

رویکردهای نوین آموزشی

دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی دانشگاه اصفهان

سال هفتم، شماره دو، شماره پیاپی ۱۶، پائیز و زمستان ۱۳۹۱

ص ۲۳-۵۲

## تأثیر کاربرد نقشه‌های مفهومی بر درک دانش آموزان رشته ریاضی از توابع مثلثاتی

ابراهیم ریحانی\*، استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

e\_reyhani@yahoo.com

شهرناز بخشعلی زاده، کارشناس مرکز ملی مطالعات بین‌المللی تیمز و پرلز

مریم استادی، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی دبیرستان‌های ناحیه ۶ اصفهان

### چکیده

هدف اصلی پژوهش حاضر بررسی تأثیر کاربرد نقشه‌های مفهومی بر درک دانش آموزان رشته ریاضی از توابع مثلثاتی بوده است. بدین منظور در یک مطالعه موردی، درک ۱۳ دانش آموز پایه دوم متوسطه رشته ریاضی در مورد تابع مثلثاتی ارزیابی شد. دانش آموزان به سه گروه هم سطح تقسیم شدند و در ارزیابی، از دو ابزار نقشه مفهومی و آزمون کتبی استفاده شد. برای مقایسه عملکرد دانش آموزان، گروه اول ابتدا نقشه‌های مفهومی را کامل کردند و سپس به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ دادند و گروه دوم ابتدا به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ دادند و پس از آن نقشه‌های مفهومی را کامل کردند. دانش آموزان گروه سوم نیز فقط به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ دادند. سپس برای بررسی تأثیر ارزیابی با نقشه‌های مفهومی بر یادگیری دانش آموزان، از همه آنها خواسته شد به یک سؤال، با عنوان آزمون مجموعی که در مورد تابع مثلثاتی بود، پاسخ دهند. نتایج حاصل از این پژوهش حاکی از آن بود که نقشه‌های مفهومی قادرند بدفهمی‌های دانش آموزان را در مورد تابع مثلثاتی نشان دهند، به گونه‌ای که تشخیص برخی از این بدفهمی‌ها تنها با استفاده از آزمون کتبی امکان‌پذیر نبود. همچنین، نتایج این تحقیق نشان داد که استفاده از نقشه‌های مفهومی به عنوان ابزار ارزیابی، باعث ارتقای یادگیری دانش آموزان می‌شود. شایان ذکر است که نباید تصور شود نقشه‌های مفهومی شواهد همه جانبه‌ای را از درک و فهم دانش آموزان به ما نشان می‌دهند. در این تحقیق برخی از اشتباه‌های دانش آموزان در استفاده از رویه‌ها، مانند حل معادله مثلثاتی و یا رسم یک تابع مثلثاتی، در آزمون کتبی بهتر نشان داده شد.

**واژه‌های کلیدی:** نقشه مفهومی، ارزیابی، دانش مفهومی ریاضی، دانش آموزان، تابع مثلثاتی.

## مقدمه

در رویکردهای جدید یاددهی - یادگیری بر یادگیری معنی دار، تأکید می‌شود. دیوبلد آزوبل<sup>۱</sup>، واضع نظریه یادگیری معنادار است (سیف، ۱۳۸۱). بر طبق این نظریه، یادگیری معنی‌دار وقتی اتفاق می‌افتد که یک یادگیرنده بتواند دانش جدید را به شبکه شناختی موجود در ذهن خود مرتبط کند. از آنجایی که ارزیابی جزء جدایی‌ناپذیر آموزش و تعلیم ریاضی است، متناسب با رویکردهای جدید آموزش ریاضی، شیوه‌های ارزیابی نیز باید دچار تغییر شوند. در دنیایی که معتقدیم همه دانش آموزان می‌توانند و باید ریاضیات را یاد بگیرند، شیوه‌های سنتی ارزیابی که به رتبه بندی دانش آموزان می‌پردازند، به تدریج ارزش و اعتبار خود را از دست می‌دهند. دنیای جدید نیازمند شیوه‌هایی برای ارزیابی است که با تدریس و آموزش تلفیق شده و مرتبط هستند و هم یادگیرندگان و هم معلمان را آگاه نموده و تقویت و کمک می‌کنند (اشتن مارک<sup>۲</sup>، ترجمه گویا و رضایی، ۱۳۸۷: ۶).

بر طبق اصل ارزیابی، (شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا<sup>۳</sup> NCTM، ۱۹۹۵) "ارزیابی باید از یادگیری ریاضیات مهم پشتیبانی کند و اطلاعات مفیدی را برای دانش آموزان و معلمان فراهم نماید و به عنوان جزء جدایی‌ناپذیر آموزش، معلمان را آگاه و هدایت کند تا بتوانند تصمیمات آموزشی اتخاذ کنند. بنابراین، ارزیابی نباید فقط روی دانش آموزان انجام گیرد، بلکه باید برای دانش آموزان انجام شود تا بتواند آنها را برای بهبود و ارتقای یادگیری هدایت کند" (ص ۲۲). یکی از رویکردهای جدید ارزیابی، استفاده از نقشه مفهومی<sup>۴</sup> است. برای نخستین بار نوآک<sup>۵</sup> (۱۹۷۲؛ نقل شده در نوآک و کاناس<sup>۶</sup>، ۲۰۰۸) با استفاده از ایده‌های آزوبل در مورد یادگیری معنی‌دار، نقشه مفهومی را به عنوان ابزاری برای سازماندهی مفاهیم در ذهن، در ساختاری معنی‌دار معرفی کرد.

1-Ausubel

2-Stenmark

3- National Council of Teachers of Mathematics

4- concept map

5- Novak

6- Cañas

نقشه‌های مفهومی، از انواع ابزارهای گرافیکی هستند که به طور گسترده‌ای برای نمایان ساختن این که چگونه افراد افکار و تجربیاتشان را در مورد پدیده‌ای معین سازماندهی می‌کنند مورد استفاده قرار گرفته‌اند (جین و ونگ<sup>۱</sup>، ۲۰۱۰). محققان از نقشه‌های مفهومی در تمام مراحل فرایند آموزش، اعم از یاددهی - یادگیری، طراحی برنامه درسی و ارزیابی درک دانش آموزان از مفاهیم مختلف درسی استفاده کرده‌اند. در بعد ارزیابی، آموزشگران دریافتند که نقشه‌های مفهومی برای ارزیابی دانش قبلی دانش آموزان، تشخیص بدفهمی دانش آموزان و کمک به معلمان در تشخیص مفاهیم کلیدی برای تدریس خود نیز ابزار مفیدی هستند و میزان و کیفیت ارتباطات جدیدی، که دانش آموزان قادرند پس از آموزش برقرار کنند، را تعیین می‌کنند (ماسون<sup>۲</sup>، ۱۹۹۲؛ نقل شده در استادارت، ابرازم، گاسپر و کندی<sup>۳</sup>، ۲۰۰۰). تحقیقات نشان می‌دهند که دانش آموزان در فرایند توسعه ساخت شناختی ذهن خود مجبورند بین مفاهیم ارتباط ایجاد کنند. از این طریق، فهم آنها از ریاضیات ارتقا می‌یابد و ریاضیات را به عنوان مجموعه‌ای از مفاهیم منسجم (و نه مفاهیم مجزا) درک می‌کنند (بارتلز<sup>۴</sup>، ۱۹۹۵).

نقشه مفهومی (شکل ۱)، بازنمایی نموداری از دانش، در مورد ایده اصلی خاصی است که رابطه‌های معنی‌دار بین مفاهیم را نشان می‌دهد و شامل گره‌هایی است که با خطوط برجسب‌گذاری شده به هم مربوط شده‌اند. کلمه‌ها یا عباراتی که مفاهیم را مشخص می‌کنند، در درون گره‌ها قرار داده می‌شوند و ارتباط‌های بین مفاهیم مختلف روی هر خط مشخص می‌شود. سه تایی (مفهوم - عبارت اتصالی - مفهوم) در نقشه مفهومی گزاره<sup>۵</sup> گزاره<sup>۵</sup> نامیده می‌شود (یو<sup>۶</sup>، ۲۰۰۸). یکی از ویژگی‌های نقشه‌های مفهومی این است که مفاهیم به صورت سلسله مراتبی<sup>۷</sup> نمایش داده می‌شود. سلسله مراتبی بودن نقشه‌های

---

1-Jin & Wong

2- Mason

3- Stoddart, Abrams, Gasper & Canady

4 -Bartels

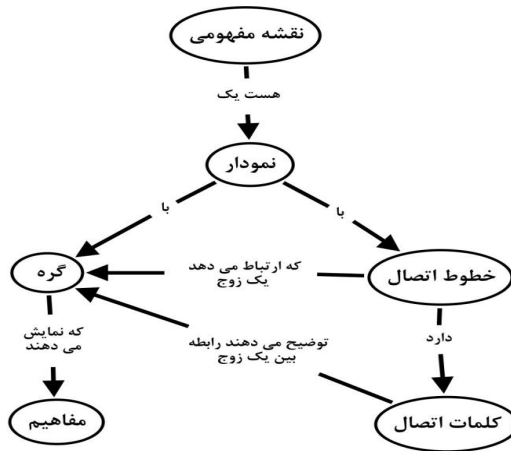
5- propositions

6-Yue

7- hierarchical

مفهومی به این معناست که مفاهیم کلی تر در بالای نقشه و مفاهیم جزئی تر در قسمت های پایین تر نقشه واقع می شوند (نواک و کاناس، ۲۰۰۸). همه متخصصان در زمینه نقشه مفهومی با عقیده نواک مبنی بر این که نقشه های مفهومی باید ساختار سلسله مراتبی داشته باشد موافق نیستند، زیرا به عقیده آنها اتصال های غیر مرسوم مفاهیم می تواند قوه خلاقیت را افزایش دهد (میلام، سانتو و هیتون<sup>۱</sup>، ۲۰۰۰).

دیگر ویژگی مهم نقشه های مفهومی ارتباط های عرضی<sup>۲</sup> هستند. ارتباط های عرضی بین مفاهیم در نواحی مختلف از نقشه مفهومی رابطه برقرار می کنند و نشان می دهند که چگونه مفهومی از یک شاخه از دانش روی نقشه، با مفهومی از شاخه دیگر در نقشه مرتبط می شود (نواک و کاناس، ۲۰۰۸). در شکل ۱ ارتباطی که بین مفاهیم "گره" و "کلمات اتصال" برقرار شده است، ارتباطی عرضی است. فقط یک نقشه مفهومی صحیح در مورد یک مفهوم وجود ندارد و می توان برای یک مفهوم، نقشه های مفهومی گوناگونی را رسم کرد (میلام و دیگران، ۲۰۰۰). شکل نقشه مفهومی به ساخت شناختی افراد، ادراک ها و برداشت های متفاوت آنها و نحوه برقراری ارتباط بین مفاهیم در ذهن هر فرد بستگی دارد.



شکل ۱: تعریف نقشه مفهومی، به کمک نقشه مفهومی (روئیز-پریمو<sup>۳</sup>، ۲۰۰۰)

1- Milam, Santo & Heaton  
 2- cross-links  
 3- Ruiz-Primo

ارزیابی با استفاده از نقشه‌های مفهومی: نقشه‌های مفهومی با به نمایش گذاشتن ارتباطات ذهنی فرد از مفاهیم، امکان ارزیابی میزان درک او را فراهم می‌کنند. با تحلیل روابطی که دانش آموزان در نقشه مفهومی بین مفاهیم ایجاد کرده‌اند، می‌توان عمق و توسعه دانش آنها را ارزیابی کرد (تاوارز<sup>۱</sup> و تاوارز، ۲۰۱۰).

یک نقشه مفهومی برای ارزیابی شامل دو بخش است: ۱- تکلیف نقشه مفهومی<sup>۲</sup>؛ ۲- ارزیابی نقشه مفهومی. تکلیف نقشه مفهومی شامل رویه‌هایی است که به ساخت نقشه مفهومی منجر می‌شود و درک دانش آموز را نمایش می‌دهد (مک کلار، سوناک و سوئن<sup>۳</sup>، ۱۹۹۹). تکلیف نقشه مفهومی براساس اطلاعاتی که برای دانش آموزان فراهم می‌کند، با طیفی از نقشه‌های بسیار هدایت کننده تا نقشه‌های کمتر هدایت کننده مشخص می‌شود. نقشه‌های بسیار هدایت کننده آنهایی هستند که در آنها مفاهیم، عبارت‌های اتصالی و خطوط اتصال و ساختار نقشه در اختیار دانش آموز قرار داده می‌شود. در مقابل، نقشه‌های کمتر هدایت کننده، نقشه‌هایی هستند که دانش آموزان برای رسم آنها، در انتخاب مفاهیم و تعداد آنها و اینکه کدام مفاهیم با هم مرتبطند و نیز در انتخاب کلمات برای بیان رابطه‌ها آزاد هستند (یو، ۲۰۰۸).

ارزیابی نقشه مفهومی شامل بررسی محتوا و ساختار نقشه‌های مفهومی است. ارزیابی ممکن است کمی یا کیفی باشد (استادارت و دیگران، ۱۹۹۹). ارزیابی کمی نقشه‌های مفهومی شامل نمره‌گذاری آنهاست. مک کلار و همکارانش (۱۹۹۹) شش شیوه نمره‌گذاری را برای نقشه‌های مفهومی مطرح می‌کنند که عبارتند از: شیوه‌های کل نگر<sup>۴</sup>، رابطه‌ای<sup>۵</sup>، ساختاری<sup>۶</sup>، کل نگر با نقشه مرجع، رابطه‌ای با نقشه مرجع و ساختاری با نقشه مرجع. افرادی که از شیوه نمره‌گذاری کل نگر استفاده می‌کنند، در مورد درک کلی دانش آموزان از مفاهیمی که در نقشه بیان کرده‌اند، داوری می‌کنند. بر مبنای این داوری به هر نقشه نمره‌ای

---

1- Tavares

2- concept mapping task

3- Sonak & Suen

4- unified

5- interrelated

6- structural

بین ۱ تا ۱۰ اختصاص داده می شود (مک کلار و دیگران، ۱۹۹۹). در شیوه نمره گذاری رابطه‌ای به گزاره‌های نقشه مفهومی به طور مستقل نمره داده می شود. در این شیوه به سه قسمت از گزاره نمره داده می شود: وجود رابطه بین مفاهیم، صحت برچسب و جهت پیکان که ممکن است یک رابطه سلسله مراتبی یا یک رابطه علی بین مفاهیم را نشان دهد. به این ترتیب، به هر گزاره درست نمره‌ای بین ۱ تا ۳ اختصاص داده می شود.

شیوه نمره گذاری ساختاری، روش سنتی نمره گذاری نقشه مفهومی است که توسط نواک و گوئین<sup>۱</sup> (۱۹۸۴؛ نقل شده در کاناس، ۲۰۰۳) پیشنهاد شد و بر مبنای اجزاء و ساختار نقشه مفهومی بود. در این شیوه علاوه بر این که به گزاره های درست نمره داده می شود، حضور ساختارهای سلسله مراتبی نیز بررسی می شود و به تعداد سطوح سلسله مراتبی و ارتباط‌های عرضی هم امتیاز تعلق می گیرد. تعداد سطوح سلسله مراتبی میزان شمول و تعداد ارتباط‌های عرضی میزان یکپارچگی اجزای دانش را بیان می کند. این تکنیک نمره گذاری با اینکه زمان بر است، اطلاعات زیادی در ساختار دانش خالق نقشه می دهد.

شیوه‌های کل نگر با نقشه مرجع، شیوه رابطه ای با نقشه مرجع و شیوه ساختاری با نقشه مرجع به ترتیب اصلاح شده شیوه‌های کل نگر، رابطه ای و ساختاری هستند. نقشه مرجع، نقشه‌ای است که توسط افراد خبره و کارشناس در یک حوزه رسم می شود. فرد کارشناس می تواند یک معلم، استاد دانشگاه یا یک محقق باشد. نواک پیشنهاد می کند که بهتر است یک نقشه مفهومی مرجع، ساخته و نمره گذاری شود و نمره نقشه دانش آموز بر نمره نقشه مرجع تقسیم و درصد آن محاسبه شود. استفاده از نقشه های مرجع برای محقق به دو دلیل دارای اهمیت است: اولاً محقق برای تصمیم گیری در مورد اینکه قصد دارد چه مفاهیم و گزاره‌هایی در نقشه ارائه شوند، باید تحلیل قبلی از ساختار آن موضوع در ریاضی داشته باشد و ثانیاً وقتی محقق نقشه مرجع را خودش می سازد یا از نقشه مرجعی که توسط افراد خبره دیگر رسم شده است، استفاده می کند، از این که چه نوع دانش مفهومی ارزیابی خواهد شد، آگاه می شود (هرتا، گالان و گرنل<sup>۲</sup>، ۲۰۰۴). معمولاً از شیوه نمره گذاری

1- Gowin

2- Huerta, Galán & Granell

ساختاری برای ارزیابی کمی نقشه‌های مفهومی استفاده می‌شود و این شیوه از رشته زیست‌شناسی، که به نقشه‌های سلسله‌مراتبی محدود شده است، ریشه گرفته است، ولی با توجه به محتوای مفاهیم درس ریاضی، برای این درس شیوه نمره‌گذاری رابطه‌ای اولویت دارد چون هم سلسله‌مراتبی بودن و هم شبکه‌ای بودن را مورد توجه قرار داده است (بارولز<sup>۱</sup>، ۲۰۰۲).

در برخی از تحقیقات، نظیر تحقیق بارولز (۲۰۰۲) و فی<sup>۲</sup> (۲۰۰۳) از دو ابزار نقشه مفهومی و آزمون کتبی در کنار هم برای ارزیابی استفاده شده است، اما در این گونه تحقیق‌ها مقایسه‌ای بین عملکرد دانش‌آموزان در آزمون کتبی و نقشه‌های مفهومی صورت نگرفته است. در پژوهش حاضر، علاوه بر اینکه از دو ابزار آزمون کتبی و نقشه مفهومی برای ارزیابی دانش ریاضی دانش‌آموزان استفاده شد، عملکرد دانش‌آموزان در نقشه‌های مفهومی با عملکرد آنها در آزمون کتبی مقایسه و تأثیر استفاده از نقشه‌های مفهومی به عنوان ابزار ارزیابی، بر یادگیری دانش‌آموزان نیز مطالعه و بررسی شد. پژوهش حاضر به دنبال یافتن پاسخ سؤال‌های زیر است:

سؤال اول: آیا استفاده از نقشه‌های مفهومی در ارزیابی، در شناخت بدفهمی‌های دانش‌آموزان از مفهوم تابع مثلثاتی کمک می‌کند؟

سؤال دوم: آیا استفاده از نقشه‌های مفهومی در ارزیابی، بر یادگیری دانش‌آموزان تأثیر می‌گذارد؟

سؤال سوم: آیا نقشه‌های مفهومی می‌تواند جایگزین مناسبی برای آزمون‌های کتبی باشد؟

## روش

تحقیق حاضر تلفیقی از دو روش کمی و کیفی بود، زیرا در این مطالعه هدف این بود که ساخت شناختی دانش‌آموزان بر روی موضوع با توجه به موضوع و ماهیت تحقیق، طرح

---

1- Baralos

2- Fi

این تحقیق بر مبنای انجام مطالعه موردی برای ارزیابی درک ریاضی دانش آموزان در درس تابع مثلثاتی انتخاب شد.

در اجرای میدانی، ۱۳ دانش آموز دختر دبیرستانی در ناحیه ۶ اصفهان که در پایه دوم رشته ریاضی تحصیل می کردند، شرکت داشتند. از آنجایی که این دانش آموزان آشنایی قبلی با نقشه های مفهومی نداشتند، نخست نقشه های مفهومی به آنها معرفی و آموزش داده شد. به منظور آشنا کردن دانش آموزان با ارزیابی هایی که به وسیله نقشه های مفهومی انجام می شود، دانش مفهومی دانش آموزان، از درس تابع لگاریتمی و ترکیبیات، با استفاده از نقشه های مفهومی ارزیابی شد. شایان ذکر است که به منظور حفظ یکسانی روش تدریس و کنترل تأثیر آن، درس مثلثات بدون استفاده از نقشه های مفهومی به طور همزمان به کل دانش آموزان شرکت کننده در این پژوهش آموزش داده شد. در اجرای این تحقیق از روش های مرسوم در تحقیق کیفی از جمله مشاهده، مصاحبه و تجربه در میدان عمل برای جمع آوری داده ها استفاده شده است.

ابزاری هایی که برای جمع آوری اطلاعات در این تحقیق استفاده شدند، عبارتند از:

۱- آزمون کتبی محقق ساخته در مورد مفاهیم تابع مثلثاتی که شامل ۳ سؤال در مورد تابع مثلثاتی بود.

۲- آزمون نقشه مفهومی محقق ساخته در مورد مفاهیم تابع مثلثاتی که خود شامل دو نقشه مفهومی بود. نقشه مفهومی شماره ۱، نقشه مفهومی ناقصی بود که دانش آموزان باید برچسب های آن را با کلمات خودشان کامل می کردند و نقشه مفهومی شماره ۲ شامل مفاهیمی در مورد تابع مثلثاتی بود که محققان این مفاهیم را در اختیار دانش آموزان قرار داده بودند تا به وسیله آنها نقشه مفهومی رسم کنند.

۳- آزمون مجموعی محقق ساخته که تنها شامل یک سؤال بود. هدف این سؤال بررسی تأثیر نقشه مفهومی شماره ۱ بر روی ساخت ذهنی دانش آموزان بود.



سؤال‌های آزمون کتبی و آزمون نقشه مفهومی با اهداف یکسان طراحی شده بود. این دو آزمون قرار بود درک ریاضی دانش آموزان را درباره تابع مثلثاتی و در موارد زیر ارزیابی کنند:

تأثیر انتقال عمودی نمودار بر برد تابع، تأثیر ضریب متغیر مستقل بر دوره تناوب تابع، تأثیر ضرب کردن مقدار تابع در عدد ثابت بر برد تابع، تأثیر جمع کردن مقدار تابع با عدد ثابت بر نمودار تابع (انتقال عمودی)، یک به یک نبودن تابع مثلثاتی، معکوس ناپذیری تابع مثلثاتی، رابطه یک به یک بودن و معکوس پذیری تابع، متناوب بودن تابع مثلثاتی، رابطه متناوب بودن تابع مثلثاتی با یک به یک بودن تابع مثلثاتی و معکوس پذیری آن.

جدول ۱: گزاره‌های نقشه‌های مفهومی و شماره سؤال‌های آزمون کتبی نظیر آن

شماره سؤال آزمون کتبی	گزاره‌هایی که می‌توان در هر یک از نقشه‌های مفهومی نوشت
سؤال ۳	اگر متغیر مستقل در عدد ثابتی ضرب شود، بر دوره تناوب تأثیر دارد.
سنجیده نشده است.	اگر متغیر مستقل با عدد ثابتی جمع شود، انتقال نمودار افقی است.
سنجیده نشده است.	اگر متغیر مستقل با عدد ثابتی جمع شود، بر دوره تناوب تأثیر ندارد.
سنجیده نشده است.	انتقال افقی نمودار بر برد تأثیر نمی‌گذارد.
سؤال ۱- سؤال ۳ قسمت‌های «ب» و «د»	اگر مقدار تابع با عدد ثابتی جمع شود، انتقال نمودار عمودی است.
سؤال ۱- سؤال ۳ قسمت‌های «الف» و «ج»	اگر مقدار تابع در عدد ثابتی ضرب شود، بر برد تابع تأثیر دارد.
سؤال ۱	انتقال عمودی نمودار بر برد تأثیر می‌گذارد.
سؤال ۲	تابع مثلثاتی $y = \cos x$ یک به یک نیست.
سؤال ۲	تابع مثلثاتی $y = \cos x$ معکوس پذیر نیست.
سؤال ۲	تابع یک به یک معکوس پذیر است.
سؤال ۲	تابع مثلثاتی $y = \cos x$ متناوب است.
سؤال ۲	تابع متناوب، یک به یک نیست.
سؤال ۲	تابع متناوب، معکوس پذیر نیست.

جدول ۱ گزاره‌هایی که دانش‌آموزان می‌توانستند در نقشه‌های مفهومی خود ایجاد کنند به همراه سؤال‌هایی نظیر آنها در آزمون کتبی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۱ دیده می‌شود، گزاره‌هایی در نقشه‌های مفهومی وجود دارد که با آزمون کتبی سنجیده نشده است. علت این امر محدودیت محققان برای طرح سؤال آزمون کتبی بود.

دانش آموزان، در کتاب ریاضی سال دوم فقط انتقال‌های افقی را که تعداد واحدهای انتقال در آنها عدد صحیح است، آموخته‌اند، درحالی که انتقال افقی توابع مثلثاتی روی محور  $x$  ها و با فواصلی که واحد رادیان دارند، اتفاق می‌افتد، بنابراین، در آزمون کتبی از انتقال افقی و به تبع آن تأثیر جمع کردن متغیر مستقل با عدد ثابت بر دوره تناوب توابع مثلثاتی سؤالی طرح نشد، اما در نقشه مفهومی، دانش آموزان می‌توانستند بدون رسم تابع، و با توجه به دانش قبلی خود در مورد توابع دیگری که در کتاب درسی مطرح شده است، ارتباط بین این مفاهیم را نشان دهند.

در این تحقیق برای تعیین روایی محتوایی و صوری سؤال‌های آزمون کتبی و آزمون مجموعی و نقشه‌های مفهومی از نظرات چندتن از استادان و آموزشگران ریاضی استفاده شد. روایی و پایایی نقشه‌های مفهومی به عنوان یک ابزار ارزیابی، به تکلیف نقشه مفهومی و شیوه نمره‌گذاری استفاده شده مربوط می‌شود. برای انجام یک ارزیابی معتبر با استفاده از نقشه‌های مفهومی، باید تکلیف نقشه مفهومی به گونه‌ای باشد که به درستی محتوا و سازماندهی درک دانش آموز را منعکس کند. اگر تکلیف نقشه مفهومی بیش از اندازه پیچیده باشد، این احتمال وجود دارد که کیفیت نقشه‌های مفهومی دانش آموزان کاهش یابد (مک کلار و دیگران، ۱۹۹۹). نقشه‌های مفهومی که از دانش آموزان می‌خواهند جاهای خالی نقشه‌ها را پر کنند، پایایی بیشتری نسبت به سایر تکالیف نقشه مفهومی دارند (هیمانگشو و کاساتا، ۲۰۱۰). مک کلار (۱۹۹۹) نشان داد که شیوه نمره‌گذاری رابطه‌ای با نقشه مرجع، نسبت به دیگر شیوه‌های نمره‌گذاری روایی و پایایی بیشتری دارد. بر همین اساس، در این تحقیق طراحی تکالیف نقشه مفهومی با توجه به توانایی دانش آموزان در رسم نقشه‌های مفهومی صورت گرفت و برای ارزیابی کمی آنها نیز از شیوه نمره‌گذاری رابطه‌ای با نقشه مرجع استفاده شد. شایان ذکر است که کاناس (۲۰۰۳) اعتقاد دارد که بحث‌های پایایی مربوط به اندازه‌گیری (سنجش) یادگیری، به همسانی نمره‌ها در طول زمان، یعنی پایایی باز آزمایشی آزمون بستگی ندارد، چون انتظار می‌رود

دانش واقعی تغییر کند. بنابراین در مورد پایایی نقشه‌های مفهومی در طول زمان (پایایی باز آزمایی آزمون) بحث نمی‌شود. برای پایایی آزمون کتبی و مجموعی از آزمون  $\alpha$  کرونباخ استفاده شد که با استفاده از نرم افزار SPSS مقدار  $0/782$  به دست آمد.

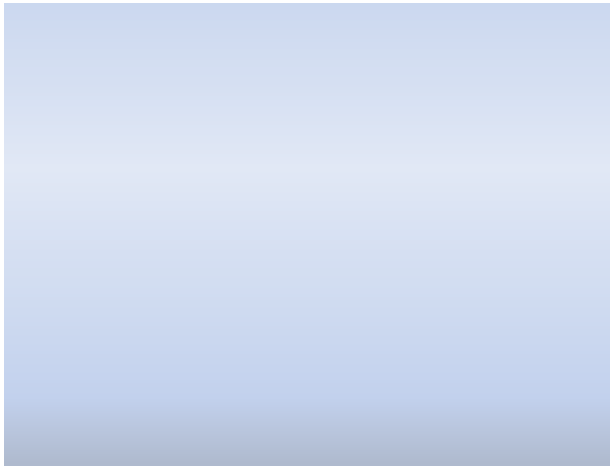
**شیوه اجرا:** اجرای تحقیق در سه مرحله صورت گرفت: در مرحله اول ابتدا دانش‌آموزان شرکت کننده در این پژوهش به سه گروه هم سطح تقسیم شدند. این تقسیم بندی بر اساس نتایج یک امتحان کتبی با موضوع مثلثات انجام شد.

جدول ۲: گروه‌های دانش‌آموزان و تعداد افراد هر گروه

گروه	تعداد افراد	نوع آزمون
گروه اول	۴	اول نقشه مفهومی، سپس آزمون کتبی
گروه دوم	۴	اول آزمون کتبی، سپس نقشه مفهومی
گروه سوم	۵	فقط آزمون کتبی

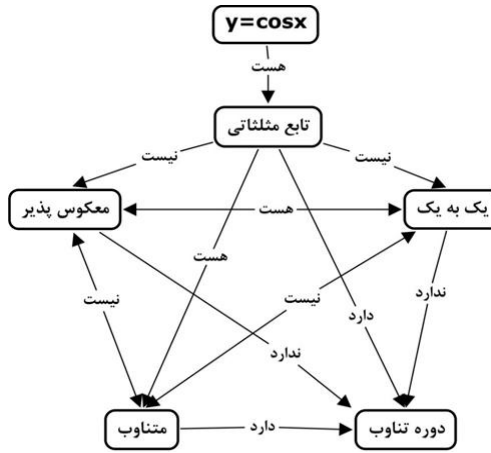
دانش‌آموزان گروه اول، ابتدا به سؤال‌های آزمون نقشه مفهومی و سپس به سؤال‌های آزمون کتبی و گروه دوم ابتدا به سؤال‌های آزمون کتبی و سپس به سؤال‌های آزمون نقشه مفهومی جواب دادند. به این ترتیب، دانش‌آموزان هر دو گروه فرصت بازگشت به سؤال‌های آزمونی که ابتدا انجام داده بودند و تصحیح پاسخ‌های خود را نداشتند. با انجام این کار علاوه بر اینکه عملکرد دانش‌آموزان در نقشه‌های مفهومی با عملکرد آنها در آزمون کتبی مقایسه شد، تأثیر استفاده از نقشه‌های مفهومی بر یادگیری دانش‌آموزان ارزیابی (ارزیابی به عنوان فرصتی برای یادگیری) نیز بررسی شد. دانش‌آموزان گروه سوم فقط به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ دادند (جدول ۲). در مرحله دوم همه دانش‌آموزان در هر سه گروه به یک سؤال، با عنوان آزمون مجموعی پاسخ دادند. در مرحله سوم برای ارزیابی این که تا چه اندازه نقشه‌های مفهومی باعث منظم شدن ساختار ذهنی دانش‌آموزان شده است، با دانش‌آموزانی که از نقشه مفهومی استفاده نمودند، مصاحبه شد.

در این پژوهش، برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از روش‌های کمی و کیفی استفاده شد. برای تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤال‌های آزمون کتبی، ابتدا پاسخ‌های آنها در آزمون کتبی با گزاره‌های آنها در آزمون نقشه مفهومی مقایسه شد. سپس سؤال‌های آزمون کتبی نمره‌گذاری و میانگین نمره‌های هر گروه از دانش‌آموزان محاسبه و با هم مقایسه شد. به منظور ارزیابی کمی نقشه‌های مفهومی دانش‌آموزان دو گروه، نقشه‌های آنها با نقشه‌های مفهومی مرجع مقایسه شد. در این تحقیق نقشه‌های مرجع فقط حاوی گزاره‌هایی بودند که محققان از دانش‌آموزان انتظار داشتند آن گزاره‌ها را در نقشه خود ایجاد کنند. شکل ۲ و ۳ به ترتیب نقشه‌های مفهومی مرجع شماره ۱ و شماره ۲ را نشان می‌دهند. برای نمره‌گذاری نقشه مفهومی شماره ۲ از شیوه نمره‌گذاری رابطه‌ای استفاده شد. حداکثر نمره برای هر گزاره ۳ است. در مورد نقشه مفهومی شماره ۱، چون خطوط اتصال و جهت آنها در نقشه مشخص است، به نوشتن هر برچسب درست در نقشه، فقط یک نمره اختصاص داده شد. به این ترتیب حداکثر نمره برای نقشه مفهومی مرجع شماره ۱ هفت نمره است و با توجه به این که نقشه مفهومی مرجع شماره ۲ شامل ۱۴ گزاره است، حداکثر نمره برای این نقشه نیز، ۴۲ نمره است که در مجموع کل نمره‌ای که یک دانش‌آموز می‌تواند از نقشه‌های خود کسب کند ۴۹ نمره است. شایان ذکر است که به گزاره‌ها و مفاهیمی که دانش‌آموزان خودشان به نقشه مفهومی شماره ۲ اضافه کرده‌اند، نمره‌ای تعلق نگرفت، زیرا در این بخش فقط برقراری ارتباط مورد نظر محققان مورد توجه قرار گرفته بود.



شکل ۲: نقشه مفهومی مرجع<sup>۱</sup> شماره ۱

در مورد آزمون مجموعی نیز، با استفاده از نتایج مصاحبه‌های انجام شده با دانش آموزان و روش‌های تحلیل کیفی، بررسی‌های عمیق‌تری انجام گرفت.



شکل ۳- نقشه مفهومی مرجع شماره ۲

### یافته‌های تحقیق

تجزیه و تحلیل تأثیر استفاده از نقشه مفهومی در ارزیابی، بر یادگیری دانش آموزان: برای بررسی عملکرد دانش آموزان در آزمون کتبی، به هر سؤال این آزمون یک نمره اختصاص داده شد و برای این که نمره‌گذاری پایایی لازم را داشته باشد، نمره‌دهی بر اساس یک قاعده نمره‌گذاری صورت گرفت و هر سؤال شیوه نمره‌گذاری مخصوص به خود را داشت.

در این بخش برای بررسی معناداری تفاوت میانگین‌های به دست آمده از نمره‌های دانش آموز سه گروه، از آزمون تحلیل واریانس یک طرفه استفاده شد. جدول ۳، آمارهای توصیفی آزمون تحلیل واریانس یک طرفه را نشان می‌دهد.

جدول ۳: آمارهای توصیفی آزمون تحلیل واریانس یک طرفه

تعداد	میانگین	انحراف استاندارد	خطای انحراف استاندارد	سطح اطمینان ۹۵٪ برای میانگین	
				upper	lower
۴	۱۵	۳/۳۱۶۶۲	۱/۶۵۸۳۱	۲۰/۷۷۷۵	۱۰/۲۲۲۵
۴	۱۰	۲	۱	۱۳/۱۸۲۴	۶/۸۱۷۶
۵	۱۰/۶	۱/۶۷۳۳۲	۰/۷۴۸۳۳	۱۲/۶۷۷۷	۸/۵۲۲۳
۱۳	۱۱/۹۲۳۱	۳/۳۰۳۰۷	۰/۹۱۶۱۱	۱۳/۹۱۹۱	۹/۹۲۷۱

همان‌طور که جدول ۴ نشان می‌دهد، بین میانگین نمره‌های سه گروه در آزمون کتبی تفاوت معنی‌دار وجود دارد ( $F(2,10) = 6/648, P < 0/05$ ). چون  $F$  محاسبه شده در سطح ۹۵ درصد از  $F$  جدول بحرانی ( $F = 4/1$ ) بزرگتر است، برای مشخص شدن این که میانگین کدام گروه‌ها با هم تفاوت دارد، از روش تعقیبی توکی استفاده شد، که نتیجه آن در جدول ۵ آمده است.

جدول ۴: اطلاعات مربوط به تحلیل واریانس یک طرفه بین میانگین‌های سه گروه

مجموع مربعات	درجه آزادی (df)	میانگین مجموع مربعات	F	sig
۷۴/۷۲۳	۲	۳۷/۳۶۲	۶/۶۴۸	۰/۰۱۵
۵۶/۲۰۰	۱۰	۵/۶۲۰		
۱۳۰/۹۲۳	۱۲			

جدول ۵: مقایسه تفاضل میانگین‌های نمره‌های گروه‌ها در آزمون کتبی با روش تعقیبی توکی

گروه (i)	گروه (j)	میانگین تفاضل (i-j)	خطای استاندارد	sig	سطح اطمینان ۹۵٪	
					upper	lower
گروه ۱	گروه ۲	۵/۵۰۰۰ *	۱/۶۷۶۳۱	۰/۰۲۱	۱۰/۰۹۵۲	۰/۹۰۴۸
	گروه ۳	۴/۹۰۰۰ *	۱/۵۹۰۲۸	۰/۰۲۹	۹/۲۵۹۴	۰/۵۴۰۶
گروه ۲	گروه ۱	-۵/۵۰۰۰ *	۱/۶۷۶۳۱	۰/۰۲۱	-۰/۹۰۴۸	-۱۰/۰۹۵۲
	گروه ۳	-۰/۶۰۰۰	۱/۵۹۰۲۸	۰/۹۲۵	۳/۷۵۹۴	-۴/۹۵۹۴
گروه ۳	گروه ۱	-۴/۹۰۰۰ *	۱/۵۹۰۲۸	۰/۰۲۹	-۰/۵۴۰۶	-۹/۲۵۹۴
	گروه ۲	۰/۶۰۰۰	۱/۵۹۰۲۸	۰/۹۲۵	۴/۹۵۹۴	-۳/۷۵۹۴

\* میانگین تفاضل در سطح ۰/۰۵ معنی‌دار است.

در اینجا سه فرضیه مطرح می‌شود که به بررسی هر کدام می‌پردازیم:

فرضیه ۱: بین میانگین‌های نمره‌های آزمون کتبی دانش آموزان گروه اول (که ابتدا به سؤال‌های آزمون نقشه مفهومی پاسخ داده بودند) و گروه دوم (که ابتدا به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ داده بودند) تفاوت معنی داری وجود دارد. با توجه به نتایج ستون میانگین تفاضل جدول ۵، مشاهده می‌شود که در سطح اطمینان ۹۵ درصد بین میانگین نمره‌های آزمون کتبی گروه اول و گروه دوم تفاوت معنی داری وجود دارد. بنابراین فرضیه ۱ تأیید می‌شود. این نشان می‌دهد که دانش آموزان گروه اول در آزمون کتبی موفق‌تر از دانش آموزان گروه دوم عمل کرده‌اند. در واقع، کامل کردن نقشه‌های مفهومی قبل از آزمون کتبی باعث شده است که دانش آموزان سازماندهی ذهنی بهتری نسبت به موضوع پیدا کنند و در نتیجه به سؤال‌های آزمون کتبی بهتر جواب دهند.

فرضیه ۲: بین میانگین‌های نمره‌های آزمون کتبی دانش آموزان گروه اول و گروه سوم (که فقط به آزمون کتبی پاسخ داده بودند) تفاوت معنی داری وجود دارد. با توجه به داده‌های جدول ۵، فرضیه ۲ مبنی بر وجود تفاوت معنی دار بین میانگین نمره‌های آزمون کتبی گروه اول و گروه سوم تأیید می‌شود. این نشان می‌دهد که دانش آموزان گروه اول در آزمون کتبی موفق‌تر از دانش آموزان گروه سوم عمل کرده‌اند. در واقع، دانش آموزانی که قبل از انجام آزمون کتبی نقشه‌های مفهومی را کامل کرده‌اند، نسبت به دانش آموزانی که اصلاً آزمون‌های نقشه مفهومی را انجام نداده‌اند، به سؤال‌های آزمون کتبی بهتر جواب داده‌اند.

فرضیه ۳: بین میانگین های نمره های آزمون کتبی دانش آموزان گروه دوم و سوم تفاوت معنی داری وجود دارد.

نتایج جدول ۵ حاکی از آن است که بین میانگین نمره های آزمون کتبی گروه دوم و گروه سوم تفاوت معنی داری وجود ندارد. بنابراین، فرضیه ۳ تأیید نمی شود. این امر دور از انتظار نیست، چون دانش آموزان گروه دوم با این که نقشه های مفهومی را کامل کرده بودند، اما فرصت بازگشت به سؤال های آزمون کتبی و تصحیح پاسخ های خود را نداشتند. تفاوت این دو گروه در آزمون مجموعی مشخص می شود که در بخش های بعدی به بررسی عملکرد دانش آموزان همه گروه ها در این آزمون پرداخته خواهد شد.

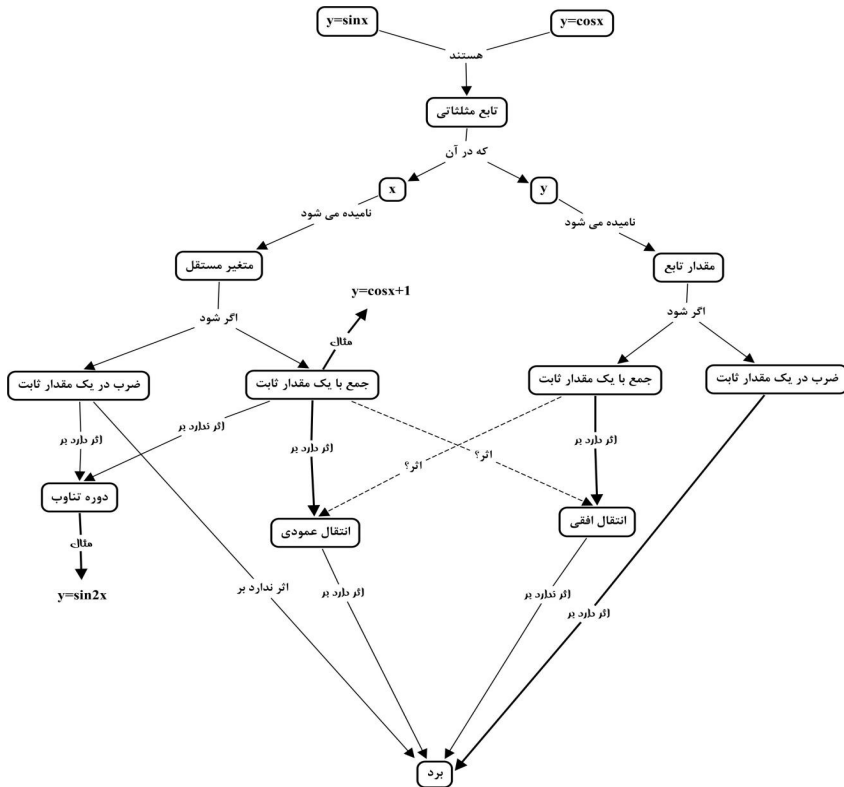
جدول ۶: نمره های دانش آموزان از هر یک از نقشه های مفهومی و درصد نمره های

کسب شده نسبت به نقشه مرجع

شماره گروه	نام دانش آموز	نمره نقشه مفهومی شماره ۱	نمره نقشه مفهومی شماره ۲	جمع نمره ها	درصد، نسبت به نقشه های مرجع
گروه اول	الف	۵	۲۱	۲۶	٪۵۳
	ب	۷	۲۱	۲۸	٪۵۷
	پ	۶	۲۱	۲۷	٪۵۵
	ت	۵	۱۵	۲۰	٪۴۰
گروه دوم	ث	۶	۱۲	۱۸	٪۳۶
	ج	۵	۱۵	۲۰	٪۴۰
	چ	۷	۱۸	۲۵	٪۵۱
	ح	۷	۲۷	۳۴	٪۶۹

جدول ۶ نمره هایی را که هر یک از دانش آموزان از نقشه های مفهومی خود کسب کرده اند نشان می دهد. همانطور که جدول ۷ نشان می دهد، دانش آموزان از نقشه های مفهومی نمره ای بین ۱۸ تا ۳۴ یعنی بین ٪۳۶ تا ٪۶۹ نمره کل را کسب کردند که در بین آنها پنج نفر بیش از پنجاه درصد نمره را به دست آورده اند.



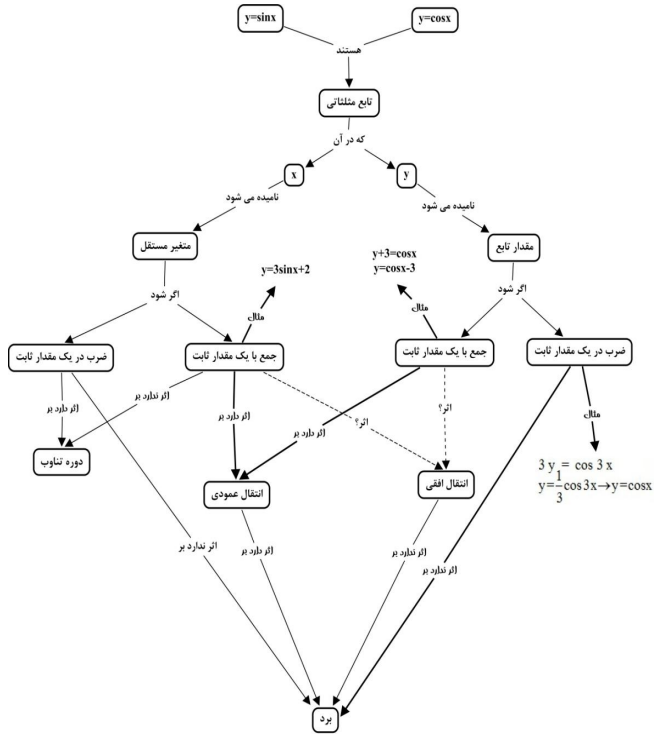


شکل ۴: نقشه مفهومی شماره ۱ یکی از دانش آموزان<sup>۱</sup>

مقایسه عملکرد دانش آموزان گروه اول و دوم در آزمون نقشه مفهومی و آزمون کتبی: چهار نفر از دانش آموزانی که نقشه‌های مفهومی را کامل کرده بودند، در گزاره‌های نقشه مفهومی گزاره نادرست «اگر متغیر مستقل  $x$  با عدد ثابتی جمع شود، انتقال عمودی اتفاق می‌افتد» را ایجاد کرده بودند. این در حالی بود که همه آنها در آزمون کتبی خود انتقال‌های عمودی را درست انجام داده بودند. مثال‌هایی که آنها در کنار گزاره‌های نقشه مفهومی خود نوشته بودند علت بدفهمی آنها را آشکار می‌کرد. برای مثال، یکی از دانش آموزان مثال  $y = \cos x + 1$  را برای اثبات ادعای خود ارائه کرده است (شکل ۴). او تصور می‌کند که در این مثال، متغیر  $x$  را با عدد ثابت جمع کرده است، در حالی که در

۱- نقشه‌های دانش آموزان توسط نرم افزار Cmap Tools دوباره ترسیم شده است.

واقع متغیر  $y$  با مقدار ثابت ۱ جمع شده است. اشتباه دانش آموز در این است که نتوانسته است عبارت «اگر متغیر مستقل با مقدار ثابتی جمع شود» را به زبان ریاضی بیان کند.



شکل ۵: نقشه مفهومی شماره ۱ یکی از دانش آموزان

در نقشه مفهومی دانش آموز دیگری (شکل ۵) گزاره نادرست «اگر مقدار تابع در عدد ثابتی ضرب شود، بر برد تابع اثری ندارد.» دیده می‌شود. مثالی که این دانش آموز برای تأیید گزاره نادرست خود نوشته، چنین است:

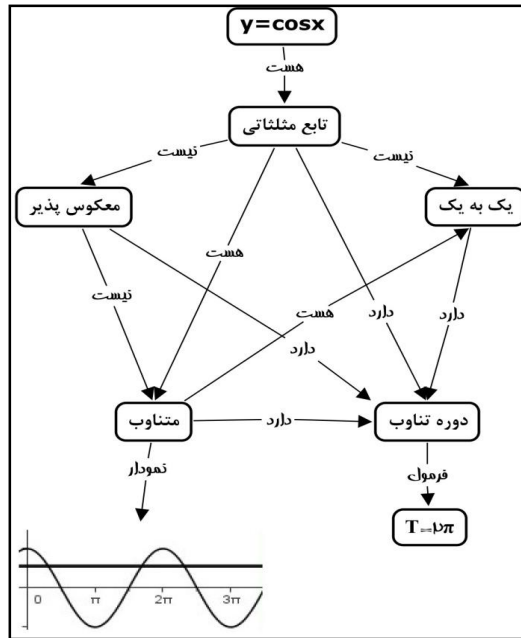
$$3y = \cos 3x \rightarrow y = \frac{1}{3} \cos 3x \rightarrow y = \cos x$$

این مثال نشان می‌دهد که دانش آموز مفهوم کسینوس یک زاویه را درک نکرده است. به علاوه در ساده کردن عبارت‌ها دچار اشتباه شده است که این اشتباه ممکن است ناشی از

تعمیم نادرست قوانین ساده کردن کسر ها باشد. این در حالی است که این دانش آموز به همه سؤال‌های کتبی راجع به ضرب مقدار تابع در یک عدد ثابت و تأثیر آن بر برد تابع پاسخ صحیح داده است. بدفهمی این دانش آموز ناشی از بیش‌تعمیمی<sup>۱</sup> یا تعمیم نابجای قواعد به کار رفته در مورد مفاهیم ریاضی است.

در یکی از سؤال‌های آزمون کتبی از دانش آموزان سوال شده بود که "آیا تابع  $y = \cos x$  معکوس پذیر است؟" از ۸ نفر دانش آموزی که در این مطالعه با نقشه‌های مفهومی ارزیابی شده بودند، ۴ نفر به این سوال پاسخ صحیح دادند. پاسخ آنها این بود که چون شرط معکوس پذیری تابع در یک به یک بودن آن است و تابع  $y = \cos x$  یک به یک نیست، بنابراین معکوس پذیر هم نیست؛ اما نقشه‌های مفهومی نشان داد که از بین این ۴ نفر تنها یک نفر درک مفهومی درستی از مفاهیم یک به یک بودن و معکوس‌پذیری دارد و گزاره‌های نادرستی که ۳ نفر از این افراد در نقشه‌های مفهومی خود راجع به تابع یک به یک، معکوس‌پذیر و متناوب ایجاد کرده بودند، نشان داد که آنها درک مفهومی درستی از مفهوم یک به یک بودن و معکوس‌پذیری توابع و رابطه آنها با یکدیگر ندارند. برای مثال، یکی از همین دانش‌آموزان که پاسخ درست داده است، در نقشه مفهومی خود (شکل ۶) گزاره‌های متناقضی در مورد تابع ایجاد کرده است. این گزاره‌ها عبارتند از: تابع  $y = \cos x$  متناوب است. تابع متناوب، یک به یک است. تابع  $y = \cos x$  یک به یک نیست.

با توجه به پاسخ‌های این دانش‌آموز به سؤال‌های آزمون کتبی، که همه مسائل مربوط به دوره تناوب توابع مختلف مثلثاتی را درست حل کرده است؛ این گزاره‌های اشتباه نشان می‌دهد که دانش‌آموز درک درستی از مفهوم یک به یک بودن و به تبع آن معکوس‌پذیری توابع ندارد. در نقشه مفهومی او هم هیچ ارتباطی بین تابع یک به یک و معکوس‌پذیر برقرار نشده است. به نظر می‌رسد که دانش‌آموزان از گزاره «اگر تابعی یک به یک باشد، معکوس‌پذیر است» به صورت طوطی‌وار در پاسخ‌های خود استفاده کرده‌اند.



شکل ۶: نقشه مفهومی شماره ۲ یکی از دانش آموزان

عملکرد دانش آموزان سه گروه، در آزمون مجموعی: پس از این که دانش آموزان گروه سوم به سؤال‌های آزمون کتبی و دانش آموزان گروه اول و دوم به سؤال‌های آزمون کتبی و آزمون نقشه مفهومی پاسخ دادند، از همه آنها خواسته شد که به سؤال «تابع  $y = \cos x$  در بازه  $[\pi, 2\pi]$ ، به ازای چه  $x$ ‌هایی ماکزیمم مقدار و به ازای چه  $x$ ‌هایی می‌نیمم مقدار را دارد؟» پاسخ دهند (آزمون مجموعی). طرح این سؤال با هدف بررسی تأثیر نقشه مفهومی شماره ۱ بر روی ساخت ذهنی دانش آموزان صورت گرفت. معمولاً دانش آموزان برای پاسخ به این سؤال یا از روش رسم نمودار (روش هندسی) و یا از روش جبری استفاده می‌کنند. حل این سؤال به روش جبری مستلزم این است که دانش آموز رابطه بین مقدار ماکزیمم یا می‌نیمم تابع با ضریب تابع و تعداد واحدهای انتقال یافته را بداند و سپس یک معادله مثلثاتی را حل کند. برای حل این سؤال به روش هندسی نیز دانش آموز باید با رویه رسم این نوع توابع آشنا بوده، بتواند نقاط ماکزیمم و می‌نیمم تابع را شناسایی کند. پس از این که دانش آموزان به این سؤال پاسخ دادند، در مصاحبه‌ای از

همه آنها خواسته شد چگونگی رسیدن به جواب را توضیح دهند. با انجام این کار سازماندهی ذهن دانش آموز در مورد مفاهیم تابع مثلثاتی مشخص شد.

از بین ۸ نفر دانش آموز در گروه های اول و دوم که نقشه‌های مفهومی را کامل کرده بودند، تنها دو نفر نتوانستند به سوال آزمون مجموعی جواب درستی بدهند (جدول ۷). در واقع ۷۵ درصد دانش آموزان این دو گروه به سؤال آزمون مجموعی پاسخ صحیح دادند که در بین آنها تنها یک نفر به صورت هندسی مسأله را حل کرده است. اما از دانش آموزان گروه سوم ۶۰ درصد افراد به پاسخ درست رسیده‌اند که البته همه آنها راه حل هندسی را که یک راه حل روتین در کتاب درسی سال دوم است، استفاده کرده اند. شکل ۷ و ۸ نمونه‌ای از پاسخ های دانش آموزان را نشان می دهد.

جدول ۷: عملکرد دانش آموزان سه گروه در آزمون مجموعی

گروه سوم		گروه اول و دوم		روش پاسخگویی
درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	
۰	۰	۶۲/۵	۵	افرادی که به روش جبری به سؤال پاسخ صحیح داده‌اند.
۶۰	۳	۱۲/۵	۱	افرادی که به روش هندسی پاسخ صحیح داده‌اند.
۴۰	۲	۲۵	۲	افرادی که به هر طریق پاسخ های اشتباه داده‌اند.

در مصاحبه‌هایی که با دانش آموزان صورت گرفت، مشخص شد که دانش آموزان گروه‌های اول و دوم که علاوه بر آزمون کتبی با نقشه‌های مفهومی نیز ارزیابی شده‌اند، سازماندهی ذهنی بهتری پیدا کرده و در نتیجه به سؤال‌های هم پاسخ صحیح داده اند و علاوه بر آن با درک صحیح از مفهوم، به جواب رسیده اند. برای مثال، دانش آموزی که نمونه پاسخ او به سؤال در شکل ۷ آمده است، در پاسخ به سؤال محققان در مورد چگونگی رسیدن به جواب، این گونه توضیح داد: " در مقایسه تابع  $y = 5 \cos x - 1$  با تابع  $y = \cos x$  ضریب ۵ و عدد ۱- فقط روی  $y$  تأثیر می گذارد و  $x$  تغییر نمی کند. و می دانیم

در بازه  $[\pi, 2\pi]$  بیشترین مقدار تابع  $y = \cos x$  مربوط به  $x = 2\pi$  و کمترین مقدار مربوط به  $x = \pi$  است. "واضح است که دانش آموز ارتباط بین مفاهیم را در این سؤال به خوبی متوجه شده و مفاهیم در ذهن او سازماندهی درستی یافته اند و در ضمن دانش مفهومی عمیقی در رابطه با این موضوع دارد. شایان ذکر است که این دانش آموز همه گزاره های نقشه مفهومی شماره ۱ را درست نوشته است.

تابع  $y = 5 \cos x - 1$  در بازه  $[\pi, 2\pi]$ ، به ازای چه  $x$ ‌هایی ماکزیمم مقدار و به ازای چه  $x$ ‌هایی می نیمم مقدار را دارد؟

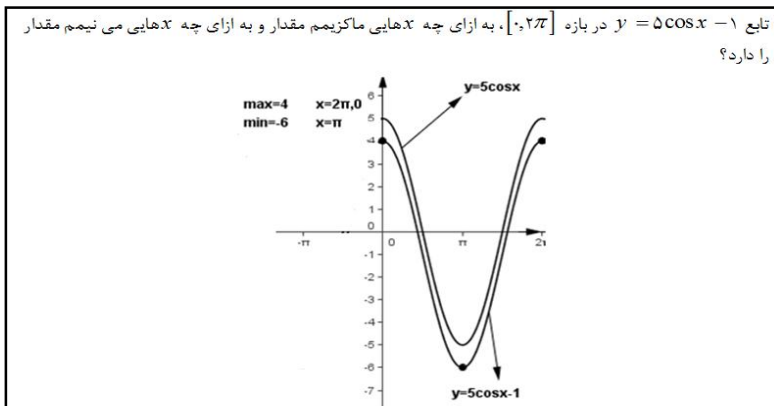
$$y = 5 \cos x - 1$$

max: 4  $\rightarrow x = 2\pi, 0$

min: -6  $\rightarrow x = \pi$

شکل ۷: نمونه ای از پاسخ دانش آموز گروه دوم به سؤال آزمون مجموعی

شکل شماره ۸ هم مربوط به دانش آموزی است که با رسم نمودار به پاسخ صحیح دست یافته است. او ابتدا نمودار تابع  $y = 5 \cos x$  و سپس با یک واحد انتقال به سمت پایین نمودار تابع  $y = 5 \cos x - 1$  را رسم کرده است و با توجه به شکل نقاط ماکزیمم و می نیمم تابع را به دست آورده است.



شکل ۸: نمونه ای از پاسخ دانش آموز گروه سوم به سؤال آزمون مجموعی

## بحث و نتیجه‌گیری

پاسخ به سؤال‌های تحقیق

**سوال اول:** آیا استفاده از نقشه‌های مفهومی در ارزیابی، در شناخت بدفهمی‌های

دانش‌آموزان درباره مفهوم تابع مثلثاتی کمک می‌کند؟

اولین بدفهمی شناسایی شده در این تحقیق در رابطه با عدم درک نمادهای ریاضی و چگونگی به کارگیری آنها در بیان گزاره‌های ریاضی بود. به عبارت دیگر، مشکلات دانش‌آموزان به ناتوانی در برقراری ارتباط مؤثر بین دو مدل کلامی و نمادین بر می‌گردد. ریاضی یک زبان برای ارتباط و یک وسیله برای کشف‌های تازه است و مانند هر زبانی قواعد گرامری و ساختار نحوی خود را دارد که اغلب برای دانش‌آموزان مشکل است تا بر آن تسلط پیدا کنند.

دیگر بدفهمی دانش‌آموزان بیش‌تعمیمی یا تعمیم نابجای قواعد به کار رفته در مورد مفاهیم ریاضی بود. بن‌زیو<sup>۱</sup> (۱۹۹۶؛ نقل شده در حسام، ۱۳۸۴) در تحلیل خطاهای ریاضی دانش‌آموزان بیان می‌کند که "زمانی که دانش‌آموز به مسأله‌ای برخورد می‌نماید که نمی‌داند چگونه باید آن را حل کند، سعی می‌کند تا با ابداع الگوریتم‌هایی از خود بر این موقعیت فایز آید؛ حال اگر چه بسیاری از این الگوریتم‌ها ممکن است مغالطه‌آمیز باشند، ولی آنها اغلب نظام مند و قانون مدار بوده و تصادفی نیستند."

بدفهمی سوم راجع به معکوس‌ناپذیری تابع  $y = \cos x$  بود. وجود گزاره‌های متناقض در نقشه‌های مفهومی دانش‌آموزان نشان داد که آنها درک مفهومی صحیحی از مفهوم یک به یک بودن و معکوس‌پذیری توابع و رابطه آنها با یکدیگر ندارند. این در حالی است که اکثر آنها در آزمون کتبی خود به سؤال مربوط به معکوس‌ناپذیری تابع  $y = \cos x$  پاسخ صحیح داده بودند.

با مقایسه عملکرد دانش‌آموزان گروه اول و دوم در آزمون نقشه مفهومی و آزمون کتبی، بدفهمی‌هایی از دانش‌آموزان راجع به تابع مثلثاتی توسط نقشه‌های مفهومی آنها به

دست آمد که اگر فقط از آزمون کتبی استفاده می‌شد، این بدفهمی‌ها شناسایی نمی‌شدند. بنابراین، می‌توان گفت که استفاده از نقشه‌های مفهومی در شناخت بدفهمی‌های دانش‌آموزان کمک می‌کند.

**سؤال دوم:** آیا استفاده از نقشه‌های مفهومی در ارزیابی، بر یادگیری دانش‌آموزان تأثیر می‌گذارد؟

یافته‌های جدول‌های ۵ و ۷ نشان می‌دهند که "استفاده از نقشه مفهومی در ارزیابی بر یادگیری دانش‌آموزان تأثیر می‌گذارد." دانش‌آموزان گروه اول که ابتدا نقشه‌های مفهومی را کامل کرده و سپس به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ داده بودند، نسبت به دو گروه دیگر، در آزمون کتبی موفق‌تر عمل کردند. در واقع، دانش‌آموزان گروه اول با سازماندهی ذهنی مناسبی که از کامل کردن نقشه‌های مفهومی به دست آورده بودند، به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ‌های صحیح‌تری دادند. بنابراین، می‌توان گفت که نقشه‌های مفهومی به عنوان ابزار ارزیابی، موقعیتی را برای دانش‌آموزان گروه اول فراهم کرده‌اند که در آن همزمان با ارزیابی یادگیری، یادگیری هم صورت گرفته است. همچنین، از بین ۸ نفر دانش‌آموز در گروه‌های اول و دوم که نقشه‌های مفهومی را کامل کرده بودند، تنها دو نفر نتوانستند به سؤال آزمون مجموعی جواب درستی بدهند. از همه مهمتر این که مصاحبه‌ها نشان می‌داد دانش‌آموزان این دو گروه سازماندهی ذهنی بهتری نسبت به دانش‌آموزان گروه سوم پیدا کرده بودند و از یادگیری حاصل از نقشه‌های مفهومی در حل مسأله آزمون مجموعی، استفاده کرده بودند. اکثر این دانش‌آموزان با برقراری ارتباط بین مفاهیم تابع مثلثاتی به سؤال پاسخ داده و کمتر از رسم نمودار استفاده کرده بودند. از بین ۵ نفر دانش‌آموز گروه سوم، ۳ نفر به سؤال آزمون مجموعی پاسخ درست دادند، اما هر ۳ نفر برای رسیدن به پاسخ صحیح، از رسم نمودار تابع مثلثاتی استفاده کرده بودند. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت استفاده از نقشه مفهومی در ارزیابی دانش‌آموزان، در بهبود یادگیری آنها نیز مؤثر است. این نتیجه‌گیری یافته جدیدی است که تا کنون روی آن تحقیقی صورت نگرفته است. به طور دقیق‌تر در اینجا ارزیابی در خدمت آموزش است.



## سؤال سوم: آیا نقشه‌های مفهومی می‌تواند جایگزین مناسبی برای آزمون‌های کتبی

باشد؟

بررسی نتایج تحقیق نشان داد که نقشه‌های مفهومی با نتایجی بهتر از نتایج آزمون کتبی بدفهمی‌های دانش آموزان را مشخص کردند. برخی از بدفهمی‌ها، نظیر ناتوانی دانش آموزان در بازنمایی ریاضی فقط با آزمون نقشه مفهومی مشخص شد و در صورتی که از نقشه‌های مفهومی استفاده نمی‌شد، شاید این بدفهمی‌ها ناشناخته می‌ماند، زیرا دانش آموزان در آزمون کتبی خود به سؤال‌های مربوطه پاسخ صحیح داده بودند. با وجود این، نمی‌توان گفت که نقشه‌های مفهومی شواهد همه جانبه‌ای را از دانش افراد به ما نشان می‌دهند. برخی از اشتباه‌های دانش آموزان در استفاده از رویه‌ها (مثل رویه حل معادله مثلثاتی و یا رویه رسم یک تابع مثلثاتی) و همچنین تشخیص نوع تابع مثلثاتی در پاسخ‌های دانش آموزان به آزمون کتبی مشاهده شد که نقشه‌های مفهومی دانش آموزان این اشتباه‌ها را آشکار نکرد. بنابراین، به نظر می‌رسد که نقشه‌های مفهومی نمی‌توانند به طور کامل جایگزین آزمون‌های کتبی شوند.

هدف پژوهش حاضر بررسی تأثیر کاربرد نقشه‌های مفهومی بر درک دانش آموزان رشته ریاضی از توابع مثلثاتی بود. یافته‌های پژوهش نشان داد که استفاده از نقشه‌های مفهومی به عنوان ابزار ارزیابی، باعث ارتقای یادگیری دانش آموزان می‌شود. استفاده از نقشه مفهومی در ارزیابی، از ایده تغییر رویکردها در ارزیابی و ارزشیابی در جهت استفاده از ابزارهای مختلف در کنار آزمون‌های کتبی حمایت می‌کند؛ چنانکه مصاحبه‌ها هم در این پژوهش شواهد دیگری از میزان درک و فهم دانش آموزان را نشان داد. یکی از باورهای نادرستی که درباره ارزیابی وجود دارد، این است که "اول درس می‌دهیم و سپس ارزیابی می‌کنیم" (اشتن مارک، ۱۳۸۷)؛ در حالی که می‌دانیم ارزیابی خود یک فعالیت آموزشی است که موجب یادگیری می‌شود و دانش آموزان، بسیاری از مفاهیم را در ضمن ارزیابی فرا می‌گیرند (شعبانی، ۱۳۸۳). در واقع، ارزیابی باید در خدمت آموزش باشد و موقعیت مناسبی را برای یاددهی - یادگیری فراهم کند؛ نه این که آموزش در

خدمت ارزیابی باشد. سال هاست که دریافته‌ایم بهترین آزمون، توانایی آموزش را نیز دارد و بهترین تکلیف‌های آموزشی نیز فرصتی غنی برای تشخیص نابسامانی‌های یادگیری دانش‌آموزان است (اشتن مارک، ۱۳۸۷).

مقایسه نقشه‌های دانش‌آموزان با نقشه‌های مرجع دو نکته مهم را آشکار کرد: نکته اول اینکه در نقشه‌های دانش‌آموزان ارتباط‌های عرضی بسیار کم است. همان‌طور که قبلاً هم گفته شد، وجود ارتباط‌های عرضی در نقشه‌های مفهومی نشان دهنده یکپارچگی دانش است. دانش‌آموزانی که می‌توانند در نقشه‌های خود ارتباط‌های عرضی بیشتری برقرار کنند. به همان اندازه دانش مفهومی منسجم تری نسبت به موضوع مورد نظر دارند. نکته دوم آن است که در نقشه مفهومی مرجع شماره ۲ ارتباط‌هایی وجود دارد که دو طرفه هستند، ولی در نقشه هیچ‌کدام از دانش‌آموزان ارتباط‌های دو طرفه دیده نمی‌شود.

نتایج تحقیق نشان داد که برخی از اشتباه‌های دانش‌آموزان در استفاده از رویه‌ها، در آزمون کتبی بهتر نشان داده شد. بنابراین، نمی‌توان انتظار داشت که نقشه‌های مفهومی به طور کامل جایگزین آزمون‌های کتبی شوند. یو (۲۰۰۸) در جریان بررسی اعتبار نقشه‌های مفهومی به عنوان یک ابزار ارزیابی به همین نتیجه رسید. او در نتایج تحقیق خود به این نکته اشاره می‌کند که نقشه‌های مفهومی، دانش مفهومی را بهتر از دانش رویه‌ای نشان می‌دهند. با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان گفت که نقشه‌های مفهومی و آزمون کتبی اگر در کنار هم برای ارزیابی دانش‌آموزان استفاده شوند، می‌توانند شواهد همه‌جانبه‌ای را از دانش افراد به ما نشان دهند. البته با توجه به نتایج تحقیق، پیشنهاد می‌شود ابتدا از دانش‌آموزان بخواهیم نقشه‌های مفهومی را کامل کنند و سپس به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ دهند. این کار باعث می‌شود که دانش‌آموز سازماندهی ذهنی مناسبی نسبت به موضوع پیدا کنند و به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ‌های کامل‌تری دهند. علاوه بر این مطالعه حاضر نشان داد که استفاده از نقشه‌های مفهومی در ارزیابی درس ریاضی، در شناخت بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ریاضیات (تابع مثلثاتی) کمک می‌کند. این نتیجه با یافته‌های دیگری نظیر

تحقیقات نواک در علوم و بارولز(۲۰۰۵)، ویلیامز<sup>۱</sup>(۱۹۹۸) و اسمیتا<sup>۲</sup>(۲۰۰۹) در درس ریاضی مطابقت دارد.

تحقیق درباره نقشه مفهومی و کاربردهای آن، به ویژه در حوزه آموزش ریاضی در کشور ما در ابتدای راه خود است. این مطلب لزوم پژوهش‌های بیشتر در این زمینه را نشان می‌دهد. موضوع‌هایی مانند چگونگی ورود نقشه‌های مفهومی در برنامه‌های درسی دوره‌های دبیری و نیز ریاضیات مدرسه‌ای، بررسی تأثیر کاربرد نقشه‌های مفهومی توسط معلمان دوره‌های مختلف بر یادگیری دانش‌آموزان، استفاده از نقشه‌های مفهومی در ریاضیات عالی و چگونگی آموزش نقشه‌های مفهومی به فراگیران می‌توانند در پژوهش‌های بعدی مورد مطالعه قرار گیرند.

## منابع

اشتن مارک، جین کر. (۱۳۸۷). **ارزیابی ریاضی** (ترجمه: زهرا گویا و مانی رضائی) تهران: فاطمی (نشر اثر اصلی ۱۹۹۱).

حسام، عبدالله. (۱۳۸۴). **بررسی بدفهمی ریاضی دانش‌آموزان و نقش طرحواره‌های ذهنی در ایجاد آنها**، پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، تهران: دانشگاه شهید بهشتی. سیف، علی اکبر. (۱۳۸۱). **روان‌شناسی پرورشی، روان‌شناسی یادگیری و آموزش**. تهران: آگاه.

شعبانی، حسن. (۱۳۸۳). **مهارت‌های آموزشی و پرورشی، روش‌ها و فنون تدریس**، تهران: سمت.

ایرانمنش، علی؛ جضمالی، محسن؛ ربیعی، حمیدرضا؛ ریحانی، ابراهیم؛ شاهورانی، احمد و عالمیان، وحید. (۱۳۸۸). **ریاضیات (۲) سال دوم دبیرستان**، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

---

1- Williams

2- Schmitta

- Baralos, G. (2002). *Concept mapping as evaluation tool in mathematics*. Retrieved March 28, 2010, from <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/proceedings/pap451.pdf>.
- Bartels, B. (1995). *Examining and promoting mathematical connections with concept mapping*. Doctoral dissertation, university of Illinois, urbana.
- Canas, A. (2003). A summary of literature pertaining to the use of concept mapping techniques and technologies for education and performance support. *The Institute for Human and Machine Cognition*.
- Fi, C. (2003). *Preservice secondary school mathematics teachers' knowledge of Trigonometry: subject matter content knowledge, pedagogical content knowledge and envisioned pedagogy*. doctoral dissertation, university of Iowa.
- Himangshu, S., Cassata-Widera, A. (2010). Beyond individual classrooms: How valid are concept maps for large scale assessment?. In J. Sánchez, A. J. Cañas, & J. D. Novak (Eds), *Concept maps: Making learning meaningful, proceedings of fourth international conference on concept mapping* (58-68) Viña del Mar, Chile.
- Huerta, M., Galan, E., Granell, R. (2004). *Concept maps in mathematics education: A framework for students' assessment*. Retrieved March 28, 2010 from [www.icme-organisers.dk/tsg27/papers/06 Huerta et al fullpaper.pdf](http://www.icme-organisers.dk/tsg27/papers/06%20Huerta%20et%20al%20fullpaper.pdf)
- Jin, H. & Wong, K. Y. (2010). Training on concept mapping skills in geometry. *Journal of mathematics education*, 3(1), 104-119.
- McClure, J., Sonak, B., & Suen, H K. (1999). Concept map assessment of classroom learning: Reliability, validity, and logistical practicality. *Journal of Research Science Teaching*, 36(4), 475-492.

- Milam, J., Santo, S., & Heaton, L. (2000). *Concept maps for web-based applications*. Retrieved September 8, 2011, from <http://www.eric.ed.gov>.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment standard for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Novak, J. D. & Cañas, A. J. (2008). *The theory underlying concept maps and how to construct and use them*, Technical Report IHMC Cmap Tools 2006-01 Rev 01-2008, Florida Institute for HumanCognition. Retrieved from <http://cmap ihmc. us/Publications Research Papers/ Theory underlying concept maps>.
- Ruiz-Primo, M. (2000). On the use of concept maps as an assessment tool in science: What we have learned so far. *Electrónica de Investigación Educativa*, 2(1), Retrieved in <http://m/rdie. Uabc. mx / vol2no1/contents-ruizpri.html>
- Schmitta, J. (2009). Concept mapping as a means to develop and assess conceptual understanding in secondary mathematics teacher education. In Karoline, Afamasaga-Fuata'i, *Concept mapping in mathematics*, (chapter 7,137-147). Springer.
- Stoddart, T. , Abrams, R. , Gasper, E. & Canaday, D. (2000). Concept maps as assessment in science inquiry learning-A report of methodology. *Journal of Science Education*, 22(12), 1221-1246.
- Tavares, R. & Tavares, J. (2010). Concept map under modified bloom taxonomy analysis, In J. Sánchez, A. J. Cañas, & J. D. Novak (Eds), *Concept maps: Making learning meaningful, proceedings of fourth international conference on concept mapping* (34-39) Viña del Mar, Chile.
- Williams, G. (1998). Using concept maps to assess conceptual knowledge of function. *Journal for Research in Mathematics education*, 29(4), 414-421.

Yue, H. (2008). *Concept maps as assessment tools in mathematics, comparison with clinical interviews*. Doctoral dissertation, department of mathematical sciences, the university of texas at El paso.