‌های عرضه از پیچیدگی‌های بسیاری برخوردار است که بسیاری از محققان به بررسی انواع مختلفی از این مسأله در شرایط گوناگون و تحت عنوان سیستم‌های موجودی چند سطحی پرداخته‌اند. در واقع، مسأله سیستم‌های موجودی چند سطحی در زنجیره‌های تامین را می‌توان تعمیمی بر مدل‌های کلاسیک موجودی در نظر گرفت. شکل کلاسیک مدل‌های کنترل موجودی عمدتاً یک انبار را به تنهایی در نظر گرفته و تحت شرایط و فرضیات مشخص نسبت به بهینه‌سازی سیستم موجودی آن اقدام می‌کنند. طبق این مباحث هر مسأله مدیریت موجودی با دو سؤال اصلی مواجه است: زمان و مقدار سفارش کالاها به گونه‌ای که هزینه‌های انبار حداقل شده و همزمان تقاضاهای آن برآورده شوند. مدل‌های موجودی چند سطحی در واقع تعمیمی از این مدل‌های کلاسیک هستند که در آنها تعدادی پایگاه مختلف، برای مثال، شامل تعدادی خرده

با وجود گستردگی مطالعات صورت گرفته در این زمینه، تنوع ساختار و فرضیات سیستم‌های موجودی چند سطحی از یک سو و ضرورت، اهمیت و نقش این مسأله در هماهنگ‌سازی و بهینه‌سازی عملکرد زنجیره‌های تامین از سوی دیگر، بررسی انواع مختلف این مسائل را برای مدیران و محققان به مسأله‌ای مهم و حائز اهمیت تبدیل نموده است. بر اساس این ضرورت، در تحقیق حاضر با استفاده از دیدگاه روش‌شناسی سطح پاسخ^۱، با نگاهی نوین نسبت به تحلیل مسأله تعیین سیاست موجودی بهینه در یک زنجیره تامین سه سطح اقدام شده است.

۲. بیان مسأله

پیش از پرداختن به ساز و کار حل و بررسی مسأله، ارائه تعریفی دقیق از آن ضرورت دارد. شکل ۱ نمایی از سیستم مورد بررسی در تحقیق حاضر را نشان می‌دهد. همان طور که ملاحظه می‌شود، این سیستم سه سطحی شامل یک تولید کننده مرکزی است که کالاهای خود را برای دو عمده فروش ارسال می‌کند. هر یک از این عمده فروشان نیز کالاهای دریافتی از تولید کننده را بر اساس سفارش برای تعدادی خرده فروش ارسال می‌کنند. خرده فروشان سطح سوم سیستم نیز با تقاضاهای مشتریان مواجه هستند که از یک فرآیند پواسون مرکب پیروی می‌کند. اعداد نشان داده شده در مقابل هر یک از خرده فروشان نرخ ورود مشتریان به آنهاست که بر حسب یک توزیع یکنواخت در فاصله $[0, 5]$ تولید شده است. هر یک از نهادهای هر سطح تنها با یک نهاد سطح بالاتر از خود در ارتباط است و ارتباطی میان نهادهای هر سطح وجود ندارد. همچنین، فرض می‌شود که عناصر هر سطح از سیاست مرور مستمر

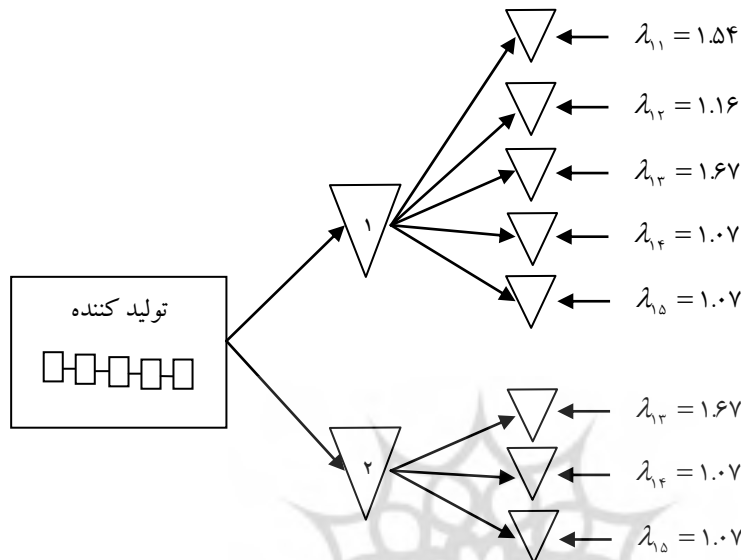
فروش، عمده فروش و ... با یکدیگر در قالب یک زنجیره همکاری دارند و مدل‌های موجودی چند سطحی سعی در پاسخگویی به سؤال‌های مدیریت موجودی در چنین سیستم‌هایی دارند.

تحقیق پیرامون سیستم‌های موجودی چند سطحی به دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ باز می‌گردد. یکی از مشهورترین کارهای اولیه در زمینه سیستم‌های موجودی چند سطحی را کلارک و اسکارف (۱۹۶۰) انجام دادند که در بیشتر مقالات و تحقیقات سیستم‌های چند سطحی به عنوان پایه‌گذاران این شاخه شناخته می‌شوند. آنها با تاکید بر مفهوم "موجودی سطحی" به تحلیل تابع هزینه سیستم‌های چند سطحی پرداختند. شریروک (۱۹۶۸) در مقاله خود روش METRIC را برای بهینه‌سازی یک سیستم موجودی دو سطحی ارائه داده است.

گومس و گونری (۲۰۰۷) در مطالعه مروری خود به بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه سیستم‌های موجودی چند سطحی پرداخته و انواع روش‌های رایج در این مطالعات را شناسایی نمودند. بر این اساس، بسیاری از محققان نسبت به بررسی سیستم‌های موجودی تقاضا از طریق مبانی فرآیندهای تصادفی پرداخته‌اند (دوئرمر و شوارتز، ۱۹۸۱؛ گراوس، ۱۹۸۵؛ معین زاده و لی، ۱۹۸۶a، ۱۹۸۶b؛ آکساتر، ۱۹۹۰، ۱۹۹۳، ۱۹۹۸، ۲۰۰۰ و ۲۰۰۲؛ کاجون، ۲۰۰۱؛ سیف‌برقی و اکبری جوکار، ۲۰۰۶؛ ژائو، چن و ژانگ، ۲۰۰۸؛ امیری و همکاران، ۲۰۱۲). دسته دیگری از تحقیقات در این زمینه با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی و رگرسیون به بررسی مسأله پرداخته‌اند (کوئچل و نیلاندر، ۲۰۰۵؛ گائو و وانگ، ۲۰۰۸؛ سیف‌برقی و همکاران، ۱۳۸۷).

به منظور یکسان‌سازی و تعادل در زنجیره، هر یک از سطوح خرده فروشان و عمده فروشان از سیاست موجودی یکسانی پیروی می‌کنند.

(R, Q) استفاده می‌کنند که در آن با رسیدن سطح موجودی به مقدار R یا کمتر از آن، تعدادی سفارش در دسته‌های به انداز Q صادر می‌شود؛ به گونه‌ای که سطح موجودی مجدداً به بالاتر از R برسد. همچنین،



شکل ۱. سیستم موجودی سه سطحی و چند لایه مورد بررسی

خواهد شد، با وجود این، با استفاده از فرآیند تحلیل پیشنهادی در تحقیق حاضر می‌توان نسبت به تحلیل سیستمی با فرضیات مختلف نیز اقدام نمود. این انعطاف‌پذیری در مدل‌سازی انواع فرضیات مختلف مزیت اصلی روش مورد استفاده در این تحقیق نسبت به روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی تحلیلی است. متغیرهای مجهول مسأله را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود:

Q_0 : اندازه دسته تولیدی تولید کننده مرکزی

Q_1 : اندازه دسته سفارش عمده فروشان ۱ و ۲

R_1 : نقطه سفارش مجدد عمده فروشان ۱ و ۲

Q_2 : اندازه دسته سفارش خرده فروشان

R_2 : نقطه سفارش مجدد خرده فروشان

در خصوص میزان هماهنگی فرضیات فوق با شرایط واقعی می‌توان به این نکته اشاره نمود که اولاً ماهیت ورود مشتریان به یک سیستم موجودی، تشابه بسیاری با ویژگی‌های حاکم بر فرآیندهای پواسون داشته و ثانیاً اغلب تحقیقات گذشته با فرضی مشابه به مدل‌سازی سیستم‌های موجودی پرداخته‌اند که نشان دهنده پذیرفته بودن این فرض است. در خصوص سیستم موجودی حاکم نیز به طور کل دو سیستم موجودی (R, Q) و (s, S) در دو حالت مرور مستمر و دائم در سیستم‌های موجودی تعریف شده که سیاست مورد نظر در این تحقیق نیز بر این اساس است (آکساتر، ۲۰۰۶). در صورت نقض هر یک از فرضیات فوق، قطعاً تابع هزینه سیستم دچار تغییر

بررسی اثر توام عوامل بر پاسخ، طرح‌های عاملی به شکل گسترده‌ای استفاده می‌شوند. دسته خاصی از طرح‌های عاملی که در زمینه غربالگری متغیرهای اولیه کاربرد دارند، طرح‌های دو عاملی هستند که در آنها هر یک از متغیرهای تاثیرگذار بر متغیر پاسخ در دو سطح بالا (مثبت) و پایین (منفی) تنظیم شده و با تحلیل آماری، متغیرهای تاثیرگذار شناخته می‌شوند. در صورت وجود k متغیر (عامل) تحت بررسی، این طرح‌های دو عاملی به 2^k آزمایش نیاز دارند که با افزایش تعداد عوامل، تعداد این آزمایش‌ها نیز افزایش می‌یابند. در چنین شرایطی، از طرح‌های دو عاملی کسری استفاده می‌شود که تنها مستلزم انجام کسری از تمام آزمایش‌های لازم در طرح کامل 2^k است. شیوه تجزیه و تحلیل این آزمایش‌ها نیز نظیر تحلیل واریانس و مبتنی بر تجزیه تغییرپذیری به عوامل آن است (شفه، ۱۹۹۸؛ مونتگومری، ۲۰۰۸؛ می‌پرز و مونتگومری، ۲۰۰۹).

در طرح حاضر و پس از طراحی آزمایش‌های آماری، به منظور تولید داده‌های مورد نیاز از شبیه‌سازی استفاده شده است. شبیه‌سازی مورد استفاده در این تحقیق، یک شبیه‌سازی گسسته پیشامد است که به بررسی رفتار سیستم موجودی تحت بررسی به ازای ترکیبات مختلف متغیرها طبق آزمایش‌های طراحی شده می‌پردازد (بنکس، ۲۰۰۴). این شبیه‌سازی در نهایت مقادیر متغیر خروجی تابع هزینه به ازای هر ترکیب طرح آزمایشی را نشان می‌دهد.

۳-۲- تجزیه و تحلیل رگرسیون برای برآورد تابع برازش خروجی‌ها بر حسب ورودی‌ها

با به دست آمدن مقادیر متغیرهای خروجی حاصل از ترکیبات مختلف آزمایشی در گام قبل، در این مرحله

در ادامه مسأله روش‌شناسی به کار رفته برای تحلیل سیستم فوق بررسی شده است

روش‌شناسی سطح پاسخ

در این تحقیق، به منظور برآورد تابع هزینه موجودی و تعیین سیاست بهینه سیستم سه سطحی مورد بررسی از روش‌شناسی سطح پاسخ استفاده شده است. در این بخش، مروری مختصر بر ابزارها و روشهای مورد استفاده تحقیق ارائه شده است.

روش‌شناسی سطح پاسخ خانواده‌ای از روش‌های آماری و ریاضی برای توسعه، بهبود و بهینه‌سازی فرآیندهاست. یک فرآیند را می‌توان ساز و کاری برای تبدیل مجموعه‌ای از ورودی‌ها به مجموعه‌ای از خروجی‌ها، متغیرهای پاسخ، تعریف نمود. روش‌شناسی سطح پاسخ، شیوه‌ای است که به برآورد رابطه میان یک یا تعدادی متغیر پاسخ با تعدادی متغیر مستقل، از طریق مجموعه‌ای از آزمایش‌های طراحی شده و روش‌های تحلیل رگرسیون اختصاص دارد (خلوری، ۲۰۰۶؛ می‌پرز و مونتگومری، ۲۰۰۹). اصولاً روش‌شناسی سطح پاسخ شامل گام‌های زیر است: (الف) آزمایش‌های دو عاملی برای غربالگری متغیرهای ورودی مؤثر؛ (ب) تجزیه و تحلیل رگرسیون برای برآورد تابع برازش خروجی‌ها بر حسب ورودی‌ها؛ و (ج) بهینه‌سازی به منظور تعیین سطوح بهینه متغیرهای ورودی.

۳-۱- آزمایش‌های دو عاملی برای غربالگری

متغیرهای ورودی

بررسی و تحلیل بسیاری از فرآیندها مشتمل بر مطالعه تعداد زیادی متغیرهای تاثیرگذار بر آنها است که بررسی کامل نیازمند تعداد آزمایش‌های بسیاری است. زمانی که انجام تعداد زیاد آزمایش‌ها به هزینه و زمان بالایی نیاز دارد، در چنین شرایطی و برای

نسبت به برآزش یک تابع رگرسیون اقدام می‌گردد. این تابع رگرسیون در واقع هزینه موجودی را به صورت تابعی از متغیرهای موجود در طرح آزمایشی بیان می‌کند.

۳-۳- بهینه‌سازی

با برآزش تابع رگرسیون، که برآوردی از تابع هزینه موجودی سیستم مورد نظر است، نسبت به کمینه‌سازی این تابع به عنوان تابع هدف و تعیین مقادیر بهینه متغیرهای مدل اقدام می‌گردد. مراحل ۱-۳ تا ۳-۳ به ترتیب گام‌هایی هستند که در روش‌شناسی سطح پاسخ برای تحلیل یک مسأله به کار می‌روند.

مدل‌سازی تابع هزینه موجودی

در این بخش، گام‌های طی شده به منظور برآورد مدل مربوط به هزینه موجودی سیستم سه سطحی نشان داده شده در شکل ۱، به عنوان متغیر پاسخ بررسی شده است.

۱-۴- انتخاب عوامل ورودی و طرح آزمایش همان طور که در بیان مسأله ذکر گردید، هدف از مطالعه حاضر برآورد مدلی به منظور تعیین سیاست بهینه کنترل موجودی در یک زنجیره تامین سه سطحی، با ساختار همانند شکل ۱ است. عوامل ورودی انتخاب شده در این طرح شامل پنج متغیر Q_0, Q_1, Q_2, R_1, R_2 و مطابق تعریف ارائه شده در فوق است. در تعیین طرح آزمایش برای بررسی این مسأله، از یک طرح باکس-بنکن^۲ استفاده شده است. این طرح را باکس و بنکن (۱۹۶۰) ارائه نموده‌اند که هر طرح را می‌توان به صورت ترکیبی از یک طرح عاملی دو سطحی و یک طرح بلوک ناقص در نظر گرفت (اریکسون و همکاران، ۲۰۰۸). طرح مورد استفاده در تحقیق حاضر، یک طرح پنج عاملی با ده بلوک و چهار نقطه در هر بلوک، به همراه پنج مشاهده اضافی برای نقاط مرکزی است که مجموعاً شامل ۴۶ آزمایش می‌گردد. جدول ۱ سطوح بالا، پایین و مرکزی تعریف شده برای هر یک از عوامل را نشان می‌دهد.

نگاره ۱. عوامل مورد نظر در طرح آزمایشی و سطوح آنها

کد	عامل	سطح بالا (+۱)	مرکز (۰)	سطح پایین (-۱)
Q_0	اندازه دسته تولیدی تولید کننده مرکزی	۴۰	۳۰	۲۰
Q_1	نقطه سفارش مجدد عمده فروشان	۳۰	۱۵	۰
R_1	اندازه دسته سفارش عمده فروشان	۲۰	۱۵	۱۰
Q_2	نقطه سفارش مجدد خرده فروشان	۲۰	۱۰	۰
R_2	اندازه دسته سفارش خرده فروشان	۱۵	۱۰	۵

۳-۲- شبیه‌سازی

جدول ۲ طرح باکس - بنکن طراحی شده برای این آزمایش را نشان می‌دهد. این طرح یکی از متداول‌ترین طرح‌های مورد استفاده به منظور برآزش توابع غیر خطی در کاربردهای مختلف است (وینینگ و کوالسکی، ۲۰۱۰).

پس از تعیین طرح آزمایشی، و به منظور برآورد مدل نسبت به شبیه‌سازی سیستم موجودی مورد نظر با استفاده از نرم افزار ARENA اقدام شده است. بر این اساس، در گام نخست مدل منطقی سیستم در نرم

پس از تعیین طرح آزمایشی، و به منظور برآورد مدل نسبت به شبیه‌سازی سیستم موجودی مورد نظر با استفاده از نرم افزار ARENA اقدام شده است. بر این اساس، در گام نخست مدل منطقی سیستم در نرم

برابر یک واحد و ظرفیت پردازش هر یک از ایستگاه‌های کاری معادل ۵۰ واحد در هر واحد زمانی تعریف شده است. پس از طراحی مدل منطقی، هزینه هر یک از ترکیب‌های مختلف آزمایشی با استفاده از ابزار Process Analyzer نرم افزار محاسبه و مقادیر آن در جدول ۱ و در مقابل هر طرح آزمایشی نشان داده شده است.

افزار طراحی شده است. در طراحی مدل منطقی زمان تدارک کلیه سطوح برابر یک در نظر گرفته شده است، زیرا نوسان مقادیر تقاضا در طول زمان تدارک از طریق تغییرپذیری نرخ‌های ورود مشتریان پوشش داده شده است. از سوی دیگر، هزینه‌های نگهداری و کمبود خرده فروشان، عمده فروشان و هزینه نگهداری تولید کننده نیز همگی برابر ۱ واحد پولی فرض شده‌اند؛ ضمن آن که زمان آماده‌سازی تولید نیز

نگاره ۲. طرح باکس^۰ بنکن پنج عاملی با نقاط مرکزی افزوده

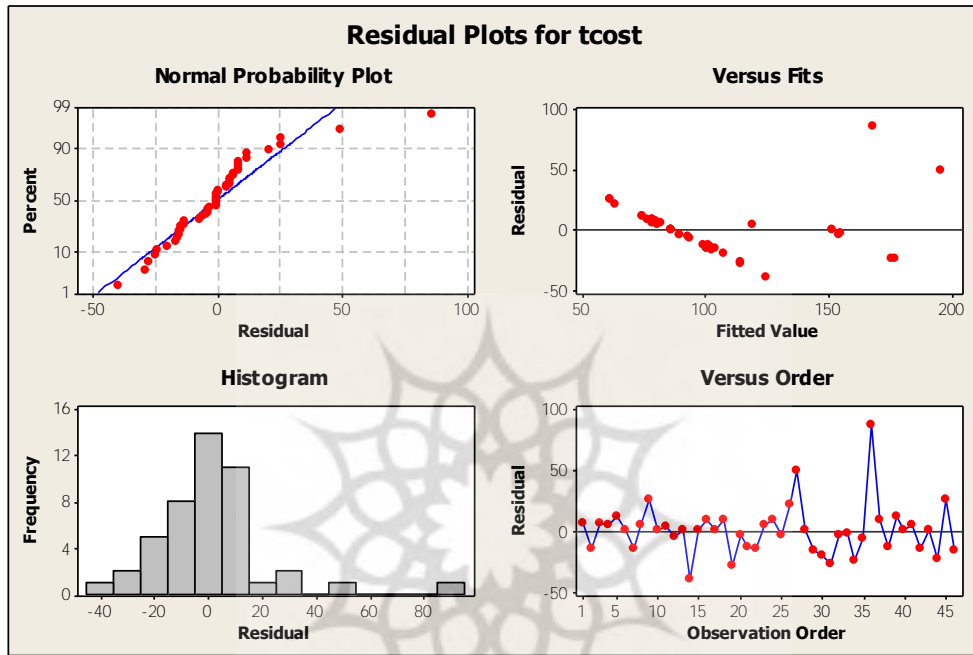
اجرا	R ₂	Q ₂	R ₁	Q ₁	Q ₀	هزینه	اجرا	R ₂	Q ₂	R ₁	Q ₁	Q ₀	هزینه
۱	۰	۰	-۱	۱	۰	۸۶,۶۷۳	۲۴	۱	۰	-۱	۰	۰	۸۶,۸۳۳
۲	۰	۰	۱	-۱	۰	۸۵,۷۲۴	۲۵	۰	-۱	-۱	۰	۰	۸۵,۹۱۶
۳	۰	۰	۱	۱	۰	۸۶,۶۷۳	۲۶	۰	۰	۰	۱	-۱	۸۴,۷۴۴
۴	۰	۰	-۱	۰	۱	۸۴,۰۶۱	۲۷	-۱	-۱	۰	۰	۰	۲۴۵,۸۹۵
۵	۰	۱	۱	۰	۰	۸۶,۶۸۱	۲۸	۰	۰	۰	۰	۰	۸۶,۰۲۰
۶	۰	۰	۰	۰	۰	۸۶,۰۲۰	۲۹	۱	۰	۰	-۱	۰	۸۶,۴۵۱
۷	۰	۰	۱	۰	-۱	۸۷,۵۹۱	۳۰	۱	۱	۰	۰	۰	۸۷,۴۵۶
۸	۰	۰	۱	۰	۱	۸۴,۰۶۱	۳۱	۰	-۱	۰	۰	-۱	۸۷,۴۸۹
۹	۰	۰	۰	-۱	۱	۸۶,۶۱۵	۳۲	۰	-۱	۱	۰	۰	۸۵,۹۱۶
۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۸۶,۰۲۰	۳۳	-۱	۰	۰	۱	۰	۱۵۲,۷۵۵
۱۱	-۱	۱	۰	۰	۰	۱۲۳,۵۹	۳۴	-۱	۰	۰	-۱	۰	۱۵۱,۷۴۰
۱۲	۰	-۱	۰	۰	۱	۸۷,۴۸۹	۳۵	۰	-۱	۰	۱	۰	۸۶,۵۷۱
۱۳	-۱	۰	-۱	۰	۰	۱۵۲,۱۲۲	۳۶	۰	۰	۰	-۱	-۱	۲۵۴,۸۰۵
۱۴	۰	۰	۰	۱	۱	۸۴,۷۷۴	۳۷	۱	۰	۱	۰	۰	۸۶,۸۳۳
۱۵	۰	۰	۰	۰	۰	۸۶,۰۲۰	۳۸	۰	۱	۰	۰	-۱	۸۸,۱۲۶
۱۶	۰	۱	۰	۱	۰	۸۷,۳۳۵	۳۹	۰	۱	-۱	۰	۰	۸۶,۶۸۱
۱۷	-۱	۰	۱	۰	۰	۱۵۲,۱۲۲	۴۰	۰	۰	۰	۰	۰	۸۶,۰۲۰
۱۸	۰	۱	۰	۰	۱	۸۴,۷۱۳	۴۱	۱	۰	۰	۰	۱	۸۴,۸۷۴
۱۹	۰	-۱	۰	-۱	۰	۸۵,۵۳۹	۴۲	۰	۰	-۱	۰	-۱	۸۷,۵۹۱
۲۰	-۱	۰	۰	۰	۱	۱۵۰,۱۶۳	۴۳	۰	۰	۰	۰	۰	۸۶,۰۲۰
۲۱	۰	۱	۰	-۱	۰	۸۵,۹۱۲	۴۴	-۱	۰	۰	۰	-۱	۱۵۳,۶۴۳
۲۲	۰	۰	-۱	-۱	۰	۸۵,۷۱۴	۴۵	۱	-۱	۰	۰	۰	۸۶,۷۱۶
۲۳	۱	۰	۰	۱	۰	۸۷,۴۸۶	۴۶	۱	۰	۰	۰	-۱	۸۸,۴۱۱

آماري طرح آزمایشی و برآورد مدل رگرسیون مسأله اقدام شده است. پس از ورود داده‌ها به نرم افزار MINITAB و انجام تحلیل واریانس، نمودارهای

۳-۳- تحلیل واریانس و برآورد مدل با انجام مطالعات شبیه‌سازی و برآورد هزینه سیستم تحت ترکیبات مختلف آزمایشی، نسبت به تحلیل

پایدارسازی در داده‌ها را نشان می‌دهد. تبدیل پایدارسازی زمانی لازم است که واریانس مشاهدات ثابت نبوده، با استفاده از این تبدیل، سعی در رسیدن به ثبات در واریانس مشاهدات است (مونتگومری، ۲۰۰۸).

مانده‌ها مطابق شکل ۲ حاصل گردید. بر اساس شکل ۲ نمودار احتمال نرمال از وضعیت مناسبی برخوردار است. با وجود این، هیستوگرام مانده‌ها در گوشه پایین سمت چپ نشان دهنده یک توزیع چاوله به راست است. این وضعیت لزوم نوعی تبدیل



شکل ۲. نمودارهای مانده‌ها برای متغیر پاسخ هزینه کل

که در آن $y_* = \ln^{-1}[(y/n) \sum \ln y]$ میانگین هندسی مشاهدات است. برآورد درست‌نمایی ماکزیم λ مقداری است که مجموع مربعات خطا را حداقل و یا مقدار ضریب تعیین رگرسیون برآوردی را حداکثر نماید. بر این اساس، به ازای مقادیر مختلف λ از ۳- تا ۱٫۵، مقدار بهینه پارامتر تبدیل مشخص شده است. نگره ۳ مقادیر مختلف ضریب تعیین به ازای مقادیر مختلف λ را نشان می‌دهد. بر اساس این نگره، مقدار بهینه پارامتر تبدیل داده‌ها $\lambda = -۲٫۷۵$ انتخاب می‌شود که به ازای این تبدیل، ضریب تعیین معادل ۳۲٫۹٪ محاسبه می‌شود.

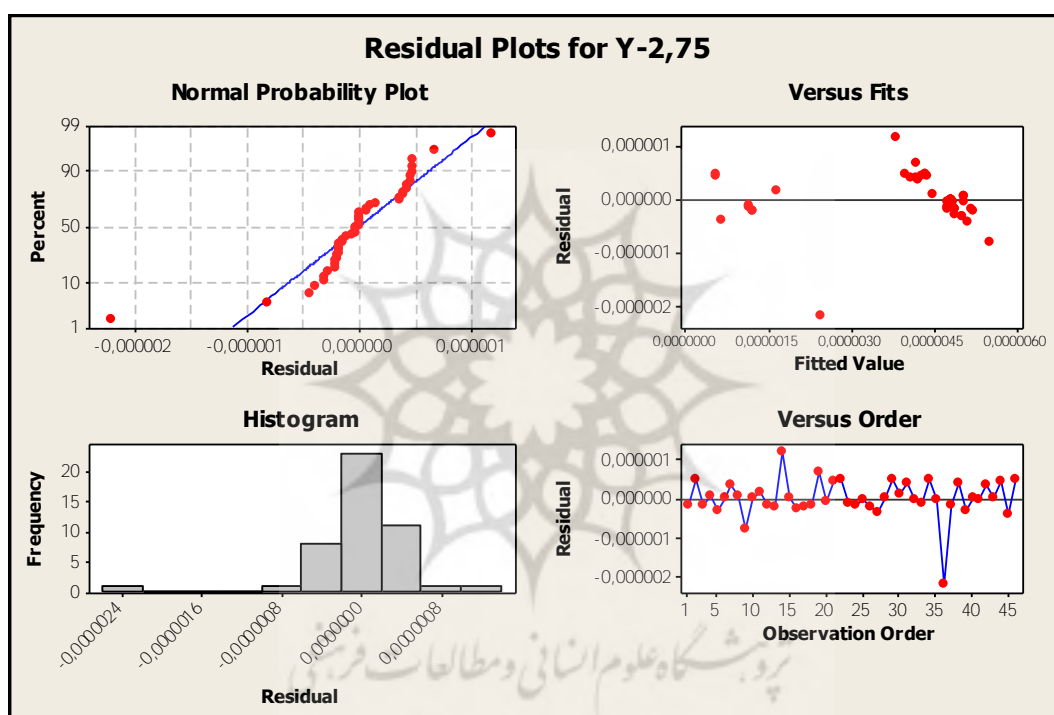
در تحقیق حاضر به منظور به دست آوردن پارامتر λ تبدیل در داده‌های پاسخ به شکل $y^* = y^\lambda$ از روش تحلیلی باکس و کاکس (۱۹۶۴) استفاده شده است. آنها نشان داده‌اند که پارامتر λ را می‌توان همزمان با پارامترهای دیگر مدل با استفاده از روش درست‌نمایی ماکزیم برآورد نمود. روش عبارت است از انجام تحلیل واریانس استاندارد برای مقادیر مختلف λ مربوط به:

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda y_*^{\lambda-1}} & \lambda \neq 0 \\ y_* \ln y & \lambda = 0 \end{cases} \quad (1)$$

نگاره ۳. مقادیر ضریب تعیین حاصل از برازش مدل به ازای مقادیر مختلف پارامتر تبدیل

ضریب تعیین	λ	ضریب تعیین	λ	ضریب تعیین	λ
٪۸۸,۲۱	-۱,۷۵	٪۸۰,۰۸	۰	٪۶۷,۸۸	۱,۵
٪۸۸,۸۷	-۲	٪۸۱,۶۹	-۰,۲۵	٪۷۰,۰۹	۱,۲۵
٪۸۹,۴۳	-۲,۲۵	٪۸۳,۱۴	-۰,۵	٪۷۲,۲۷	۱
٪۸۹,۹۱	-۲,۵	٪۸۵,۵۸	-۱	۷۴,۳۹	۰,۷۵
٪۹۰,۳۲	-۲,۷۵	٪۸۶,۵۸	-۱,۲۵	۷۶,۴۲	۰,۵
٪۸۳,۹۶	-۳	٪۸۷,۴۵	-۱,۵	۷۸,۳۲	۰,۲۵

نمودارهای مانده‌ها به ازای متغیر پاسخ $y^* = y^{-2,75}$ نیز در شکل ۳ ارائه شده است. در این شکل، نمودار احتمال نرمال مانده‌ها همچنان از وضعیت مناسبی برخوردار است. از سوی دیگر هیستوگرام مانده‌ها نیز وضعیت از چولگی کمتری برخوردار بوده، به یک توزیع متقارن شباهت بیشتری یافته است. ضریب تعیین مدل برآوردی نیز افزایش یافته است.



شکل ۳. نمودارهای مانده‌ها برای متغیر پاسخ تبدیل یافته $y^{-2,75}$

داشته باشد. همچنین، در صورتی که محدودیت $R_1 \geq -3Q_1$ نقض شود، عمده فروش ۲ هرگز به نقطه سفارش خود نخواهد رسید و نقض محدودیت $R_1 \leq 3Q_1$ به معنای آن است که این عمده فروش همواره دارای موجودی مازاد خواهد بود. محدودیت آخر در خصوص $Q_1 \geq 2Q_2$ نیز از آن روست که اندازه دسته تولیدی تولید کننده به گونه‌ای باشد که حداقل پاسخگویی سفارش‌های عمده فروشان در یک دوره زمانی باشد.

در نتیجه، با تبدیل داده‌های متغیر پاسخ به صورت $y^* = y^{-2,75}$ ، تابع رگرسیون زیر برای برآورد تابع هزینه موجودی سیستم به دست می‌آید. در رابطه (۲)، TC بیانگر تابع هزینه سیستم موجودی به ازای متغیر پاسخ تبدیل یافته است. در خصوص محدودیت‌های اضافه شده به مدل نیز، محدودیت‌های $R_1 \leq Q_1$ و $R_2 \leq Q_2$ بر اساس این فرض اضافه شده که هر خرده فروش یا عمده فروش در هر لحظه از زمان نباید بیش از یک سفارش در راه

$$TC = 4.784687 \times 10^{-6} + 4.15488 \times 10^{-7} Q_0 + 2.62179 \times 10^{-7} Q_1 - 9.68665 \times 10^{-11} R_1 + 8.38021 \times 10^{-8} Q_2 + 1.82656 \times 10^{-6} R_2 - 2.72356 \times 10^{-7} Q_0^2 - 2.76086 \times 10^{-7} Q_1^2 + 9.60696 \times 10^{-8} R_1^2 + 2.9278 \times 10^{-8} Q_2^2 - 1.84734 \times 10^{-6} R_2^2 - 4.06255 \times 10^{-7} R_2 Q_2 - 6.44153 \times 10^{-22} R_1 R_2 - 3.33373 \times 10^{-8} Q_1 R_2 + 1.1603 \times 10^{-7} Q_0 R_2 - 3.54388 \times 10^{-22} Q_2 R_1 - 1.36105 \times 10^{-8} Q_1 Q_2 + 1.28416 \times 10^{-7} Q_0 Q_2 + 3.87466 \times 10^{-10} R_1 Q_1 + 2.52498 \times 10^{-22} Q_0 R_1 - 1.11333 \times 10^{-6} Q_1 Q_0 \quad (2)$$

s.t.

$$R_2 \leq Q_2, R_1 \leq Q_1, R_1 \geq -3Q_2, R_1 \leq 3Q_2, Q_0 \geq 2Q_2$$

$$Q_0, Q_1, Q_2 \geq 0$$

$$R_1, R_2 \in R$$

سفارش بهینه ۱۶ واحد خواهد بود. اندازه دسته تولیدی بهینه تولید کننده مرکزی نیز برابر ۳۶ واحد محاسبه می‌گردد.

۴. اثبات بهینگی جواب

پس از برآورد تابع هزینه سیستم مورد بررسی نسبت به بهینه‌سازی آن اقدام شده است. در مرحله بهینه‌سازی دامنه گسترده‌ای از روش‌های قطعی و ابتکاری موجود است. در خصوص فضای جواب تابع برآوردی، با توجه به خطی بودن روابط، این محدودیت‌ها یک چند وجهی محدب را تشکیل می‌دهند که همواره مجموعه‌ای محدب است (بازار و همکاران، ۲۰۱۰). برای اطمینان از آنکه جواب به دست آمده برای این تابع بهینه مطلق است، باید محدب/ مقعر بودن آن را بررسی نمود. شایان ذکر است که اگرچه کاربرد روش‌های ابتکاری به این بررسی نیازی ندارد، با وجود این، نقطه ضعف اساسی این روش‌ها آن است که تضمینی بر بهینگی جواب‌های به دست آمده نداشته؛ حتی میزان فاصله جواب به دست آمده از جواب بهینه را نیز نشان نمی‌دهند (طلبی، ۲۰۰۹). از سوی دیگر، نرم افزار Lingo نیز تضمینی بر ارائه جواب بهینه مطلق برای توابع غیر خطی ارائه نمی‌دهد. از این رو، در این بخش نسبت به بررسی تحدب تابع هزینه اقدام شده

۳. بهینه‌سازی

تابع (۲) برآوردی از تابع هزینه سیستم موجودی مورد بررسی را نشان می‌دهد که حدود ۳،۹۰٪ از مقادیر هزینه سیستم موجودی را پوشش می‌دهد. با توجه به هدف مسأله در خصوص کمینه‌سازی هزینه‌های موجودی سیستم به منظور تعیین سیاست موجودی بهینه آن، در این بخش نسبت به بهینه‌سازی این تابع اقدام شده است. با توجه به تبدیل متغیر اعمال شده، کمینه‌سازی هزینه‌ها به معنای بیشینه‌سازی تابع TC طبق رابطه (۲) است. از این رو، نسبت به بیشینه‌سازی تابع هزینه اقدام شده است. با استفاده از نرم افزار Lingo، جواب بهینه این تابع به صورت $y^* = 0.5313005 \times 10^{-5}$ محاسبه می‌گردد. پس از معکوس‌سازی تبدیل اعمال شده بر روی متغیرهای پاسخ، مقدار بهینه هزینه سیستم موجودی معادل $y^* = 82.08$ محاسبه می‌گردد. مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم نیز به شرح زیر هستند:

$$Q_r = 36 \quad R_r = 14$$

$$R_l = 18 \quad Q_l = 18$$

$$Q_0 = 16$$

در نتیجه، نقطه سفارش مجدد بهینه خرده فروشان معادل ۱۴ و اندازه دسته سفارش بهینه آنها ۱۸ واحد محاسبه می‌گردد. در سطح عمده فروشان نقطه سفارش مجدد بهینه برابر ۱۸ و اندازه دسته

ماتریس معین (نیمه معین) منفی است (بازار و همکاران، ۲۰۰۶). برای این منظور، ماتریس هشین این تابع نسبت به متغیرهای موجود به صورت زیر به دست می‌آید (ترتیب متغیرهای از سطر اول تا پنجم و ستون‌های اول تا پنجم به صورت Q_1, R_1, Q_2, R_2 و Q_3, R_3 است).

$$H = \begin{bmatrix} -0.44712 \times 10^{-7} & 2.02498 \times 10^{-22} & -1.11333 \times 10^{-6} & -1.1603 \times 10^{-7} & -1.28416 \times 10^{-7} \\ 2.02498 \times 10^{-22} & 19.21392 \times 10^{-8} & 3.87466 \times 10^{-10} & -6.44153 \times 10^{-22} & -3.04388 \times 10^{-22} \\ -1.11333 \times 10^{-6} & 3.87466 \times 10^{-10} & -0.02172 \times 10^{-7} & -3.33373 \times 10^{-8} & -1.36105 \times 10^{-8} \\ 1.1603 \times 10^{-7} & -6.44153 \times 10^{-22} & -3.33373 \times 10^{-8} & -3.69468 \times 10^{-6} & -4.06255 \times 10^{-7} \\ 1.28416 \times 10^{-7} & -3.04388 \times 10^{-22} & -1.36105 \times 10^{-8} & -4.06255 \times 10^{-7} & -0.8556 \times 10^{-8} \end{bmatrix}$$

MATLAB وارد و درمیان پنج زیر ماتریس فوق به شرح زیر محاسبه شده‌اند.

$$\det(P_{11}) = -5.44712 \times 10^{-7}$$

$$\det(P_{22}) = -1.04666 \times 10^{-13}$$

$$\det(P_{33}) = -18.037 \times 10^{-19}$$

$$\det(P_{44}) = -2.02339 \times 10^{-25}$$

$$\det(P_{55}) = -1.3696 \times 10^{-23}$$

با توجه به منفی بودن تمامی مقادیر درمیان فوق، ماتریس هشین یک ماتریس معین منفی و تابع هزینه TC تابعی اکیداً مقعر است. با توجه به تقعر این تابع، هر جواب بهینه محلی برای آن یک جواب بهینه مطلق است. در نتیجه، جواب به دست آمده برای این تابع توسط نرم افزار نیز یک جواب بهینه قطعی است.

است. در خصوص تابع TC، با توجه به این که هدف بهینه‌سازی این تابع است، به منظور اطمینان از آن که یک جواب محلی به دست آمده جواب بهینه مطلق آن نیز هست، نسبت به بررسی مقعر بودن این تابع اقدام شده است. برای بررسی مقعر (اکید) بودن تابع TC باید نشان داد که ماتریس هشین H یک

برای بررسی معین (نیمه معین) منفی بودن ماتریس هشین از معیار سیلوستر^۳ استفاده شده است. بر اساس این معیار، یک ماتریس را معین مثبت گویند اگر درمیان تمامی زیر ماتریس‌ها (کهادهای) آن عددی مثبت باشد (برینکویس و تیخومیروف، ۲۰۰۵). حال برای بررسی معین (نیمه معین) منفی بودن ماتریس کافی است درمیان کهادهای آن همگی عددی منفی باشند. بر این اساس، درمیان تمامی کهادهای ماتریس هشین به ترتیب زیر محاسبه شده‌اند:

- زیر ماتریس 1×1 از گوشه سمت چپ (P_{11}) ؛
- زیر ماتریس 2×2 از گوشه سمت چپ (P_{22}) ؛
- زیر ماتریس 3×3 از گوشه سمت چپ (P_{33}) ؛
- زیر ماتریس 4×4 از گوشه سمت چپ (P_{44}) ؛
- درمیان کل ماتریس.

برای محاسبه مقادیر این درمیان‌ها، این مقادیر درمیان با ورود ماتریس هشین به نرم افزار

۵. نتیجه‌گیری

پیشنهادی در مقایسه با روش‌های مدل‌سازی ریاضی، بهینه‌سازی همزمان پارامترهای سیاست موجودی است. در حالی که بسیاری از روش‌های مدل‌سازی مبتنی بر سیستم‌های صف، یک مقدار از قبل تعیین شده را برای پارامتر اندازه دسته سفارش در نظر گرفته، سپس نسبت به تعیین مقدار بهینه نقطه سفارش مجدد اقدام می‌کنند. در نتیجه، روش پیشنهادی در تحقیق حاضر، تعمیمی بر مدل‌های پیشین از منظر روش‌شناسی و نتیجه‌گیری به شمار می‌رود.

منابع:

سیف برقی، مهدی؛ امیری، مقصود، حیدری، مصطفی. (۱۳۸۷). "تخمین تابع هزینه سیستم موجودی دو سطحی در حالت فروش از دست رفته با استفاده از رگرسیون". *مجله مهندسی صنایع*، ۱، ۱-۱۰.

Amiri, M., Seif barghy, M., Olfat, L., Razavi Hajiagha, S.H. (2012). "Determination of a desirable inventory policy in a three echelon multilayer supply chain with normal demand". *International Journal of Industrial Engineering and Production Research*, 23(1): 65-72.

Axsater, S. (1990). Simple Solution Procedure for a Class of Two-Echelon Inventory Problem". *Operations Research*, 38(1): 64-69.

Axsater, S. (1993). Exact and approximate evaluation of batch-ordering policies for two-level inventory systems". *Operations Research*, 41(4): 777-785.

Axsater, S. (1998). "Evaluation of Installation Stock Based (R, Q)-Policies for Two-Level Inventory Systems with Poisson Demand". *Operations Research*, 46(3): 135-145.

Axsater, S. (2000). "Exact Analysis of Continuous Review (R, Q) Policies in

مدل‌های موجودی چند سطحی از زمینه‌های تحقیقاتی پرکاربرد در حوزه مدیریت زنجیره‌های تامین هستند که با مسأله تعیین سیاست بهینه موجودی در ساختارهای چند سطحی، نظیر زنجیره‌های تامین، ارتباط دارند. پس از ارائه مدل‌های موجودی تک سطحی در دهه ۱۹۱۰، محققان در حدود دهه ۱۹۶۰ به تحقیق در زمینه مدل‌های چند سطحی پرداخته و از آن زمان تاکنون مطالعات بسیاری در زمینه توسعه مدل‌های موجودی چند سطحی به انجام رسیده است. تحقیق حاضر نیز در راستای توسعه مدل‌های موجودی چند سطحی به بررسی یک سیستم موجودی شامل یک تولید کننده، دو عمده فروش (توزیع کننده) و تعدادی خرده فروش مرتبط با هر یک از عمده فروشان پرداخته است. مدل توسعه داده شده نسبت به بهینه‌سازی زنجیره تامین سه سطحی در حالتی پرداخته که تقاضای ارائه شده مشتریان به خرده فروشان از نوع پواسون محض و سیاست موجودی آنها از نوع مرور مستمر (R, Q) است. این تحقیق، همچنین از منظر روش‌شناسی، نوعی نوآوری در خصوص بهره‌گیری از روش‌شناسی سطح پاسخ در بررسی مسائل موجودی چند سطحی به شمار می‌رود. بر این اساس، با استفاده از مجموعه‌ای از آزمایش‌های طراحی شده طبق طرح باکس - بنکن، ۴۶ آزمایش مختلف برای سیستم مورد نظر طراحی و شبیه‌سازی گردید. سپس نسبت به برآورد تابع هزینه سیستم موجودی با استفاده از روش رگرسیون اقدام و جواب بهینه مطلق تابع محاسبه گردید. روش پیشنهادی در این مقاله می‌تواند در بررسی مسائل مختلف سیستم‌های موجودی چند سطحی با فرضیات و ساختارهای گوناگون به کار رود. همچنین، یکی از مزایای روش

- Multilevel Production/Inventory Control Systems: Theory and Practice, Elsevier Science Ltd.
- Eriksson, L., Johansson, E., Kettaneh-Wold, N., Wikstrom, C., Wold, S. (2008). Design of Experiment: Principles and Applications. 3rd edition, Umetrics Academy.
- Gao, J., Wang, W.D. (2008). Simulation-based optimization and its application in multi-echelon network stochastic inventory system. 7th International Conference on System Simulation and Scientific Computing, 10-12 October, China, Beijing, 1302-1307.
- Graves, S.C. (1985). A Multi-Echelon Inventory Model for a Repairable Item with One-for-One Replenishment. *Management Science*, 31(10): 1247-1256.
- Gumus, A.T., Guneri, A.F. (2007). Multi-echelon inventory management in supply chains with uncertain demand and lead times: literature review from an operational research perspective. *Proceedings - Institution of Mechanical Engineers Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 221(10): 1553-1570
- Kochel, P., Nielander, U. (2005). Simulation-based optimisation of multi-echelon inventory systems. *International Journal of Production Economics*. 93-94(1): 505-513.
- Khuri, A.I. (2006). Response Surface Methodology and Related Topics. Singapore: World Scientific Publishing Co.
- Moinzadeh, K., Lee, H.L. (1986). Batch Size and Stocking Levels in Multi-Echelon Repairable Systems. *Management Science*, 32(12): 1567-1581.
- Montgomery, D.C. (2008). Design and Analysis of Experiments. 7th edition, New York: John Wiley & Sons.
- Myers, R.H., Montgomery, D.C., Anderson-Cook, C.M. (2009). Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Two-Echelon Inventory Systems with Compound Poisson Demand". *Operations Research*, 48(5): 686-696.
- Axsater, S. (2002). "Approximate optimization of a two-level distribution inventory system". *International Journal of Production Economics*, 81-82: 545-553.
- Axsater, S. (2006). Inventory Control, 2nd edition, New York: Springer.
- Banks, J., Carson, J., Nelson, B.L., Nicol, D. (2004). Discrete-Event System Simulation. 4th Edition, New Jersey: Prentice Hall.
- Bazaraa, M.S., Sherali, H.D., Shetty, C.M. (2006). Nonlinear Programming. 3rd edition, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Bazaraa, M.S., Jarvis, J.J., Sherali, H.D. (2010). Linear Programming and Network Flows. 3rd edition, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Box, G., Cox, D.R. (1964). "An Analysis of Transformations", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*(26): 211° 243.
- Brinkhuis, J., Tikhomirov V.M. (2005). Optimization: insights and applications. New Jersey: Princeton University Press.
- Cachon, G.P. (2001). "Exact Evaluation of Batch-Ordering Inventory Policies in Two-Echelon Supply Chains with Periodic Review". *Operations Research*: 49(1): 79-98.
- Chandra, C., Kamrani, A.K. (2004). Mass customization: a supply chain approach. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Chopra, S., Meindel, P. (2007). Supply Chain Management. 3rd edition, New York: Prentice Hall.
- Clark, A.J., Scarf, H. (1960). Optimal policies for a multi-echelon inventory problem. *Management Science*, 6(4): 475° 490
- Deuermeyer, B.L., Schwarz, L.B. (1981). A model for the analysis of system service level in warehouse-retailer distribution systems: the identical retailer case. Presented in: Schwarz, L.B. (1981).

- Definitive Guide for the Business Professional. New York: Mc-Graw Hill.
- Talbi, E.G. (2009). Metaheuristics: from design to implementation. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Vining, G., Kowalski, S.M. (2010). Statistical Methods for Engineering. 3rd edition. Boston: CENGAGE Learning.
- Walker, W.T. (2005). Supply chain architecture: a blueprint for networking the flow of material, Information and Cash. Florida: CRC Press.
- Wisner, J.D., Tan, K.C., Leong, G.K. (2008). Principles of Supply Chain Management: A Balanced Approach. Ohio: South-Western Cengage Learning.
- Zhao, Q.H., Chen, S., Zang, C.X. (2008). Model and algorithm for inventory/routing decision in a three-echelon logistics system. *European Journal of Operational Research*, 191(3): 623-635.
- Experiments. 3rd edition, New Jersey: John Wiley and Sons.
- Overbeck, S. (2009). Supply Chain Management - A Critical Analysis. Duisburg: GRIN Verlag.
- Roach. B. (2005). Origin of the Economic Order Quantity formula: transcription or transformation? *Management Decision*. 43(9): 1262-1268.
- Seifbarghy, M., Akbari Jokar, M.R. (2006). Cost evaluation of a two-echelon inventory system with lost sales and approximately Poisson demand. *International Journal of Production Economics*, 102(2): 244-254.
- Scheffe, H. (1998). The Analysis of Variance. New York: John Wiley & Sons.
- Sherbrook, C.C. (1968). Metric: A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control. *Operations Research*, 16(1): 122-141.
- Simchi^o Levi, D., Kaminsky, P., Simchi^o Levi, E. (2004). Managing the Supply Chain: the

پی نوشت:

¹ Response Surface Methodology

² . Box ° Behnken Design

³ . Sylvester's Criterion