مجله فلسفه و کلام اسلامی

سال چهل و ششم، شمارهٔ یکم، بهار و تابستان ۱۳۹۲،
صص۹۳-۱۱۲

Philosophy and Kalam
Vol 46, No 1, Spring / Summer 2013

گزاره‌های همیشه‌صادق نزد خونجی در منطق مرتبهٔ دوم

اسداللّه فلاحی[1]

(تاریخ دریافت مقاله:۱۳۹۱/۰۸/۰۳ - تاریخ پذیرش نهایی: ۱۳۹۱/۱۰/۱۱)

چکیده

افضل‌الدین خونجی، برای نخستین بار در تاریخ منطق، در میان گزاره‌های حقیقیه و خارجیه، گزاره‌های همیشه‌صادق و گزاره‌های همیشه‌کاذب را یافته است. این گزاره‌ها پیش از این در منطق مرتبهٔ اول صورت‌بندی شده و مورد بررسی قرار گرفته‌اند و نشان داده شده است که صدق همیشگی این گزاره‌ها نیازمند پیش‌فرض «وجود فرضی معدومات» است. در این مقاله، این گزاره‌ها را در منطق مرتبهٔ دوم بررسی کرده و نشان داده‌ایم که در این منطق، نیازی به پیش‌فرض یادشده نیست و گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی بدون هر گونه پیش‌فرضی در منطق مرتبهٔ دوم به عنوان قضیه اثبات‌پذیرند. اما تحلیل این گزاره‌ها در منطق مرتبهٔ دوم نیز کاستی‌های خود را دارد. برای نمونه، صورت‌بندی موجبهٔ جزئیه در گزاره‌های خارجیة الطرفین بسیاری از گزاره‌های کاذب را صادق می‌سازد. این نشان می‌دهد که تحلیل این گزاره‌ها، چه در منطق مرتبهٔ اول و چه در منطق مرتبهٔ دوم، کاستی‌هایی دارد و نیازمند زدودن است.

کلید واژه‌ها: قضیّهٔ حقیقیه، قضیهٔ خارجیه، منطق قدیم، منطق جدید، منطق مرتبهٔ اول، منطق مرتبهٔ دوم.

۱. استادیار مؤسسهٔ پژوهشی حکمت و فلسفهٔ ایران/ falahiy@yahoo.com.

۱. درآمد

نگارنده، پیش از این، در مقالۀ «قضایای حقیقیه و خارجیه نزد خونجی» این گزاره‌ها را به صورت تفصیلی معرفی کرده و صورت‌بندی‌های گوناگونی از آن به زبان منطق جدید به دست داده است. پس از این مقاله، ابوذر قاعدی فرد پایان‌نامۀ کارشناسی ارشد خود را با عنوان «گزاره‌های همیشه‌صادق نزد خونجی» به راهنمایی نگارنده گذرانده و مقاله‌ای با عنوان «منطق موجهات خونجی و گزاره‌های همیشه‌صادق نزد او» در نشریۀ *معارف عقلی* منتشر کرده است. در این دو اثر، گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی به کمک صورت‌بندی‌های نگارنده در مقالۀ «قضایای حقیقیه و خارجیه نزد خونجی» بررسی شده است. نگارنده پس از این، در مقالۀ «گزاره‌های همیشه‌صادق نزد خونجی» به پیشینۀ بحث نزد ارسطو و شارحان او و نیز نزد ابن‌سینا پرداخته و گزاره‌های همیشه صادق دیگری را نزد خونجی معرفی کرده است.

نگارنده همچنین در دو مقالۀ «افراد ممتنع الوجود و منطق مفاهیم» و «افراد مفهومی نزد خونجی» نشان داده است که خونجی افراد را به صورت مفهومی در نظر می‌گرفته است.

به تازگی، پل تام[1] تحلیل تازه‌ای از قضایای حقیقیه نزد اثیرالدین ابهری (یکی از معاصران، پیروان و منتقدان خونجی) ارائه کرده است. این تحلیل با تغییراتی اندک برخی از دشواری‌های صورت‌بندی نگارنده و قاعدی فرد را از میان برمی‌دارد. در این مقاله، با اشاره به این دشواری‌ها و با انجام اصلاحاتی در صورت‌بندی پل تام، به اثبات گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی در منطق مرتبۀ دوم می‌پردازیم و میزان کامیابی و ناکامی این روش را بررسی می‌کنیم.

۲. گزاره‌های همیشه‌صادق نزد خونجی

در این‌جا، برای یادآوری، اشاره‌ای بسیار کوتاه به تقسیم‌های متعدد خونجی در این بحث می‌کنیم و خوانندۀ علاقه‌مند را به مقالۀ «قضایای حقیقیه و خارجیه نزد خونجی» ارجاع می‌دهیم.

خونَجی، در کتاب *کشف الاسرار عن غوامض الافکار* (۱۴۹)، هر یک از موضوع و محمول گزاره‌ها را از یک سو به حقیقی و خارجی و از سوی دیگر به محصل، معدول، و

1. Paul Thom

سلبی تقسیم می‌کند. بنابراین، هر یک از موضوع و محمول ۶ قسم می‌شوند که حاصل ضرب ۶ در ۶ برابر ۳۶ گزاره می‌شود. خونجی برخی از این ۳۶ گزاره را «همیشه‌کاذب» و نقیض‌های آنها را «همیشه‌صادق» می‌داند. در این‌جا، گزاره‌های همیشه‌صادق همگی جزئی هستند و گزاره‌های همیشه‌کاذب همگی کلی هستند. از آنجا که گزاره‌های «همیشه‌صادق» مورد بحث ما است، تنها به گزاره‌های جزئیهٔ «همیشه‌صادق» می‌پردازیم. در جدول زیر این دسته از گزاره‌ها را برای «موجبهٔ جزئیه» با خط و خط‌چین نشان داده‌ایم.

موجبهٔ جزئیه	خارجیهٔ مطلقه (اعتبار اول)	خارجیة الموضوع (اعتبار دوم)	حقیقیة الموضوع (اعتبار سوم)	حقیقیهٔ مطلقه (اعتبار چهارم)
محصلة الطرفین	۱	۲	۳	۴
معدولة المحمول	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
معدولة الموضوع	۵	۶	۷	~~۸~~
معدولة الطرفین	۲۱	۲۲	۲۳	~~۲۴~~
سالبة الموضوع	۹	~~۱۰~~	۱۱	۱۲
سالبة الموضوع و معدولة المحمول	۳۳	~~۳۴~~	۳۵	۳۶
سالبة المحمول	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
معدولة الموضوع و سالبة المحمول	۲۹	۳۰	~~۳۱~~	۳۲
سالبة الطرفین	~~۲۵~~	۲۶	۲۷	۲۸

گزاره‌های همیشه‌صادق (موجبهٔ جزئیه)

مواردی که با خط کامل نشان داده‌ایم گزاره‌های همیشه صادقی است که خونجی به همیشه‌صادق بودن آن‌ها تصریح کرده است و مواردی که با خط‌چین نشان داده‌ایم گزاره‌های همیشه‌صادقی است که با مبانی خونجی به دست می‌آید[1] و اثیرالدین ابهری

۱. قاعدی فرد در پایان‌نامه (۳۹-۵۸) و مقالهٔ خود (۱۴۷-۱۴۸) به سه گزاره‌ای که با خط‌چین نمایش داده‌ایم اشاره‌ای نکرده است.

(۱۶۰) همیشه‌صادق بودن گزاره‌های شمارهٔ ۴ و ۱۶ را اثبات کرده و سراج‌الدین ارموی (۱۷۳) همیشه‌صادق بودن گزارهٔ شمارهٔ ۴ را پیش‌فرض گرفته است.

گزاره‌های همیشه‌صادق نزد خونجی برای سالبهٔ جزئیه نیز در جدول زیر با خط و خط‌چین نشان داده شده‌اند.

سالبهٔ جزئیه	خارجیهٔ مطلقه (اعتبار اول)	خارجیة الموضوع (اعتبار دوم)	حقیقیة الموضوع (اعتبار سوم)	حقیقیهٔ مطلقه (اعتبار چهارم)
محصلة الطرفین	۱	۲	~~۳~~	۴
معدولة المحمول	۱۳	۱۴	~~۱۵~~	۱۶
معدولة الموضوع	۵	۶	~~۷~~	۸
معدولة الطرفین	۲۱	۲۲	~~۲۳~~	۲۴
سالبة الموضوع	~~۹~~	۱۰	۱۱	۱۲
سالبة الموضوع و معدولة المحمول	~~۳۳~~	۳۴	۳۵	۳۶
سالبة المحمول	۱۷	۱۸	۱۹	~~۲۰~~
معدولة الموضوع و سالبة المحمول	۲۹	۳۰	۳۱	~~۳۲~~
سالبة الطرفین	۲۵	~~۲۶~~	۲۷	۲۸

گزاره‌های همیشه‌صادق (سالبهٔ جزئیه)

۳. صورت‌بندی و اثبات گزاره‌های همیشه صادق

برای صورت‌بندی گزاره‌های حقیقیه و خارجیه در منطق جدید، تاکنون، راه‌های بسیاری معرفی شده است که تنها برخی از آن‌ها همیشه‌صادق بودن گزاره‌های مورد بحث در این مقاله را می‌توانند اثبات کنند. در این‌جا، به این صورت‌بندی‌ها اشاره‌ای می‌کنیم.

۳. ۱. صورت‌بندی نگارنده از قضایای حقیقیه و خارجیه

نگارنده در مقالهٔ «قضایای حقیقیه و خارجیه نزد خونجی» چند صورت‌بندی از این گزاره‌ها در منطق مرتبهٔ اول ارائه کرده است که یکی از آن‌ها تحلیل موضوع و محمول

گزاره به کمک ادات‌های شرطی و عاطف است. صورت‌بندی چهار گزارهٔ نخست از گزاره‌های خونجی برای موجبهٔ کلیه در تحلیل نگارنده چنین است:

خارجیه مطلقه	$\forall x\, [(E!x \,\&\, Ax) \supset (E!x \,\&\, Bx)\,]$	۱
خارجیه الموضوع	$\forall x\, [\, (E!x \,\&\, Ax) \supset (E!x \supset Bx)\,]$	۲
حقیقیه الموضوع	$\forall x\, [\, (E!x \supset Ax) \supset (E!x \,\&\, Bx)\,]$	۳
حقیقیه مطلقه	$\forall x\, [\, (E!x \supset Ax) \supset (E!x \supset Bx)\,]$	۴

در این تحلیل (نک: مقالهٔ یادشده، ۱۲۶)، دامنهٔ سخن را اعم از موجودات خارجی و موجودات فرضی گرفته‌ایم. محمول‌نشانهٔ $E!$ تنها موجودات خارجی را دربرمی‌گیرد و موجودات فرضی (اعم از معدوم و ممتنع) را شامل نمی‌شود.

برای تحلیل گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی، چنان‌که خواهیم دید، به اصل موضوع «وجود فرضی معدومات خارجی» نیازمندیم زیرا خونجی دامنهٔ سخن را گسترده‌تر از موجودات خارجی می‌دانسته و معدومات و ممتنعات را در دامنهٔ سخن خود می‌گنجانده است. این اصل موضوع را به صورت‌های $\sim\forall xE!x$ یا $\exists x\sim E!x$ می‌توان نوشت. فرمول نخست می‌گوید: چنین نیست که همهٔ اشیا در خارج موجودند و فرمول دوم که هم‌ارز آن است می‌گوید برخی اشیا در خارج موجود نیستند. این دو فرمول، به طور ضمنی، نشان می‌دهند که برخی اشیا در جهان فرض موجودند.

در منطق جدید، محمول‌نشانهٔ $E!$ مانند دیگر محمول‌نشانه‌ها است و این منطق هیچ تعهدی به وجود مصداق برای محمول‌نشانه‌ها در دامنهٔ سخن ندارد. با این حال، می‌توان یک محمول‌نشانه را از میان محمول‌نشانه‌ها برگزید و برای آن، وجود موضوع را به عنوان یک اصل موضوع به منطق افزود و به منطقی قوی‌تر دست یافت. در چنین منطقی، چنان‌که خواهیم دید، همهٔ گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی به عنوان قضیه اثبات می‌شوند.

با این صورت‌بندی‌ها، میان موجبهٔ معدوله و سالبهٔ محصله به آسانی می‌توان جدایی انداخت. برای نمونه، گزارهٔ خارجیة الطرفین را در نظر بگیرید. تفاوت موجبهٔ معدوله و سالبهٔ محصله را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

موجبۀ معدوله: هر الف غیر ب است $\forall x\,[(E!x \,\&\, Ax) \supset (E!x \,\&\, {\sim}Bx)]$

سالبۀ محصله: هیچ الف ب نیست $\forall x\,[(E!x \,\&\, Ax) \supset {\sim}(E!x \,\&\, Bx)]$

افزون بر این، می‌توان میان موجبۀ معدولة الموضوع و موجبۀ سالبة الموضوع نیز جدایی افکند.

موجبۀ معدولة الموضوع: هر غیرالف ب است $\forall x\,[(E!x \,\&\, {\sim}Ax) \supset (E!x \,\&\, Bx)]$

موجبۀ سالبة الموضوع: هر چه الف نیست ب است $\forall x\,[{\sim}(E!x \,\&\, Ax) \supset (E!x \,\&\, Bx)]$

حتی می‌توان میان سالبۀ محصله و سالبۀ سالبه المحمول نیز جدایی افکند.

سالبۀ محصله: هیچ الف ب نیست $\forall x\,[(E!x \,\&\, Ax) \supset {\sim}(E!x \,\&\, Bx)]$

سالبۀ سالبة المحمول: هیچ الف آنچه ب نیست نیست $\forall x\,[(E!x \,\&\, Ax) \supset {\sim}{\sim}(E!x \,\&\, Bx)]$

اکنون می‌توانیم گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی را بررسی کنیم. موجبه‌های جزئیۀ همیشه‌صادق را به یاد بیاورید:

۴	محصلة الطرفین	حقیقیۀ مطلقه	$\exists x\,[(E!x \supset Ax) \,\&\, (E!x \supset Bx)]$
۸	معدولة الموضوع	حقیقیۀ مطلقه	$\exists x\,[(E!x \supset {\sim}Ax) \,\&\, (E!x \supset Bx)]$
۱۶	معدولة المحمول	حقیقیۀ مطلقه	$\exists x\,[(E!x \supset Ax) \,\&\, (E!x \supset {\sim}Bx)]$
۲۴	معدولة الطرفین	حقیقیۀ مطلقه	$\exists x\,[(E!x \supset {\sim}Ax) \,\&\, (E!x \supset {\sim}Bx)]$
۱۰	سالبة الموضوع	خارجیة الموضوع	$\exists x\,[{\sim}(E!x \,\&\, Ax) \,\&\, (E!x \supset Bx)]$
۱۹	سالبة المحمول	حقیقیة الموضوع	$\exists x\,[(E!x \supset Ax) \,\&\, {\sim}(E!x \,\&\, Bx)]$
۲۵	سالبة الطرفین	خارجیة الطرفین	$\exists x\,[{\sim}(E!x \,\&\, Ax) \,\&\, {\sim}(E!x \,\&\, Bx)]$
۳۱	معدولة الموضوع سالبة المحمول	حقیقیة الموضوع	$\exists x\,[(E!x \supset {\sim}Ax) \,\&\, {\sim}(E!x \,\&\, Bx)]$
۳۴	سالبة الموضوع معدولة المحمول	خارجیة الموضوع	$\exists x\,[{\sim}(E!x \,\&\, Ax) \,\&\, (E!x \supset {\sim}Bx)]$

هیچ یک از این گزاره‌ها در منطق جدید اثبات نمی‌شوند. با وجود این، می‌توان همۀ این گزاره‌ها را از فرض «وجود فرضی برخی اشیا»، $\sim\forall xE!x$ یا $\exists x{\sim}E!x$، به دست آورد.

از آن‌جا که هر یک از این گزاره‌ها هم‌ارز یکی از چهار گزارهٔ نخست است،[۱] صورت‌برهان را تنها برای چهار گزارهٔ نخست می‌نویسیم.

$$\exists x \sim E!x \vdash \exists x [(E!x \supset Ax) \,\&\, (E!x \supset Bx)]$$
$$\exists x \sim E!x \vdash \exists x [(E!x \supset Ax) \,\&\, (E!x \supset \sim Bx)]$$
$$\exists x \sim E!x \vdash \exists x [(E!x \supset \sim Ax) \,\&\, (E!x \supset Bx)]$$
$$\exists x \sim E!x \vdash \exists x [(E!x \supset \sim Ax) \,\&\, (E!x \supset \sim Bx)]$$

اثبات این صورت‌برهان‌ها مانند هم و بسیار آسان است.[۲] اکنون اگر پیش‌فرض «وجود فرضی معدومات»، $\sim\forall x E!x$ یا $\exists x \sim E!x$، را به عنوان اصل موضوع به منطق محمول‌ها بیفزاییم منطق قوی‌تری به دست می‌آید که گزاره‌های همیشه صادق خونجی در آن اثبات‌پذیرند. (توجه کنید که افزودن این پیش‌فرض به منطق محمول‌ها به ناسازگاری نمی‌انجامد). این منطق را می‌توان «منطق وجود فرضی» نامید.[۳]

مهم‌ترین ایرادی که به این صورت‌بندی از گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی وارد است همین نیازمندی آن به پیش‌فرض «وجود معدومات» (یا به طور دقیق‌تر، «وجود اشیای فرضی») است. این پیش‌فرض در منطق جدید اثبات‌ناپذیر است و افزودن آن به منطق محمول‌ها یک منطق گسترش‌یافته پدید می‌آورد و ما را وامی‌دارد تا به خونجی

---

۱. این هم‌ارزی‌ها به دلیل هم‌ارزی $\sim (E!x \,\&\, Ax)$ با $(E!x \supset \sim Ax)$ و هم‌ارزی $\sim (E!x \,\&\, Bx)$ با $(E!x \supset \sim Bx)$ است. این دو هم‌ارزی نیز به دلیل هم‌ارزی $\sim (P \,\&\, Q)$ با $(P \supset \sim Q)$ در منطق گزاره‌ها است. اثبات این هم‌ارزی نیز به کمک قاعدهٔ دمورگان و تعریف استلزام مادی است:

1. $\sim (P \,\&\, Q)$
2. $(\sim P \vee \sim Q)$
3. $(P \supset \sim Q)$

۲. این صورت‌برهان‌ها به کمک صورت‌برهان $\sim E!x \vdash (E!x \supset Ax)$ و مانند آن اثبات می‌شود. خود این صورت‌برهان هم نمونه‌جانشینی از صورت‌برهان $\sim P \vdash (P \supset Q)$ است که به کمک قاعدهٔ معرفی فاصل و تعریف استلزام مادی اثبات می‌شود:

1. $\sim P$
2. $(\sim P \vee Q)$
3. $(P \supset Q)$

۳. قاعدی فرد این منطق را «منطق خونجی» نام می‌نهد (قاعدی فرد، *گزاره‌های...*، ۳۸؛ همو، «منطق موجهات...»، ۱۴۹-۱۵۵).

منطقی قوی‌تر از منطق محمول‌های جدید نسبت بدهیم. چنان‌که خواهیم دید، پل تام صورت‌بندی جدیدی ارائه می‌کند که نیازی به افزودن موردی این پیش‌فرض ندارد.

۳. ۲. صورت‌بندی پل تام از قضایای حقیقیه

پل تام در مقالهٔ «ابهری و منطق ترم‌های شرطی» (108, 112-113) برای گزاره‌های حقیقیه نزد اثیرالدین ابهری دو صورت‌بندی نوآورانه پیشنهاد داده است که سورهای منطق مرتبهٔ دوم را برای تحلیل گزاره‌های حقیقیه به کار می‌برد. از آن‌جا که ابهری در تحلیل نخست خود کاملاً از خونجی متأثر است، می‌توان تحلیل پل تام از تحلیل نخست ابهری از گزاره‌های حقیقیه را به خونجی نیز نسبت داد. ما در بخش‌های بعدی این مقاله، با تغییراتی کوچک در صورت‌بندی پل تام، آن را به قضایای خارجیه نزد خونجی گسترش خواهیم داد.

صورت‌بندی پل تام از تحلیل نخست ابهری از قضایای حقیقیه چنین است:

A	هر ج ب است	$\forall D[(D \Rightarrow J) \supset (D \Rightarrow B)]$	$=_{df}$	J^aB
E	هیچ ج ب نیست	$\forall D[(D \Rightarrow J) \supset (D \Rightarrow \sim B)]$	$=_{df}$	J^eB
I	بعضی ج ب است	$\exists D[(D \Rightarrow J) \& (D \Rightarrow B)]$	$=_{df}$	J^iB
O	بعضی ج ب نیست	$\exists D[(D \Rightarrow J) \& (D \Rightarrow \sim B)]$	$=_{df}$	J^oB

گزاره‌های حقیقیة الطرفین(از پل تام)

این صورت‌بندی با صورت‌بندی نگارنده در چند چیز تفاوت دارد: نخست، سورهای مرتبهٔ دوم؛ دوم، بی‌نیازی از محمول‌نشانه برای وجود خارجی؛ سوم، بی‌نیازی از اصل موضوع «وجود فرضی معدومات خارجی». در تحلیل پل تام، معدومات همگی مفهوم هستند و وجود مفاهیم در جهان مفاهیم یکی از پیش‌فرض‌های منطق مرتبهٔ دوم است (به بیان فنی‌تر، سورهای مرتبهٔ دوم روی مفاهیم تغییر می‌کنند و همهٔ مفاهیم را دربر می‌گیرند)؛ از این‌رو، نیاز به ذکر جداگانهٔ این پیش‌فرض نیست؛ و چهارم، تابع‌ارزشی نبودن شرطی در موضوع و محمول گزاره‌های حقیقیه. (نگارنده در مقالهٔ

خود، «قضایای حقیقیه و خارجیه نزد خونَجی» (۱۲۷-۱۳۰)، ربطی بودن این شرطی را نیز مورد بحث قرار داده است، اما در این مقاله به تحلیل ربطی در منطق مرتبۀ اول نپرداخته‌ایم.)

چنان‌که دیده می‌شود، پل تام دو نوع ادات شرطی در این صورت‌بندی به کار برده است: ادات '$\supset$' که همان استلزام تابع ارزشی است که در منطق جدید کاربرد بسیار دارد و '$\Rightarrow$' که تام آن را به کمک یک ادات استلزام «پایه‌ای‌تر» با نماد '$\rightarrow$' و به صورت زیر تعریف می‌کند:

$$(D \Rightarrow B) =_{df} \forall x\,(Dx \rightarrow Bx)^{1}$$

تام این ادات استلزام «پایه‌ای‌تر» را شرح نمی‌دهد. این نماد را می‌توان نماد «استلزام مادی»، «استلزام اکید» لویس یا «شرطی ربطی» منطق ربط در نظر گرفت. اگر نماد '$\rightarrow$' برای استلزام مادی یا اکید باشد می‌توان نشان داد که فرمول‌های پیشنهادی تام، به ترتیب، در منطق کلاسیک و منطق وجهی K هم‌ارز فرمول‌های زیر هستند.

A	هر ج ب است	J^aB	$\dashv\vdash$	$(J \Rightarrow B)$	$=_{df}$	$\forall x\,(Jx \rightarrow Bx)$
E	هیچ ج ب نیست	J^eB	$\dashv\vdash$	$(J \Rightarrow \sim B)$	$=_{df}$	$\forall x\,(Jx \rightarrow \sim Bx)$
I	بعضی ج ب است	J^iB	$\dashv\vdash$	$\top$	$=_{df}$	$P \supset P$
O	بعضی ج ب نیست	J^oB	$\dashv\vdash$	$\top$	$=_{df}$	$P \supset P$

هم‌ارزهای گزاره‌های حقیقیه الطرفین(از پل تام) در منطق کلاسیک و منطق K [۲]

۱. تام، در مقالۀ خود، برداشت خواجه نصیر الدین طوسی از شرطی‌های موجود در طرفین قضیۀ حقیقیۀ ابهری (یعنی '$\Rightarrow$' در تحلیل تام) را چنین صورت‌بندی می‌کند:

$(D \Rightarrow B) =_{df} (\exists xDx \rightarrow \exists xBx)$

به گمان تام، برخی از ایرادهای خواجه نصیر بر ابهری به این برداشت نادرست او برمی‌گردد (110-111).

۲. اثبات دو هم‌ارزی نخست ساده است و ما دو هم‌ارزی بعدی را اثبات می‌کنیم:

1.	$\forall x\,(Jx\&Bx \rightarrow Jx)\ \&\ \forall x\,(Jx\&Bx \rightarrow Bx)$	قضیة منطق کلاسیک و منطق K
2.	$(J\&B \Rightarrow J)\ \&\ (J\&B \Rightarrow B)$	۱ تعریف $\Rightarrow$
3.	$\exists D\,[(D \Rightarrow J)\ \&\ (D \Rightarrow B)]$	۲ معرفی سور (مرتبۀ دوم)

$\leftarrow$

این هم‌ارزی‌ها نشان می‌دهند که صورت‌بندی پل تام دست کم سه ایراد دارد: نخست این‌که در صورت‌بندی تام، قاعدهٔ تناقض از میان می‌رود (چنان که دیده می‌شود، میان هم‌ارزهای A و O تناقض برقرار نیست، چنان که میان هم‌ارزهای E و I نیز تناقض برقرار نیست)؛ دوم این‌که اثیرالدین ابهری (که پل تام در صدد صورت‌بندی دیدگاه‌های او بوده است) سالبهٔ کلیه، E، را همیشه‌کاذب (و موجبهٔ جزئیه، I، را همیشه‌صادق) دانسته است، در حالی‌که در صورت‌بندی تام، E همیشه‌کاذب نیست؛ سوم این‌که ابهری از همیشه‌صادق دانستن سالبهٔ جزئیه (و همیشه‌کاذب دانستن موجبهٔ کلیه) خودداری کرده است، در حالی‌که در صورت‌بندی تام، O همیشه‌صادق است.[۱]

این سه ایراد در صورتی است که نماد '→' را استلزام مادی یا اکید بگیریم؛ اما اگر این نماد را شرطی ربطی در نظر بگیریم، هم‌ارزی‌های یاد شده برقرار نخواهد بود، بلکه خواهیم داشت:

A	هر ج ب است	J^aB	$\dashv\nvdash$	$(J \Rightarrow B)$	$=_{df}$	$\forall x\ (Jx \rightarrow Bx)$
E	هیچ ج ب نیست	J^eB	$\dashv\nvdash$	$(J \Rightarrow \sim B)$	$=_{df}$	$\forall x\ (Jx \rightarrow \sim Bx)$
I	بعضی ج ب است	J^iB	$\dashv\vdash$	$\top$	$=_{df}$	$\exists P\ (P \supset P)$
O	بعضی ج ب نیست	J^oB	$\dashv\vdash$	$\top$	$=_{df}$	$\exists P\ (P \supset P)$

هم‌ارزی‌ها و ناهم‌ارزهای گزاره‌های حقیقیة الطرفین (از پل تام) در منطق ربط[۲]

→

1.	$\forall x\ (Jx\&\sim Bx \rightarrow Jx)\ \&\ \forall x\ (Jx\&\sim Bx \rightarrow \sim Bx)$	قضیهٔ منطق کلاسیک و منطق K
2.	$(J\&\sim B \Rightarrow J)\ \&\ (J\&\sim B \Rightarrow \sim B)$	۱ تعریف $\Rightarrow$
3.	$\exists D\ [(D \Rightarrow J)\ \&\ (D \Rightarrow \sim B)]$	۲ معرفی سور (مرتبهٔ دوم)

۱. قطب‌الدین رازی، برخلاف اثیرالدین ابهری، سالبهٔ جزئیه را نیز همیشه‌صادق و موجبهٔ کلیه را همیشه‌کاذب دانسته است (رازی، قطب‌الدین، ۵۵/۲). بررسی دلیل قطب رازی و مقایسهٔ دیدگاه او با خونجی و ابهری پژوهش دیگری را می‌طلبد.

۲. به نمادهای ناهم‌ارزی در دو صورت‌برهان نخست و تعریف‌های جدید نماد T در دو صورت‌برهان بعدی توجه کنید. اثبات راست به چپ دو صورت‌برهان نخست ساده است و اثبات‌ناپذیری چپ به راست آن به این دلیل است که به کمک آن می‌توان صورت برهان اثبات‌ناپذیر زیر در منطق ربط را اثبات کرد:

$$\frac{\forall P\ (P \supset P)}{\forall P\ (P \rightarrow P)}$$

←

با این هم‌ارزی‌ها و ناهم‌ارزی‌ها می‌توان نشان داد که هر سه ایراد گذشته همچنان پابرجا هستند زیرا E همیشه‌کاذب نیست، O همیشه‌صادق است و تناقض نیز برقرار نیست.

۳. ۳. صورت‌بندی پیشنهادی برای قضایای حقیقیه

این ایرادها از این رو است که گزاره‌های سالبه در صورت‌بندی پل تام نقیض گزاره‌های موجبه نیستند و این به نوبهٔ خود به جایگاه نماد سلب در گزاره‌های سالبه برمی‌گردد. برای گذر از این ایراد، می‌توان نمادهای سلب را از دامنهٔ شرطی سمت راست بیرون آورد:

J^aB	$=_{df}$	$\forall D[(D \Rightarrow J) \supset (D \Rightarrow B)]$	هر ج ب است	A
J^eB	$=_{df}$	$\forall D[(D \Rightarrow J) \supset \sim (D \Rightarrow B)]$	هیچ ج ب نیست	E
J^iB	$=_{df}$	$\exists D[(D \Rightarrow J) \; \& \; (D \Rightarrow B)]$	بعضی ج ب است	I
J^oB	$=_{df}$	$\exists D[(D \Rightarrow J) \; \& \sim (D \Rightarrow B)]$	بعضی ج ب نیست	O

گزاره‌های حقیقیة الطرفین (پیشنهاد این مقاله)

با این صورت‌بندی، اگر نماد '→' برای استلزام مادی یا اکید باشد هم‌ارزی‌های زیر را خواهیم داشت:

→اگر ادات استلزام مادی در تحلیل پل تام را با شرطی ربطی جای‌گزین کنیم چپ به راست دو صورت‌برهان نخست اثبات خواهد شد. اما این جای‌گزینی دشواری‌های تازه‌ای پدید می‌آورد که پرداختن به آن مقالهٔ دیگری را می‌طلبد.
اثبات چپ به راست دو صورت‌برهان بعدی آسان است و ما راست به چپ یکی از آن دو را اثبات می‌کنیم:

	1.	T	قضیهٔ منطق ربط
2	2.	$T \rightarrow (Jx \& Bx)$	فرض
2	3.	$Jx \;\&\; Bx$	۱و۲، وضع مقدم
	4.	$(T \rightarrow (Jx\&Bx)) \rightarrow (Jx\&Bx)$	۲و۳، دلیل شرطی
	5.	$\forall x[(T \rightarrow (Jx\&Bx)) \rightarrow (Jx\&Bx)]$	۴، معرفی سور (مرتبهٔ اول)
	6.	$\exists D \; \forall x \; (Dx \rightarrow (Jx\&Bx))$	۵، معرفی سور (مرتبهٔ دوم)
	7.	$\exists D \; [(D \Rightarrow J) \;\&\; (D \Rightarrow B)]$	۶، معرفی صورت‌برهان

A	هر ج ب است	J^aB	$\dashv\vdash$ $(J \Rightarrow B)$	$=_{df}$ $\forall x\ (Jx \rightarrow Bx)$
E	هیچ ج ب نیست	J^eB	$\dashv\vdash$ $\bot$	$=_{df}$ $P \ \& \sim P$
I	بعضی ج ب است	J^iB	$\dashv\vdash$ $\top$	$=_{df}$ $P \supset P$
O	بعضی ج ب نیست	J^oB	$\dashv\vdash$ $\sim (J \Rightarrow B)$	$=_{df}$ $\exists x\ (Jx \ \& \sim Bx)$

هم‌ارزهای گزاره‌های حقیقیه الطرفین(پیشنهادی) در منطق کلاسیک و منطق K

(در این‌جا، به هم‌ارزی‌ها و ناهم‌ارزی‌ها در منطق ربط نمی‌پردازیم).

چنان‌که دیده می‌شود، این هم‌ارزی‌ها با نظر ابهری سازگار است: موجبهٔ جزئیه همیشه‌صادق است و سالبهٔ کلیه نیز همیشه‌کاذب؛ در حالی که موجبهٔ کلیه و سالبهٔ جزئیه هیچ کدام همیشه‌صادق یا همیشه کاذب نیستند.

با پذیرش این صورت‌بندی، سالبهٔ محصله، موجبهٔ معدوله، موجبهٔ معدولة الموضوع، موجبهٔ سالبة الموضوع و سالبهٔ سالبة المحمول چنین صورت‌بندی می‌شوند:

سالبهٔ محصله:	هیچ ج ب نیست	$\forall D\ [(D \Rightarrow J) \supset \sim (D \Rightarrow B)]$
موجبهٔ معدوله:	هر ج غیر ب است	$\forall D\ [(D \Rightarrow J) \supset (D \Rightarrow \sim B)]$
موجبهٔ معدولة الموضوع:	هر غیر ج ب است	$\forall D\ [(D \Rightarrow \sim J) \supset (D \Rightarrow B)]$
موجبهٔ سالبة الموضوع:	هر چه ج نیست ب است	$\forall D\ [\sim (D \Rightarrow J) \supset (D \Rightarrow B)]$
سالبهٔ سالبة المحمول:	هیچ ج آنچه ب نیست نیست	$\forall D\ [(D \Rightarrow J) \supset \sim\sim (D \Rightarrow B)]$

از این‌جا، معلوم می‌شود که پل تام سالبهٔ محصله را به صورت موجبهٔ معدوله صورت‌بندی کرده و ایرادهای یادشده از همین جا سر بر آورده بود.

آشکار است که قرار دادن موضوع یا محمول معدول (یعنی $\sim B$ یا $\sim J$) به جای B یا J در هم‌ارزی‌های اخیر تأثیری ندارد. از این رو، هر چهار موجبهٔ جزئیهٔ حقیقیة الطرفین همیشه‌صادق نزد خونجی در این صورت‌بندی قضیه و همیشه‌صادق هستند.

	۴	محصلة الطرفین	حقیقیهٔ مطلقه	$\exists D\ [(D \Rightarrow J) \ \& \ (D \Rightarrow B)]$
موجبهٔ جزئیه	۸	معدولة الموضوع	حقیقیهٔ مطلقه	$\exists D\ [(D \Rightarrow \sim J) \ \& \ (D \Rightarrow B)]$
	۱۶	معدولة المحمول	حقیقیهٔ مطلقه	$\exists D\ [(D \Rightarrow J) \ \& \ (D \Rightarrow \sim B)]$
	۲۴	معدولة الطرفین	حقیقیهٔ مطلقه	$\exists D\ [(D \Rightarrow \sim J) \ \& \ (D \Rightarrow \sim B)]$

همچنین، دو سالبهٔ جزئیهٔ حقیقیة الطرفین همیشه‌صادق نزد خونجی که هم‌ارز گزاره‌های ۴ و ۸ هستند:

۱۹	سالبة المحمول	حقیقیة الموضوع	$\exists D\ [(D \Rightarrow J)\ \&\ {\sim}{\sim}(D \Rightarrow B)]$
۳۱	معدولة الموضوع و سالبة المحمول	حقیقیة الموضوع	$\exists D\ [(D \Rightarrow {\sim}J)\ \&\ {\sim}{\sim}(D \Rightarrow B)]$

می‌توان نشان داد که دیگر گزاره‌های موجبهٔ جزئیهٔ حقیقیة الطرفین و دیگر گزاره‌های سالبهٔ جزئیهٔ حقیقیة الطرفین هیچ کدام همیشه‌صادق نیستند و این دقیقاً مطابق گفته‌های خونجی است.

۳. ۴. صورت‌بندی‌های پیشنهادی برای قضایای خارجیه

صورت‌بندی گزاره‌های حقیقیه را، چنان‌که دیدیم، با تغییری کوچک در صورت‌بندی تام به دست آوردیم؛ برای صورت‌بندی گزاره‌های خارجیه، سه راه پیش رو داریم.

۳. ۴. ۱. پیشنهاد نخست: برگشت به زبان مرتبهٔ اول

راه نخست این است که این گزاره‌ها را به روش منطق جدید و به زبان مرتبهٔ اول صورت‌بندی کنیم:

A	هر ج ب است	$\forall x\ (Jx \rightarrow Bx)$	$=_{df}$	$J^{a}B$
E	هیچ ج ب نیست	$\forall x\ (Jx \rightarrow {\sim}Bx)$	$=_{df}$	$J^{e}B$
I	بعضی ج ب است	$\exists x\ (Jx\ \&\ Bx)$	$=_{df}$	$J^{i}B$
O	بعضی ج ب نیست	$\exists x\ (Jx\ \&\ {\sim}Bx)$	$=_{df}$	$J^{o}B$

گزاره‌های خارجیه (پیشنهاد نخست)

این صورت‌بندی، حتی اگر برای گزاره‌های خارجیهٔ ابهری مناسب باشد، برای گزاره‌های خارجیهٔ خونجی مناسب نیست زیرا خونجی گزاره‌هایی دارد که خارجیه الموضوع و حقیقیة المحمول هستند (و بر عکس) و با این صورت‌بندی، آشکار نیست که این گزاره‌های ترکیبی را چگونه باید فرمول‌بندی کرد. بنابراین، از این پیشنهاد درمی‌گذریم و به روش پل تام و زبان مرتبهٔ دوم بازمی‌گردیم.

۳. ۴. ۲. پیشنهاد دوم: تضعیف ادات شرط در زبان مرتبهٔ دوم

برای صورت‌بندی گزاره‌های خارجیة الطرفین، خارجیة الموضوع و خارجیة المحمول در زبان مرتبهٔ دوم، نیز، دو راه پیش‌رو داریم. راه نخست این است که ادات '→' در تحلیل پل تام را با اداتی ضعیف‌تر مانند شرطی تابع‌ارزشی '⊃' جای‌گزین کنیم. در این صورت، ادات '⊆' را که میان دو محمول‌نشانه به کار می‌بریم به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$(D \subseteq B) =_{df} \forall x(Dx \supset Bx)$$

با این تعریف، گزاره‌های خارجیة الطرفین به صورت زیر تحلیل می‌شوند:

J^aB	$=_{df}$	$\forall D\ [(D \subseteq J) \supset (D \subseteq B)]$	هر ج ب است	A
J^eB	$=_{df}$	$\forall D\ [(D \subseteq J) \supset \sim (D \subseteq B)]$	هیچ ج ب نیست	E
J^iB	$=_{df}$	$\exists D\ [(D \subseteq J)\ \&\ (D \subseteq B)]$	بعضی ج ب است	I
J^oB	$=_{df}$	$\exists D\ [(D \subseteq J)\ \&\ \sim (D \subseteq B)]$	بعضی ج ب نیست	O

گزاره‌های خارجیه (پیشنهاد دوم)

در گزاره‌های خارجیة الموضوع، جایگزینی تنها در ناحیهٔ موضوع انجام می‌شود و در گزاره‌های حقیقیة الموضوع، تنها در ناحیهٔ محمول.

۳. ۴. ۳. پیشنهاد سوم: تبدیل ادات شرط به ادات عطف در زبان مرتبهٔ دوم

پیشنهاد سوم این است که ترکیب عطفی را جایگزین ادات '→' کنیم. در این صورت، ادات '*' را که میان دو محمول‌نشانه به کار می‌بریم به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$(D * B) =_{df} \exists x(Dx\ \&\ Bx)$$

با این تعریف، گزاره‌های خارجیة الطرفین به صورت زیر تحلیل می‌شوند.

J^aB	$=_{df}$	$\forall D\ [(D * J) \supset (D * B)]$	هر ج ب است	A
J^eB	$=_{df}$	$\forall D\ [(D * J) \supset \sim (D * B)]$	هیچ ج ب نیست	E
J^iB	$=_{df}$	$\exists D\ [(D * J)\ \&\ (D * B)]$	بعضی ج ب است	I
J^oB	$=_{df}$	$\exists D\ [(D * J)\ \&\ \sim (D * B)]$	بعضی ج ب نیست	O

گزاره‌های خارجیه (پیشنهاد سوم)

دو پیشنهاد اخیر در مقالهٔ پل تام نیست و ما آن را از مقالهٔ او الهام گرفته‌ایم.[۱]

۳. ۴. ۴. ارزیابی پیشنهادهای دوم و سوم

می‌توان نشان داد که هم‌ارزی‌های زیر برای صورت‌بندی‌های دوم و سوم از قضایای خارجیه برقرار است:

A	هر ج ب است	J^aB	$\dashv\vdash$	$(J \subseteq B)$	$=_{df}$	$\forall x\ (Jx \supset Bx)$
E	هیچ ج ب نیست	J^eB	$\dashv\vdash$	$\perp$	$=_{df}$	$P\ \&\ {\sim} P$
I	بعضی ج ب است	J^iB	$\dashv\vdash$	$\top$	$=_{df}$	$P \supset P$
O	بعضی ج ب نیست	J^oB	$\dashv\vdash$	$(J * {\sim}B)$	$=_{df}$	$\exists x\ (Jx\ \&\ {\sim}Bx)$

هم‌ارزهای گزاره‌های خارجیه الطرفین(پیشنهاد دوم) در منطق کلاسیک و منطق K[۲]

---

۱. این دو تحلیل یادآور گزاره‌های prosleptic ارسطویی است: «اگر ب به همهٔ یک حد گفته شود آنگاه الف نیز به همهٔ آن حد گفته می‌شود» (49b30). «آنچه الف به هیچ بخشی از آن تعلق نمی‌گیرد ب به همهٔ آن تعلق می‌گیرد» (58a91). «آنچه الف به برخی از آن تعلق نمی‌گیرد ب به برخی از آن تعلق می‌گیرد» (58b10). صورت این دو گزاره چنین است:

هر آنچه همهٔ افرادش ب است همهٔ افرادش الف است $\forall D\ [(D \subseteq B) \supset (D \subseteq A)]$

هر آنچه هیچ فردش الف نیست همهٔ افرادش ب است $\forall D\ [(D \subseteq {\sim}A) \supset (D \subseteq B)]$

هر آنچه برخی افرادش الف نیست برخی از افرادش ب است $\forall D\ [(D * {\sim}A) \supset (D * B)]$

برای بررسی دقیق‌تر این گزاره‌ها به مقاله‌های چشلاو لیفسکی (Lejewski)، ویلیام نیل و مارتا نیل (Kneale and Kneale) مراجعه کنید.

۲. برهان هم‌ارزی‌ها میان موجبه‌های کلیه در منطق مرتبه دوم کلاسیک:

1	1.	$\forall D\ [(D \subseteq J) \supset (D \subseteq B)]$	فرض
1	2.	$(J \subseteq J) \supset (J \subseteq B)$	۱ حذف سور
1	3.	$J \subseteq J$	معرفی قضیه
1	4.	$J \subseteq B$	۲ و ۳ وضع مقدم

1	1.	$J \subseteq B$	فرض
2	2.	$D \subseteq J$	فرض
1,2	3.	$D \subseteq B$	۱ و ۲ معرفی صورت‌برهان
1	4.	$(D \subseteq J) \supset (D \subseteq B)$	۲ و ۳ دلیل شرطی
1	5.	$\forall D\ [(D \subseteq J) \supset (D \subseteq B)]$	۴ معرفی سور

A	هر ج ب است	J^aB	$\dashv\vdash$	$(J \subseteq B)$	$=_{df}$	$\forall x\ (Jx \supset Bx)$
E	هیچ ج ب نیست	J^eB	$\dashv\vdash$			$\exists xJx \supset \forall x{\sim}Bx$
I	بعضی ج ب است	J^iB	$\dashv\vdash$			$\exists xJx\ \&\ \exists xBx$
O	بعضی ج ب نیست	J^oB	$\dashv\vdash$	$(J * {\sim}B)$	$=_{df}$	$\exists x\ (Jx\ \&\ {\sim}Bx)$

همارزهای گزاره‌های خارجیه الطرفین(پیشنهاد سوم) در منطق کلاسیک و منطق K[1]

←اثبات همیشه‌صادق بودن موجبهٔ جزئیه در پیشنهاد دوم مانند اثبات‌های پیشین برای صدق همیشگی است. اثبات هم‌ارزی‌های مربوط به سالبهٔ کلیه و جزئیه از تناقض میان آن‌ها و موجبه‌ها به آسانی به دست می‌آید.

۱. برهان هم‌ارزی‌ها در پیشنهاد سوم:

1	1.	$\forall D\ [(D * J) \supset (D * B)]$	فرض
1	2.	$({\sim}B * J) \supset ({\sim}B * B)$	۱ حذف سور
	3.	${\sim}({\sim}B * B)$	معرفی قضیه
1	4.	${\sim}({\sim}B * J)$	۲ و ۳ رفع تالی
1	5.	${\sim}(J * {\sim}B)$	۴ جابجایی *
1	6.	$J \subseteq B$	۵ معرفی صورت‌برهان

1	1.	$J \subseteq B$	فرض
2	2.	$D * J$	فرض
1,2	3.	$D * B$	۱ و ۲ معرفی صورت‌برهان
1	4.	$(D * J) \supset (D * B)$	۲ و ۳ دلیل شرطی
1	5.	$\forall D\ [(D * J) \supset (D * B)]$	۴ معرفی سور

و اما اثبات هم‌ارزی موجبهٔ جزئیه:

1	1.	$\exists D\ [(D * J)\ \&\ (D * B)]$	فرض
2	2.	$(D * J)\ \&\ (D * B)$	فرض
2	3.	$\exists x\ (Dx\ \&\ Jx)\ \&\ \exists x\ (Dx\ \&\ Bx)$	۲ تعریف
2	4.	$\exists xJx\ \&\ \exists xBx$	۳ معرفی صورت‌برهان
1	5.	$\exists xJx\ \&\ \exists xBx$	۱، ۲، ۴ حذف سور

1	1.	$\exists xJx\ \&\ \exists xBx$	فرض
1	2.	$\exists x\ [(Jx \vee Bx)\ \&\ Jx]\ \&\ \exists x\ [(Jx \vee Bx)\ \&\ Bx]$	۱ معرفی صورت‌برهان
1	3.	$\exists D\ [\exists x\ (Dx\ \&\ Jx)\ \&\ \exists x\ (Dx\ \&\ Bx)]$	۳ معرفی سور
1	4.	$\exists D\ [(D * J)\ \&\ (D * B)]$	۴ تعریف

چنان‌که دیده می‌شود، موجبهٔ کلیه در هر دو پیشنهاد هم‌ارز $(J \subseteq B)$ و $\forall x(Jx \supset Bx)$ است و این نقطهٔ قوت هر دو پیشنهاد است؛ اما موجبهٔ جزئیه در هیچ یک از این دو پیشنهاد هم‌ارز $(J * B)$ و $\exists x(Jx \,\&\, Bx)$ نیست و این نقطهٔ ضعف هر دو پیشنهاد است. موجبهٔ جزئیه در پیشنهاد دوم همیشه‌صادق و در پیشنهاد سوم هم‌ارز ترکیب عطفی $\exists xJx \,\&\, \exists xBx$ است و این نیز نقطهٔ ضعف هر دو پیشنهاد است.

همیشه صادق بودن نقطهٔ ضعف است زیرا موجبهٔ جزئیهٔ محصلة الطرفین، از دیدگاه خونجی، تنها در صورتی همیشه‌صادق است که حقیقیة الطرفین باشد؛ بنابراین، پیشنهاد دوم که موجبهٔ جزئیهٔ محصلة الطرفین را در صورت خارجیة الطرفین بودن همیشه‌صادق می‌داند با اندیشه‌های خونجی ناسازگار است.

ایراد پیشنهاد سوم که موجبهٔ جزئیه را با ترکیب عطفی $\exists xJx \,\&\, \exists xBx$ هم‌ارز می‌کند این است که بنا به این پیشنهاد، گزارهٔ کاذب «برخی انسان‌ها سنگ هستند» هم‌ارز این گزارهٔ صادق می‌شود: «برخی چیزها انسان و برخی چیزها سنگ هستند». بنابراین، هیچ یک از این دو پیشنهاد نمی‌تواند گزاره‌های خارجیة الطرفین نزد خونجی را دقیقاً صورت‌بندی کند.

پیشنهاد سوم، در کنار این نقطهٔ ضعف، نقطهٔ قوتی دارد و آن این‌که گزاره‌های همیشه‌صادق در آن همان گزاره‌های همیشه صادق نزد خونجی است. این گزاره‌ها در غیر حقیقیة الطرفین این‌ها هستند:

۱۰	**سالبة الموضوع**	خارجیة الموضوع	$\exists D\, [\sim (D * J) \,\&\, (D \Rightarrow B)]$
۱۹	**سالبة المحمول**	حقیقیة الموضوع	$\exists D\, [(D \Rightarrow J) \,\&\, \sim (D * B)]$
۲۵	**سالبة الطرفین**	خارجیة الطرفین	$\exists D\, [\sim (D * J) \,\&\, \sim (D * B)]$
۳۱	**معدولة الموضوع و سالبة المحمول**	حقیقیة الموضوع	$\exists D\, [(D \Rightarrow \sim J) \,\&\, \sim (D * B)]$
۳۴	**سالبة الموضوع و معدولة المحمول**	خارجیة الموضوع	$\exists D\, [\sim (D * J) \,\&\, (D \Rightarrow \sim B)]$

این گزاره‌ها معادل گزاره‌های زیر هستند:

$\exists D\ [\ (D \subseteq \sim J)\ \&\ (D \Rightarrow B)]$ ۱-۱۰

$\exists D\ [\ (D \Rightarrow J)\ \&\ (D \subseteq \sim B)]$ ۱-۱۹

$\exists D\ [\ (D \subseteq \sim J)\ \&\ (D \subseteq \sim B)]$ ۱-۲۵

$\exists D\ [\ (D \Rightarrow \sim J)\ \&\ (D \subseteq \sim B)]$ ۱-۳۱

$\exists D\ [\ (D \subseteq \sim J)\ \&\ (D \Rightarrow \sim B)]$ ۱-۳۴

این هم‌ارزی‌ها نشان می‌دهد که در پیشنهاد سوم، سالبهٔ خارجیه معادل است با معدولهٔ حقیقیه.[۱]

همهٔ این گزاره‌ها را به آسانی می‌توان در منطق مرتبهٔ دوم اثبات کرد و همیشه‌صادق بودن آن‌ها را نشان داد. به جز این پنج گزاره، هیچ گزارهٔ غیر حقیقیة الطرفین دیگری در منطق مرتبهٔ دوم اثبات‌پذیر نیست و این نشان می‌دهد که پیشنهاد سوم، از این جهت، با یافته‌های خونجی مطابقت دارد؛ گرچه معنای گزاره‌های جزئیه را کاملاً تغییر می‌دهد.

۴. نتیجه

با بررسی گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی در منطق مرتبهٔ اول و دوم دیدیم که هر یک از این دو منطق کاستی‌های و برتری‌هایی در تحلیل و صورت‌بندی این گزاره‌ها دارند. منطق مرتبهٔ اول، گرچه به خوبی همهٔ گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی را با اصل موضوع «وجود فرضی معدومات» اثبات می‌کند، همین نیازمندی به یک اصل موضوع بیرون از منطق می‌تواند کاستی آن به شمار بیاید. منطق مرتبهٔ دوم، اما، نیازی به چنین اصل موضوعی ندارد و با توانمندی‌های خود می‌تواند گزاره‌های همیشه‌صادق خونجی را در گزاره‌های حقیقیة الطرفین بدون هر پیش‌فرض بیرونی اثبات کند. این برتری چشم‌گیر

---

۱. این هم‌ارزی‌ها به دلیل هم‌ارزی $(D * J) \sim$ با $(D \subseteq \sim J)$ و هم‌ارزی $(D * B) \sim$ با $(D \subseteq \sim B)$ است. این دو هم‌ارزی نیز به دلیل هم‌ارزی $(P \& Q) \sim$ با $(P \supset \sim Q)$ در منطق گزاره‌ها است. اثبات این هم‌ارزی نیز، چنان که پیشتر گفتیم، به کمک قاعدهٔ دمورگان و تعریف استلزام مادی است.

منطق مرتبهٔ دوم است که می‌تواند نشان دهد خونجی هیچ پیش‌فرض غیرمنطقی برای همیشه‌صادق دانستن گزاره‌هایش به کار نبرده است.

البته، مخالفان منطق مرتبهٔ دوم می‌توانند بگویند که این منطق اصول موضوعه و/یا قواعدی افزون بر منطق مرتبهٔ اول دارد و این پاشنهٔ آشیل این منطق و هر تحلیلی است که بر پایهٔ آن استوار باشد. با این دیدگاه، خونجی، در همیشه‌صادق دانستن گزاره‌هایش، اصول موضوعه و/یا قواعد منطق مرتبهٔ دوم را پیش‌فرض گرفته است و این تفاوت چندانی با پیش‌فرض «وجود فرضی معدومات» ندارد. اتفاقاً، وجود فرضی معدومات (در منطق مرتبهٔ اول) با وجود مفاهیم (در منطق مرتبهٔ دوم) دو روی یک سکه‌اند و هر دو به یک اندازه پذیرفتنی یا ناپذیرفتنی هستند.

جدای از ایرادی که مخالفان منطق مرتبهٔ دوم می‌توانند بگیرند، ایراد دیگری در تحلیل گزاره‌های همیشه‌صادق در منطق مرتبهٔ دوم هست و آن این‌که این تحلیل تنها از پس گزاره‌های حقیقیة الطرفین برمی‌آید و در تحلیل گزاره‌های خارجیة الطرفین، خارجیة الموضوع و خارجیة المحمول ناتوان است. دیدیم که در تحلیل موجبه‌های جزئیهٔ خارجیة الطرفین، دو پیشنهاد وجود دارد که گزاره‌های همیشه‌صادق در یک پیشنهاد با گزاره‌های همیشه‌صادق نزد خونجی این‌همان نیست و دیگری موجبهٔ جزئیه را چنان تفسیر می‌کند که گزاره‌های کاذب را صادق می‌سازد.

ایراد مشترک دیگری که به هر دو تحلیل در منطق مرتبهٔ اول و مرتبهٔ دوم وارد است این است که خونجی میان گزاره‌های حقیقیه و خارجیهٔ خود روابطی را برقرار ساخته است که در بیشتر موارد با این دو تحلیل اثبات‌ناپذیرند. بررسی این مسئله فرصت دیگری می‌طلبد و ما در این‌جا به گفتن این نکته بسنده می‌کنیم که این مقاله نشان داده است که تا یافتن تحلیلی مناسب از گزاره‌های خونجی در منطق جدید راه درازی در پیش است.

فهرست منابع

۱. ابهری، اثیرالدین، *تنزیل الافکار*، در *منطق و مباحث الفاظ*، گردآوری مهدی محقق، تهران، دانشگاه تهران، صص۱۳۷-۲۴۸، ۱۳۷۰.
۲. ارسطو، *ارگانون*، میرشمس الدین ادیب سلطانی، تهران، موسسه انتشارات نگاه، ۱۳۷۸.

۳. ارموی، سراج الدین، *بیان الحق و لسان الصدق*، تصحیح و تحقیق غلامرضا ذکیانی، پایان نامهٔ کارشناسی ارشد به راهنمایی احمد بهشتی، تهران، دانشگاه تهران، ۱۳۷۳.

۴. خونَجی، افضل الدین، *کشف الاسرار عن غوامض الافکار*، مقدمه و تحقیق خالد الرویهب، تهران، مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفهٔ ایران و مؤسسه مطالعات اسلامی دانشگاه آزاد برلین – آلمان، ۱۳۸۹.

۵. رازی، قطب‌الدین، *شرح المطالع*، به کوشش اسامة الساعدی، قم، منشورات ذوی القربی، ۱۳۹۱.

۶. فلاحی، اسداله، «قضایای حقیقیه و خارجیه نزد خونَجی»، *فلسفه* سال ۳۸ ش ۲، گروه فلسفه دانشکده ادبیات دانشگاه تهران، پاییز و زمستان، صص ۱۰۵-۱۳۶، ۱۳۸۹.

۷. ــــــــــ ، «افراد ممتنع الوجود و منطق مفاهیم»، *فلسفه* سال ۳۹ ش ۲، گروه فلسفه دانشکده ادبیات دانشگاه تهران، پاییز و زمستان، صص ۱۵۱-۱۷۲، ۱۳۹۰.

۸. ــــــــــ ، «افراد مفهومی نزد خونجی»، *در دست ارزیابی*، ۱۳۹۱.

۹. ــــــــــ ، «گزاره‌های همیشه‌صادق نزد خونجی»، *در دست ارزیابی*، ۱۳۹۱.

۱۰. قاعدی فرد، ابوذر، *گزاره‌های همیشه‌صادق نزد خونجی*، پایان نامهٔ کارشناسی به راهنمایی اسداله فلاحی، زنجان، دانشگاه زنجان، ۱۳۹۰.

۱۱. ــــــــــ ، «منطق موجهات خونجی و گزاره‌های همیشه‌صادق نزد او»، *معارف عقلی* شماره ۲۱، صص ۱۴۵-۱۶۰، ۱۳۹۰.

12. Lejewski, Czesław, ‘On prosleptic syllogisms’, *Notre Dame J. Formal Logic* 2: 158–176, 1961.

13. ------------ , ‘On prosleptic premisses’, *Notre Dame J. Formal Logic* 17: 1–18, 1976.

14. Kneale, William and Martha Kneale, *The Development of Logic,* Clarendon Press, Oxford, 1962.

15. ------------, "Prosleptic propositions and arguments", *Islamic philosophy and the Classical tradition, Essays presented by his friends and pupils to Richard Walzer on his seventieth birthday.,* edited by S. M. Stern, Albert Hourani &Vivian Brown, London, Bruno Cassirer, 189-207, 1972.

16. Thom, Paul, “Abharī on the Logic of Conjunctive Terms”, *Arabic Sciences and Philosophy*, 20 , pp 105-117, 2010.