فصلنامه بورس اوراق بهادار شمارهٔ 21 بهار 92 سال ششم ــ تاریخ دریافت: 91/10/21 ــ تاریخ پذیرش: 92/02/01 ــ ص 136- 115

# محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین

شیوا زمانی[1] / سعید اسلامی بیدگلی[2] / معین کاظمی[3]

## چکیده

بررسی احتمال رخ دادن پیشامدهای نادر (پیشامدهایی که با احتمال بسیار کم رخ می‌دهند) از موضوعات مهم در مدیریت ریسک سبدهای مالی است. نظریه ارزش فرین مبانی ریاضی مدل‌سازی این پیشامدها و محاسبه معیارهای ریسک مربوط به آنها مانند ارزش در معرض ریسک را فراهم کرده است. هدف این مقاله استفاده از نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران است. همچنین این روش محاسبه ارزش در معرض ریسک با روش‌های واریانس ـ کوواریانس (با فرض نرمال بودن توزیع بازده) و شبیه‌سازی تاریخی مقایسه شده است. نتایج نشان دهنده این موضوع است که برای دم سمت راست توزیع بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران که نسبت به دم سمت چپ پهن‌تر است، روش نظریه ارزش فرین در تمام سطوح اطمینان کاراترین روش محاسبه ارزش در معرض ریسک است، در حالی که برای دم سمت چپ نه در تمام سطوح اطمینان، بلکه در بالاترین آنها روش نظریه ارزش فرین بیشترین کارایی را دارد.

**واژگان کلیدی**: ارزش در معرض ریسک، نظریه ارزش فرین، روش مقادیر فراتر از آستانه، روش ماکسیمم بلوک‌ها، شاخص بورس اوراق بهادار تهران.

**طبقه‌بندی موضوعی**: G32،C58،C02،G01.

1. دانشیار، دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده مدیریت و اقتصاد zamani@sharif.edu

2. دکتری مدیریت مالی و تحلیل‌گر رسمی بین‌المللی سرمایه‌گذاری (CIIA) saeed@eslamibidgoli.ir

3. معین کاظمی دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه علوم اقتصادی تهران moeinkazemi@gmail.com

## 1- مقدمه

ورشکستگی‌های تاریخی، سقوط بازارهای مالی، و بحران‌های مالی به دنبال رویدادهایی رخ داده است که معمولاً مشاهده نمی‌شده‌اند؛ یعنی آن قدر تکرار نشده بودند که در توزیع تجربی تغییرات قیمت‌ها، بازده‌ها، یا ارزش سبدهای مالی نقشی را ایفا کنند، در میانگین آنها تأثیری داشته باشند و یا احیاناً انحراف معیار آنها را تغییر دهند. دقیقاً به همین دلیل مطالعه توزیع این متغیرها کمکی به کاهش ضرر ناشی از این رویدادهای غیرمعمول نکرده است. در واقع رخداد این رویدادها که دیگر آنچنان هم نادر نیست، نشان داده است که برای مطالعهٔ آماری دنیای مالی، تمرکز بر توزیع‌های متقارن با گشتاورهای متناهی مانند توزیع‌های نرمال و تی استیودنت کافی نیست. بحران‌های مالی نشان داده است که آنچه قابل چشم پوشی نیست، دم‌های توزیع است. نظریه ارزش فرین[1] نظریه‌ای است که بر دم‌های توزیع تمرکز دارد و توزیع مقادیر بسیار بزرگ (یا بسیار کوچک) را توصیف می‌کند. این نظریه که مدت‌ها در علوم جدید استفاده می‌شد، در سال‌های اخیر مورد توجه محققین مالی نیز قرار گرفته است.

از معیارهای بسیار مهم در مدیریت ریسک محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک[2] سبدهای مالی است، برای محاسبه این معیار بایستی بر دم توزیع تغییرات ارزش سبد تمرکز کرد. در روش سنتی محاسبه این معیار فرض می‌شود که تغییرات ارزش سبد از توزیع نرمال پیروی می‌کند در حالی که در تحقیقات بسیاری فرضیه نرمال بودن بازده دارایی‌های مالی رد شده است.

به عنوان مثال مندلبروت (Mandelbrot, 1963) و فاما (Fama, 1965) اولین افرادی بودند که به این نتیجه رسیدند؛ "توزیع بازده سهام نسبت به توزیع نرمال دارای دم پهن‌تری[3] است". هاروی (Harvey, 1995) ، کلیزنز داسگوپتا و همکاران (Claessens Dasgupta, et al., 1995) نشان داده‌اند که بازده سهام در بازارهای نوظهور[4] از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند و به این نتیجه رسیده‌اند که بازده‌های فرین[5] باعث ایجاد دم‌های پهن برای توزیع تجربی بازده سهام در این بازارها شده است. لانگین

1. Extreme value theory
2. Value at Risk
3. Heavy tail
4. Emerging Market
5. Extreme

(Longin, 2000) با بررسی بازده روزانه سهام بورس نیویورک[1] به این نتیجه رسید که بازده روزانه این بازار از توزیع فرشه[2] که از توزیع خانواده توزیع‌های ارزش فرین تعمیم یافته[3و4] و با دمی پهن است پیروی می‌کند. لوکس (Lux, 2001) رفتاری مشابه را برای سهام بورس کشور آلمان مشاهده کرد. گتین بای و همکاران (Gettinby, et al., 2004) نیز با بررسی بازده روزانه سهام انگلستان در بازه زمانی 1975 تا 2000 به این نتیجه رسیدند که این بازده دارای توزیعی با دم پهن است.

یکی از ابزارهای جدید محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده از نظریه ارزش فرین برای مدلسازی ریاضی و آماری داده‌های فرین[5] (داده‌های بسیار بزرگ یا بسیار کوچک) است. این نظریه صرف نظر از اینکه بازده دارایی‌های مالی از چه توزیع احتمالی پیروی می‌کند، ارزش در معرض ریسک یک سبد مالی را محاسبه می‌کند.

هدف این پژوهش بررسی رفتار دم تابع توزیع بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی[6] بورس اوراق بهادار تهران[7] و مقایسه نتایج حاصل از روش نظریه ارزش فرین با سایر روش‌های متداول محاسبه محاسبه ارزش در معرض ریسک برای این شاخص است. برای بررسی عملکرد روش نظریه ارزش فرین با دو روش شبیه سازی تاریخی[8] و واریانس - کوواریانس[9] (بافرض نرمال بودن توزیع) از نسبت

1. NYSE
2. Frechet Diatribution

3. یک توزیع آماری با تابع توزیع تجمعی زیر است:

$$H_\xi(x) = \begin{cases} e^{-(1+\xi x)^{-1/\xi}}, & \xi \neq 0 \\ e^{-e^{-x}}, & \xi = 0 \end{cases}$$ به طوری که $(1+\xi x) > 0$.

4. Generalized Extreme Value Distribution(GEV)
5. Extreme values

6 . منظور از بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی، بازده لگاریتمی شاخص قیمت و بازده نقدی بورس اوراق بهادار تهران است، که برای پرهیز از تکرار کلمه بازده به این صورت در مقاله آورده شده است.

7 . این شاخص در سایت شرکت بورس اوراق بهادار تهران (www.irbourse.com)، شاخص قیمت و بازده نقدی نام دارد که در اینجا برای پرهیز از تکرار واژه بازده به این صورت نوشته شده است.

8. Historical Simulation
9. Variance Covariance

تخطی[1] استفاده شده است. در سطح اطمینان داده شده روشی کاراتر است که نسبت تخطی آن به نسبت تخطی مورد انتظار نزدیک‌تر باشد.

## 2- پیشینه تحقیق

از دهه 1990 میلادی تا به امروز محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین در مدیریت ریسک بسیار پرکاربرد بوده است؛ برای مثال از این ابزار در مدیریت ریسک نرخ ارز، ریسک عملیاتی بانک‌ها و ریسک تغییرات قیمت نفت استفاده شده است. هدف این پژوهش محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین و مقایسه آن با روش شبیه‌سازی تاریخی و واریانس ـ کوواریانس است و در این بخش پیشینه تحقیق در این حوزهٔ مشخص مطرح گردیده است.

یکی از پر ارجاع‌ترین مقالاتی که رفتار دم بازده شاخص بورس در آن محاسبه شده است مقاله گیلی و همکاران (Gilli, et al., 2006) می‌باشد. در این مقاله ابتدا بازده روزانه لگاریتمی شاخص‌های ES50[2]، ES50[2]، FTSE100، HS[3]، Nikkei، SMI[4] و S&P500 محاسبه شده و سپس با استفاده از روش ماکسیمم بلوک‌ها و برآورد توزیع ارزش فرین تعمیم یافته، شاخص سطح بازگشت[5 و 6] که یکی از شاخص‌های مدیریت ریسک می‌باشد به دست آمده است. در این مقاله بلوک‌ها سالانه در نظر گرفته شده، و ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار از روش مقادیر فراتر از آستانه محاسبه شده‌اند و حد آستانه با استفاده از نمودار فزونی میانگین نمونه‌ای[7] تعیین شده است. در پژوهش فوق، بازه زمانی شاخص‌های انتخاب شده با یکدیگر متفاوت هستند. به عنوان مثال شاخص S&P500 از 1960 تا 2004 و شاخص FTSE100 از 1984 تا 2004 بررسی شده است. در هر دو روش ماکسیمم بلوک‌ها و

1. Violation Ratio
1. Dow Jones Euro Stoxx 50
2. Hang Seng
3. Swiss Market Index
4. اگر H توزیع ماکسیمم‌های یک متغیر تصادفی در دوره‌های زمانی مجزا باشد، سطح بازگشت مقداری است که انتظار می‌رود که ماکسیمم‌ها در هر k دوره زمانی به طول n ، یک بار از آن بیشتر شوند.
6. Return Level
7. Sample mean excess plot

مقادیر فراتر از آستانه برای برآورد پارامتر توزیع‌های ارزش فرین و پارتوی تعمیم یافته[1] از روش درستنمایی ماکسیمم[2] استفاده شده است و محاسبات در نرم افزار متلب[3] 7 انجام شده است. مقاله ادعا می‌کند که روش مقادیر فراتر از آستانه برای مدل‌سازی داده‌های فرین و شاخص‌های ریسک و معیارهای مربوط به دم توزیع، بهتر از روش ماکسیمم بلوک‌ها عمل می‌کند.

مقاله دیگری که در مورد ارزش در معرض ریسک شاخص‌های بورس اوراق بهادار با استفاده از نظریه ارزش فرین به نگارش درآمده، مقالهٔ گنچی و همکاران (Gency, et al., 2004) است. ایشان در این مقاله ارزش در معرض ریسک را با استفاده از نظریه ارزش فرین برای شاخص‌های بورس نه کشور آرژانتین، برزیل، هنگ کنگ، اندونزی، کره جنوبی، مکزیک، فیلیپین، سنگاپور، تایوان و ترکیه که از جمله بازارهای نوظهور هستند محاسبه کرده‌اند. آنها ارزش در معرض ریسک محاسبه شده با روش مقادیر فراتر از آستانه را با سه روش شبیه سازی تاریخی، واریانس ـ کوواریانس (با فرض نرمال بودن بازده شاخص‌ها) و واریانس ـ کوواریانس (با فرض اینکه بازده شاخص‌ها دارای توزیع تی استیودنت باشند) مقایسه کرده‌اند. در این مقاله محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین با روش مقادیر فراتر از آستانه صورت گرفته و محاسبات به دو طریق سازگار و ناسازگار[4] انجام شده است. تفاوت این دو روش محاسبه در مجموعهٔ داده‌هایی است که برای برآورد ارزش در معرض ریسک از آنها استفاده شده است؛ در بخش به کارگیری روش در بورس اوراق بهادار تهران تفاوت این دو روش به طور کامل توضیح داده می‌شود. نتایج این پژوهش نشان دهنده این است که محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین در چندک‌های بالاتر، از دقت بیشتری نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و روش واریانس ـکوواریانس برخوردار است. در روش مقادیر فراتر از آستانه، مقدار آستانه طوری تعیین شده است که دو و نیم درصد از داده‌ها بیشتر از آن باشند. همچنین برای برآورد پارامترهای توزیع پارتوی تعمیم یافته از روش درستنمایی ماکسیمم استفاده شده است. محاسبات این مقاله با استفاده از EVIM[5] صورت گرفته است. EVIM بسته‌ای از کدهای نرم

1. Generalized pareto distribution(GPD)
2. Maximum likelihood
3. MatLab
4. Adaptive and non adaptive
5. A software package for extreme value analysis in matlab

افزار متلب است که گنچی و همکاران (Gency, et al., 2003) در مقالهٔ ارائه داده دادهاند. این کدها نمودار تجربی دادهها و نمودار چندک چندک[1] را رسم می‌کند، تابع معکوس توزیع‌های ارزش فرین و پارتوی تعمیم یافته را برآورد نموده و اعداد تصادفی را با استفاده از توزیع‌های ارزش فرین و پارتوی تعمیم یافته ایجاد می‌کنند. لازم به ذکر است که امروزه نسخه‌های جدیدتر نرم افزار متلب قادر به انجام بسیاری از کدهایی هستند که در EVIM ارائه شده است.

در مقاله عاصف (Assaf, 2009) ارزش در معرض ریسک شاخص بورس کشورهای مصر، اردن، مراکش و ترکیه با استفاده از نظریه ارزش فرین محاسبه شده است. بازه زمانی دادهها برای هر چهار کشور یکسان و از اول آوریل 1997 تا 26 آوریل 2002 در نظر گرفته شده است. بازده نیز مانند مقاله‌های پیشین به صورت لگاریتمی و روزانه در نظر گرفته شده است. در این مقاله از سه روش شبیه سازی تاریخی، واریانس ـ کوواریانس و نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. روش‌های واریانس ـ کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی ارزش در معرض ریسک را کمتر از مقدار واقعی آن محاسبه کرده‌اند. نتایج این مقاله نشان دهندهٔ آن است که بازده شاخص‌ها در هر چهار کشور مورد بررسی توزیعی با دم پهن[2] دارد. در این مقاله پارامترها به روش ناپارامتری و با استفاده از برآوردگر هیل[3و4] برآورد شده‌اند؛ برخلاف دو مقاله گیلی و همکاران (Gilli, et al., 2006) و گنچی و همکاران (Gency, et al., 2004) که پارامترها را به روش پارامتری و با استفاده از روش درستنمایی ماکسیمم برآورد کرده‌اند.

در پژوهش دیگری کیتیاکاراساکن و همکاران (Kittiakarasakun, et al., 2011) با استفاده از نظریه ارزش فرین وجود توزیع‌هایی با دم پهن را در بورس کشورهای آسیایی بررسی کرده‌اند. بازه زمانی شاخص بورس در این پژوهش یکسان و از اکتبر 1989 تا اگوست 2009 در نظر گرفته شده است. کشورهایی که در این پژوهش مطالعه شده‌اند عبارتند از: هنگ کنگ، سنگاپور، تایوان، تایلند،

1. Quantile Quantile plot
2. Fat Tail
3. در روش هیل که روشی ناپارامتری است برای برآورد ارزش در معرض ریسک، از آماره‌های ترتیبی برای برآورد پارامتر شکل ($\alpha$ در توزیع ارزش فرین تعمیم یافته) استفاده می‌شود.
4. Hill Estimator

اندونزی، مالزی، کره جنوبی و ژاپن که با شاخص S&P امریکا و شاخص بین المللی MSCI[1] مقایسه شده‌اند. در این پژوهش ارزش در معرض ریسک با دو روش نظریه ارزش فرین و مدل آرچ[2] محاسبه شده است. برای مقایسه این دو روش از روشی شبیه به مقاله گنچی و همکاران (Gency, et al., 2004) استفاده شده و نشان داده شده است که روش آرچ از روش نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک بهتر عمل می‌کند. برای برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین، هم از روش ناپارامتری (با استفاده از برآوردگر هیل) و هم از روش پارامتری (با استفاده از تابع ماکسیمم درستنمایی) استفاده شده است. در مقاله مذکور علی رغم تفاوت توسعه یافتگی کشورهای آسیایی ویژگی‌های یکسانی برای بازدهی شاخص این کشورها یافت شد. نویسندگان این مقاله به این نتیجه رسیدند که توزیع بازده شاخص کشورهای آسیایی دارای دم پهن است و با توجه به پارامترهای برآورد شده برای آن شبیه توزیع بازده شاخص بورس در امریکا و بازده شاخص بین المللی MSCI است.

در مقالهٔ دیگری مقیره و همکاران (Maghyereh, et al., 2006) ارزش در معرض ریسک را با استفاده از نظریه ارزش فرین برای برخی از کشورهای خاورمیانه مانند بحرین، مصر، اردن، مراکش، عمان، عربستان صعودی و ترکیه محاسبه کرده‌اند. در این پژوهش آنها با مقایسه روش نظریه ارزش فرین با روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس ـ کوواریانس و آرچ به این نتیجه رسیدند که توزیع بازده این کشورها دارای دم پهن است و محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین در اکثر این کشورها به نتایج بهتری منجر می‌شود. محاسبات این مقاله نیز با استفاده از EVIM صورت گرفته است.

لازم به ذکر است که در تحقیقات انجام شده در کشورهای آسیایی، شاخص بورس تهران برای محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین بررسی نشده است.

---

1. شاخصی است که توسط شرکت مورگان استنلی (Morgan Stanley Capital Interntional) در 1970 ارائه شده و شامل شاخص بورس 24 کشور توسعه یافته است.

2. Arch

## 3- روش‌شناسی و مدل تحقیق

این بخش شامل تعریف ارزش در معرض ریسک، بیان نظریه ارزش فرین، نحوه تعیین داده‌های فرین، روش فراتر از آستانه برای محاسبه ارزش در معرض ریسک، روش‌های سنتی محاسبه ارزش در معرض ریسک (شبیه‌سازی تاریخی و واریانس کوواریانس) می‌باشد، همچنین برای نگارش این بخش از منابع (2، 3، 4، 8 ، 9، 11، 13، 14، 15 و 16) استفاده شده است.

### 3-1 – ارزش در معرض ریسک

فرض کنید که متغیر تصادفی X با توزیع پیوسته F، میزان زیان یا بازده منفی یک سبد مالی مشخص در یک بازهٔ زمانی مشخص باشد. آنگاه $VaR_p$ چندک q ام توزیع F تعریف می‌شود، به عبارت دیگر:

$$VaR_p = F^{-1}(1-\alpha) \qquad (1)$$

به $F^{-1}$ تابع چندک[1] گفته می‌شود که در واقع وارون تابع توزیع F است. مقدار $\alpha$ معمولا 0.05 یا 0.01 در نظر گرفته می‌شود. ($q = 1 - \alpha$)

### 3-2- نظریه ارزش فرین:

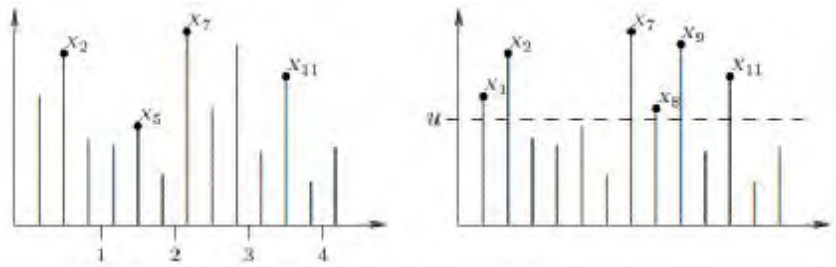
زمانی که ماکسیمم یک متغیر تصادفی مدل‌سازی می‌شود، نظریه ارزش فرین همان نقش پایه‌ای را بر عهده دارد که نظریه حد مرکزی در مدل سازی مجموع متغیرهای تصادفی ایفا می‌کند. در هر دو حالت، این نظریه‌ها به ترتیب توزیع حدی ماکسیمم‌ها و مجموع متغیرهای تصادفی را تعیین می‌کنند.

#### 3 -2-1- تعیین داده‌های فرین

در حالت کلی دو روش برای تعیین داده‌های فرین وجود دارد. در اولین روش که روش ماکسیمم بلوک‌ها[2] نامیده می‌شود، ماکسیمم داده‌ها در دوره‌های متوالی (هفتگی، ماهیانه، سالیانه) تعیین شده، و این ماکسیمم‌ها داده‌های فرین را تشکیل می‌دهند. در قسمت سمت چپ شکل 1 داده‌های $X_2$ ، $X_5$ ، $X_7$ و $X_{11}$ داده‌های فرین تعیین شده با استفاده از روش ماکسیمم بلوک‌ها در چهار دوره متوالی سه روزه می‌باشند.

1. Quantile function
2. Block Maxima

شکل (1): تعیین داده‌های فرین. سمت راست: روش مقادیر فراتر از آستانه. سمت چپ: روش ماکسیمم بلوک‌ها.




روش دوم تعیین داده‌های فرین روش مقادیر فراتر از آستانه[1] نامیده می‌شود. در این روش داده‌هایی که از یک مقدار آستانه بیشتر باشند داده‌های فرین را تشکیل می‌دهند. در قسمت سمت راست شکل 1 داده‌های $X_1$ ، $X_2$ ، $X_7$ ، $X_8$ ، $X_9$ ، $X_{11}$ به علت اینکه از حد آستانه U فراتر رفته‌اند، داده‌هایی هستند که با استفاده از روش مقادیر فراتر از آستانه فرین شناخته می‌شوند.

در روش ماکسیمم بلوک‌ها توزیع ارزش فرین تعمیم یافته بر روی داده‌های فرین برازش و به این ترتیب سطح بازده تعیین می‌گردد ولی در روش مقادیر فراتر از آستانه توزیع پارتوی تعمیم یافته بر داده‌های فرین برازش و ارزش در معرض ریسک برآورد می‌شود. با توجه به اینکه روش مقادیر فراتر از آستانه نسبت به روش ماکسیمم بلوک‌ها در عمل روش پرکاربردتر و دقیق‌تری است، در ادامه مبانی ریاضی این روش برای محاسبه ارزش در معرض ریسک بیان می‌شود و برای محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین نیز از این روش استفاده شده است. لازم به ذکر است که در پژوهش‌های مشابه اخیر نیز در مقایسه با روش‌های دیگر از روش ماکسیمم بلوک‌ها کمتر استفاده شده است.

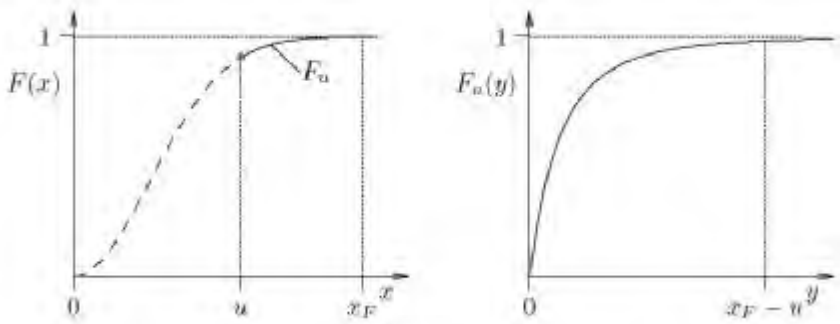
**3-2-2- روش مقادیر فراتر از آستانه برای محاسبه ارزش در معرض ریسک**

در این روش صرفه نظر از اینکه توزیع تغییرات سبد مالی از چه توزیعی پیروی می‌کند، ابتدا دم آن با استفاده از داده‌هایی که از یک مقدار آستانه بیشتر شده‌اند مدل‌سازی شده و سپس ارزش در معرض ریسک با توجه به آن محاسبه می‌شود.

1. Peaks over threshold (POT)

شکل 2 را در نظر بگیرید. توزیع احتمال F برای متغیر تصادفی X نامعلوم است. طبق شکل در این روش هدف برآورد تابع توزیع $F_u$ است که مربوط به مقادیری از X است که از حد آستانه u بیشتر هستند.

شکل (2): تابع توزیع احتمال F (سمت چپ) و تابع توزیع شرطی $F_u$ (سمت راست)




به تابع توزیع احتمال $F_u$، تابع توزیع فزونی شرطی[1] گفته می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود:

(2)

$$F_u(y) = P(X - u \le y | X > u), \quad 0 \le y \le x_F - u$$

که در آن X متغیر تصادفی، u مقدار آستانه و $y = x - u$ مقدار بیشتر از حد آستانه و $\infty > x_F$ بیشترین مقدار سمت راست بر روی محور x ها است. با کمک تابع توزیع احتمال شرطی می توان $F_u$ را به صورت زیر باز نویسی کرد:

(3)

$$F_U(y) = \frac{F(u+y)-F(u)}{1-F(u)} = \frac{F(x)-F(u)}{1-F(u)}$$

چون متغیر تصادفی X در اکثر اوقات بین صفر و u قرار می گیرد، برای برآورد تابع توزیع F در این بازه مشکلی وجود ندارد. بلکه این برآورد $F_u$ است که ممکن است مشکل ساز باشد؛ زیرا تعداد داده‌های بسیار کمی در این محدوده قرار می گیرند.

در این جا نظریه ارزش فرین به ما کمک می‌کند تا تابع توزیع فزونی شرطی را برآورد کنیم. قضیهٔ زیر، ابزار لازم برای این کار را به دست می‌دهد.

1. Conditional excess distribution function

**قضیه (پیکاندس** (1975)**، بالکما و هان**[1] (1974))

برای گروه بزرگی از توزیع های احتمال F ثابت می‌شود که تابع توزیع فزونی شرطی یعنی $F_u(y)$ ، زمانی که u به اندازه کافی بزرگ باشد به صورت زیر برآورد می‌شود:

(4)

$$F_u(y) \approx G_{\vartheta,\sigma}(y), \quad u \to \infty$$

که در آن:

$$G_{\vartheta,\sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\vartheta}{\sigma} y\right)^{-1/\vartheta} & if \ \vartheta \neq 0 \\ 1 - e^{-y/\sigma} & if \quad \vartheta = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

این تابع اگر $\xi \geq 0$ برای $y \in [0, (x_F - u)]$ و اگر $\xi < 0$ برای $y \in [0, -\frac{\sigma}{\xi}]$ تعریف می‌شود.

به $G_{\xi,\sigma}$ توزیع پارتوی تعمیم یافته گفته می‌شود.

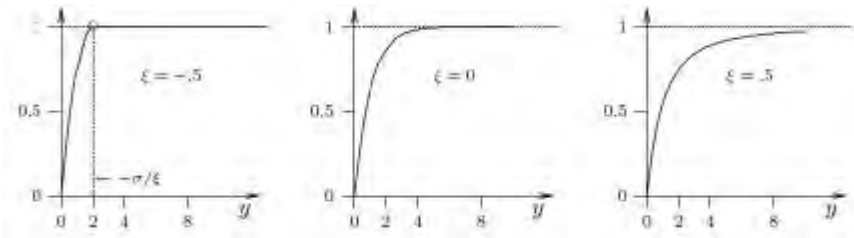
اگر x به صورت $x = u + y$ تعریف شود، آنگاه توزیع پارتوی تعمیم یافته به صورت تابعی از x به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_{\xi,\sigma}(x) = 1 - (1 + \xi(x - u)/\sigma)^{-1/\xi} \qquad (6)$$

تابع توزیع پارتوی تعمیم یافته دو پارامتر دارد، به $\xi$ پارامتر شکل[2] یا شاخص دم[3] گفته می‌شود که مقادیر منفی، مثبت و صفر را می گیرد و به $\sigma$ پارامتر مقیاس[4] گفته می‌شود که همواره مقادیر مثبت را می گیرد. شکل 3 حالت‌های مختلف توزیع پارتوی تعمیم یافته‌ها $G_{\xi,\sigma}(x)$ را نشان می‌دهد.

1 .Pickands Balkema and de Haan
2. Shape parameter
3. Tail index
4. Scaling parameter

شکل (3): توزیع پارتوی تعمیم یافته $G_{\xi,\sigma}$ ، برای $\sigma = 1$




مقدار $\xi$ نشان دهنده پهنای دم توزیع می‌باشد؛ هر قدر مقدار آن بیشتر باشد دم توزیع پهن‌تر است.

**محاسبه ارزش در معرض ریسک**:

با توجه به توزیع احتمال پارتوی تعمیم یافته، ارزش در معرض ریسک را به صورت زیر به دست می‌آوریم.

از رابطه (3) داریم:

$$F(x) = \big(1 - F(u)\big)F_u(y) + F(u) \qquad (7)$$

اکنون در رابطه بالا به جای $F_u$ تابع توزیع پارتوی تعمیم یافته قرار می‌دهیم (طبق قضیه گفته شده) و به جای $F(u)$ مقدار $\frac{(n-N_u)}{n}$ را که $n$ تعداد کل مشاهدات و $N_u$ تعداد مشاهداتی است که از مقدار آستانه $u$ بیشتر می‌باشند. با جای‌گذاری داریم:

$$\hat{F}(x) = \frac{N_u}{n}\left(1 - \left(1 + \frac{\hat{\xi}}{\hat{\sigma}}(x-u)\right)^{-1/\hat{\xi}}\right) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right) \qquad (8)$$

که بعد از ساده کردن به صورت زیر در می‌آید:

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n}\left(1 + \frac{\hat{\xi}}{\hat{\sigma}}(x-u)\right)^{-1/\hat{\xi}} \qquad (9)$$

با معکوس کردن رابطه بالا در سطح اطمینان $(1-\alpha)$ ارزش در معرض ریسک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\widehat{VaR_p} = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left(\left(\frac{n}{N_u}\alpha\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right) \qquad (10)$$

### 3-3- روش‌های سنتی محاسبه ارزش در معرض ریسک

در این بخش روش‌های واریانس ـ کوواریانس (بافرض نرمال بودن توزیع) و روش شبیه سازی تاریخی برای محاسبه ارزش در معرض ریسک بیان شده است.

#### 3-3-1- روش واریانس- کوواریانس

در بین روش‌های برآورد ارزش در معرض ریسک روش واریانس- کوواریانس[1] آسان‌ترین روش به شمار می‌رود. اعضای نمونه را با $r_t$ ، $t = 1,2,\dots,n$ نمایش می‌دهیم. $r_t$ از یک فرآیند مارتینگل به صورت $r_t = \mu_t + \epsilon_t$ پیروی می‌کند که $\epsilon_t$ دارای توزیع F با میانگین صفر و واریانس $\sigma_t^2$ است. ارزش در معرض ریسک در این حالت به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$VaR_t(\alpha) = \hat{\mu}_t + F^{-1}(\alpha)\hat{\sigma}_t \qquad (11)$$

که $F^{-1}(\alpha)$ چندک q ام $(q = 1- \alpha)$ توزیع نامشخص F است. $\mu_t$ و $\sigma_t^2$ با استفاده از میانگین و واریانس نمونه به صورت زیر برآورد می‌شوند.

$$\hat{\mu}_t = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i \ , \quad \hat{\sigma}_t^{\,2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \hat{\mu}_t)^2 \ . \qquad (12)$$

#### 3 – 3 -2- روش شبیه سازی تاریخی[2]:

در این روش ارزش در معرض ریسک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$VaR_t(\alpha) = F^{-1}(q) \qquad (13)$$

که $F^{-1}(q)$ چندک q ام $(q = 1- \alpha)$ توزیع نمونه و q سطح اطمینان است.

## 4 - داده‌ها و تحلیل نتایج در بورس اوراق بهادار تهران

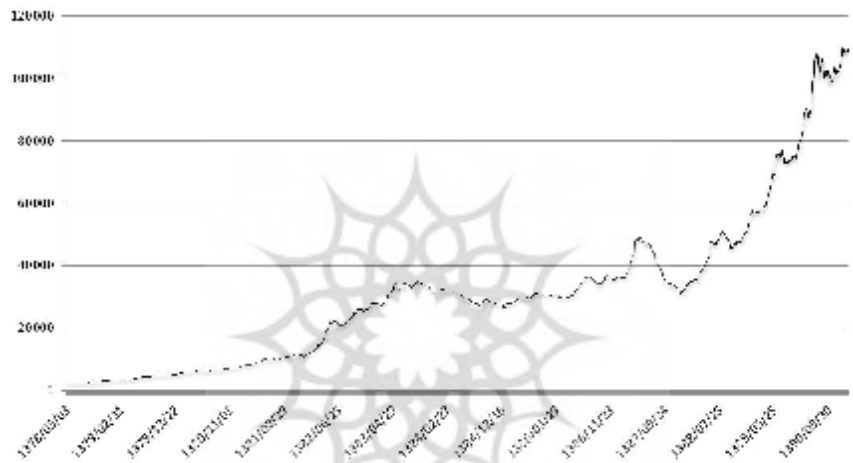
در این بخش با استفاده از روش‌های نظریه ارزش فرین، واریانس ـ کوواریانس (با فرض نرمال بودن توزیع) و شبیه سازی تاریخی ارزش در معرض ریسک بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

1. Variance - Covariance
2. Historical Simulation

**4-1- داده‌ها**

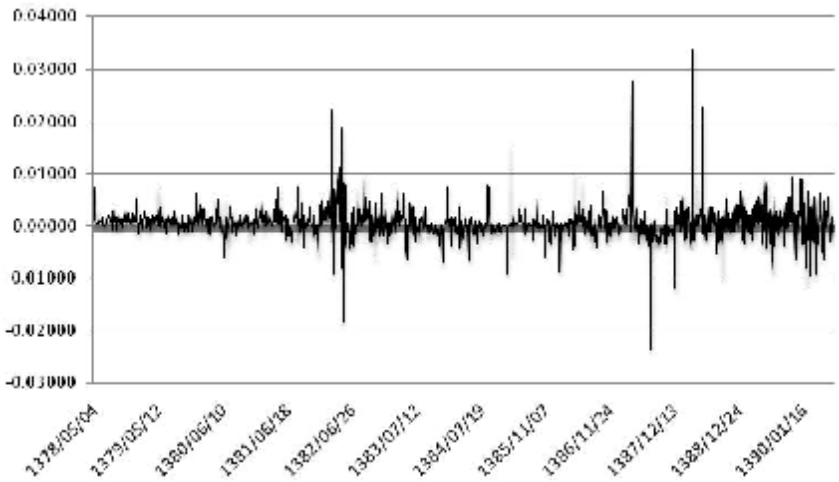
داده‌های مورد استفاده مربوط به شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی چهارم مرداد سال 1378 تا بیستم مهر 1390 و شامل 2876 داده است. بازده روزانه لگاریتمی به صورت $\log(^{X_t}/_{X_{t-1}})$ تعریف شده است که $X_t$ نشان دهنده مقدار شاخص در روز $t$ ام است. در شکل 4 مقدار شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران در بازه مورد مطالعه نشان داده شده است که محور افقی تاریخ و محور عمودی مقدار شاخص در هر روز است.

شکل (4): مقدار شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران




همان گونه که از شکل 4 مشخص است شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران در دوازده سال اخیر روندی صعودی داشته است. در شکل 5 بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران در بازه مورد مطالعه نشان داده شده است.

شکل (5): بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران




همچنین ویژگی‌های آماری بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران در بازه‌ی زمانی ذکر شده در جدول 1 آمده است.

جدول (1): مشخصات آماری بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق تهران

| تعداد نمونه | میانگین | میانه | انحراف معیار | کشیدگی | چولگی | مینیمم | ماکسیمم |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2875 | 0.00059 | 0.00044 | 0.00253 | 25.94672 | 1.61687 | -0.02367 | 0.03399 |

همان‌طور که در جدول دیده می‌شود کشیدگی[1] بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران برابر است با 25.94672 که نشان می‌دهد توزیع بازده از توزیع نرمال فاصله زیادی دارد. همچنین مقدار چولگی[2] 1.61687 نشان می‌دهد توزیع بازده متقارن نیست و چوله به راست می‌باشد؛ به عبارت دیگر توزیع بیشتر به سمت راست یا بازده‌ی لگاریتمی مثبت متمایل است.

1. Kurtosis
2. Skewness

**4-2- مقایسه روش‌ها**

چهار روش محاسبه ارزش در معرض ریسک یعنی روش نظریه ارزش فرین سازگار، روش نظریه ارزش فرین ناسازگار، روش واریانس - کوواریانس (با فرض نرمال بودن توزیع) و روش شبیه سازی تاریخی بر روی بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس تهران در بازه زمانی چهارم مرداد سال 1378 تا بیستم مهر 1390 اجرا شده‌اند.

در محاسبات هر دو قسمت سمت چپ و راست توزیع بازده در نظر گرفته شده‌اند. به این علت که قسمت سمت چپ نشان دهنده زیان برای سرمایه گذاری است که بر روی شاخص موقعیت خرید[1] گرفته، در حالی که قسمت سمت راست توزیع نشان دهنده زیان برای سرمایه گذاری است که موقعیت فروش[2] بر روی شاخص گرفته است.

برای مقایسه روش‌های مختلف مانند گنچی و همکاران (Gency, et al., 2004) به این صورت عمل شد که از داده‌های 1 تا 1000 استفاده شده و مقدار ارزش در معرض ریسک با استفاده از چهار روش برای دوره 1001 ام در چندک‌های مختلف پیش‌بینی شده، سپس از داده‌های 2 تا 1001 استفاده شده و پیش‌بینی برای دورهٔ 1002 ام صورت گرفته و به همین ترتیب تا پیش‌بینی دوره 2875 انجام شده است. در روش پیش‌بینی ناسازگار با استفاده از توزیع پارتوی تعمیم یافته در روز n ام از تمام داده‌های (n-1) روز قبل استفاده می‌شود. به عنوان مثال، برای پیش بینی ارزش در معرض ریسک در روز 1700 ام از داده‌های 1 الی 1699 استفاده می‌شود. روش ناسازگار به این علت به کار برده می‌شود که بتوانیم از داده‌های بیشتری برای برازش توزیع پارتوی تعمیم یافته استفاده کنیم. برای محاسبه ارزش در معرض ریسک به روش واریانس - کوواریانس با استفاده از توزیع نرمال فقط به میانگین و انحراف معیار نمونه نیاز است که به راحتی به دست آمدند، ولی سایر روش‌ها احتیاج به فرضیاتی داشتند. برای محاسبه به روش نظریه ارزش فرین، به جای تعیین مقدار آستانه از 2.5% درصد قسمت انتهایی نمونه استفاده و همچنین در روش شبیه‌سازی تاریخی از درون یابی خطی برای تعیین مواردی که دقیقاً مشخص نبوده‌اند استفاده شده است.

1. Long position
2.Short position

برای مقایسه چهار روش مختلف از نسبت تخطی استفاده شده است. تخطی زمانی رخ می‌دهد که بازده واقعی در یک روز از مقدار پیش‌بینی شده آن بیشتر باشد. نسبت تخطی برابر با تعداد تخطی‌های صورت گرفته تقسیم بر تعداد دوره‌های پیش‌بینی شده است. از طرفی نسبت تخطی مورد انتظار در چندک q ام برابر با (q - 1) است. برای مثال، نسبت تخطی مورد انتظار در چندک 0.95 برابر با 0.05 است. بر این اساس، مدلی در هر سطح اطمینان بهترین کارایی را دارد که نسبت تخطی آن کمترین فاصله را از نسبت تخطی مورد انتظار داشته باشد. لازم به ذکر است که محاسبات با استفاده از برنامه-نویسی در متلب 7 صورت گرفته است.

در روش‌های مختلف محاسبه ارزش در معرض ریسک که در قسمت‌های قبل بیان شدند، ارزش در معرض ریسک برای دم سمت راست توزیع بازده محاسبه شده است. روند محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از روش‌های مختلف برای دم سمت چپ توزیع مانند دم سمت راست است و فقط کافی است که داده‌ها را در منفی یک ضرب کنیم که در این حالت بازده مثبت نشان دهنده زیان است.

جدول 2 نشان دهنده نسبت تخطی روش‌های مختلف محاسبه ارزش در معرض ریسک در سطوح اطمینان مختلف برای دم سمت راست توزیع بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران است:

جدول (2): نسبت تخطی دم سمت راست بازده شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس تهران

| **نسبت تخطی مورد انتظار** | 0.0500 | 0.0250 | 0.0100 | 0.0050 | 0.0010 |
|---|---|---|---|---|---|
| واریانس کوواریانس | 0.0453(2) | 0.0288(2) | 0.0192(4) | 0.0155(3) | 0.0059(3) |
| شبیه سازی تاریخی | 0.0661(3) | 0.0299(3) | 0.0080(3) | 0.0032(2) | 0.0011(1) |
| نظریه ارزش فرین ـ سازگار | 0.0507(1) | 0.0299(3) | 0.0107(1) | 0.0032(2) | 0.0011(1) |
| نظریه ارزش فرین ـ ناسازگار | 0.0677(4) | 0.0283(1) | 0.0091(2) | 0.0037(1) | 0.0016(2) |

اعداد داخل پرانتز در هر خانه از جدول نشان دهنده رتبه روش مورد نظر در هر سطح اطمینان است. همان طور که از جدول بالا مشخص است، در تمامی چندک‌ها مخصوصاً در چندک‌های انتهایی، روش نظریه ارزش فرین نزدیک‌ترین نسبت تخطی به نسبت تخطی مورد انتظار را دارد و به عنوان بهترین روش شناخته شده است. همچنین شکل 6 که هیستوگرام دم سمت راست بازده لگاریتمی شاخص است نشان دهنده این موضوع می‌باشد که این دم پهن است و دلیلی بر کاراتر بودن روش نظریه ارزش فرین در محاسبه ارزش در معرض ریسک دم سمت راست توزیع می‌باشد. بر اساس نتایج جدول روش واریانس کوواریانس برای محاسبه ارزش در معرض ریسک کارایی پایینی را دارا است و روش شبیه‌سازی تاریخی فقط در یک حالت به صورت مشترک با روش نظریه ارزش فرین به عنوان کاراترین روش شناخته شده است.

جدول 3 نشان دهنده نسبت تخطی روش‌های مختلف محاسبه ارزش در معرض ریسک برای دم سمت چپ توزیع بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد:

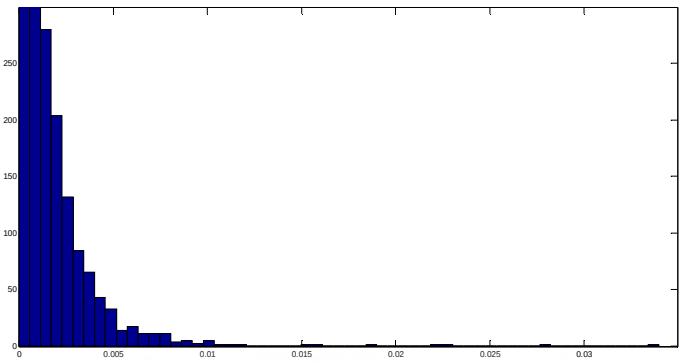
جدول (3): نسبت تخطی دم سمت چپ بازده شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس تهران

| **نسبت تخطی مورد انتظار** | 0.0500 | 0.0250 | 0.0100 | 0.0050 | 0.0010 |
|---|---|---|---|---|---|
| واریانس کوواریانس | 0.0357(1) | 0.0187(1) | 0.0117(1) | 0.0091(2) | 0.0064(3) |
| شبیه سازی تاریخی | 0.0720(3) | 0.0363(2) | 0.0139(3) | 0.0080(1) | 0.0005(2) |
| نظریه ارزش فرین - سازگار | 0.0693(2) | 0.0363(2) | 0.0133(2) | 0.0096(3) | 0.0005(2) |
| نظریه ارزش فرین - ناسازگار | 0.0853(4) | 0.0507(3) | 0.0171(4) | 0.0112(4) | 0.0011(1) |

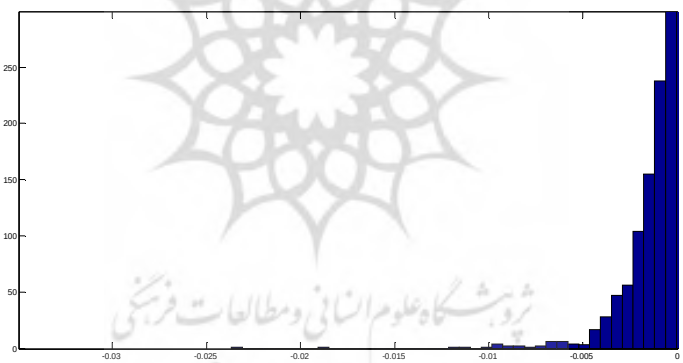
همان طور که مشاهده می‌شود برای دم سمت چپ توزیع بازده شاخص، روش نظریه ارزش فرین کاراترین روش در سطوح اطمینان مختلف مانند دم سمت راست نیست. روش واریانس ـ کوواریانس در سطح اطمینان‌های پایین‌تر به عنوان کاراترین روش شناخته شده است اما در بالاترین سطح اطمینان که نسبت به سطوح اطمینان پایین‌تر به دم توزیع بازده نزدیک‌تر است نظریه ارزش فرین به عنوان

بهترین روش انتخاب گردیده است. برای بررسی علت این موضوع نمودار هیستوگرام دم‌های سمت راست و چپ توزیع بازده که به صورت جداگانه در زیر آورده شده‌اند را در نظر بگیرید.

شکل (6): نمودار هیستوگرام دم سمت راست توزیع بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی




شکل (7): نمودار هیستوگرام دم سمت چپ توزیع بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی




پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

همانگونه که از نمودارهای هیستوگرام مشخص است، دم سمت راست نسبت به دم سمت چپ پهن‌تر بوده و به علت اینکه محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین برای دم‌های پهن‌تر معمولاً کاراتر می‌باشد، در محاسبات ما نیز این روش در دم سمت راست در سطوح اطمینان مختلف کاراترین روش است، اما در دم سمت چپ در سطوح پایین‌تر سطح اطمینان لزوماً چنین نیست.

## 5 - جمع بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله از نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. همچنین این روش با روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس ـ کوواریانس (با فرض نرمال بودن توزیع) مقایسه شده است. نتایج مقایسه‌ها برای دم‌های سمت راست و چپ توزیع متفاوت از یکدیگر است. برای دم سمت راست، به علت اینکه نسبت به دم سمت چپ پهن‌تر می‌باشد، نظریه ارزش فرین در تمام سطوح اطمینان به عنوان کاراترین روش شناخته شده است، در حالی که برای دم سمت چپ فقط در بالاترین سطح اطمینان که به دم توزیع نزدیک تر است نظریه ارزش فرین کارترین روش می‌باشد. لازم به ذکر است که روش نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در بالاترین چندک‌ها بهترین کارآیی را از خود نشان می‌دهد و همان طور که از جدول‌های 2 و 3 مشخص است، این روش در بالاترین چندک در دم‌های سمت راست و چپ توزیع بازده لگاریتمی شاخص به عنوان بهترین روش محاسبه ارزش در معرض ریسک مشخص شده است.

نتایج تحقیقات استفاده از روش نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک را پشتیبانی می‌کند. به عنوان مثال آدریان (Adrian, 2011) ادعا می‌کنند که اگر در بحران مالی 2008 موسسات از این روش برای محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده می‌کردند، در برابر زیان حفاظت می‌شدند.

به علت مزایای محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریهٔ ارزش فرین که به آنها اشاره شد، پیشنهاد می‌شود که نهادهای مالی (بانک‌ها، صندوق‌های سرمایه‌گذاری و ...) برای محاسبه ارزش در معرض ریسک سبدهای مالی خود از این روش به جای روش‌های سنتی متداول استفاده کنند.

تاکنون روش بهینه‌ای برای تعیین مقدار آستانه در روش مقادیر فراتر از آستانه برای محاسبه ارزش در معرض ریسک وجود ندارد؛ لذا پیشنهاد می‌شود روشی ایجاد شود که مقدار آستانه را به صورت بهینه تعیین کند. در روش اشاره شده در قسمت‌های قبل، داده‌های فرین تعیین شده دارای وزن یکسانی بودند؛ لذا پیشنهاد می‌شود که به داده‌های فرین با استفاده از روش‌های متداول وزن دهی، وزن داده شود و سپس نتایج محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از داده‌های وزن داده شده با سایر روش‌ها مقایسه شود. همچنین می‌توان از داده‌های فرین فازی برای محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین استفاده کرد.

نظریه ارزش فرین برای محاسبه صدک‌های معمول در مدیریت ریسک مالی، مانند 10%، 5% و حتی 1% لازم نیست بلکه نظریه ارزش فرین بر رویدادهای بحرانی، مثلاً یک در هزار، تمرکز دارد. نظریه ارزش فرین دانش موجود در زمینه ریسک مالی را متحول نکرده است و پاسخ تمام مشکلات موجود نیست. حتی در مواردی که استفاده از نظریه ارزش فرین مناسب است، برای برآورد رویدادهایی که هر صد سال یک بار اتفاق می افتند نمونه های ما بسیار کوچک است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

**منابع و مأخذ**:


1. A, Assaf. (2009). “Extreme observations and risk assessment in the equity markets of MENA region: tail measures and Value-at-Risk”. international review of financial analysis , 109-116.
2. Brodin, E. & Kluppelberg, C. (2006). “Extreme Value Theory in Finance”,Encyclopedia of Quantitative Risk Assessment, Wiely.
3. Brook, C. & Clare, A.D & Dalle, J.W. & Persand, G. (2005). “A Comparison of Extreme Value Theory Approaches for Determining Value at Risk”. Journal of Empirical Finance , 339-352.
4. Diebold, F. X. & Schuermann, T. & Stroughair, J.D. (1998). “Pitfalls and opportunities in the use of extreme value theory in risk management”. Decision Technologies for Computational Finance , 3-12.
5. Gency, R. & Selcuk, F. (2004). “extreme value theory and value-at-risk: relative performance in emerging markets”. international journal of forecasting , 287-303.
6. Gency, R. & Selcuk, F. & Ulugulyagci, A. (2002). “EVIM: A Software Package for Extreme Value Analysis in MATLAB”. Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics .
7. Gilli, M. & Kellezi, E. (2006). “An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk”. Computational Economics , 1-23.
8. J.McNeil, A. & Frey, R. & Embrechts, P. (2005). Quantitative Risk Management (Concepts, Techniques and Tools). Princeton University Press.
9. John C.Hull. (2008). Fundemental of Futures and Option Markets. Pearson Prentice Hall.
10. Kittiakarasakun, J. & Tse, Y. (2011). “modeling the fat tails in Asian stock markets”. international review of economics and finance , 430-440.
11. Maghyereh, A. & Al-Zoubi,H. (2008). “The tail behavior of extreme stock returns in the Gulf emerging markets”. studies in Economics and Finance , 21-37.
12. Maghyereh, A. & Al-Zoubi,H. (2006). “Value-at-Risk under extreme values: the relative performance in MENA emerging stock markets”. international journal of managerial finance , 154-172.
13. Marimoutou, V. & Raggad, B. & Trabelsi, A. (2009). “Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to Oil Market”. Energy Economics , 519-530.
14. M.Focardi, S. & J.Fabozzi, F. (2004). The Mathematics of Financial Modeling and Investment Management. John Wiley & Sons, Inc.
15. Ruey S. Tsay. (2000). Analysis of Financial Time Series. John Wiley & Sons, Inc.
16. Tasi, M.sh. & Chen L.ch. (2011). “The Calculation of Capital Requirement Using Extreme Value Theory”. Economic Modeling , 390-395.