زبدة الحساب

تألیف محمّدصالح بن حبیب‌الله طباطبایی یزدی

به کوشش افسانه حصیری[۱]

مقدمه

اثر حاضر، رسالهٔ مختصری است در حساب از یکی از دانشوران و علمای ریاضی دورهٔ صفویه که ظاهراً زمانی به اکبرآباد هند رفته اســت. او این رســاله را در پنج باب تنظیم نموده و در شــعبان ۱۰۴۹ هـ.ق به پایان رسانده و بنا به گفتهٔ استاد منزوی در *فهرست نسخه‌های خطی فارسی* (۱۷۷/۱)، به نام شاه ابوالهادی اصالت خان پاک‌نویس کرده است. عناوین ابواب آن چنین است:

باب اوّل: در حساب صحاح؛

باب دوم: در حساب کسور؛

باب سوم: در استخراج مجهولات به اربعهٔ متناسبه و خطائین؛

باب چهارم: در بیان قواعدی که محاسب را در استخراج مجهولات بدان احتیاج می‌افتد؛

باب پنجم: در بیان مسایل جزئیه که ذکر آن موجب تشحیذ اذهان است.

و در باب پنجم ۲۵ مسئلهٔ مشکل را مطرح می‌کند و خود به حل آنها می‌پردازد.

مرحوم آقا بزرگ تهرانی (*الذریعه* ۲۴/۱۲ ش ۱۴۰) به این کتاب اشــاره دارد؛ البته در ایران چند نســخه از این اثر در کتابخانه‌های مختلف موجود اســت (نک: *دنا* ۱۲۱۶/۵) که با توجه به اینکه نســخهٔ حاضر از روی نسخهٔ به خط مؤلف، در سال ۱۱۱۳ هـق. کتابت شده، در احیای اثر حاضر بدان اکتفا شد. این نسخه در مجموعهٔ مرحوم دکتر کارو میناســیان، از ارامنهٔ مقیم اصفهان، به شــمارهٔ ۱۸۱۱ موجود است. مجموعهٔ

1. Email: A.hasiri57@yahoo.com

میناســـیان هم اکنون در کتابخانۀ دانشگاه لوس‌آنجلس (UCLA)در ایالت کالیفرنیا نگهداری می‌شود. تا اینکه دانشگاه مزبور با نهادن متن دیجیتال حدود ۳۰۰ نسخه از نسخ خطی کارو میناسیان (اصفهان)، پیش قراول دیجیتال سازی منابع خطی در دنیا شد.

نسخه‌های دیگر آن در کتابخانه‌های ایران عبارتند از:

– کتابخانۀ وزیری یزد، ش ۱۲۹۴، خط نسخ اواخر ق۱۱، نک: *فهرست وزیری* ۹۱۹/۳.

– کتابخانۀ سید محمد مدرسی یزد، نسخ تحریری، ۱۰۶۰ق، نک: *میراث اسلامی* ۴۵۴/۸.

– کتابخانۀ دانشکدۀ الهیات مشهد، ش۲۳۴، نستعلیق بی‌تا، *فهرست الهیات مشهد* ۱۴۰/۱.

– مرکز احیای میراث اســـلامی در قم، نســـخۀ عکســـی ش ۱۷۵۷/۲، نســـتعلیق بی‌تا، نک: *فهرســـت نسخه‌های عکسی* ۲۱۱/۵.

– کتابخانۀ مولوی مشهد، ش۲۳۴، بی‌تا، نک: *نشریه* ۳۳/۵.

– میکروفیلم دانشگاه تهران، ش۲۴۵۶، نک: *فهرست فیلم‌ها* ۱۱۴/۱.


هو الباقی وکل شیء هالک
هذا رسالة فی علم الحساب المسمی بزبدة الحساب
بسم الله الرحمن الرحیم وبه نستعین


۵۶

امیدکه بشرف اصلاح اصحاب عرفان و ارباب ایقان برسد والختم
بحمدالله والصلوة علی عباده الذین اصطفی نقلت هذه الرسالة
من الرسالة التی وشحت بخط مؤلفه مدظله
العالی تمت هذه الرسالة علی ید
فقیر العباد الی رحمة الله الملک
الغنی ابن حاجی
عبدالله محمد
نقی یزدی
تجاوز عن
فی سنة ۱۱۳۰ سیاته فی ۱۱۳
غفر الله لکاتبه ولوالدیه ولمن له حق علیه ولجمیع
المؤمنین والمؤمنات آمین یارب
العالمین

صفحهٔ انجام نسخهٔ *زبدة الحساب*

صفحهٔ آغاز نسخهٔ *زبدة الحساب*

بسم الله الرّحمن الرّحیم و به نستعین

بدایت فکرت و آغاز حیرت از مشـاهدهٔ حکمت احدی‌ست ـ تعالی‌شأنه ـ که نهایت آنچه محاسبان وهم و قیاس و مهندسـان دقیقه‌شـناس از رصد[1]بندی معرفت او فهمیده‌اند، عجز و انکسـار است و غایت آنچه طبیعی‌فکـران مدارج اعراض و جواهر و ریاضی‌دانان معارج افـلاک و عناصر به ضرب تعمّق انظار از ارقام مشـکات[2] افلاک و ثوابت و سیار یافته‌اند، فکرهای دور از کار و اندیشه‌های ناپایدار است؛ لهذا اهتمام تمام در این مقام حیرت‌انجام به اعتصام به عروةالوثقی ولای سـیّد انام اسـت ـ علیه صلوات الله الملک العلام ـ که در عرصه‌گاه روز حساب، فتح ابواب مغفرت و موهبت به دست شفاعت و حمایت اوست و سبک‌روحی[3] کفّهٔ اعمال گران‌باران خسروان در قبضهٔ عاطفت و کف کفایت او. محققان حق‌بین هنگام تعداد مراتبش کرهٔ خاک را قایم‌مقام صفری شـمارند و مدقّقان حقیقت‌شناس در وقت نظر در دایرهٔ آفرینش وجودش، سپهر و انجم را ذرّه‌ای در حسـاب، و رجای واثق به حبل‌المتین متابعت آل آن حضرت اسـت که پیروان ایشـان در روز جمع دفاتر و وضع میزان بی‌تشویش خاطر و تفریق جنان کامیاب روضهٔ رضوان و نعیم جنانند ـ سلام الله علیهم اجمعین.

امّا بعد، زاویه‌نشـین صومعهٔ ریاضت و گوشـه‌گزین کلبهٔ حیرت، محمّد صالح بـن حبیب‌الله الطباطبائی الیزدی ـ شـرفه الله بلطفه السـرمدی ـ نگاشتهٔ لوح بیان و گوشـزد ارباب عرفان می‌سازد که این رساله‌ای است مسما به *زبدةالحساب* مرتب بر پنج باب:

باب اوّل: در حساب صحاح؛

باب دویم: در حساب کسور؛

باب سیوم: در استخراج مجهُولات به اربعهٔ متناسبه و خطائین و تحلیل؛

باب چهارم: در بیان قواعدی که محاسب را در استخراج مجهولات به آن احتیاج می‌افتد و

باب پنجم: در بیان مسائل جزئیه که ذکر آن موجب تشحیذ اذهان است.

باب اوّل

در حساب صحاح

و آن مشتمل است بر مقدّمه و هفت باب:

مقدّمه

بـدان کـه عدد در لغت و عرفاً عبارت اسـت از آنچه در مراتب شـماره واقع شـود. پس اگر منقسـم به

۱. نسخه: رسد.

۲. نسخه: انطار ازاء اقام شکات(؟) به قیاس اصلاح شد.

۳. به نظر می‌رسد «سبکروی» درست باشد.

متســاویین شــود، آن را زوج گویند، و الاّ فرد، و زوج اگر کرّتاً بعد اخری قابل قسمت باشد تا منتهی به واحد آن را زوج‌الزّوج گویند، چون شانزده، و الاّ زوج‌الفرد[1]، چون دوازده؛ و حکمای هند آسانی رسم اعداد نُه رقم وضــع کرده‌انــد، به این طریــق ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ و هرگاه که این اعداد مرتبــهٔ اولی از جانب یمین واقع شوند، دلالت کند بر اعداد مرتبهٔ آحاد که از یکی است تا نه؛ و اگر در مرتبهٔ ثانیه واقع شوند، دلالت کند بر عقود عشرات که از ده است تا نود؛ و اگر در مرتبهٔ ثالثه واقع شوند، دلالت کند بر عقود مآت که از صد است تا نهصد؛ و اگر در مرتبهٔ رابعه واقع شــوند، دلالت کنند بر عقود آحاد الوف که از یک هزار اســت تا نه هزار؛ و اگر در مرتب خامســه واقع شــوند، دلالت کنند بر عقود عشرات الوف و هکذا الی غیر النّهایه. پس اگر در مرتبهٔ تاسعه واقع شوند، دلالت کنند بر عقود مآت الوف الوف الوف و بر این قیاس؛ و در هر مرتبه که خالی از عدد باشــد، صفری به جهت حفظ مرتبه نویســند. پس ده را به این طریق نویسند: ۱۰ و بیست هزار را به این طریق: ۲۰۰۰۰ و پانصد و هفتاد هزار هزار و سی و دو به این طریق: ۵۷۰۰۰۰۰۳۲ و علی هذا القیاس.

و بدان که عدد اگر در یک مرتبه مرتسم شود، آن را مفرد خوانند، چون سه و ده و سیصد و بیست هزار و امثال آن و اگر در دو مرتبه یا بیشــتر مرتســم گردد، آن را مرکب خوانند، چون یازده و بیست و دو هزار و پنجاه و غیر آن. عدد را تقسیمات دیگر هست که هر یک در موضع لایق به آن مذکور شود.

فصل اوّل

در جمع و تضعیف

هرگاه که عددی را بر عددی زیاده کنیم، پس اگر آن دو عدد متماثل باشند، چون سه و سه آن عمل را تضعیف خوانند؛ و اگر متغایر باشند، چون سه و چهار، آن عمل را جمع خوانند؛ و قاعدهٔ عمل جمع آن است که آن دو عدد را بر جایی نویســند، به حیثیتی که آحاد عددین، محاذی یکدیگر باشــند و هم چنین ســایر مراتب. و در تحت آن دو عدد خطی، عرضی بکشند و ابتدا از جانب یمین نموده، آحاد عددین را جمع کنند و حاصل اگر کمتر از ده باشد، در تحت خط عرضی نویسند و اگر ده باشد، در تحت خط صفری نویسند و از برای ده یکی را بر جمع مرتبهٔ تالیه افزایند. و اگر زیاده از ده باشد، زیادتی آن را برده، در تحت خط نویسند و از برای ده یکی را بر جمع مرتبهٔ تالیه افزایند و به این طریق سایر مراتب را بلا اعتبار مرتبه جمع کنند تا عمل تمام شود. مثالش: خواستیم که این دو عدد را که در تحت آن‌ها خط عرضی کشیده‌ایم، جمع کنیم:

۶۷۹۳۷

۳۰۵۵

———————

۷۰۹۲۲

۱. اگر عددی را به طور مثال بر ۲ و در نهایت به خارج قسمت او باقیمانده برسیم، آن عدد زوج‌الزوج است و چنانچه به باقیماندهٔ ۱ برسیم، زوج‌الفرد است.

ابتدا از جانب یمین نموده، هفت را و پنج را جمع نموده، دوازده شد. دو را در تحت خط نوشتیم و از برای ده یکی را بر هشت که جمع مرتبهٔ تالیه است افزودیم نُه شد. آن را در تحت خط به جنب دو نوشتیم و چون صفری در تحت خط نوشـتیم و یکی را بر شـش افزودیم، هفت شد و چون با شش عددی دیگر نبود، هفت را به عینه در تحت خط نوشتیم. و اگر خواهند که عدد با بیشتر جمع کنند، اعداد را محاذی یکدیگر نویسند و به مثل آنچه در جمع عددین معلوم شد، آن عمل را به اتمام رسانند و چون حاصل جمع به یکی از عقود عشرات رسد، صورت آن قدر را بر جمع مرتبهٔ تالیه افزایند؛ مثالش: خواستیم که جمع کنیم این اعداد را که در تحت آن‌ها خط عرضی کشیده‌ایم:

۲۲۵۸۴۷

۴۳۹۰۶

۳۷۹۵۸

۳۰۷۷۱۱

آحاد مجموع اعداد مرتبهٔ اوّل را که یکی اسـت در تحت خط عرضی نوشـتیم و از جهت عشرات وی که بیسـت اسـت، دو را نگاه داشـته، بر مجموع اعداد مرتبهٔ دویم که نُه است افزودیم یازده شد. آحاد آن را که یکی اسـت، در تحت خط نوشـتیم و به جهت ده یکی را نگاه داشته، بر مجموع اعداد مرتبهٔ سیوم افزودیم بیست و هفت شد.

هفت را نوشـتیم و دو را نگاه داشـته، بر مجموع اعداد، مرتبهٔ چهارم افزودیم، هفده شد. هفت را نوشتیم و یکی را نگاه داشـته، بر مجموع اعداد مرتبهٔ پنجم افزودیم، ده شـد. صفر را نوشتیم و یکی را نگاه داشته، بر دو که در مرتبهٔ اخیرهٔ سطر اوّل واقع است افزودیم، سه شد. آن را بعینه در آخر مراتب حاصل نوشتیم.[۱]

---

۱. هندیان عمل جمع را از چپ به راست انجام می‌دادند؛ برای مثال جمع ۲۳٤ و ۵۹۹ را در نظر بگیرید. هندیان این دو عدد را زیر هم می نوشتند، آن‌گاه عمل جمع را از سمت چپ انجام می‌دادند:

۸۳

۷۲۳

۲۳٤

۵۹۹

به این صورت که ۷=۲+۵ و ۷ را بالای سـتون چپ می‌نوشـتند؛ سـپس ۱۲=۳+۹ که ۷ را خط می‌زدند و بالای آن ۸ می‌نوشـتند و بالای سـتون دوم ۲ می‌نوشـتند. آن‌گاه ۱۳=٤+۹ که ۲ را خط می‌زدند و بالای آن ۳ می‌نوشـتند و بالای سـتون اوّل ۳ می‌نوشـتند. بنابراین جواب برابر ۸۳۳ است. البته در روش دیگری که احتمالاً متعلق به «لیلاوتی بهاسکره» است، جمع دو عدد ۵۹۹ و ۲۳٤ به صورت زیر انجام می‌شود:

مجموع یکان‌ها ۱۳=٤+۹

مجموع دهگان‌ها ۱۲۰=۳+۹

مجموع صدگان‌ها ۷۰۰=۲+۵

و قاعـدهٔ عمل تضعیف آن اسـت که آن عددی را که خواهنـد تضعیف کرد، یک نوبت در تحت خودش نویسـند، به حیثیتی که هر عددی محاذی مثلث مرتسـم شود و به طریقی که در جمع عددین مذکور شد، عمل نمایند و اگر مبتدی را اندک مهارتی باشـد، احتیاج به تکرار نوشـتن آن عدد نیست؛ مثالش: خواستیم که تضعیف کنیم این عدد را که در فوق خط عرضی مرقوم شده:

۵۳۴۹۷

____

۱۰۶۹۹۴

ابتدا از جانب یمین کرده، چهار را که آحاد حاصل تضعیف مرتبهٔ اوّل است، در تحت خط عرضی نوشتیم و یکی را به جهت ده نگاه داشـته، بر حال تضعیف مرتبهٔ دوم افزودیم، نوزده شـد. نُه را نوشتیم و یکی را بر حاصل تضعیف مرتبهٔ سیوم افزودیم، نُه شد. آن را نوشتیم و هم چنین مضعف سه که شش است، نوشتیم.

فصل دوم

در تنصیف عددی

طریقش آن اسـت که آن عدد را بر جایی نویسـند و ابتدا از جانب یمین نموده، اگر عدد اوّل زوج باشـد، نصـف حقیقـی آن را نگاه دارند و اگر فرد باشـد، نصف اقلّ آن را نگاه دارند و اگر واحد باشـد، چیزی نگاه ندارند. آن‌گاه نگاه کنند که در یسار آن عدد اگر عدد فرد باشد، پنج را بر آن نصف محفوظ افزایند و حاصل را در تحت خط عرضی نویسـند، و الاّ همان نصف محفوظ را در تحت نویسـند و اگر آن عدد منصّف واحد باشـد و در یسـار او عددی فرد باشد، در مقابلش پنج نویسـند، و الاّ صفری نویسند و به طریق مذکور صور ارقام را بلا اعتبار مرتبه تنصیف کنند تا عمل به اتمام رسد:

۲۶۷۹۵۴

____

۱۳۳۹۷۷

و چون آحاد عددی که تنصیف آن مطلوب است فرد باشد، در ماتحت آحاد حاصل صورت نصف نویسند بر این صورت؛ مثالش: خواستیم که تنصیف کنیم، عددی را که مافوق خط عرضی است:

۱۱۸۶۷۳

____

نیم ۵۹۳۳۶

ابتدا از سـه نموده، نصف اقل او را که یکی اسـت نگاه داشـتیم و چون در تالی او عدد فرد است، پنج را

مجموع اعداد فوق ۸۳۳=

بر یک افزوده، شــش را در تحت خط نوشــتیم و نصف اقل هفت که سه است نوشتیم و نصف شش که سه اســت نوشــتیم و نصف هشت که چهار اســت با پنج ضم نموده، نُه را نوشتیم و چون واحد نصف ندارد و در یســارش عددی فرد اســت که آن هم واحد است، پنج را در تحت خط نوشتیم و چون آحاد منصف سه است که فرد است صورت نصف را در تحت شش که آحاد حاصل است، نوشتیم.

فصل سیوم

در تفریق

و آن عبارت اســت از نقصان عدد اقل از اکثر و طریق عملش آن اســت که عددین را به طریق مذکور بر جایی نویسند و ابتدا از جانب یمین نموده، هر یک از ارقام اقل اگر ممکن باشد، بلا اعتبار مرتبه از ارقام اکثر نقصان کنند و باقی را در تحت خط عرضی نویسند؛ و اگر ممکن نباشد، ده را بر آن افزوده نقصان کنند و از عدد یســار او از ارقام اکثر یکی کم باید کرد. اما اگر در یســارش صفر باشد، از مرتبهٔ یسار صفر یکی نقصان کرده، آن صفر را اگر در یارش عدد باشــد نُه گیرند و به این طریق عمل به اتمام رســانند؛ مثالش: خواستیم کــه تفریــق کنیــم این عدد ۲۵۹۷۸۴ را از این عدد ۷۳۰۴۹۷، هر دو را به طریق مذکور نوشــته، در ما تحت آن دو عدد خط عرضی کشــیدیم و ابتدا از جانب یمین نموده، چهار را از هفت نقصان کردیم، ســه ماند. آن را در تحت خط نوشــتیم و چون هشــت را از نه نقصان کردیم، یکی ماند. آن را نیز نوشتیم و چون نقصان هفت از چهار ممکن نیســت، ده را بر او افزوده و هفت از چهارده نقصان کردیم و باقی را در تحت خط نوشــتیم و چون در یســار چهار صفر اســت، یکی را از یسار صفر که سه است نقصان کرده، آن صفر را نه گرفتیم و چون نقصان نه از مثلش چیزی باقی نماند صفری در ما تحت خط نوشتیم و چون پنج را از دو نقصان نمی‌توان کردن، ده را بر وی افزوده، هفت را در تحت خط نوشتیم و چون دو را از پیش کم کردیم، چهار ماند آن را در مرتبهٔ اخیره نوشتیم:

۷۳۰۴۹۷
۲۵۹۷۸۴
____
۴۷۰۷۱۳

فصل چهارم

در ضرب

و آن عبارت اســت از ملاحظهٔ احدالعددین به عدد دیگری، خواه ملاحظهٔ مذکوره مســتلزم تکرار آن عدد باشد، چون ضرب عددی در غیر واحد، و خواه نباشد، چون ضرب عددی در واحد. مشهور در تعریف وی آن اســت که گویند ضرب عددی در عددی عبارت اســت از تحصیل عددی ثالث که به سبب او به احدالعددین چون نســبت عدد دیگر باشــد به واحد؛ مثلاً چون سه را در چهار ضرب کنیم دوازده شود و نسبت دوازده به سه چون نسبت چهار است به واحد و عدد اوّل را مضروب گویند و ثانی مضروب فیه و حاصل ضرب عددی

را در نفس خودش مربع گویند و عدد در غیر آن مسطّح.

و بدان که ضرب بر ســه گونه اســت: یا ضرب مفرد اســت در مفرد، یا در مرکب، یا ضرب مرکب است در مرکب؛ و اوّل یا ضرب آحاد اســت در آحاد، یا ضرب غیر آحاد اســت در غیر آحاد. امّا ضرب آحاد در آحاد آن چه اعداد ماتحت خمســه است، به جهت ظهور احتیاج به وضع قاعده ندارد و قاعدۀ ضرب خمسه در هر عددی خواه آحاد و خواه غیر آن، آن است که آن عدد را هر یکی ده گیرند و تنصیف کنند تا مطلوب حاصل شــود؛ مثلاً در ضرب پنج در نه، هر یکی را از نه گرفتیم، نود شــد و چون تنصیف کردیم، چهل و پنج شد و هوالمطلوب و قاعده ضرب مافوق خمســه از آحاد بعضی در بعضی آن اســت که هر دو عدد را جمع کنند و مافوق عشره را هر یکی ده گیرند. آن‌گاه فضل عشره بر هر یک از مضروبین را در یکدیگر ضرب کنند و بر وی افزایند؛ مثلاً در ضرب شش و هشت چون هر دو را جمع کردیم چهارده شد و چون چهار را به عشرات بســط کردیم چهل شــد، و فضل عشره بر هشت که دو است در فضل عشره بر شش که چهار است ضرب نموده، حاصل را که هشت است بر چهل افزودیم.

قاعــدۀ دیگر: مضروب را به عشــرات بســط کننــد و تنصیف کنند و به روی مســطح مضروب در فضل مضروب فیه بر خمســه افزایند؛ مثلاً در ضرب شــش در هفت چون شش رابع عشرات بسط کردیم، شصت شــد و چون تنصیف کردیم، ســی شــد و فضل هفت بر پنج که دو است در شش ضرب کرده، حاصل را که دوازده است بر سی افزودیم، چهل و دو شد؛ و هوالمطلوب.

و امّــا ضــرب آحاد در غیر آحاد از مفردات قاعده‌اش آن اســت که مضروب را که آحاد اســت در صورت مضروب فیه ضرب نموده، اصفاری مضروب بدل که به جهت حفظ مرتبه فیه ملحوظ باشد، به جهت حفظ مرتبه حاصل اعتبار کنند؛ مثلاً در ضرب هفت در نهصد هفت را در نه ضرب کردیم، شصت و سه شد. چون اصفار مضروب فیه را در حاصل اعتبار کردیم، شش هزار و سیصد شد. بر این صورت ۶۳۰۰.

و امّــا ضــرب غیر آحــاد در غیر آحاد، از مفردات قاعده‌اش از قاعدۀ ســابق معلوم می‌شــود؛ چه، صورت احدالمضروبین را در صورت دیگری ضرب نموده، اصفاری که به جهت حفظ مرتبۀ هر یک از مفردین باشد، جمــع کننــد و به جهت حفظ مرتبه حاصل اعتبار کننــد؛ مثلاً در ضرب چهل در هفت هزار چون چهار را در هفت ضرب کردیم، بیســت و هشــت شــد و چون چهار صفر را به جهت حفظ مرتبه حاصل اعتبار کردیم، دویست و هشتاد هزار شد. بر این صورت ۲۸۰۰۰۰.

و امّا در ضرب مفرد در مرکب قاعده‌اش آن اســت که اگر آن مفرد از آحاد باشــد، مضروب را در هر یک از ارقام مضروب فیه ضرب کنند و آحاد حاصل را در تحت خط عرضی نویســند و عشــرات را نگاه دارند تا به عدد هر عشــری یکی را بر حاصل ضرب تالی آن افزایند و بدین طریق عمل را به پایان رســانند و اگر مبتدی را حفظ عشــرات متعســر باشد، عشرات حاصل را در یسار آحاد نویسد و حاصل تالی را به این طریق نویســد که آحاد آن محاذی عشــرات سابق باشــد. بدین گونه عمل به اتمام رساند. آن‌گاه اعداد متحاذیه را جمع کند؛ مثالش: خواســتیم که هفت را در این عدد ۷۰۴۹۸ ضرب کنیم. شــش را که آحاد حاصل ضرب هفت در هشت است در تحت خط نوشتیم. از جهت عشرات پنج را بر حاصل ضرب هفت در نه افزوده، آحاد

مجموع که هشت است در تحت خط نوشتیم و از جهت عشرات شش را بر بیست و هشت که حاصل ضرب هفت در چهار اســت افزوده، آحاد مجموع را که چهار اســت، در تحت خط نوشتیم و از جهت عشرات سه را بعینه در تحت خط نوشــتیم، به جهت آنکه از ضرب هفت در صفر عددی حاصل نمی‌شــود. آن‌گاه هفت را در هفت ضرب نموده، چهل و نه را بعینه در تحت نوشتیم؛ و اگر آن مفرد را که در مرکب ضرب کنیم غیر آحاد باشد، صورت آن مفرد را به طریق مذکور در مرکب ضرب کنیم و اصفاری که به جهت حفظ مرتبهٔ او ملحوظ باشد، در یمین حاصل اعتبار کنیم.

و امّــا ضرب مرکّب در مرکّب قاعده‌اش بســیار اســت؛ از آن جمله آن اســت که هــر یک از مضروب و مضروب فیه را جداگونه نویســند و آحاد مضروب را در هر یک از ارقام مضروب فیه ضرب کنند، به طریقی که در قاعدهٔ سابقه اعنی ضرب مفرد در مرکب مذکور شد و حاصل را در سطری ضبط کنند. آن‌گاه عشرات مضروب را به همان طریق در هر یک از ارقام مضروب فیه ضرب کنند و آحاد حاصل را محاذی عشــرات ســطر حاصل اوّل نویســند و هم چنین سایر ارقام مضروب را به همان طریق در مضروب فیه ضرب کنند و هر سطر که حاصل شود آن را محاذی عشرات سطر سابق نویسند؛ واگر در یکی از مراتب مضروب صفری باشــد، آن را اعتبار نکنند، اما ســطر حاصل به عددی را محاذی مآت ســطر حاصل ماقبل نویسند؛ مثالش: خواســتیم که ضرب کنیم این عدد ۴ ۵ ۹ ۰ ۷ را در این عدد ۶ ۸ ۳ ۱. چهار که آحاد مضروب اســت، در هر یک از ارقام مضروب فیه به طریق قاعدهٔ مذکوره ضرب کردیم، این ســطر حاصل شــد: ۴ ۴ ۵ ۵. و چون پنج را در هر یک از ارقام مضروب فیه ضرب کردیم، این سطر حاصل شد.۳۰ ۹ ۶ و چون نه را در هر یک از ارقام مضروب فیه ضرب کردیم این ســطر به حصول پیوســت: ۴ ۷ ۳ ۲ ۱ و چون از ضرب صفر چیزی به هم نرسید، سطر حاصل ضرب هفت در مضروب فیه را محاذی مآت سطر سابق نوشتیم بر این صورت:

۵۵۴۴
۶۹۳۰
۱۲۴۷۴
۹۷۰۲
____
۹۸۳۴۲۲۴۴

بعد از آن خط عرضی کشــیده، ابتدا از ســطر اوّل نمودیم و چون در محاذی چهار که آحاد اســت حاصل اوّل است عددی نبود، آن را بعینه در تحت خط نوشتیم و چون محاذی چهار عشراتش صفر بود، آن را بعینه نوشــتیم. مآتش که پنج اســت با سه و چهار جمع نموده، آحاد حاصل را که دو است نوشتیم و عشرات او را بر حاصل مرتبهٔ لاحقه افزوده، عمل تمام کردیم.

و بدان که هرگاه ارقام مضروب در جمیع مراتب متماثل باشد، چون شش هزار و ششصد و شصت و شش در اخذ حاصل احتیاج به نوشتن سطور نیست؛ چرا که ممکن است که یکی از ارقام مضروب را در مضروب فیه ضرب کنند و حاصل را ضبط کنند. آن‌گاه آحاد حاصل را دیگر باره نویســند. عشــراتش را با آحاد جمع

نموده، آحاد مجموع را در جنب آن نویســند و به جهت هر ده یکی را بر جمع آحاد و عشــرات و مآت حاصل مذکوره افزایند و به همین طریق مراتب ســطر حاصل را جمع کنند تا به حدی که عدهٔ آن مراتب مســاوی عدهٔ مراتب مضروب نمی‌شــود. آن‌گاه آحاد در اندازند و از عشــرات گرفته مراتب تا به تالی آن عدد که جمع به او منتهی شده بود، جمع کنند. آن‌گاه عشرات را هم اسقاط کنند و تتمه را به طریقی که بیان کردیم جمع کنند و به همین منوال عمل را تمام کنند؛ مثالش: خواستیم که ضرب کنیم، این عدد ۶۶۶۶ را در این عدد ۷۸۰۳۹۸ شــش را که در مضروب فیه ضرب کردیم این ســطر حاصل شد: ۴۶۸۲۳۸۸. پس اوّل را بعینه نوشتیم و آن را با هشت ثانی جمع نموده، شش را در جنب هشت نوشتیم و یکی را بر جمع سه و دو هشت افزودیم، بیست شد. صفری را در جنب عدد سابق نوشته دو را بر جمع دو و سه و دو هشت افزودیم، بیســت و سه شد. سه را در جنب صفر نوشتیم و چون مراتب سطر حاصل مساوی مراتب مضروب شد آحاد را اسقاط کرده، دو را بر جمع هشت و دو و سه و یک هشت افزودیم، بیست و سه شد. سه را نوشتیم و دو را بر جمع شش و هشت و دو و سه افزودیم، بیست و یک شد. یک را نوشتیم و دو را بر جمع چهار و شش و هشــت و دو افزودیم، بیســت و دو شد. دو را نوشتیم و دو دیگر را بر جمع چهار و شش و هشت افزودیم، بیست شد. صفری نوشتیم و دو را بر جمع چهار و شش افزودیم، دوازده شد. دو را نوشتیم و یکی را بر چهار افزودیم، پنج شد. آن را نوشتیم بر این صورت: ۵۲۰۲۱۳۳۰۶۸

قاعدهٔ ۱: در عمل ضرب مرکبات بعضی در بعضی و در این قاعده احتیاج به اســتعمال ضرب نیســت، بلکه به محض تضعیف و جمع اکتفا می‌توان نمود. طریقش آن است که مضروب را نویسند و بر جانب یمین آن خط طولانی کشــند و به ازای مضروب در جانب یمین خط طولانی رقم یک نویســند. آن‌گاه مضروب را تضعیف کنند و به ازای ســطر حاصل دو نویســند. بعد از آن حاصل را با مضروب جمع کرده، به ازای حاصل آن، رقم سه نویسند و باز آن حاصل را با مضروب جمع نموده، به ازای حاصل آن رقم چهار نویسند. تا آنکه قاعدهٔ اضعاف مضروب به عدد اعظم ارقام مضروب فیه رسد. آن‌گاه ملاحظه کنند که اوّل ارقام مضروب فیه کدام عدد است. پس از جملهٔ سطور اضعاف مضروب، سطری که به ازای مثل نویسند آن عدد باشد نویسند. باز سطری که با ازای مثل رقم ثانی مضروب فیه باشد به طریقی که آحاد سطر ثانی محاذی عشرات سطر اوّل باشد و هم چنین سطوری که به ازای امثال ارقام مضروب فیه باشد، به طریق مذکور نوشته عمل را به اتمام رســانند؛ مثالش: خواســتیم که ضرب کنیم این عدد ۷۰۵۹۴ را در این عدد ۱۳۸۶ مضروب را بر جایی نوشتیم و بر یمین آن خط طولانی کشیدیم و به ازای آن رقم یک نوشتیم و چون اعظم ارقام مضروب فیه هشت است هشت مرتبه اضعاف مضروب را تحصیل کردیم، بر این صورت[1]:

۱	۷۰۵۹۴
۲	۱۴۱۱۸۸

۱. در رســم فــوق اگــر y=۷۰۵۹٤ آن‌گاه x=۱٤۱۱۸۸=y۲ و x+y=۲۱۱۷۸۲ و y+y+x=۲۸۲۳۷٦ و x+y+y+y=۳۵۲۹۷۰ و....

۳	۲۱۱۷۸۲
۴	۲۸۲۳۷۶
۵	۳۵۲۹۷۰
۶	۴۲۳۵۶۴
۷	۴۹۴۱۵۸
۸	۵۶۴۷۵۲

و چون اوّل ارقام مضروب فیه ملاحظه نمودیم، شــش بود؛ از جمله ســطور اضعاف مضروب سطری که به ازاء شــش بود نوشــتیم و هم چنین سطری که به ازای هشت و ســه و یک به طریق مذکور نوشتیم، بر این صورت:

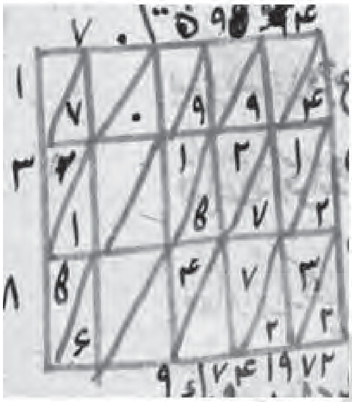
۴۲۳۵۶۴
۶۴۷۵۲
۲۱۱۷۸۲
۷۰۵۹۴
―――――――――
۹۷۸۴۳۲۸۴

و حاصل ضرب را به طریقی که در قاعدۀ سابقه ظاهر شد، به دست آوردیم.

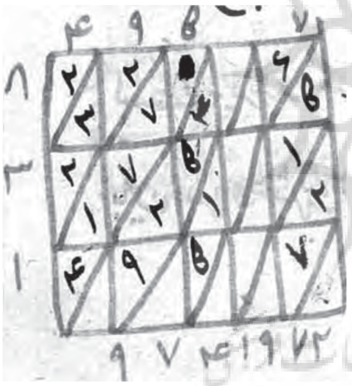
قاعدۀ ۲: در ضرب مرکبات که مســمّی اســت به ضرب شبکه و بسیار مشهور است؛ طریقش آن است که شــکلی ذو اربعۀ اضلاع رســم کنند و احد اضلاع آن را به عدد مراتب مضروب منقســم ســازند و ضلع مجاورش را به عدد مراتب مضروب فیه. آن‌گاه از مواضع اقسام خطوط اخراج کنند به ضلع مقابل تا مربعات صغار مرتســم شــود. پس هر یک از مربعات صغار را به دو مثلث منقســم ســازند، به این طریق که ابتدا از زاویۀ فوقانیه به نیم نموده، خط مورب به جانب زاویه تحتانیۀ یســری کشــند. آن‌گاه بر بالای ضلعی که به عدد مراتب مضروب منقســم شده، ارقام آن نویســند و بر جانب ضلع مجاورش که به عدد مراتب مضروب فیه منقســم شــده، ارقام مضروب آن نویسند؛ و این بر دو وجه ممکن است: یکی آن که آخر ارقام مضروب را مجــاور آخر ارقام مضروب فیه نویســند و دیگر آنکه اوّل ارقام مضــروب را مجاور اوّل ارقام مضروب فیه نویسند. آن‌گاه هر یک از ارقام مضروب را در هر یک از ارقام مضروب فیه ضرب نموده، حاصل را در مربع صغری که محاذی هر دور قسمت نویسند. پس در وجه اوّل عشرات را در مثلث فوقانی مربع مزبور نویسند و آحاد را در مثلث تحتانی، و در وجه ثانی بر عکس.

و طریق تحصیل حاصل ضرب آن اســت که عددی یا صفری که در مثلث آخر باشــد، بعینه نویسند و بنا بر وجه ثانی، آنچه در مثلث اوّل باشــد، بعینه نویســند. آن‌گاه اعداد ما بین خطین موربین را به ترتیب جمع کنند و آحاد حاصل جمع را نویسند و از عشرات آن جهت هر ده یکی بر حاصل جمع ما بین خطین موربین

تالی آن افزایند و به این طریق عمل را به پایان رسـانند؛ مثالش: خواسـتیم که ضرب کنیم این عدد ۵ ۹ ۴ ۷ ۰ را در این عدد ۸ ۳ ۱. شـکلی ذو اربعهٔ اضلاع به طریق مذکور کشـیدیم و ارقام مضروبین را بر ضلعین مجاورین بر وجه اوّل نوشتیم و چون یک را در هفت ضرب کردیم، همان هفت شد. آن را در مثلث تحتانی نوشـتیم و سـه را در هفت ضرب کردیم، بیست و یک شد. دو را در مثلث فوقانی و یک را در مثلث تحتانی نوشتیم و مسطح هشـت در هفت، پنجاه و شش است. پنج را در فوقانی و شش را در تحتانی نوشتیم و به این طریق، شکل مذکور را به اتمام کردیم، به این صورت:



و به جهت اخذ حاصل چون در مثلث اخیر دو اسـت، آن را بعینه نوشـتیم و اعداد مابین خطیـن موربین جنب آن را جمع کردیم، هفت شـد. آن را نیز نوشتیم و هم چنین اعداد خطوط موربـه را بـه ترتیب جمع کردیم به اتمام شـد و صورت عمل مذکور بر وجه ثانی این است:



و ممکن اسـت که تقسـیم هر یک از مربعات را به دو مثلث بـه این طریق کنند که ابتدا از زاویـهٔ تحتانیهٔ یمینی نموده، خط مورب به جانب زاویهٔ فوقانیهٔ یسـری کشند و بر قیاس مذکور به وجه شبکه را به اتمام رسانند.

و بدان که ضرب را قواعد دیگر است که محاسب را تذکر آن نافع باشد و ما بعضی از آنها را در این مقام ایراد کنیم.

قاعدهٔ ۳: در ضرب آحاد در مابین عشره و عشرین مضروب را با آحاد مضروب فیه جمع نموده، مجموع را به عشـرات بسـط کنند و از او مسطح فصل عشره بر مضروب در آحاد مضروب فیه نقصان کنند؛ مثلاً در ضرب هفت در شانزده سیزده را به عشرات بسط کردیم، صد و سی شد. از او مسطح سه در شش که هجده است نقصان کردیم، صد و دوازده شد، و هوالمطلوب.

قاعدهٔ ۴: در ضرب مابین عشره و عشرین بعضی در بعضی آحاد احدالمضروبین را بر دیگری افزایند و بسط کنند به عشرات و مسطح مجموع آحاد در آحاد را بر وی افزایند؛ مثلاً در ضرب سیزده در هجده بیست و یک را بسط کردیم به دویست و ده و بر وی بیست و چهار افزودیم.

قاعدهٔ ۵: در ضرب مابین عشـره و عشـرین در مابین عشرین و مائه از مرکبات آحاد اقل را در صورت عشرات اکثر ضرب کنند و بر اکثر افزایند. آن‌گاه مجموع را به عشرات بسط کنند و مسطح آحاد در آحاد بر وی افزایند؛ مثلاً در ضرب چهارده در پنجاه و شـش مسـطح چهارده پنج که بیسـت است بر پنجاه و شش

افزودیم و مجموع را به هفتصد و شــصت بســط کردیم و مســطح چهار در شش که بیست و چهار است بر وی افزودیم.

قاعدهٔ ۶: در ضرب مابین عشره و مائه از مرکبات بعضی در بعضی به شرط آنکه صورت عشرات مضروبین مساوی باشد، آحاد احدهما را بر مجموع دیگری افزایند و حاصل را در صورت عشرات احدالمضروبین ضرب کنند و حاصل را به عشرات بسط کنند و بر وی مسطح آحاد در آحاد افزایند؛ مثلاً در ضرب شصت و سه در شــصت و هفت هفتاد را در شــش ضرب کردیم. چهارصد و بیست شد. آن را به عشرات بسط کردیم، چهار هزار و دویست شد، بر آن مسطح سه در هفت افزودیم.

قاعــدهٔ ۷: در ضــرب نه در هر عددی که خواهند مضروب فیه را به عشــرات بســط کنند و از حاصل همان مضروب فیه را نقصان کنند؛ مثلاً در ضرب نه در هفتاد و شش از هفتصد و شصت هفتاد و شش کم کنند باقی مطلوب است و اگر مضروب بود و نه باشد، مضروب فیه را به مآت بسط کنند و از حاصل همان مضروب فیه را نقصان کنند.

قاعــدهٔ ۸: در ضــرب پانزده در هر عددی که خواهند نصف مضروب فیه را بر او افزایند و مجموع را به عشرات بسط کنند؛ مثلاً در ضرب پانزده در چهل و سه بیست و یک و نیم را بر چهل و سه افزودیم شصت و چهار و نیم شد. آن را به عشرات بسط کردیم نهصد و چهل و پنج شد، و هوالمطلوب.

قاعدهٔ ۹: گاهی ضرب آســان شــود به آنکه تنصیف کنند مضروب را و تضعیف کنند مضروب فیه را تا اوّل منتهی به آحاد، پس ضرب کنند ما انتهی الیه احدهما را در ماانتهی الیه الاخر؛ مثلاً در ضرب دوازده در بیست و پنج تضعیف مضروب و تنصیف مضروب فیه کنیم تا منتهی شود به ضرب سه در صد.

فصل پنجم
در قسمت

و آن عبارت اســت از تحصیل عددی ثالث که نســبت آن به واحد چون نســبت مقسوم باشد به مقسوم علیه؛ مثلاً چون دوازده را بر ســه قســمت کند، خارج قسمت چهار باشد و نسبت چهار به واحد چون نسبت دوازده است به سه و از اینجا ظاهر شد که قسمت عکس ضرب است؛ و طریق عملش آن است که مقسوم را نویسند و ملاحظه کنند که عدهٔ ارقام مقسوم علیه با مثل وی از عدهٔ ارقام اواخر مقسوم مساوی است یا کمتر اســت یا بیشــتر. اگر مساوی یا کمتر باشد، مقسوم علیه را بر بالای مقسوم نویسند به حیثیتی که آخر ارقام مقسوم محاذی آخر ارقام مقسوم باشد؛ و اگر بیشتر باشد، آخر ارقام مقسوم علیه را محاذی ماقبل آخر ارقام مقسوم نویسند. آن‌گاه خط عرضی میان مقسوم و مقسوم علیه کشند و از اطراف ارقام که محاذی ارقام مقســوم علیه در یسار او باشــد خطوط طولیه اخراج کنند. آن‌گاه اکثر عددی را از آحاد طلب کنند که هرگاه آن عدد را در هر یک از ارقام مقسوم علیه ضرب کنند، حاصل ضرب را از محاذی آن از ارقام مقسوم، و از یسارش اگر عددی باشد، نقصان توان کرد. چون عددی بر صفت مذکوره یافت شود، آن را در یمین خطوط طولیه نویســند. آن‌گاه آن عدد را در مقســوم علیه ضرب کند، به طریقی که در قاعدهٔ ضرب آحاد در مرکب

ظاهر شـد و حاصل ضرب را در ماتحت ارقام مقسوم که در مابین خطوط طولیه مثبت است نویسند. آن‌گاه آن حاصل را از ارقام مذکوره از مقسـوم تفریق کنند و حاصل تفریق را بعد از خط عرضی در مابین خطوط طولیه نویسـند و به این طریق که مرتبهٔ اوّل را محاذی اوّل مقسـوم علیه اسـت خالی گذارند و در همین موضعی که خالی گذاشـته‌اند، آخر رقمی از ارقام مقسـوم که خارج از ارقام خطوط طولیه‌اند نویسند. آن‌گاه به طریق مذکور، اکثر عددی را از آحاد طلب کنند که هرگاه بر هر یک از ارقام مقسـوم علیه ضرب کنند، حاصل را از محاذی آن از ارقام سـطر حاصل تفریق، و از یسـارش اگر عددی باشـد نقصان توان کرد، اگر یافت شـود آن را در ماتحت عددی که در یمین خط‌های طولی نوشـته‌اند، نویسند و در مقسوم علیه ضرب نموده، حاصل را از سـطر حاصل تفریق کند و حاصل تفریق ثانی را به طریق حاصل تفریق اوّل نویسـند و در مرتبهٔ یمین حاصل تفریق که خالی گذاشته‌اند، رقمی از ارقام خارجهٔ مقسوم که در یمین رقم سابق است نویسـند؛ و اگر عددی از آحاد به صفت مذکوره یافت نشـود، صفری در موضع معهود نویسـند. آن‌گاه خط عرضی کشیده، سطر حاصل تفریق را یک نوبت دیگر در ماتحت خط نویسند، به حیثیتی که یک مرتبه در یمین خالی بماند. بعد از آن اکثر عددی را از آحاد به طریق مذکور طلب نمایند و به قاعده‌ای که مذکور شد، عمل کنند، تا آن‌گاه که از ارقام خارجهٔ مقسوم چیزی نماند.

پس اگر از تفریق اخیر چیزی باقی نماند، کسـری خارج یا قسـمت نباشـد و اگر باقی نماند، لامحاله از مقسـوم علیه کمتر خواهند. بنابر این آن را مقسـوم علیه نسبت باید داد تا کسر حاصل شود و معنی نسبت در مبحث حسـاب کسـور ظاهر می‌شود؛ مثالش: خواستیم که قسـمت کنیم این عدد ۷ ۹ ۸ ۰ ۴ ۹ ۵ را به این عدد ۳ ۷ ۸ چون ارقام مقسوم علیه زاید بود، بر مثل آن از عدهٔ اواخر مقسوم؛ لهذا آخر مقسوم علیه را محاذی ماقبل آخر مقسـوم نوشـتیم و خط عرضی در میان مقسوم و مقسوم علیه کشیدیم و از اطراف ارقام معهودهٔ مقسـوم خطوط طولیه اخراج کردیم. آن‌گاه اکثر عددی را از آحاد طلب کردیم که چون از هشـت ضرب کنیم، از پنجاه و نه نقصان توان کرد و هم چنین چون در هفت و در سه ضرب کنیم از محاذی آن از مقسوم و از یسارش اگر چیزی باشد نقصان توان کرد، شش را یافتیم، آن را در یمین خطوط طولیه نوشتیم. پی شش را در مقسوم علیه ضرب نموده، حاصل را که ۸ ۳ ۲ ۵ است در ماتحت ارقام مقسوم که در مابین خطوط طولیه اسـت نوشتیم و خط عرضی کشیدیم و حاصل ضرب را از ارقام مقسوم که محاذی وی است تفریق کردیم و حاصل تفریق را ۷۰۲ است در تحت خط عرضی نوشتیم، به حیثیتی که در جانب یمین یک مرتبه خالی ماند. آن‌گاه در آن مرتبهٔ خالیه هشت را از ارقام خارجهٔ مقسوم نوشتیم. بعد از آن اکثر عددی را از آحاد به صفت مذکوره طلب کردیم، هشت را یافتیم، آن را در ماتحت شش که اوّل یافته بودیم، نوشتیم و در مقسـوم علیه ضرب نموده، حاصل ضرب را که ۴ ۸ ۹ ۶ اسـت نوشـتیم و بعد آن خط عرضی حاصل تفریق را ۴۴ است، نوشتیم.

و در یمین آن نه از ارقام خارجه مقسـوم نوشـتیم، آن‌گاه اکثر عددی را به صفت مذکوره طلب کردیم، یافت نشد، صفری را در ماتحت هشت در یمین خطوط طولیه نوشتیم. آن‌گاه آن سطر را ۴۴۹ است، بعد از خط عرضی یک نوبت دیگر نوشـتیم، به حیثیتی که در یمین یک مرتبه خالی ماند و در آن مرتبه هفت از

ارقام خارجهٔ مقسوم نوشتیم. بعد از آن اکثر عددی را به صفت مذکوره طلبیدیم، پنج را یافتیم، آن را در تحت صفر نوشتیم و در مقسوم علیه ضرب نموده، حاصل را نوشتیم و تفریق کردیم؛ آنچه باقی ماند، ۱۳۲ است؛ و چون از ارقام خارجه مقسوم چیزی نماند، معلوم شد که عمل تمام شده است. این عدد را به مقسوم علیه نسبت دادیم، پس خارج قسمت شش هزار و هشتصد و پنج باشد و صد و سی و دو جزو از جمله هشتصد و هفتاد و سه جزو از واحد:

۰	۸	۷	۳	
۵ ۵	۹ ۲	۴ ۳	۰ ۸	۸۹۷
۷ ۶	۰ ۹	۲ ۸	۸ ۴	۶
	۴	۴	۹	۸
۴ ۴	۴ ۳	۹ ۶	۷ ۵	۰
۱	۳	۲		۵

۸۷۳	۱
۱۷۴۶	۲
۲۶۱۹	۳
۳۴۹۲	۴
۴۳۶۵	۵
۵۲۳۸	۶
۶۱۱۱	۷
۶۹۸۴	۸
۷۸۵۷	۹

و بدان که اگر بر مبتدی تحصیل اکثر عددی از آحاد به طریق مذکور متعبر باشد، مقسوم علیه را بر جایی نویسند و بر یمین آن خطوط طولانی کشیده، نه مرتبه آن را تضعیف کنند، به طریقی که در مبحث ضرب معلوم شد و در یمین خط به ازای سطر اوّل که مقسوم علیه است رقم یک نویسند و به ازای سطر ثانی رقم دو و هم چنین تا سطر تاسع که به ازای آن رقم نه نویسند. آن‌گاه ملاحظه کنند که از این سطور اعظم سطری که آن را از آنچه از ارقام مقسوم در ماتحت مقسوم علیه نویسند، شده تفریق توان کرد کدام

اســت؟ چون ســطر مذکور را بیابد آن را بعینه در ماتحت ارقام مذکوره از مقسوم نوشته، عدد آن سطر را در جانب یمین بعد از اخراج خط طولی نویســند. آن‌گاه بر یمین حاصل تفریق رقم اخیر از ارقام خارجه مقسوم نویســند به ازای اعظم ســطری طلب نماید که آن را از سطر حاصل تفریق توان کرد. اگر یافت شود، آن را نوشــته در یمین خط طولی عدد آن ســطر را نیز نویسند و اگر یافت نشــود، صفری نویسد و به طریقی که مذکور شــد، عمل کنند تا به اتمام رســد؛ مثلاً در مثال مذکور، مقســوم علیه را بر جایی نوشتیم و تضعیفات آن را تا نُه گرفتیم:

آن‌گاه ملاحظه نمودیم که اعظم ســطری که آن را از ارقام معهوده مقسوم تفریق توان کرد، کدام است. ســطری یافتیم که محاذی شــش بود. آن را نوشــته، از ارقام معهوده مقسوم تفریق کردیم و شش را بعد از اخراج خط طولی در جانب یمین‌الخط نوشتیم و رقمی که در آخر ارقام خارجه مقسوم است هشت است آن را در یمین حاصل تفریق نوشــتیم. باز اعظم ســطری طلب نمودیم که آن را از حاصل تفریق تا رقم مذکور تفریق توان کرد. سطر هشتم را یافتیم آن را به طریق مذکور نوشته، عمل به اتمام رسانیدیم، بر این صورت:

۸۷۳	۸۹۷
۵۹۴۰	۶
۵۲۳۸	
۷۰۲۸	
۶۹۸۴	۸
۴۴۹	۰
۴۴۹۷	
۴۳۶۵	۵
۱۳۲	

فصل

در استخراج جذر

چــون عــددی را در نفس خود ضــرب کنند، حاصل ضرب را مجذور خوانند و آن عــدد را جذر او؛ و در علم مساحت حاصل را مربع خوانند و آن عدد را ضلع؛ و در علم جبر و مقابله حاصل را مال خوانند و آن عدد را شیء.

و بدان که عدد بر دو قسم است: منطق و اصم. منطق آن است که آن را جذر صحیح باشد چون چهار و بیست و پنج؛ و اصم آن است که آن را جذر صحیح نبود چون پنج و بیست؛ و گاه منطق را گویند و عددی را خواهند که آن را بعضی از کسور تسعه باشد، چون دوازده، و اصم را گویند و عددی خواهند که آن را هیچ یک از کسور تسعه نباشد و کسور تسعه عن‌قریب معلوم خواهد شد.

و چون خواهند که جذر عددی را بدانند، پس اگر آن عدد قلیل باشد، بدون استعانه به قلم و کاغذ تحصیل

کنند، به این طریق که ملاحظه کنند اگر یافت شود، فهوالمطلوب؛ و الاّ ملاحظه کنند که اقرب مجذورات به آن عدد از جانب ماتحت کدام است و از جانب مافوق کدام و فضل آن بر اقرب مجذورات تحتانی چند است، آن فضل به مابین المجذورین نسـبت دهند. پس جذر آن عدد همان جذر اقرب مجذورات تحتانی اسـت با کسر مأخوذ از نسبت مذکوره، مثلاً هرگاه که خواهیم که جذر بیست و دو را بدانیم اقرب مجذورات تحتانی او شانزده است و اقرب مجذورات فوقانی او بیست و پنج و مابین المجذورین نه است و فضل عدد مطلوب بر شانزده شش. پس گوییم که جذر بیست و دو، چهار و دو ثلث است به تقریب و اگر مطلوب الجذر کثیر[1] باشد طریق تحصیلش آن است که از جانب آحاد آن عدد ابتدا نموده، دو مرتبه از آن نویسند. آن‌گاه دو مرتبهٔ تالیه او را بر مافوقش نویسند و هم چنین مراتب دو مرتبه دو مرتبه بر فوق سابق نویسند؛ و اگر در آخر یک مرتبه بماند، آن را بر مافوق کل نویسـند. آن‌گاه بر یمین این سـطور خط طولی بکشند و بر بالای هر سطر خط عرضی بکشند. پس طلب کنند اکثر عددی را از آحاد که هرگاه آن را در نفس خودش ضرب کنند، مربع آن را از سـطر فوقانی نقصان توان کرد. خواه آن سـطر فوقانی یک رقم باشد یا دو رقم؛ و چون عدد مذکور یافت شود، آن را در یمین خط طولی محاذی سطر مذکور نویسند و مربع آن را در تحت آن سطر و فوق خط عرضی نویسند. آن‌گاه مربع مذکور را از آن سطر تفریق نموده، حاصل را در جنب سطر ثانی نویسند. بعد از آن، آن عددی را که در یمین خط طولی محاذی سطر اوّل نوشته‌اند، تضعیف کنند و حاصل را محاذی سطر ثانی نویسند. آن‌گاه اکثر عددی را از آحاد طلب کنند که هرگاه آن را در نفس خودش و در حاصل تضعیف مذکور ضرب کنند، حاصل را از ارقام سـطر ثانی تفریق توان کرد. اگر یافت شـود، آن را در یمین حاصل تضعیف نویسند و به طریقی که گفتیم عمل نموده، حاصل تفریق را در جنب سطر ثالث نویسند. آن‌گاه آن عددی را که در ثانی‌الحال یافته‌اند بر عددی که در یمین خط طولی محاذی سطر ثانی نوشته است افزایند و حاصل را محاذی سـطر ثالث نویسـند. بعد از آن اکثر عددی را به صفت مذکوره طلب نمایند و به طریق سابق عمل نمایند تا به سطر اخیر منتهی شود؛ و اگر در بعضی از مراتب عددی به صفت مذکور یافت نشود صفری نویسند؛ و بعد از اتمام عمل اگر چیزی باقی نماند آن عدد منطق است و جذرش آحاد اعداد است که در یمین خط طولی محاذی سـطور مذکوره مسـطور شده و اگر چیزی باقی ماند آن را در تحت خط عرضی نویسـند و بر عددی که محاذی سـطر اخیر در یمین خط طولی نوشته‌اند آحاد او را با واحد بیفزایند تا فضل اقرب مجذورات فوقانی بر اقرب مجذورات تحتانی حاصل شود. آن‌گاه آن باقی را با مجموع نسبت دهند و گویند که جذر آن عدد به تقریب آحاد اعدادی است که در یمین خطوط طولی مرقوم شده، با کسر مذکور.

مثالش: خواسـتیم که جذر این عدد ۷ ۹ ۶ ۷ ۹ ۶ ۵ ۳ ۲ ۴ را ابتدا از جانب آحاد کرده مرتبین اولین که نود و هفت اسـت، نوشـتیم و بر فوق آن دو مرتبهٔ تالیه و هم چنین تا آخر، آن‌گاه بر یمین این سطور خطی کشیده و بر بالای هر سطر خط عرضی کشیدیم. پس طلب نمودیم اکثر عددی را از آحاد به صفت مذکور، شش را یافتیم، آن را در یمین خط طولی نوشته، در نفس خودش ضرب کردیم و سی و شش را در ماتحت

۱. نسخه: یسار؛ به اقتضای کلام اصلاح شد.

۴۲ نوشـــتیم و از آن تفریق نموده، دوازده را در جنب خط طولی محاذی ســطر ثانی نوشـــتیم. حاصل را که شــش است، در جنب ۳۵ که ســطر ثانی است نوشتیم. آن‌گاه شــش را تضعیف نموده، طلب کردیم پنج را یافتیم. آن را در جانب دوازده نوشـــتیم، ۱۲۵ ضرب نموده، حاصل را که ۶۲۵ اســت در ماتحت ارقام ســطر ثانی نوشـــتیم و از آن تفریق نموده حاصل را که ۱۰ اســت در جنب ۶۹ که سطر ثالث است نوشتیم و پنج را بر ۱۲۵ افزودیم، ۱۳۰ آن را محاذی ســطر ثالث نوشـــتیم و اکثر عددی را به صفت مذکوره طلبیدیم چیزی نیافتیم صفری را در یمین ۱۳۰ نوشـــتیم و ارقام ســطر ثالث را در جنب ســطر رابع نوشـــتیم. آن‌گاه عددی که در یمین خط طولی محاذی ســطر ثالث بود، بعینه محاذی ســطر رابع نوشتیم. آن‌گاه باز اکثر عددی به صفت مذکور طلبیدیم، هشــت را یافتیم آن را در یمین عدد مذکور نوشـــتیم و در این ۱۳۰۰۸ ضرب نموده، حاصل را که ۱۰۴۰۶۴ است، در تحت ارقام سطر رابع نوشتیم و تفریق نموده، حاصل را که ۲۹۱۲ است در جنب سطر خامس نوشتیم. آن‌گاه باز اکثر عددی را که هشت را بر عدد محاذی سطر رابع افزوده حاصل را محاذی سطر خامس نوشتیم. باز اکثر عددی به صفت مذکور طلبیدیم، دو را یافتیم در یمین حاصل مذکور نوشتیم و در ۱۳۰۱۶۲ ضرب نموده، حاصل را در تحت ارقام سطر خامس نوشته، از آن تفریق کردیم. باقی که ۳۰۹۷۳ اســت در تحت خط عرضی نوشـــتیم. آن‌گاه دو را با واحد بر عدد محاذی سطر خامس افزودیم ۱۳۰۱۶۵ شــد. باقی مذکور را به آن نســبت دادیم. پس گوییم که جذر عدد مطلوب تقریباً ۶۵۰۸۲ اســت و ۳۰۹۷۳ جزو از جمله ۱۳۰۱۶۵ جزو از واحد:

۴۲	۶
۳۶	
۶۳۵	۱۲۵
۶۲۵	
۱۰۶۹	۱۳۰۰
۱۰۶۹۷۶	۱۳۰۰۸
۱۰۴۰۶۴	
۲۹۱۲۹۷	۱۳۰۱۶۲
۲۶۰۳۲۴	
	۳۰۹۷۳

و بــدان که مربع جذر تقریبی همیشـــه از عدد مطلوب‌الجذر کمتر اســت و اعــداد صحاح که در میان دو مجذور حقیقی واقع می‌شــوند، جذر حقیقی ندارند، به آن که دارند و دانستن آن متعذر است و دلیل هندسی بر این مطلب، در مقام خود مبین شده.

فصل هفتم

در میزان اعمال مذکوره

بــدان کــه میزان عدد نزد جمهور، عددی اســت که از جمع صور ارقام عددی دیگر به هم رســد. بعد از

آن که مهماامکن نُه را از آن اسقاط کرده باشند. پس میزان این عدد ۱۶۰۷۹۵۶ هفت است؛ و هرگاه که خواهند که صحت عملی را معلوم کنند، به میزان مذکور ظنّ صحّت به هم می‌رسد و طریق میزان در عمل جمع آن است که میزان عددین را بگیرند و میزان حاصل را نیز بگیرند. اگر مخالف باشد، عمل خطا باشد و در عمل تضعیف آن است که میزان عدد را تضعیف کنند و میزان حاصل را با آن مقابله کنند؛ و در عمل تنصیف آن است که میزان عدد را گیرند و میزان نصف را تضعیف کنند؛ و در عمل تفریق آن است که فضل میزان منقوص منه بر میزان منقوص گیرند، و اگر ممکن نباشد، نه را میزان منقوص منه افزوده، فضل که با میزان حاصل مقابله کنند؛ و در عمل ضرب آن است که میزان مضروب در مضروب فیه گیرند و میزان حاصل ضرب را با آن موازنه کنند؛ و در عمل قسمت آن است که میزان مسطح خارج قسمت در میزان مقسوم علیه گیرند و بر او میزان باقی افزایند. آن‌گاه با میزان مقسوم موازنه کنند؛ و در عمل جذر آن است که میزان خارج را گیرند و در نفس خودش ضرب نموده، بر او میزان باقی را بیفزایند. آن‌گاه میزان عدد مطلوب‌الجذر را گیرند و مقابله کنند.

و بدان که میزان را طریقی دیگر هست و آن چنان است که هر یک از ارقام مراتب ازواج عدد مطلوب را تبدیل کنند به فضل یازده بر آن رقم، آن‌گاه جمع صور ارقام نموده، یازده یازده طرح کنند؛ مثلاً در مثال مذکور پنج و شش و هفت را تبدیل کنند به شش و چهار و پنج. پس عدد مذکور مبدّل به این عدد ۱۵۰۴۹۶۶ و میزان آن عدد بعد از طرح یازده نُه است و این طریق بر صحت عمل اوست؛ اگر چه طریق اوّل اسهل است؛ و الله أعلم.

باب دویم

در حساب کسور

و آن مشتمل است بر مقدمه‌ای و هفت فصل:

مقدّمه

در تعریف کسر و ارقام آن

بدان که هرگاه واحد را به اجزای متساوی تجزیه کنند، عدد آن اجزا را مخرج گویند؛ و بعضی از آن اجزا را که به آن نسبت دهند کسروی خوانند؛ مثلاً هرگاه واحد را به دو جزو کنند و یک جزو را به آن نسبت دهند گویند که نصف آن است؛ و اگر به سه جزو کنند و یک جزو را به آن نسبت دهند، گویند که ثلث آن است، و علی هذا القیاس. پس اگر واحد را به پانزده جزو کنند و دو جزو را به او نسبت دهند گویند دو جزو از پانزده جزو از واحد و هکذا.

و بدان که کسر بر چهار قسم است: اوّل، کسر مفرد، و آن کسری است که صورت او یک باشد چون ربع که یک از چهار است و چون خمس که یک از پنج است و چون یک جزو از یازده جزو. دویم، کسر مکرّر، و آن کسری است که صورت او بیش از یک باشد، چون دو ثلث و سه ربع و چهار جزو از یازده جزو. سیوم، کسر مضاف و آن کسری است که نسبت داده باشند او را به کسری دیگر چون نصف سدس و ربع و خمس.

چهارم، کسر معطوف چون ثلث و ربع و ثلاثهٔ اسباع.

و بدان که امهات کســور نُه اســت: نصف و ثلث و ربع و خمس و ســدس و سبع و ثمن و تسع و عشر؛ و چنان چه معلوم شد مخرج نصف دو است و مخرج ثلث سه و بر این قیاس تا عشر که مخرج آن ده است و چون کسری را خواهند که نسبت دهند به مخرجی، آن کسر را به یکی از الفاظ نه‌گونهٔ مذکوره تعبیر کنند. اگر ممکن باشد، و الاّ کمتر تکرار کنند یا اضافه نمایند یا عطف کنند و اهتمام تمام در او چارهٔ لفظ نمایند؛ و اگر امور مذکوره نیز ممکن نباشــد آن کســر را به اجزا نسبت دهند؛ مثلاً چون چهار را چهارم نسبت دهند به سیزده، گویند چهار جزو از سیزده جزو.

و کیفیت نوشتن کسر آن است که اگر آن کسر مفرد باشد مخرج آن را نویسند و بر فوق آن رقم یک و اگر عدد صحیح با آن کسر نباشد صفری نویسند؛ و اگر باشد، آن عدد را نویسند. پس نصف را چنین نویسند:

۰
۱
۲

و سه و خمس را چنین:

۳
۱
۵

و چهار و عشر را چنین:

۴
۱
۱۰

و یک جزو از یازده جزو را چنین:

۰
۱
۱۱

و اگر آن کسر مکرّر باشد، به جای رقم یک صورت کسر را نویسند. پس سه ربع را چنین نویسند:

۰
۳
۴

و سه و چهار خمس را چنین:

۳
۴

۵

و اگر آن مضاف باشد، مضاف الیه را در ماتحت آن نویسند. بعد از خط عرضی پس ثلث خمس را چنین نویسند:

۰
۱
۳

۰
۱
۵

و سه خمس سبع عشر را چنین:

۰
۳
۵

۰
۱
۷

۰
۱
۱۰

و اگر آن کسر معطوف باشد در یسار معطوف علیه نویسند بعد از واو پس نصف و ثلث را چنین نویسند:

۰
۱
۲

و:

۰
۱
۳

و علی هذا القیاس.

فصل اوّل

در معرفت مخارج کسور

مخرج کسر مفرد در مقدمه ظاهر شد و مخرج کسر مکرّر بعینه مخرج کسر مفرد است و مخرج کسر مضاف حاصل ضرب مخرج مضاف است در مضاف الیه. پس مخرج سدس عشر شصت است و مخرج یک جزو از یازده جزو، و یک جزو از سیزده جزو یک صد و چهل و سه است. امّا دانستن مخرج کسر معطوف که عبارت است از اقل عددی که مشتمل باشد بر کسور معطوفه و آن را مخرج مشترک نیز گویند، موقوف است بر معرفت تداخل و توافق و تباین بین الاعداد. پس گوییم که بر دو عدد غیر واحد اگر اقل عاد اکثر کند، یعنی هرگاه اقل را مرّتاً بعد اخری از اکثر نقصان کنند، چیزی باقی نماند. آن دو عدد را متداخلان گویند، چون سه و دوازده؛ و اگر اقل عاد اکثر نکند، پس اگر عددی ثالث غیر واحد عاد هر دو کند، آن دو عدد را متوافقان گویند، چون ده و پانزده؛ و آن عدد ثالث را وفق گویند، چون پنج در این مثال؛ و کسری که وفق مذکور مخرج آن باشد جزو وفق گویند؛ و اگر عدد ثالث نیز عاد آن دو عدد نکند، متباینان گویند، چون چهارده و پانزده.

و دانستن تداخل و توافق و تباین میان هر دو عدد که خواهند، به این طریق است که اکثر را بر اقل قسمت کنند؛ اگر چیزی باقی نماند، آن دو عدد متداخلانند؛ و اگر باقی ماند، مقسوم علیه را بر آن باقی قسمت کنند. باز اگر چیزی باقی ماند، مقسوم علیه اخیر را بر آن قسمت کنند تا آن‌گاه که چیزی باقی نماند یا یک بماند. اگر چیزی باقی نماند، آن دو عدد متوافقانند و مقسوم علیه اخیر، وفق ایشان است؛ و اگر یک باقی ماند، متباینانند.

چون این مقدمه تمهید یافت، گوییم که مخارج کسور معطوفه را ملاحظه نمایند و آنچه مخارج متداخل باشند، اکتفا به اکثر نمایند؛ یعنی مخارج داخله را اسقاط کنند. بعد از آن از مخارج باقیهٔ اوّل را با ثانی ملاحظه کنند. اگر متباین باشند، احدهما را در دیگری ضرب کنند و اگر متوافق باشند، احدهما را در جزو وفق دیگری ضرب کنند. آن‌گاه حاصل را با مخرج ثالث ملاحظه کنند و به طریق مذکور عمل کنند و هم چنین حاصل اخیر را با مخرج رابع ملاحظه به همان طریق معامله نمایند، به اتمام رسید. مثالش: خواستیم که مخرج نصف و دو ثلث و سه ربع و چهار خمس و پنج سدس و شش سبع و سه خمس تسع و چهار جزو از یازده جزو از واحد بدانیم مخارج داخله که ۲ و ۳ و ۵ بود اسقاط کردیم، باقی ماند از مخارج مذکوره ۴ و ۶ و ۷ و ۴۵ و ۱۱ و چون چهار با شش موافقند، نصف احدهما را در دیگری ضرب کردیم دوازده شد؛ و چون دوازده و هفت متباینند احدهما را در دیگری ضرب کردیم، هشتاد و چهار شد و چون این عدد و چهل و پنج متوافقند ثلث احدهما را در دیگری ضرب کردیم، هزار و دویست و شصت شد، و چون این عدد و یازده متباینند یازده را در او ضرب کردیم سیزده هزار و هشتصد و شصت شد و کسور مطلوبهٔ آن بدین تفصیل است:

نصفه(۶۹۳۰)، ثلثاه (۹۲۴۰)، ثلثه ارباعه (۱۰۳۹۵)، اربعهٔ اخماسه (۱۱۰۸۸)، خمسهٔ اسداسه (۱۱۵۵۰) ستهٔ اسباعه (۱۱۸۸۰)، ثلثهٔ اخماس تسعه (۹۲۴)، اربعهٔ اجزاء من احد عشر اجزاء منه (۵۰۴۰).

مثالی دیگر: خواستیم که مخرج کسور عشره که امهات کسورند، بدانیم مخارج داخله را که ۲ و ۳ و ۴ و ۵ اســت، اســقاط کردیم، باقی ماند ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و چون شش و هفت متباینند احدهما را در دیگری ضرب نمودیم، چهل و دو شد و چون این عدد و هشت متوافقند نصف احدهما را در دیگری ضرب کردیم، صد و شصت و هشت شد؛ و چون این عدد و نه متوافقند ثلث احدهما را در دیگری ضرب کردیم، پانصد و چهار شد و چون این عدد و ده متوافقند نصف احدهما را در دیگری ضرب کردیم، دو هزار و پانصد و بیست شد و کسور آن بدین تفصیل است:

نصفه (۱۲۶۰)، ثلثه(۸۴۰)، ربعه(۶۳۰)، خمسه(۵۰۴)، سدسه(۴۲۰)، سبعه(۳۶۰)، ثمنه(۳۱۵)، تسعه(۲۸۰)، عشره (۲۵۲).

فصل دویم

در تجنیس و رفع کسور

اما تجنیس عبارت است از آنکه صحاح را کسور معین گرداند و طریقش آن است که صحیح را در مخرج کسر ضرب کنند و بر حاصل ضرب صورت آن کسر را افزایند؛ مثالش: خواستیم که چهار و ثلث را تجنیس کنیم، چهار را در ســه ضرب کردیم و بر دوازده صورت کســر را که یکی است افزودیم، سیزده حاصل شد؛ و اما رفع عبارت اســت از آنکه کســور زاید بر مخرج را صحیح گرداند و طریقش آن است که آن کسر را بر مخرج قسمت کنند، خارج قسمت مطلوب باشد؛ مثالش: خواستیم که سی و دو تسع را رفع کنیم، سی و دو را بر نُه قسمت کردیم، خارج قسمت سه و پنج تسع است.

فصل سیوم

در تضعیف و تنصیف و جمع و تفریق کُسور

امّا طریق تضعیف کســور آن اســت که اگر مخرج فرد باشد، صورت کسر را تضعیف کنند. پس اگر زیاده بر مخرج شــود، رفع کنند؛ مثلاً مضعّف دو تســع چهار تسع است و مضعّف پنج سبع یک و سه سبع است؛ و اگر مخرج زوج باشــد تنصیف مخرج کند و صورت کســر را به آن نسبت دهند. پس اگر صورت کسر زیاده بر مخرج منصّفالیه باشد، مساوی مخرج را واحد گیرند و زیاده را به آن نسبت دهند؛ مثلاً مضعّف سه ثمن سه ربع است و مضعّف پنج سدس یک و دو ثلث است.

و امّا طریق تنصیف کسور آن است که اگر صورت کسر زوج باشد، تنصیف کنند، و اگر فرد باشد، تضعیف مخرج کنند و کسر را به آن نسبت دهند و اگر با کسر صحیح فرد باشد، نصف اقل آن را گیرند. آنگاه واحد را با کســر مذکور تجنیس نموده، تنصیف کنند و بر نصف اقل مذکور افزایند؛ مثلاً نصف چهار سبع دو سبع است و نصف سه خمس سه عشر است و نصف سه، سه خمس یک و چهار خمس است.

و امّا طریق جمع کسور آن است که مخرج مشترک کسور مطلوبه را گیرند و کسور را از آن مخرج گرفته، جمع کنند و نسبت دهند و اگر بر مخرج زیاده باشد بر مخرج قسمت کنند خارج قسمت صحیح باشد و اگر

چیزی باقی ماند آن را به مخرج نسبت دهند و اگر آن نسبت میانه دو عدد و مخرج یافت شود باقی و مخرج را در کنند به آن دو عدد آن‌گاه نسبت دهند؛ مثالش: خواستیم که ثلثهٔ ارباع و خمس اسداس و ستهٔ اسباع را جمع کنیم، کسور مذکوره را از مخرج مشترک که هشتاد و چهار است گرفتیم، شصت و سه و هفتاد و هفتاد و دو شد. چون جمع نمودیم، دویست و پنج شد. آن را بر مخرج قسمت کردیم، خارج قسمت دو و سی و هفت جزو از هشتاد و چهار جزو از واحد شد، و هوالمطلوب.

و امّا طریق تفریق کسور آن است که منقوص و منقوص منه را از مخرج مشترک گیرند و اوّل را از ثانی نقصان کند و باقی را به مخرج نسبت دهند. و اگر بر نسبت مذکوره دو عدد اقل یافت شود، باقی و مخرج را به آن دو عدد رد کنند؛ مثالش: خواستیم که تفریق کنیم، پنج و اربعهٔ اخماس را از هفت و خمسهٔ اتساع یکی را از هفت کم کردیم و باقی را از پنج تفریق کردیم، یکی ماند و چون هر دو کسر را از مخرج مشترک که چهل و پنج است گرفتیم، سی و شش و بیست و پنج شد. بیست و پنج را بر مخرج افزودیم هفتاد شد، سی و شش را از او تفریق نموده، باقی که سی و چهار است به مخرج نسبت دادیم. پس حاصل تفریق یکی است و سی و چهار جزو از چهل و پنج جزو از واحد.

فصل چهارم
در ضرب کسور

و آن بر پنج قسم است: ضرب کسر در کسر و در صحیح و در صحیح با کسر و ضرب صحیح با کسر در صحیح و در صحیح با کسر. امّا طریق قسم اوّل آن است که مسطح صورت کسرین را به مسطح مخرجین نسبت دهند و اگر بر آن نسبت دو عدد اقل یافت شود، به آن رد کنند؛ مثالش: خواستیم که ضرب کنیم ثلثهٔ ارباع را در ستهٔ اسباع رد کردیم، هجده و بیست و هشت را به نُه و چهارده نسبت دادیم؛ و امّا طریق قسم ثانی آن است که مسطح صورت کسر در صحیح بر مخرج قسمت کنند؛ مثلاً در ضرب ثلثهٔ ارباع در چهارده، چهل دو را بر چهار قسمت کنند، خارج قسمت که ده و نصف است، حاصل‌ضرب باشد؛ و طریق قسم ثالث آن است که مضروب کسر در کسر و در صحیح را جمع کنند؛ و طریق قسم رابع آن است که مضروب صحیح در صحیح و در کسر را جمع کنند؛ و طریق قسم خامس آن است که مضروب صحیح در صحیح و در کسر و کسر در صحیح و در کسر را جمع نمایند و علی المبتدی استخراج الامثله.

فصل پنجم
در قسمت کسور

و آن هشت قسم قسم است: کسر بر کسر و بر صحیح با کسر و قسمت صحیح بر کسر و در صحیح با کسر و قسمت صحیح با کسر بر کسر و بر صحیح و بر صحیح با کسر. طریق قسم اوّل آن است که هر یک از مقسوم و مقسوم علیه را از مخرج مشترک گیرند و اوّل بر ثانی قسمت کنند یا نسبت دهند، حاصل مطلوب باشد؛ مثلاً در قسمت ثلثهٔ اخماس بر اربعهٔ اسباع از مخرج بیست و یک و بیست فرا گیرند و اوّل را

بر ثانی قسـمت کنند، خارج قسـمت یک و نصف عشر است؛ و در قسمت اربعهٔ اسباع بر ثلثهٔ اخماس خارج قسـمت سـتهٔ اسباع و ثلثا سبع است و ضابطهٔ سایر اقسام آن است که اگر احدالطرفین کسر مفرد باشد، آن را از مخرج اشـرک گیرند. اگر مخرج متعدد باشـد، و الاّ از مخرج موجود گیرند و اگر صحیح با کسـر باشد، آن را بعد از تجنیس از مخرج مشـترک یا موجود گیرند؛ و اگر صحیح منفرد باشـد، آن را به کسـر طرف دیگر تجنیس کنند. آن‌گاه حاصل مقسـوم را بر حاصل مقسـوم علیه قسمت کنند یا نسبت دهند تا مطلوب حاصل شود؛ مثلاً در قسمت سه بر اربعهٔ اخماس سه را بر پنج تجنیس کردیم، پانزده شد و کسر را از مخرج گرفتیم، چهار شد. چون پانزده را بر چهار قسمت کردیم، خارج قسمت سه و سه ربع شد؛ و در قسمت پنج و ثلثهٔ ارباع بر هشـت و ثلثان مجنّس مقسـوم را که بیست و سه ربع است از دوازده که مخرج مشترک است، گرفتیم، شصت و نه شد و مجنّس مقسوم علیه را که بیست و شش ثلث است از مخرج مذکور گرفتیم، صد و چهار شـد. آن را به این نسـبت دادیم حاصل نسـبت که شصت و نه جزو از یک صد و چهار جزو از واحد است، مطلوب است، و علی هذا القیاس.

فصل ششم

در استخراج جذر کسور

هرگاه که مطلوب‌الجذر کسـر محض باشـد، صورت کسـر و مخرج را هر دو ملاحظه کنند. پس اگر هر دو منطق باشـند، جذر صورت کسـر را به جذر مخرج نسبت دهند تا جذر کسر مطلوب حاصل شود؛ مثالش: خواسـتیم که جذر چهار تسـع را بدانیم دو را به سه نسـبت دادیم، حاصل دو ثلث شد و هوالمطلوب؛ و اگر هر دو منطق نباشـند صورت کسـر را در مخرج ضرب کنیم و جذر حاصل را تقریباً بگیریم، آن‌گاه به مخرج نسـبت دهیم؛ مثالش: خواسـتیم که جذر اربعهٔ اسباع را بدانیم، چهار را در هفت ضرب نموده جذر حاصل را تقریباً گرفتیم. پنج و سـه جزو از یازده جزو از واحد شـد. آن را به مخرج نسـبت دادیم. پس گوییم که جذر آن پنجاه و هشـت جزو از هفتاد و هفت جزو از واحد اسـت؛ و اگر با کسر مطلوب الجذر، عدد صحیح باشد، آن صحیـح را تجنیـس کرده، پس اگر حاصل تجنیس و مخرج هر دو منطق باشـند جذر کسـر را بر جذر مخرج قسـمت کنند مثالش خواسـتیم که جذر شش و ربع را بدانیم چون تجنیس کردیم، بیست و پنج ربع شـد و جذر آن پنج اسـت و جذر مخرج دو است. چون اوّل را بر ثانی قسمت کردیم و دو نصف حاصل شد و هو المطلوب؛ و اگر هر دو منطق نباشند حاصل تجنیس را در مخرج ضرب کنند و جذر تقریبی حاصل را بر مخرج قسـمت کنند؛ مثالش: خواسـتیم که جذر سه و ربع را بدانیم، چون تجنیس کردیم سیزده ربع شد، آن را در چهار ضرب کردیم، پنجاه و دو شـد و جذر تقریبی آن هفت و خمس اسـت. آن را بر چهار قسمت کردیم، خارج قسمت یک و چهار خمس شد، و هو المطلوب.

فصل هفتم

در تحویل کسر از مخرجی به مخرجی دیگر

طریقش آن است که صورت کسر را در مخرج محول الیه ضرب کنند و حاصل را بر مخرج کسر موجود قسمت کنند؛ مثالش: خواستیم که تحویل کنیم چهار سبع را به ربع عشر، چهار را در مخرج ربع عشر که چهل است ضرب کردیم، صد و شصت شد. آن را بر مخرج موجود که هفت است قسمت کردیم، خارج قسمت بیست و دو و شش سبع است. بنابراین اگر کسی گوید که پنجاه من گندم را چون به چهارده کس قسمت کنیم خارج قسمت چه مقدار باشد، گوییم که چون منی چهل استار است، پس حصّه‌ای سه من و نیم و دو استار و شش ربع استار است، و علی هذا القیاس.

باب سیوم

در استخراج مجهولات به اربعه متناسبه و خطائن و تحلیل

و آن مشتمل است بر سه فصل:

فصل اوّل

در استخراج مجهولات به قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه

بدان که در علم هندسه مبین شد که هرگاه چهار عدد باشند که نسبت اوّل به ثانی مثل نسبت ثالث باشد به رابع، البته مسطح طرفین مساوی وسطین است؛ بنابراین هرگاه که یکی از این اعداد مجهول باشد، پس اگر احد الطرفین باشد، مسطح وسطین را بر وسط معلوم قسمت کنند و خارج قسمت بعینه طرف مجهول باشد؛ و اگر احد الوسطین باشد مسطح طرفین بر وسط معلوم قسمت کنند، خارج قسمت وسط مجهول باشد؛ مثلاً هرگاه خواهیم که بدانیم که نسبت شش به کدام عدد مثل نسبت ده است به چهارده، طرفین را در یکدیگر ضرب کنیم و حاصل را که هشتاد و دو چهار است بر ده قسمت کنیم. خارج که هشت و دو خمس است، مطلوب است.

و بدان که این قاعده‌ای است عظیم‌النفع و بسی از ضوابط حسابیند و معاملات بر آن مثنی است؛ مثلاً در تحویل کسر از مخرجی به مخرجی دیگر گوییم که نسبت کسر معلوم به مخرج او مثل نسبت کدام کسر است به مخرج محول الیه؛ و ضابطه‌ای که در سابق به جهت تحویل مذکور مبین شد، مثنی بر این قاعده است، فأرجع إلیها و أفهم.

و در معاملات هرگاه که گوییم از قرار پنج من به دوازده درهم، دو من به چند درهم باشد، وسطین را در یکدیگر ضرب کنیم و حاصل را که بیست و چهار است، بر پنج قسمت کنیم، خارج قسمت چهار درهم و چهار خمس درهم است؛ و اگر در فرض مذکور گوییم که چند من بهشت درهم باشد مسطح طرفین را که چهل است بر دوازده قسمت کنیم، خارج قسمت سه من و ثلث من باشد، و هو المطلوب.

فصل دویم

در استخراج مجهولات به ضابطۀ خطائین

طریقش آن است که مجهول را هر عددی که خواهند فرض کنند، آن‌گاه به مقتضای سؤال در آن عمل کرده، اگر موافق باشد، فهو المطلوب، و الاّ تفاضیل میان مطلوب و آن چه عمل به آن منتهی شده بگیرند و خطای اوّل نام نهند. آن‌گاه مجهول را عددی دیگر کیفما اتفق فرض نموده، باز به مقتضای سؤال در آن عمل کنند و تفاضل میان مطلوب و آن چه ثانیاً عمل به آن منتهی شده بگیرند و خطای ثانی نام نهند. آن‌گاه مفروض اوّل را در خطای ثانی ضرب نموده، حاصل را محفوظ اوّل نامند و مفرض ثانی را در خطای اوّل ضرب نموده، حاصل را محفوظ ثانی نامند. پس اگر خطائین مذکورین هر دو از مطلوب ناقص باشند یا زاید فضل بین المحفوظین را بر فضل بین الخطائین قسمت کنند تا مطلوب حاصل شود؛ و اگر احد الخطائین ناقص باشد و دیگری زاید محفوظین را بر مجموع خطائین قسمت نموده، خارج قسمت مطلوب باشد؛ مثالش: خواستیم بدانیم که کدام عدد است که چون دو ثلث او و بیست بر او بیفزایند، سه برابر او شود. اوّلا آن عدد را دوازده فرض کردیم و به مقتضای سؤال عمل کردیم، چهار خطا شد. آن‌گاه آن را نه فرض کردیم و به مقتضای سؤال عمل کردیم، هشت خطا شد و محفوظ اوّل در این مثال نود و شش است و محفوظ ثانی سی و شش؛ و چون خطائین هر دو زایدند فضل بین المحفوظین را که شصت است بر فضل بین الخطائین که چهار است قسمت کردیم، خارج قسمت که پانزده است مطلوب است.

و بدان که بعضی از فضلا به ضابطۀ دیگر در عمل خطائین متفطن شده و آن چنان است که احد الخطائین را در فضل احد المفروضین بر مفروض دیگر ضرب کنند و حاصل را بر مابین الخطائین قسمت کنند. اگر خطائین موافق باشند، در زیاده و نقصان و بر مجموع خطائین قسمت کنند؛ اگر مخالف باشند حاصل شود مابین مطلوب و مفروض خطای معمول به؛ مثلاً در مثال مذکور چون فضل احد المفروضین بر دیگری که سه است در چهار که خطای اوّل است ضرب کنیم و حاصل را که دوازده است بر مابین الخطائین قسمت کنیم، خارج قسمت که سه است، مابین مطلوب و مفروض خطای معمول نُه است. پس مطلوب پانزده شد؛ و بر ضمایر ازکیا مخفی نیست که در این ضابطه اگر به اکرام کنند که تفاضل مفروضین به واحد باشد، احتیاج به ضرب احد الخطائین در فضل احد المفروضین بر مفروض دیگر نیست؛ بلکه همین قدر کافی است که احد الخطائین را بر مابین الخطائین در صورت اوّل و بر مجموع خطائین در صورت ثانی قسمت کنند تا مابین مطلوب و مفروض و خطای معمول به حاصل شود؛ مثلاً هرگاه در مثال مفروض بنابر آن که مفروض اوّل دوازده است، مفروض ثانی را زیاده فرض کنیم و به مقتضای سؤال عمل نماییم، خطا پنج و ثلث باشد و چون چهار که خطاء اول است بر مابین الخطائین که یک و ثلث است قسمت کنیم، خارج قسمت که سه است مابین مفروض خطای اوّل و مطلوب خواهد بود. پس مطلوب پانزده باشد؛ و بدان که هرگاه در سؤالی ضرب مجهول یا قسمت مجهول در مجهول یا قسمت مجهول بر مجهول یا فرا گرفتن جذر باشد، جواب آن به قاعدۀ خطائین متعذر است.

فصل سیوم
در استخراج مجهولات به قاعدهٔ تحلیل

و آن را عکس نیز خوانند. طریقش آن است که عمل کنند در ما انتهی الیه السؤال به عکس آنچه سائل اعطا کرده و در جمع مراتب تا مجهول حاصل شود. پس اگر سائل مجهول را در بعضی مراتب تضعیف کرده باشند، ما انتهی الیه السؤال را در نظیر آن مرتبه تنصیف باید کرد، و اگر بر آن عددی افزوده باشد، نقصان باید کرد و اگر ضرب کرده باشد، قسمت باید کرد و اگر مربع گرفته باشد، جذر باید گرفت و علی هذا القیاس فی عکس ذلک؛ مثالش: خواستیم که بدانیم که کدام عدد است که چون ثلث او را بر او افزایند و جذر حاصل را گرفته بر آن چهار افزایند و مجموع را تضعیف نموده، از حاصل یکی کم کنند و مابقی را بر پنج قسمت کنند، خارج قسمت سه باشد؟ جواب گوییم که سه را چون در پنج ضرب کردیم، پانزده شد و چون یکی را بر او افزودیم و مجموع را تنصیف کردیم، هشت شد و چون از او چهار نقصان کردیم و مربع باقی که هم چهار است گرفتیم، شانزده شد. چون ربع او از او نقصان کردیم، دوازده باقی ماند، و هوالمطلوب.

و بدان که هرگاه نصف عددی را بر آن عدد افزایند، نصف ثلث مجموع باشد و چون ثلث عددی را بر همان عدد افزایند، ثلث ربع مجموع باشد و علی هذا القیاس؛ و اگر ثلث عددی را مثلاً از آن عدد نقصان کنند، آن ربع ثلث باقی است و هکذا. بنابراین ظاهر شد وجه آنکه سایل در سؤال ثلث مجهول را بر او افزوده بود و ما در جواب ربع آنچه عمل به آن رسیده بود و از آن کردیم، فافهم.

باب چهارم
در بیان قواعدی که محاسب را در استخراج مجهولات به آن احتیاج می‌افتد

و آن مشتمل است بر چهارده قاعده و خاتمه‌ای:

قاعدهٔ ۱
در جمع اعداد متوالیهٔ مبتدیه از واحد

طریقش آن است که عدد اخیر را با عدد ثانی او ملاحظه نموده، نصف احدهما را در دیگری ضرب کنند، حاصل مطلوب باشد؛ مثالش: خواستیم که از یک تا ده جمع کنیم، چون نصف ده را در یازده ضرب کنیم، حاصل پنجاه و پنج شد، و هوالمطلوب.

قاعدهٔ ۲
در جمع اعداد متوالیهٔ مبتدیه از هر عدد که خواهیم

طریقش آن است که تفاضل بین الطرفین را گیرند و یکی را بر او افزایند، آن‌گاه طرفین را جمع کنند، واحد المجموعین را در نصف دیگری ضرب کنند، حاصل مطلوب باشد؛ مثالش: خواستیم که از سه تا چهارده جمع کنیم، یکی را بر یازده افزودیم و نصف دوازده را در هفده که مجموع طرفین است ضرب کردیم، حاصل که صد و دو است، مطلوب است.

قاعدۀ ۳

در جمع افراد متوالیه مبتدیه از واحد

طریقش آن است که واحد را بر فرد اخیر افزوده، نصف مجموع را بگیرند و در نفس خودش ضرب کنند، حاصل مطلوب باشد؛ مثلاً در جمع یک تا یازده را افراد چون شش را مربع کردیم سی و شش، و هوالمطلوب.

قاعدۀ ۴

در جمع ازواج متوالیۀ مبتدیه از اثنین

طریقش آن است که نصف زوج اخیر را مربع کنند و همان نصف را بر آن مربع افزایند تا مطلوب حاصل شود؛ مثلاً در جمع دو تا چهارده را ازواج چون هفت را مربع کردیم و بر حاصل همان هفت افزودیم، پنجاه و شش شد، و هوالمطلوب.

قاعدۀ ۵

در جمـع افـراد متوالیۀ مبتدیه از هر فردی که خواهیم و در جمع ازواج متوالیه مبتدیه از هر زوجی که خواهیم

نصف مجموع طرفین را گرفته، یکی را بر آن افزایند. آن‌گاه نصف فضل احد الطرفین بر دیگری گرفته، اوّل را بر ثانی ضرب کنند و بر حاصل طرف اقل را بیفزایند؛ مثالش: خواستیم که از پنج تا پانزده جمع کنیم، یکی را بر ده نصف مجموع طرفین افزودیم و نصف مابین الطرفین را که پنج اســت در یازده ضرب کرده، بر حاصل که پنجاه و پنج اســت را افزودیم؛ مثال: خواســتیم که از چهار تا شــانزده جمع کنیم یکی را بر ده افزودیم و پانزده را در شــش که نصف مابین الطرفین اســت ضرب کردیم، چهار را بر حاصل که شــصت و شش است افزودیم.

قاعدۀ ۶

در جمع اعداد مبتدیه از واحد بر نسبت ضعف

بدان که از خواص این سلسله آن است که هر یک از اعداد مذکوره بر مجموع ماتحت خود زاید است به واحد، پس هرگاه که از ضعف عدد اخیر یکی نقصان کنند مطلوب حاصل شــود؛ مثالش: خواســتیم که جمع اعداد مأخوذه بر نسبت ضعف از یک تا صد و بیست و هشت چون این عدد را تضعیف نموده، از حاصل یکی نقصان کنیم مابقی که دویســت و پنجاه و پنج اســت مطلوب است. اما اگر عدۀ اعداد مذکوره معلوم باشد و عدد اخیر معلوم نباشــد، پس آن عدۀ زوج الزوج باشــد، عدد تنصیفات آن را با واحد گیرند و اثنین را به عدۀ تنصیفات مربع کنند. به این طریق که مربع اثنین را گرفته، مربع کنند، باز حاصل را مربع کنند تا آن‌گاه که تربیع به آن عده حاصل شــود. بعد از آن یکی را از مربع آخر نقصان کنند که مطلوب حاصل اســت؛ مثالش: خواســتیم که از سلســلۀ مذکوره شــصت و چهار عدد را جمع کنیم. چون این عدد زوج الزوج است و عدد تنصیفات او تا واحد شش است، اثنین را شش نوبت مربع گیریم. مربع اوّل ۴ است و مربع دویم ۱۶ و مربع سیوم ۲۵۶ و مربع چهارم ۶۵۵۳۶ و مربع پنجم ۴۲۹۴۹۶۷۲۹۶ و مربع ششم ۱۸۴۴۶۷۴۴۰۷۳۷۰۹۵۵۱۶۱۶ و چون از آحاد مربع اخیر که شش است یکی نقصان کنیم، مابقی مجموع را واحد است و تضعیفات شصت

و ســه‌گانهٔ آن و چون خانه‌های شطرنج شصت و چهار اســت. پس عدد تضعیفات خانه‌های آن همین عدد بوده باشد و با مسئلهٔ تضعیفات خانه‌های شطرنج در باب پنجم به عباراتی که واضح از این بیان کنیم.

و بدان که طریق جمع مذکور در این مثال را فاضل مدقق، مولانا شــرف الدین علی یزدی، در رباعی به نظم آورده و هو هذا:

رباعیه

تضعیف یکــی نور بود هشــتم بار	وآسان بود از سه ضرب و تنصیفی کار
در جمع یکــی ز مال ثالــث بردار	دریاب و شــرف را به دعایی یاد آر!

و مراد فاضل مذکور از نور در این رباعی دویست و پنجاه و شش است که عدد خانهٔ نهم است؛ و چون سابقاً معلوم شــد که ضرب عددی در عددی عبارت اســت از تحصیل عددی ثالث که نسبت او به احد المضروبین مثل نسبت مضروب دیگر باشد به واحد، پس چون نور را در نفس خود ضرب کنند عددی که حاصل شود، نســبت او به نور چون نســبت نور باشد به واحد. پس آن حاصل که مربع نور است، عدد خانه هفدهم باشد و هم چنین چون این مربع را در نفس خود ضرب کنند، مربعی دیگر حاصل شــود که نســبت او به مربع اوّل مثل نسبت مربع اوّل باشد به واحد. پس مربع ثانی عدد خانهٔ سی و سیوم باشد؛ و هم چنین چون این مربع ثانی را مربع کنند عددی حاصل شــود که نســبت او به مربع ثانی، مثل نسبت مربع ثانی. پس آن مربع عدد خانهٔ شــصت و پنجم باشد. اگر خانهٔ مذکور در عرصهٔ شــطرنج بودی و چون آن را تنصیف عدد خانه کنند، شصت و چهارم حاصل شود. چون از این مربع ثالث یکی نقصان کنند، مجموع اعداد خانهٔ اوّل تا خانهٔ شصت و چهارم حاصل شود؛ چنان که سابقاً معلوم شد.

اکنــون بــاز گردیم به ذکر تتمهٔ قاعده که در صدد بیــان آن بودیم: بدان که هرگاه که عدهٔ اعداد مضعفهٔ مبتدیه از واحد معلوم باشــد و عدد اخیر معلوم نباشــد و عدهٔ آن اعداد زوج الزّوج نباشد، پس اگر به یک عدد از ربــع الزّوج زیاده باشــد، به طریق مذکور عدهٔ تنصیفــات آن زوج الزّوج را گرفته، اثنین را به آن عدهٔ مربع کنند؛ لیکن از مربع اخیر واحد را نقصان نکنند تا آن عددی که در مرتبهٔ اخیره است حاصل شود. آن‌گاه آن عدد را تضعیف کرده، از آن یکی نقصان کنند تا مجموع اعداد مطلوبه حاصل شود؛ و اگر عدهٔ اعداد مذکوره نه زوج الزوج باشد و نه زاید بر آن به واحد طلب کنند، اکثر عددی را از زوج الزّوج که آن را از عدهٔ مذکوره نقصان توان کرد، آن‌گاه آن را از عدهٔ مذکوره فرا گیرند؛ و هم چنین تا باز اکثر عددی را از زوج الزوج که از مابقــی نقصــان توان کرد طلب کرده، از آن فرا گیرند؛ و همچنین تا آن‌گاه که هیچ باقی نماند، یا یکی ماند. پــس اگر یکی مانده باشــد اثنین را بعینه اخذ نمایند و اعداد زوج الزّوج را کــه از عدهٔ مذکوره فرا گرفته‌اند، ملاحظه نمایند که عدهٔ تنصیفات هر کدام تا واحد چند است. آن‌گاه اثنین را به هر یک از آن عده تنصیفات مربع کنند. آن‌گاه اثنین و مربعات اخیره هر عدد را بعضی در بعضی ضرب کنند و از حاصل یکی کم کنند؛ و اگر بعد از نقصان زوج الزّوج از مابقی عدهٔ مذکوره چیزی باقی نماند، احتیاج به فرا گرفتن اثنین نیســت. مثالش: خواســتیم که یازده عدد را از سلســلهٔ مذکوره جمع کنیم، هشت را که زوج الزّوج اکثر است از یازده

نقصان کردیم، سه ماند. آن‌گاه دو را از سه کم کردیم، یکی ماند و عدهٔ تنصیفات هشت تا واحد سه است و عدهٔ تنصیف دو یکی اســت. پس اثنین را یک مرتبه اخذ کردیم، آن‌گاه او را ســه بار مربع کردیم، دویست و پنجاه و شــش شــد. بعد از آن او را یک بار مربع کردیم چهار شد. آن‌گاه دو را در چهار ضرب کردیم حاصل را که هشت است در ۲۵۶ ضرب کردیم ۲۰۴۸ شد. چون واحد را از او نقصان کردیم مابقی مطلوب است.

مثالی دیگر: خواســتیم که ده عدد را از سلســلهٔ مذکوره جمع کنیم. هشــت را که زوج الزّوج اکثر است از آن نقصان کردیم، دو ماند و چون دو را از دو نقصان کردیم چیزی نماند و عدهٔ تنصیفات هشت سه است و عدهٔ تنصیف دو یکی. پس در او یک نوبت ســه مربع گرفتیم و یک نوبت دیگر یک مربع، و اوّل را در ثانی ضرب کردیم و از حاصل ۱۰۲۴ است یکی نقصان کردیم، مابقی مطلوب است.

قاعدهٔ ۷

در جمع اعداد متفاصله به یک مقدار مبتدیه از هر عدد که خواهیم

اوّلاً تحصیــل اکثــر آن اعــداد به این طریق کنند که از عدهٔ آن اعداد یکی کــم کنند و مابقی را در مابه التفاضــل ضــرب نموده، حاصل را بر اقل افزایند تا اکثر حاصل شــود. آن‌گاه عدد اقل را با اکثر جمع نموده تنصیف کنند و نصف آن را در عدهٔ آن اعداد ضرب کنند، حاصل مطلوب اســت؛ مثالش: خواســتیم که هفت عدد جمع کنیم از ســه به تفاضل چهار؛ چون ســه را بر مسطح شش در چهار بیفزایند، بیست و هفت شود و چون ســه را بر بیســت و هفت افزوده، مجموع را تنصیف کنند، پانزده شود، آن را در هفت ضرب کنند، صد و پنج شود، و هوالمطلوب.

قاعدهٔ ۸

در جمع اعداد متفاضله مبتدیه از واحد

که در هر مرتبه تفاضل آن اعداد به واحد واحد زیاده شود، چون یک و سه و شش و ده و پانزده و بیست و یک، یا به دو دو چون یک و چهار و نه و شــانزده و بیســت و پنج، یا ســه سه چون یک و پنج و دوازده و بیست و دو و سی و پنج؛ و بر این قیاس. طریقش آن است که از عدهٔ آن اعداد یکی کم کنند و باقی را در آنچه تفاضل به آن زیاده شود، ضرب کنند و حاصل را هر یکی ثلث گرفته، به صحیح رفع کنند و یکی را بر آن افزایند. آن‌گاه از واحد تا عدهٔ آن اعداد بر نظم طبیعی جمع کرده، حاصل را در حاصل رفع مذکور با واحد ضرب کنند تا مطلوب به حصول پیوندد. مثالش: خواستیم که از یک گرفته، هفت عدد را بر زیادتی تفاضل دو عدد جمع کنیم و چون شش را در دو ضرب کنیم و حاصل را هر یکی ثلث گرفته، رفع کنیم چهار شود و یکی را بر آن افزاییم و پنج را در بیست و هشت که جمع واحد است تا هفت ضرب کنیم. حاصل که صد و چهل است، مطلوب است.

و بدان که چون همیشه تفاضل مربعات متوالیه زیاده می‌شود، دو عدد دو عدد. پس در ضمن این قاعدهٔ جمع مربعات متوالیه مبتدیه از واحد معلوم شد.

قاعدهٔ ۹

در جمع حواصل ضروب اعداد متوالیه مبتدیه از واحد

چون تفاضل حواصل ضروب اعداد متوالیه متزاید می‌شود، دو عدد دو عدد، بنابراین طریق این مثل قاعدهٔ سـابقه اسـت و تفاوتی نیست، مگر در زیادتی یک بر حاصل رفع؛ مثالش: خواستیم که ضروب اعداد مبتدیه از واحد تا ده جمع کنیم. چون یکی از عدهٔ این اعداد که ده است، نقصان کردیم، باقی را در دو ضرب کنیم، هجده شود؛ و چون هر یکی از آن را ثلث گرفته رفع نمودیم، شش شد، آن را در پنجاه و پنج که جمع واحد است تا ده بر نظم طبیعی ضرب کنیم و حاصل که سیصد و سی است، مطلوب است.

قاعدهٔ ۱۰

در قسمت عدد بر دو قسم بر نسبت ذات و سطر و طرفین

و این قسـمت عبارت اسـت از آن که عددی را قسمت کنند به دو قسـم به حیثیتی که مسطح آن عدد با اصغر قسـمین مسـاوی مربع اعظم قسمین باشد. طریقش: آن است که مربع عدد مفروض را گرفته، ربع آن مربـع را بـر او افزایند. آن‌گاه جذر حاصل را گرفته، از او نصـف عدد مفروض نقصان کنند. مابقی اعظم قسـمین است؛ مثالش: خواستیم که هشـت را به طریق مذکور قسمت کنیم، چون ربع شصت و چهار را بر دو افزودیم هشـتاد شـد، جذر او هشت و شانزده جزو از هفده جزو از واحد است. چون چهار را از آن نقصان کردیم و باقی ماند چهار و شانزده جزو از هفده جزو از واحد؛ و این اعظم قسمین است. پس قسم اصغر سه و یک جزو از هفده جزو از واحد باشد؛ و بدان که تقسیم عددی به دو قسم بر نسبت مذکوره ممکن نیست، مگر بر سبیل تقریب.

قاعدهٔ ۱۱

در تحصیل عدد تام

بدان که چون اجزای عادهٔ عددی مساوی آن عدد باشد، آن را عدد تام گویند، چون شش؛ و اگر کمتر آن را عدد زاید گویند، چون هشـت؛ و اگر بیشـتر باشد، آن را عدد ناقص گویند، چون دوازده؛ و طریق تحصیل عدد تام آن اسـت که زوج الزّوجی را پیدا کنند که چون از او یکی نقصان کنند، مابقی فرد اوّل باشـد؛ یعنی هیـچ عـدد غیر از واحد آن را عدد نکند. آن‌گاه ضعف زوج الـزّوج مذکور را در آن عدد فرد اوّل ضرب کند، حاصل مطلوب باشـد؛ مثلاً چون یکی را از چهار کم کنیم سـه ماند و آن فرد اوّل اسـت و چون دو را در او ضرب کنیم شش شود؛ و آن عدد تام است.

مثال دیگر: چون یکی از هشت نقصان کنیم، هفت ماند و آن فرد اوّل است و چون چهار را در او ضرب کنیم، بیست و هشت شود و آن عدد تام است؛ و این طریقه را علامه دوانی به نظم آورده:

بیت

چو باشد فرد اوّل ضعف زوج‌الزّوج کم واحد   بود مضروب ایشان تام، ورنه ناقص و زاید

قاعدهٔ ۱۲

در تحصیل عددین متعادلین

هــرگاه که اجزای عاده دو عدد متســاوی باشــد، آن دو عدد را متعادلیــن خوانند؛ و طریق تحصیلش آن است که عددی را که زوج باشد، تقسیم کنند به دو قسم که هر کدام فرد اوّل باشند و احدهما را در دیگری ضرب کنند. آن‌گاه همان دو عدد زوج را تقســیم به دو قســم دیگر که هر کدام از آن دو قســم نیز فرد اوّل باشــد و احدهما را در دیگری ضرب کند. پس حاصل‌ضرب اوّل با حاصل‌ضرب ثانی متعادلان باشــند؛ مثلاً بیست و دو را یک نوبت به سه و نوزده تقسیم کنیم و حاصل‌ضرب این دو عدد، پنجاه و هفت است و یک نوبت دیگر به پنج و هفده تقســیم کنیم و حاصل ضرب این دو عدد هشــتاد و پنج اســت و اجزای عاده هر کدام بیست و سه است.

قاعدهٔ ۱۳

در تحصیل عددی متحابین

بدان که هرگاه دو عدد به حیثیّتی باشــند که کســور عادهٔ هر یک مساوی عدد دیگر باشد، آن دو عدد را متحابین گویند؛ و این دو عدد را خاصیت‌ها است که در مقام خود مبین شده و طریق استخراجش آن است که زوج الزّوجی را یک مرتبه در سه و مرتبهٔ دیگر در یک و نصف ضرب کنند و از حاصل‌ضرب هر یکی کم کنند. پس اگر بعد از نقصان و اخذ از هر کدام فرد اوّل بماند، احدالفردین را در دیگری ضرب کنند تا فردی ثالث حاصل شــود و چون آن دو فرد اوّل را با فرد ثالث جمع کنند و مجموع فرد نیز اوّل باشــد، پس زوج الزّوج مذکور را در فرد ثالث ضرب کنند تا اقل عددین متحابین به هم رســد و در مجموع افراد ثلث ضرب کند تا اکثر عددین متحابین حاصل شــود؛ مثالش: چون چهار را در ســه ضرب کردیم، دوازده شد و چون در یک و نصف ضرب کردیم شــش شــد و بعد از اســقاط اخذ از هر کدام یازده و پنج ماند و هر کدام فرد اوّلند و چون یازده را در پنج ضرب کردیم، پنجاه و پنج شد، آن را در چهار ضرب کردیم، دویست و بیست شد و این اقل متحابین است؛ و چون یازده و پنج و پنجاه و پنج را جمع کردیم، هفتاد و یک شد و آن نیز فرد اوّل است؛ بنابراین چهار را در او ضرب کردیم تا اکثر متحابین که دویست و هشتاد و چهار است حاصل شود و چون اجزای این عدد را جمع کنیم دویســت و بیســت شود و هم چنین بر عکس؛ و بدان که اکثر متأخرین در قاعدهٔ مذکوره این قید نکرده‌اند که مجموع افراد ثلثه فرد اوّل باشــد. بنابراین از هشــت دو عدد استخراج کرده‌اند: ۲۰۲۴ و دیگری ۲۲۹۶ و گمان کرده‌اند که این دو عدد از جمله اعداد متحابه‌اند و این گمان غلط است؛ بنابر آن که اجزای عاده اکثر عددین مذکورین زاید است. بر اقل به هفتصد و بیست، چنانچه به ادنی تأملی ظاهر است. پس متحابه نباشد و ظاهراً ایشان این قاعده را برهان هندسی تصحیح نکرده‌اند؛ و محقق فاضل مولانا محمّد باقر یزدی –دام ظلّه– این قاعده را در رباعی بیان فرموده، و هو هذا:

رباعیه

زوج الزوجی در سه و در نصف سه زن	بی یک اگر اولند یک زآن دو فکن
در هم زن و جمله گر شد اوّل آن زوج	در کل سه فرد و حاصل فرد بزن

قاعدهٔ ۱۴

در بیان نسبت تألیفه

بدان که نسبت مذکوره عبارت است از آنکه نسبت فضل بین العددین الاعظمین به فضل بین الاصغرین مساوی نسبت طرف اعظم باشد و به طرف اصغر و هرگاه یکی از این اعداد مجهول باشد، پس اگر آن مجهول عدد اصغر باشد، مسطح اوسط در اعظم را قسمت کنند بر مجموع اعظم و فضل او بر اوسط تا اصغر حاصل شود؛ مثالش: خواستیم که اصغر ده و سی را بر نسبت مذکوره بدانیم، چون سیصد را بر پنجاه قسمت کردیم خارج قسمت شش شد، و هوالمطلوب.

و اگر مجهول عدد اوسط باشد، مسطح اصغر در اعظم را قسمت کنند بر نصف مجموع اعظم و اصغر تا اوسط حاصل شود؛ مثالش: خواستیم که اوسط دوازده و بیست و چهار را بدانیم چون مسطح این دو عدد که دویست و هتاد و هشت است بر هجده قسمت کردیم، خارج قسمت شانزده شد، و هوالمطلوب.

و اگر مجهول عدد اعظم باشد مسطح اصغر در اوسط را بر اصغر الافضل اوسط بر او قسمت کند تا اعظم حاصل شود؛ مثالش: خواستیم که اعظم پنج و نه را بدانیم چون چهل و پنج را بر پنج الا چهار که یک است قسمت کردیم، خارج قسمت همان چهل و پنج شد، و هوالمطلوب.

و بدان که فاضل مدقق مولانا شرف الدّین علی یزدی، معمّایی به اسم شریف «فاطمه» فرموده و ایراد آن در نیم مقام مناسب است، و هو هذا:

بیت

چو در تناسب تألیفید[1] فتد سه و پنج	بجوی ثالث آن را شرف به فکر صحیح
کمال دوری اوسط بدیل اصغر ساز	کـه هسـت زهرهٔ زهرا قرین امّ مسـیح

و مراد از کمال دوری هر عدد مربع آن عدد است و آن را کمال صغوری نیز گویند و کمال ظهوری هر عددی را از مجموع اعداد مبتدیه از واحد است تا آن عدد بر نظم طبیعی؛ بنابراین حل معمّای دیگر از فاضل مذکور به اسم شریف حضرت فاطمه ظاهر شد، و هو هذا:

بیت

بنگر گر آگهی ز عدد، ای ستوده‌کیش!	نه جلوه‌گر میان دو نوع از کمال خویش

و بدان که تحصیل هر کدام از اعداد اصغر و اوسط و اعظم در نسبت مذکوره، قاعدهٔ دیگر دارد و بعضی از فضلا در این منظور، آنها را بیان کرده‌اند:

بیت

نسـبت تألیفی ار خواهـی در اعداد ثلاث	عرضه دارم شرح آن، اصغا کن ای فخر انام!
نسبت فضل دو اعظم را به فضل اصغرین	راست همچون نسبت اعظم به اصغر دان مدام

۱. نسخه: کذا.

چون بود مجهول از این هر سه عدد ناگه یکی	باز گویم شــرح اســتخراج آن یــک را تمام
فضل اوسط را بر اصغر اندر اوسط ضرب کن	حاصلش را صغر الافضل قســمت کن مدام
خارج قسمت بر اوسط گر فزایی حاصلش	جانــب اعظــم مبیــن گــرددت و هوالمرام
فضل اعظم بر وسط هم بر وسط باید زدن	حاصلــش بر فضل با اعظم چو باید انقســام
خارج قســمت را وســط پنداری درســت	باقــی آن جانــب اصغــر بــود مــا لا کلام
فاضل اعظم ز اصغر هم در اصغر ضرب کن	منقســم بر جمع هر دو جانبش کن این تمام
خارج قســمت زیادت کن بر اصغر تا شود	اوســط اعداد بــه الفیت روشــن والســلام

خاتمه

در بیان اوزان

بدان که مثقال شــرعی بیســت قیراط است و درهم شرعی چهارده قیراط و قیراطی سه شعیر است و سه سبع شعیر و چهار خردل است و خردلی دوازده فلس. پس مثقال شرعی شصت و هشت شعیر و چهار سبع شــعیر است و درهم شرعی چهل و هشت شعیر اســت؛ و هرگاه که دینار را استعمال کنند، مراد یک مثقال طلا است؛ و درهم در نقره مستعمل است؛ و هر مثقالی شش دانق است و دانق در مثقال عدد شرعی یازده شــعیر اســت و سه سبع شــعیر اســت؛ و در مثقال صیرفی که در این اوان در بلاد ایران متعارف است چهار طســوج اســت و طسوج را نیز خمصه گویند و هر طسوجی چهار شعیر است. پس مثقال صیرفی نود و شش شــعیر باشد، و درهم شرعی نصف مثقال صیرفی باشــد و در مثقال شرعی پنج سبع مثقال صیرفی باشد؛ و اطبّا هرگاه که درهم و مثقال را استعمال کنند، مراد ایشان درهم شرعی و مثقال شرعی باشد.

و بدان که جدول وضع کردهایم و اکثر اوزان مشهوره را به درهم شرعی و مثقال شرعی و مثقال صیرفی موازنــه نموده، در جــدول درج کردهایم تا مبتدی عند الحاجه به آن رجوع نموده، اوزان مذکوره را بی‌تکلفی معلوم کند؛ و بالله التوفیق.

باب پنجم

در بیان مسایل جزئیه که ذکر آن موجب تشحیذ اذهان است

و آن مشتمل است بر بیست و پنج مسئله:

مسئلهٔ ۱

اگر پرسند که کدام عدد است که چون از آن نصف آن نقصان کنی و از باقی ثلث و از باقی ربع و از باقی خمس و از باقی سدس، هشت بماند؟

جواب: به قاعدهٔ اربعه متناســبه آنکه مخرج مشــترک کســور مذکوره را گرفتیم شــصت شد و چون به مقتضی ســؤال در او عمل نمودیم ده شــد. پس گوییم که شصت به ده مثل نسبت مجهول است به هشت و چون مســطح طرفین که چهار و صد و هشــتاد است بر ده قسمت کردیم خارج قسمت چهل و هشت شد

و هوالمطلوب.

و به قاعدهٔ تحلیل آنکه چون ســدس عددی را از او نقصان کنند، آن ســدس خمس مابقی اســت سابقاً ایمایی به آن شــد. بنابراین چون خمس هشــت را بر او افزودیم و سه خمس نه شود و چون ربع این عدد را بر او افزاییم، دوازده شود و چون ثلث او را بر او افزاییم، شانزده شود و چون نصف او را بر او افزاییم، بیست و چهار شود و چون او را بر خودش افزاییم، چهل و هشت شود، و هوالمطلوب.

مسئلهٔ ۲

اگر پرســند که کدام عدد اســت که چون او را در ربع خودش ضرب کنند و بر آن ســه درهم بیفزایند و حاصل را تضعیف نموده، بر چهار درهم افزایند و مجموع را تضعیف کنند. آن‌گاه حاصل را بر دوازده قسمت کنند خارج قسمت بیست و سه باشد؟

جواب: قاعدهٔ تحلیل موقوف اســت بر مقدمه‌ای و آن چنان اســت که هرگاه عددی را در نصف خودش ضرب کند حاصل مساوی نصف مربع آن عدد باشد و هرگاه که در ثلث خودش ضرب کنند حاصل مساوی ثلث مربع آن عدد باشــد و هرگاه در ربع خودش ضرب کند حاصل مســاوی ربع مربع آن عدد باشــد و علی هذا القیاس. بعد از تمهید این مقدمه گوییم که چون بیست و سه را در دوازده ضرب کنیم دویست و هفتاد و شش شود و چون آن را تنصیف کنیم صد و سی و هشت شود و چون از او چهار نقصان کنیم و مابقی را تنصیف کنیم شصت و هفت شود و چون از آن سه نقصان کنیم شصت و چهار شود و چون این عدد مربع مطلوب اســت، پس مربع مطلوب ربع عدد دویســت و پنجاه و شــش خواهد بود و جذر او که شانزده است، مطلوب است.

مسئلهٔ ۳

اگر پرســند که کدام عدد اســت که چون یکی را بر اقل افزایند ضعف اکثر شــود و چون یکی را بر اکثر افزایند سه برابر اقل شود؟

جواب: به قاعده خطائین آنکه اوّلاً اقل را ۳ فرض کنیم و چون یکی را بر آن افزاییم چهار شــود و چهار ضعف دو اســت. پس باید که اکثر دو باشــد و چون یکی را بر او افزاییم ســه شود، با آن که می‌باید که سه برابر اقل شــود. پس خطای ناقص اســت به شــش، آن‌گاه اقل را یکی فرض کنیم و چون یکی را بر آن افزاییم دو شــود. پس اکثر نیز یکی باشــد و چون یکی را بر آن افزاییم دو برابر اقل شود، با آن که مفروض سه برابر است. پس خطای ناقص است به یکی و محفوظ اوّل سه است و محفوظ دویم شش و فصل بین المحفوظین سه است و فصل بین الخطائین پنج و چون سه را بر پنج قسمت کنیم خارج قسمت سه خمس شود و هوالمطلوب.

مسئلهٔ ۴

اگر پرســند مال زید با ربع مال عمرو مســاوی مال بکر است و مال عمرو با خمس مال زید مساوی مال بکر است هر کدام چه مبلغ داشته باشند؟

جواب: آنکه در امثال این مسایل احد المخرجین را در دیگری ضرب کنند و از حاصل آن کسر اوّلین فرا

گیرند تا مال اوّل حاصل شـود. باز از آن حاصل کسـر دو یمین فرا گیرند تا اوّل ثانی به هم رسـد. آن‌گاه از آن مسطح صورت کسر اوّل در صورت کسر دویم نقصان کنند تا مال ثالث حاصل شود. بنابراین در مسئله مذکوره چهار را در پنج ضرب کنیم بیسـت شـود و چون کسـر اوّل را از او کم کنیم پانزده ماند و این مال زید اسـت؛ و چون کسـر دویم از او کم کنیم شانزده ماند و این مال عمرو است؛ و چون مسطح صورت احد الکسرین در صورت دیگری از او کم کنیم نوزده ماند و این مال بکر است.

و بدان که هرگاه بعد از ضرب احد المخرجین در دیگری و اخذ کسـرین و مسطح مذکور اعدادی به هم رسد که اقل از آن عدد باشد، بر همان نسبت باید که آن عدد را رد کنند به اعداد اقل. پس اگر سؤال کنند که زید به عمرو گفت که مال من با ربع مال تو قیمت فلان اسب است و عمرو به زید گفت که مال من با عشر مال تو قیمت همان اسب است. هر کدام چه مبلغ داشته باشند و قیمت اسب چند باشد؟

جواب گوییم که چون چهار را در ده ضرب کنیم چهل شود. چون کسر اوّل را از او کم کنیم سی ماند و چون کسر دویم از او کم کنیم، سی و شش ماند و چون مسطح مذکور که یک است از او کم کنیم، سی و نه ماند و اقل اعداد مذکوره بر همان نسـبت ده و دوازده و سـیزده است. پس گوییم که مال زید ده است و مال عمرو دوازده است و قیمت اسب سیزده.

مثال دیگر: هرگاه دو طرف داشـته باشـیم متفاوت در صغر و کبر و چون اصغر را با سـه خمس اکبر در حوض ریزیم پر شـود، آن حوض پر شـود و هم چنین چون اکبر را با دو سبع اصغر در همان حوض ریزیم، هر کدام از آن دو طرف و حوض مذکور چند من آب گیرد؟

جواب: آنکه از سـی و پنج چون سـه خمس کنیم چهارده ماند و این مقدار آب طرف اصغر است و چون از او دو سـبع کم کنیم بیسـت و پنج ماند و این مقدار آب طرف اکبر است و چون مسطح صورت کسر اوّل در صورت کسر دویم که شش است از سی و پنج کم کنیم، بیست و نه ماند و آن مقداری است که حوض آب می‌گیرد.

مسئلهٔ ۵

اگر پرسند که مال زید با ربع مال عمرو مساوی صد دینار است و مال عمرو با خمس مال زید نیز مساوی صد دینار است. هر کدام چه مبلغ داشته باشند؟

جواب: آنکه اگر به ضابطهٔ سابقه چهار را در پنج ضرب کنیم و ربع حاصل که پنج است فرا گیریم پانزده باقی ماند و ربع آن را نیز فرا گیریم شـانزده ماند. آن‌گاه یکی از او نقصان کنیم، نوزده ماند. پس به قاعدهٔ اربعهٔ متناسـبه گوییم که نسـبت پانزده به نوزده مثل نسبت مال زید است به صد و نسبت شانزده به نوزده، مثل نسبت مال عمرو است به صد. پس مال زید هفتاد و هشت دینار است و هجده جزو از نوزده جزو یک دینار مال عمرو و هشتاد و چهار دینار است و چهار جزو از نوزده جزو و یک دینار.

مسئلهٔ ۶

اگر پرسـند که شـخصی اجیر اسـت به آن که چاهی را که عمق آن ده ذرع است و از گل پر شده خالی کند، به اجرت ده درهم اجرت یک ذرع گل بر آوردن چند باشد؟

جواب: اجرت مذکوره یک جزو از پنجاه و پنج جزو از ده درهم اســت؛ زیرا که چون اجرت ذرع دویم دو مقابل ذرع اوّل اســت و اجرت ذرع سـیوم سه مقابل و اجرت ذرع چهارم چهار مقابل و بر این قیاس پس از یک تا ده بر نظم طبیعی جمع باید کرد و یک جزو از مجموع اجرت ذرع اوّل باشــد و ســه جزو از مجموع اجرت دو ذرع و شش جزو از مجموع اجرت سه ذرع، و علی هذا القیاس.

مسئلۀ ۷

اگر پرســند که جماعتی به باغی در آمدند و یکی از ایشــان یک انار چید و دیگری دو انار و دیگری ســه انار و بر این قیاس و چون انارها جمع نموده قسمت کردند، هر کدام را ده انار رسید. آن جماعت چند کس بوده‌اند و عدد انارها چند بوده؟

جــواب: بــه قاعدۀ تحلیل آن که چون مرد دهم ده انار چیــده و یازدهم یازده انار و نهم نه انار و مجموع یازده و نه بیســت می‌شــود و هم چنین چون هر یک از اطراف متقابله ده را جمع می‌کنیم، بیست می‌شود. پس معلوم شد که ده وسط است و عدد آن جماعت نوزده است و چون از واحد تا نوزده بر نظم طبیعی جمع کنیم، صد و نود شــود و آن انارها اســت و به قاعدۀ خطائین آن که عدد آن جماعت را پانزده فرض کنیم و جمع واحد تا پانزده بر نظم طبیعی صد و بیست است و چون آن را بر پانزده قسمت کنیم هر کدام را هشت رســد. پس خطای ناقص باشــد و آن‌گاه عدد جماعت را بیست فرض کنیم و جمع واحد تا بیست، دویست و ده اســت. چون آن را بر بیســت قســمت کنیم هر کدام را ده و نصف رسد و این خطای زاید است به نصف و به قاعدۀ غیر مشــهوره چون فضل بین‌المفروضین را که پنج اســت در خطای اوّل ضرب کنیم و حاصل را بر مجموع خطائین که دو نصف اســت قســمت کنیم، خارج قسمت که چهار است مابین مطلوب و مفروض خطای اوّل است، پس مطلوب نوزده است.

مسئلۀ ۸

اگر پرسند که دو متاع داشتیم، یکی عسل و دیگری سرکه و مجموع ده من بود و چون سرکه را به روغن معاوضه کردیم، از قرار یک من از آن به هفت اســتار از این آن‌گاه ملاحظه نمودیم وزن عســل و روغن هر دو هشت من بود. پس وزن هر کدام چند بوده باشد؟

جواب: به قاعدۀ اربعۀ متناســبه آن که چون نســبت معاوضه یک من از ســرکه که به هفت استار روغن مقدار سی خمس سه استار که می‌شود و در صورت مفروضه هشتاد استار کم شده، پس بیست واحد به سی و سه، مثل نسبت مجهول است به هفتاد؛ و چون مسطح طرفین را بر سی و سه قسمت کنیم خارج قسمت دو و چهارده جزو از ســی و ســه جزو از واحد اســت. پس سرکه با نیم مقدار بوده است و وزن عسل هفت و نوزده جزو از سی و سه جزو از یک من است و وزن روغن چهارده جزو از سی و سه جزو از یک من است؛ و به قاعدۀ خطائین آن که وزن شــد ســرکه را ســه من فرض کنیم، پس وزن روغن بیســت و یک جزو از چهل جزو از واحد باشــد و چون آن را با وزن عســل که هفت من اســت جمع کنیم خطا نوزده جزو از چهل جزو از واحد اســت و این خطای ناقص اســت. آن‌گاه سرکه را چهار من فرض کنیم پس وزن روغن بیست و هشــت جزو از چهل جزو از واحد اســت و چون او را با وزن عســل که شش من است جمع نموده، خطای

یک و دوازده جزو از چهل جزو از واحد است و این نیز خطاء ناقص است و محفوظ اوّل سه و نه جزو از ده جزو است و محفوظ ثانی یک و نه جزو از ده جزو و فصل بین المحفوظین دو است و فصل بین الخطائین سی و سه جزو از چهل جزو و چون اوّل را بر ثانی قسمت کنیم خارج قسمت که دو و چهارده جزو از سی و سه جزو از واحد است، مطلوب باشد.

مسئلهٔ ۹

اگر پرسند که پارچه‌ای است طول آن ده ذرع و قیمت آن مجهول است از آن فروخته شد، مقداری که طولش به حسب عدد ذرع مساوی با خمس قیمت کل پارچه است، به هجده درهم. پس قیمت پارچه چند باشد و طول مبیع چه مقدار باشد؟

جواب: به قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه آنکه نسبت ده که طول پارچه است به قیمت آن مثل نسبت طول مبیع است به هجده. مسطح طرفین صد و هشتاد است و آن مساوی مسطح قیمت آن پارچه است در طول مبیع یعنی خمس آن قیمت و چون مسطح عددی در خمس آن عدد مساوی خمس مربع آن است؛ چنانچه سابقاً معلوم شده، پس مربع قیمت نهصد باشد و جذر آن سی است پس قیمت پارچه سی درهم باشد و مبیع شش ذرع.

مسئلهٔ ۱۰

اگر پرسند که قدری از یاقوت و قدری از مروارید خریدیم متساوی‌الوزن به بیست دینار، از قرار مثقالی از یاقوت به سه دینار و مثقالی از مروارید به ثلث دینار، وزن هر کدام چند باشد؟

جواب: به قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه آن که چون قیمت مثقالی از یاقوت و مثقالی از مروارید سه دینار و ثلث است، پس گوییم که نسبت واحد به سه و ثلث مثل نسبت مجهول است به بیست و چون مسطح طرفین که همان بیست است بر سه و ثلث قسمت کنیم، خارج قسمت که شش است مطلوب است و به قاعدهٔ خطائین آن که اوّلاً وزن هر یک را سه فرض کنیم، پس خطای ناقص باشد به ده. آن‌گاه چهار فرض کنیم و این خطا نیز ناقص است به شش و دو ثلث و به قاعدهٔ غیر مشهوره تفاضل بین الخطائین که سه و ثلث است گیریم و چون ده را که خطای اوّل است بر آن قسمت کنیم، خارج قسمت که سه است بین مطلوب و مفروض خطای اوّل باشد، پس مطلوب شش باشد.

مسئلهٔ ۱۱

اگر پرسند که زید ارادهٔ خریدن اسبی و جامه‌ای کرد و چون قیمت آن‌ها را پرسید بایع گفت که قیمت اسب نصف مال تو است، الا ثلث قیمت جامه ربع مال تو است، الاّ خمس اسب. قیمت هر کدام چند باشد؟

جواب: به قاعدهٔ خطائین آنکه بنابر آنکه مال زید بیست باشد، قیمت جامه را پانزده فرض کنیم. پس قیمت اسب پنج باشد؛ بنابراین قیمت جامه چهار شود و این خطای ناقص است به پانزده، آن‌گاه قیمت جامه را هجده فرض کنیم، پس قیمت اسب چهار باشد؛ بنابراین قیمت جامه چهار و خمس شود و این خطا نیز ناقص است به سیزده و چهار خمس، و بنابر قاعدهٔ غیر مشهوره چون سه را که فضل احد المفروضین است بر دیگری در خطای اوّل ضرب کنیم سی و سه شود و چون حاصل را بر مابین الخطائین که دو و چهار

خمس اســت قســمت کنیم، خارج قســمت یازده و یازده جزو از چهارده جزو از واحد است و این مقدار ضل مفروض اوّل است بر قیمت جامه. پس قیمت جامه سه و سه جزو از چهارده جزو از واحد است و قیمت اسب هشت و سیزده جزو از چهارده جزو از واحد است؛ و اگر خواهیم که این قیمت‌ها را به عدد صحیح محض بر او کنیم، چهارده را اوّلاً در مال زید که بیست است ضرب کنیم، دویست و هشتاد شود؛ ثانیاً در قیمت جامه ضرب کنیم، چهل و پنج شود؛ ثالثاً در قیمت اسب ضرب کنیم، صد و بیست و پنج شود و چون این اعداد را رد کنیم، به اقل اعداد بر همان نسبت پنجاه و شش و نه و بیست و پنج شود، و هوالمطلوب.

مسئلهٔ ۱۲

اگر پرسند که سه قطیعه گوسفند داریم که عدد اوّل آن قطایع ثلث عدد ثانی است و عدد ثانی ثلث عدد ثالث است و چون دو ثلث قطیعهٔ اوّل و سه ربع قطیعهٔ ثانیه و پنج سدس قطیعهٔ ثالث خریدیم، صد و بیست و پنج شد. گوسفند عدد هر قطیعه چند است؟

جــواب: آنکه چون عدد قطیعهٔ اولی را شــش فرض کنیم، پس عدد ثانیــه هجده خواهد بود و عدد ثالثه پنجاه و چهار، و آنچه خریده شد شصت و دو و نصف است و به قاعدهٔ اربعه متناسبه گوییم که نسبت شش به شصت و دو و نصف مثل نسبت مجهول است به صد و بیست و پنج. چون مسطح طرفین که هفتصد و پنجاه است بر وسط معلوم قسمت کنیم، خارج قسمت دوازده باشد، و هوالمطلوب.

مسئلهٔ ۱۳

اگر پرســند که ماهیانهٔ اجیری ده درهم و جامه‌ای اســت و چون پنج روز خدمت کرد مستحق قیمت آن جامه شد. پس قیمت آن جامه چند بوده باشد؟ جواب به قاعدهٔ خطائین آنکه اوّلاً قیمت جامه را پنج فرض کنیم. پس ماهیانهٔ او ســی درهم خواهد شــد، یا آنکه قیمت جامه و درهم بنابراین فرض پانزده است. پس پانزده خطا شد. آن‌گاه قیمت جامه را چهار فرض کنیم. پس ماهیانه بیست و چهار درهم خواهد شد، یا آنکه قیمت جامه و درهم بنابراین فرض، چهارده اســت. پس ده خطا شــد و چون خطای ثانی نه را که ده اســت بر تفاضل بین الخطائین که پنج است قسمت کنیم. خارج قسمت مابین المطلوب و چهار که مفروض ثانی است خواهد. پس مطلوب که قیمت جامه است دو درهم باشد.

مسئلهٔ ۱۴

اگر پرسند که سه اجیرند که ماهیانهٔ یکی پنج درهم است و ماهیانهٔ دوم چهار درهم و ماهیانهٔ سیوم سه درهم. هر کدام روزی چند خدمت کردند و مجموع ایام خدمت ســی است و اجرت خدمت هفتاد است. پس مدت خدمت هر کدام چند است و ماهیانهٔ هر کدام چند؟

جواب: آن که اقل عددی که اعداد مذکوره عدد آن می‌کند شصت است. پس شصت درهم اجرت اوّلین است در دوازده ماه و اجرت دویمین است در پانزده ماه و اجرت سیومین است در بیست ماه و مجموع چهل و هفت اســت. پس به قاعدهٔ اربعهٔ متناســبه گوییم که نسبت چهل و هفت به سی مثل نسبت دوازده است به مدت خدمت اوّلین و پانزده اســت به مدت خدمت دویمین و بیست است به مدت عمل سیومین؛ و چون ســی را در دوازده ضرب کنیم و حاصل را بر چهل و هفت قســمت کنیم، خارج قســمت هفت و سی و یک

جزو از چهل و هفت جزو از واحد اســت و چون ســی را در پانزده ضرب کنیم و حاصل را بر چهل و هفت قســمت کنیم، خارج قســمت نه و بیســت و هفت جزو از چهل و هفت جزو از واحد است؛ و چون سی را در بیســت ضرب کنیم و حاصل را بر چهل و هفت قســمت کنیم، خارج قســمت دوازده و سی و شش جزو از چهل و هفت جزو از واحد است. آن‌گاه گوییم که چون نسبت پنج به سی مثل نسبت اجرت اوّلین است به مدت عمل او، و علی هذا القیاس.

پــس چــون پنج را در مدت عمل اوّل ضرب کنیم و چهار را در مدت عمل دوم و ســه را در مدت عمل ســیوم و حواصل را بر ســی قسمت کنیم، خارج قســمت که یک و سیزده جزو از چهل و هفت جزو از واحد اســت اجرت هر کدام اســت؛ و به قاعدۀ خطائین گوییم که اوّلاً اجرت خدمت هر کدام را چهار فرض کنیم. پس مدت اعمال اجزا بیست و چهار و سی و چهل باشد. پس خطا شصت و چهار باشد. آن‌گاه اجرت خدمت ایشــان را ســه فرض می‌کنیم. پس مدت اعمال ایشان هجده و بیست و دو نصف و سی باشد و مجموع آن اعداد هفتاد و نصف باشد پس خطا چهل باشد؛ و چون خطای ثانی را بر مابین الخطائین قسمت کنیم خارج قســمت یک و ســی و چهار جزو از چهل و هفت جزو از واحد باشد و آن مابین مفروض ثانی و عدد مطلوب اســت. پس مطلوب که اجرت خدمت ایشــان است یک و ســیزده جزو از چهل و هفت جزو از واحد باشد و نسبت این عدد به پنج مثل نسبت مدت عمل اوّل است به سی و به چهار مثل نسبت مدت عمل ثانی است به سی و به سه مثل نسبت مدت عمل ثالث است به سی؛ و به قاعدۀ اربعۀ متناسبه چون عدد مذکور را در سی ضرب کنند و حاصل را بر پنج قسمت کند، مدت عمل اجیر اوّل از آن معلوم شود، و علی هذا القیاس.

مسئلۀ ۱۵

اگــر پرســند که جامــه‌ای چند خریدیم هر یک بــه ده درهم و فروختیم بــه دوازده درهم و چون ربح را ملاحظه کردیم، چهار برابر جذر رأس المال بود، پس رأس المال چند بوده باشد؟

جواب: به قاعدۀ اربعۀ متناسبه آنکه نسبت ده به دو مثل نسبت رأس المال است به چهار برابر جذر رأس المال و چون مســطح طرفین را که چهل اســت بر دو قسمت کنیم خارج قسمت که بیست است عدۀ اعداد رأس المال باشد. پس رأس المال چهار صد بوده باشد.

مسئلۀ ۱۶

اگر پرسند که هشت کس داخل مجلسی شدند. چند احتمال در ترتیب نشستن ایشان متصوّر است؟

جواب: آنکه در نشســتن دو شــخص دو احتمال متصوّر است و در نشستن سه شخص شش احتمال؛ به جهت آنکه ثالث ممکن اســت که مقدّم بر هر دو کس بنشــیند یا متوســط یا مؤخر و در ترتیب نشستن دو کس دو احتمال اســت و حاصل ضرب دو در ســه شش است؛ بنابراین در نشستن چهار کس، بیست و چهار احتمال باشــد و در نشســتن پنج کس، صد و بیســت احتمال و هفت کس پنج هزار و چهل احتمال و در نشســتن هشــت کس چهل هزار و سیصد و بیســت احتمال متصوّر باشد؛ و از این بیان ظاهر شد که از این بیت شیخ سعدی گفته:

شـفیعٌ مطاعٌ نبـیٌ کریـمٌ قسیمٌ جسیمٌ نسیمٌ وسیمٌ

به حسب تقدیم و تأخیر الفاظ، چهل هزار و سیصد و بیست بیت حاصل می‌شود.

مسئلهٔ ۱۷

اگر پرسند که چهار سنگ داریم به اوزان مختلفه و از یک استار تا چهل استار که یک من بوده باشد از این سنگ می‌توان کشید و هر یک چند باشد؟

جواب: آنکه اوزان احجار مذکوره باید که بر نسبت ثلث باشد. پس یکی یک استار و دیگری سه استار و دیگری نه استار و دیگری بیست و هفت استار باشد و اگر زیاده از چهل استار خواهند بر این نسبت حساب باید کرد.

مسئلهٔ ۱۸

اگر پرسند گوشواری است مرکب از طلا و یاقوت و وزن آن پنج مثقال است و قیمتش پنجاه و چهار دینار، از قرار مثقالی از یاقوت به بیست و نه دینار و مثقالی از طلا به چهار دینار. پس وزن هر یک از یاقوت و طلا گوشوار مذکور چند باشد؟

جواب: به قاعدهٔ خطائین آنکه اوّلاً وزن یاقوت را دو مثقال فرض کنیم. پس وزن طلا سه مثقال خواهد بود و قیمت گوشوار پنجاه و دو دینار. پس خطا ناقص باشد بدو، آن‌گاه وزن یاقوت را سه مثقال فرض کنیم. پس وزن طلا دو مثقال خواهد بود و قیمت شصت و هشت و خطای زاید باشد به چهارده و چون خطای اوّل را بر مجموع خطائین که شانزده است قسمت کنیم، خارج قسمت که ثمن است مابین مفروض خطای اوّل، و مطلوب است. پس مطلوب که وزن یاقوت است دو ثمن باشد و وزن طلا دو و هفت ثمن.

مسئلهٔ ۱۹

سؤالی است مشهور منظوم و هو هذا:

بیت

گوشواری داشتیم از لعل و مروارید و زر	بود یک مثقال وزن آن مرصّع گوشوار
قیمتش کردند صرافان ز روی معرفت	لعل مثقالی به سی، لؤلؤ به هجده، زر به چار
بستد از من مشتری و بیست دینارم بداد	مانده‌ام حیران از این داد و ستد بی‌اختیار
یک‌مهندس‌در‌همه‌روی‌زمین‌خواهم که‌او	یک به یک آرم حساب وزن آن را در شمار

جواب: بدان که این مسئله سالی است؛ به این معنی که جواب آن را به طرق متعدده درست می‌توان کرد و خواجه قطب‌الدین خسرو شاه یزدی یک طریق را به نظم آورده و این توهّم از او گرد اجوبهٔ متعدده رفع خواهد شد و جواب مشار الیه این است:

بیت

حل این را بشنو از من ز سر صدق یقین	ای که هستی در میان اهل دانش یادگار
گوشواری را که وصف آن بیان فرموده‌اند	قیمت وزنش تمامی با تو گویم، گوش‌دار!
هست وزن لعل ثلث و ثمن مثقال تمام	در کم و بیشش نباشد هیچ کس را اختیار

هست وزنش این چنین و قیمتش گویم به تو	چهارده دینار کم ربع اســت نزد هوشــیار
هســت مروارید دانگ و ثمن مثقال تمام	قیمــت آن پنج دینار اســت و ربعی زر بیار
وزن زر ربعی ز مثقال است نی بیش و نه کم	قیمت آن هســت یــک دینار زر بــا اعیار
سکه بر زر می‌زند هر کس که از روی کرم	نقد هســتی را برای دوســتان ســازد نثار

امّــا کیفیت اســتخراج جواب مذکور از قاعدهٔ عدهٔ خطائین آنکــه بنابر آنکه وزن زر را ربع مثقال قرار دهیم، وزن لعل را ثلث مثقال فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ سدس و نصف سدس مثقال باشد و قیمت گوشوار هجده دینار و نیم شــود. پس خطای ناقص باشــد به یک دینار و نیم، آن‌گاه وزن لعل را نصف مثقال فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ ربع مثقال باشــد و قیمت بیســت دینار و نیم شــود. پس خطای زاید باشــد به نصف مثقال و محفوظ اوّل سدس است و محفوظ ثانی سه ربع و چون مجموع محفوظین را که پنج سدس و نصف سدس اســت بر مجموع خطائین که دو اســت، قسمت کنیم، خارج قســمت که ثلث و سه ربع سدس باشد و چون ســه ربع ســدس یک ثمن است، پس گوییم که وزن لعل ثلث و ثمن مثقال است. بنابراین وزن لؤلؤ سدس و ثمن مثقال خواهد بود.

جــواب دیگــر: به قاعدهٔ خطائین بنابر آنکه وزن زر را ثلث مثقال مقــرّر داریم و وزن لعل را نصف مثقال فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ سدس باشد و قیمت مجموع نوزده ثلث شود. پس خطای ناقص باشد به دو ثلث. آن‌گاه وزن لعل را نصف و نصف سدس فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ نصف سدس باشد و قیمت بیست و ثلث باشد. پس خطای زاید باشد به ثلث و محفوظ اوّل سدس است و محفوظ ثانی ثلث و سدس ثلث و مجموع محفوظین نصف و ســدس ثلث اســت و مجموع خطائین واحد است و خارج قسمت اوّل بر ثانی همان اوّل اســت. پس وزن لعل نصف و ثلث ســدس است و قیمتش شــانزده دینار و دو ثلث و وزن زر ثلث و قیمتش یک دینار و ثلث. بنابراین وزن لؤلؤ دو ثلث سدس است و قیمتش دو دینار.

جــواب دیگــر: بنابر آن که وزن زر را خمس مثقال قــرار دهیم و وزن لعل را دو خمس فرض کنیم، پس وزن لؤلؤ نیز دو خمس باشد و قیمت زر چهار خمس دینار است و قیمت لعل دوازده دینار و قیمت لؤلؤ هفت دینار و خمس و مجموع بیست دینار است. پس بی‌استعمال قاعدهٔ خطائین جواب حاصل شد.

جواب دیگر: بنابر آنکه وزن زر را سدس مثقال مقرر داریم، وزن لعل را نصف فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ ثلث باشد و قیمت مجموع بیست و یک دینار و دو ثلث شود. پس خطای زاید باشد به یک و دو ثلث. آن‌گاه وزن لعل را ثلث فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ نصف باشــد و قیمت مجموع نوزده و دو ثلث شــود. پس خطای ناقص باشد به دو ثلث و محفوظ اوّل سدس است و محفوظ ثانی پنج تسع و مجموع محفوظین شش تسع و نصف تســع اســت. چون آن را بر مجموع خطائین که دو است قسمت کنیم، خارج قسمت ثلث و ربع تسع است و این وزن لعل است و قیمتش ده دینار و پنج سدس است و وزن زر سدس مثقال است و قیمتش دو ثلث دینار. پس وزن لؤلؤ چهار تسع و ربع تسع باشد و قیمتش هشت دینار و نیم باشد.

جواب دیگر: بنابر آنکه وزن زر را ســبع مثقال قرار دهیم، وزن لعل را چهار ســبع فرض کنیم. پس وزن

لؤلؤ دو سبع باشد و قیمت مجموع بیست و دو و شش سبع باشد. پس خطای زاید باشد به دو و سبع، آن‌گاه وزن لعل را سبع فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ پنج سبع باشد و قیمت مجموع هفده و پنج سبع باشد و خطای ناقص باشد به دو و دو سبع و محفوظ اوّل یک و پانزده جزو از چهل و نه جزو از واحد است؛ و محفوظ دوم بیســت جزو از چهل و نه جزو و مجموع یک و ســی و پنج جزو از چهل و نه جزو از واحد اســت و مجموع خطائین پنج و ســبع اســت، چون اوّل را بر ثانی قسمت کنیم خارج قسمت ثلث شود و آن وزن لعل است و قیمتش ده دینار اســت؛ و وزن زر ســبع مثقال اســت و قیمتش چهار سبع دینار. پس وزن لؤلؤ ثلث مثقال و چهار سبع ثلث باشد و قیمتش نه دینار و سه سبع.

جواب دیگر: بنابر آنکه وزن زر را پنج جزو از نوزده جزو واحد قرار دهیم. وزن لعل را ده جزو از نوزده جزو فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ، چهار جزو از نوزده جزو باشد و قیمت مجموع، بیست دینار و دوازده جزو از نوزده جزو باشــد. پس خطای زاید باشــد. آن‌گاه وزن لعل را بیســت جزو از نوزده جزو فرض کنیم. پس وزن لؤلؤ شش جزو از نوزده جزو باشد و قیمت مجموع نوزده دینار و هفت جزو از نوزده جزو باشد و محفوظ اوّل صد و بیست جزو از سیصد و شصت یک جزو از واحد است و محفوظ ثانی نود و شش جزو از سیصد و شصت و یک جزو و محفوظین دویســت و شــانزده جزو از سیصد و شصت و یک جزو است و چون این را بر مجموع خطائین که یک و پنج جزو از نوزده جزو است قسمت کنیم، خارج قسمت دویست و شانزده جزو از چهارصد و پنجاه و شــش باشــد؛ و چون این دو عدد را رد کنیم به دو عدد اقل بر همان نســبت نه و نوزده شود. پس گوییم که وزن لعل نه جزو از نوزده جزو اســت و قیمتش چهارده دینار و چهار جزو از نوزده جزو و وزن زر پنج جزو از نوزده جزو اســت و قیمتش یک دینار و یک جزو از نوزده جزو اســت. پس وزن لؤلؤ پنج جزو از نوزده جزو باشد و قیمتش چهار دینار و چهارده جزو از نوزده جزو باشد و باید که این چند جواب اکتفا کنیم و استخراج دیگر اجوبه را به ادراک مبتدی حواله کنیم؛ و بدان که ضابطه در استخراج جواب مسئلۀ مذکوره به ضابطۀ خطائین آن است که احد الخطائین زاید باشد و دیگری ناقص؛ والله أعلم.

مسئلۀ ۲۰

اگر پرســند که هفت کس داخل باغی شــدند و چند انار چیدند و چون از ایشــان ســؤال کردند که چند درخت در این باغ است، چند انار چیده‌اید؟ یکی گفت که عدد درختان مساوی انارهای چیدۀ من است با دو ثلث آنچه شــخص دویمین چیده؛ دویمین گفت که عدد در حســاب مساوی چیدۀ من است با سه ربع آنچه سیومین چیده؛ و سیومین گفت که عدد درختان مساوی چیدۀ من است با چهار خمس آنچه چهارمین چیده؛ و چهارمین گفت که عدد درختان مساوی چیدۀ من است با پنج سدس آنچه پنجمین چیده؛ و پنجمین گفت که عدد درختان مساوی چیدۀ من است یا شش سبع آنچه ششمین چیده؛ و ششمین گفت که عدد درختان مساوی چیدۀ من است با هفت ثمن آنچه هفتمین چیده؛ و هفتمین گفت که عدد درختان مساوی چیدۀ من است با هشت تسع آنچه اولین چیده؛ پس درختان چند باشد و چیدۀ هر کدام چند؟

جــواب: بــه قاعدۀ خطائین آنکه چیدۀ دویمین را بر فرض آنکه چیدۀ اوّلین نه انار باشــد نه فرض کنیم؛ بنابراین عدد درختان پانزده باشــد و عدد انارها که هر کدام چیده‌اند به این طریق اوّل (۹) دویم (۹) ســیوم

(۸) چهارم (۸ و ۴ و۳) پنجم (۷ و ۲ و ۱) ششـم (۸ و ۳ و ۴) هفتم (۷ و ۱ و ۷). امّا چون چیدهٔ هفتمین را با هشـت تسـع آنچه اوّلین چیده جمع کنیم پانزده و یک سـبع شود و خطا زاید باشد به یک سبع، آن‌گاه بنابر همان فرض که چیدهٔ اوّلین نه باشـد چیدهٔ دویمین را شـش فرض کنیم، بنابراین عدد درختان سیزده باشد و عدد انارهای هر کدام به این طریق باشد: اوّل (۹) دویم (۶) سیوم (۹ و ۱ و ۳) چهارم (۴ و ۷ و ۱۲) پنجم (۱۰ و ۱ و ۱۰) ششـم (۳ و ۲۳ و ۶۰) هفتم (۱۰ و ۱۰۴ و ۱۰۵)؛ و چون چیدهٔ هفتمین را تا هشـت تسع آن چه اوّلین چیده جمع کنیم هجده و صد و چهار جزو از صد و پنج جزو از واحد شود و این خطا هم زاید اسـت بر پنج و کسـر مذکور و چون فصل احد المفروضین بر دیگری سه است و مسطح آن در خطای اوّل سـه سـبع است و مابین الخطائین پنج و هشـتاد و نه جزو از صد و پنج جزو از واحد است و چون اوّل را بر ثانی قسـمت کنند خارج قسـمت چهل و پنج جزو از ششـصد و چهارده جزو از واحد است و این مابین خطای مفروض و مطلوب اسـت. پس آنچه چیدهٔ دویمین اسـت نه و چهل و پنج جزو از ششصد و چهارده جزو باشـد؛ و چون خواهیم که عدد انارهای هر یک صحاح باشـد، باید که عدد مفروض انارهای اوّلین در مخرج مذکور که ششـصد و چهارده اسـت ضرب کند و هم چنین عدد انارهای دویمین که از عمل خطائین مسـتخرج شده در آن مخرج ضرب کنند، آن‌گاه عدد اشجار را استنباط کنند و عدد انارهای بواقی به مقالیه به آنها معلوم کنند به این تفصیل عدد اشجار(۹۲۴۰) اوّل(۵۵۲۶) دویم(۵۵۷۱) سیوم(۴۸۹۲) چهارم(۵۴۳۵) پنجم(۴۵۶۶) ششم(۵۴۹۳) هفتم(۴۳۲۸).

مسئلهٔ ۲۱

اگر پرسـند که از قرار آن که گنجشـک به نیم درهم باشد و کبکی به سه درهم و کبوتری به یک درهم می‌خواهیم که صد مرغ از این سه نوع بخریم به صد درهم عدد هر کدام چند است؟

جواب: به قاعدهٔ خطائین آن که حاصل سؤال راجع است به آنکه می‌خواهیم که قیمت گنجشک و کبک مسـاوی عدد ایشان باشـد. پس بنابر آنکه کبک دو عدد باشد، گنجشک را چهار فرض کنیم. پس مجموع قیمتین هفت درهم باشـد و خطای زاید باشـد به واحد، آن‌گاه گنجشک را هشت فرض کنیم پس مجموع قیمتین هشت درهم باشد و خطای ناقص باشد بدو و چون مجموع مفروضین را که شانزده است بر مجموع خطائین که سه است قسمت کنیم خارج قسمت پنج و ثلث باشد و چون این عدد در عدد کبک مفروض را تجنیس کنیم شـانزده و شـش شود و چون رد کنیم به دو عدد اقل بر این نسبت هشت و سه شود؛ بنابراین گوییم که ممکن است که عدد گنجشک و کبک همین دو عدد باشد یا ضعف این دو عدد بر همان نسبت و مابقی عدد کبوتر باشد.

مسئلهٔ ۲۲

اگر پرسند که قصبه‌ای در غدیر آب مذکور است و از آن قصبه آن چه از آب بیرون است، یک ذرع است. حرکت دادیم قصبه را به حیثیتی که طرفی که خارج از آب بود به سطح آب رسید و طرف دیگر از جای خود بیرون نرفت و مسافت مابین قصبهٔ مغیب آن پنج ذرع بود. طول آن قصبه چند باشد؟

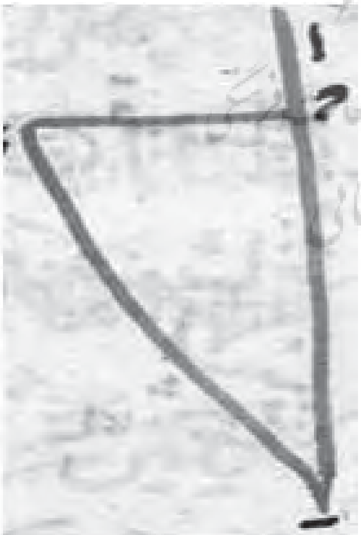
جواب: اوّلاً باید دانست که در علم هندسه در شکل عروس[1] ثابت شده است که مربع وتر زاویهٔ قائمه در مثلث مساوی مربعین باقیین است. بعد از تمهید این مقدمه گوییم که خط آب را طول قصبه فرض کنیم و اح را آن چه از آب بیرون است و ح ا ر مابین را قصبهٔ بعد از آن که او را حرکت مفروضه داده باشیم، بنابراین قاعدهٔ عدهٔ خطائیه حب را ده ذرع فرض کنیم، پس مربعین حب وحء که صد و بیست و پنج است، باید که مساوی مربع بء باشد، یا آن که مربع بء در این فرض بیست و یک است، پس خطای زاید باشد به چهار. آن‌گاه حب را نُه فرض کنیم، پس مربعین حب وحء که صد و شش است، باید که مساوی مربع بء باشد، یا آن که مربع بء در این فرض صد است، پس خطا زاید شد به شش و چون خطای اوّل را بر مابین الخطائین قسمت کنیم، خارج قسمت که دو است مابین مفروض اوّل و مطلوب باشد، پس خط حب دوازده نوع بوده باشد.

مسئلهٔ ۲۳

اگر پرسند که دو دیوار مقابل یکدیگر واقع است و بعد میان آن دو دیوار، بیست و پنج ذرع است و طول یکی دوازده ذرع است و طول دیگری پانزده ذرع؛ اتفاقاً دو مرغ بر سر آن دو دیوار نشسته بودند، هر دو به یک دفعه برخاسته، بر زمین نشستند، به حیثیتی که به یک موضع تلاقی کردند و طیران ایشان مساوی بود. بنابراین مابین موضع تلاقی و اساس هر یک از آن دو دیوار چه مقدار است؟

جواب: آنکه دیوار را اطول را ا ب فرض کنیم و اقصر را ح ء مابین را اب ءوه را موضع تلاقی واه به را محل طیران آن دو مرغ، چون مفروض آن است، طیران آن دو مرغ و اساس هر یک از آن دو دیوار چه مقدار است؟

جواب: آنکه دیوار اطول را اب فرض کنیم و اقصر را حء و مابین را بء ءه را موضع تلاقی و اه به را محل طیران آن دو مرغ، و چون مفروض آن است که طیران آن دو مرغ متساوی است، پس اهب متساوی باشند و به قاعدهٔ خطائین هب را پنج ذرع فرض کنیم. پس ده بیست ذرع باشد و چون به شکل عروس مربع اب و به مساوی مربع اه است و مربع اب دویست و بیست و پنج است و مربع به به حسب فرض مذکور بیست و پنج. پس باید که مربع اه دویست و پنجاه باشد و چون حه مساوی اه است، پس باید که مربع آن نیز دویست و پنجاه باشد یا آنکه مربع آن به حسب فرض مذکور پانصد و چهل و چهار است، پس دویست و نود و چهار خطا باشد. آن‌گاه هب را شش ذرع فرض کنیم، پس ءه نوزده ذرع باشد و مربع اه دویست و شصت و یک به حسب این فرض مربع حه پانصد و پنج است. پس دویست و



1. نسخه: کذا.

چهل و چهار خطا باشد؛ و چون خطای اوّل را بر خطائین که پنجاه است قسمت کنیم، خارج قسمت پنج و چهل و چهار جزو از پنجاه جزو از واحد باشد و این مابین مفروض اوّل و مطلوب است. پس مطلوب که به است ده ذرع و بیست و دو جزو و از بیست و پنج جزو از واحد باشد.

مسئلهٔ ۲۴

اگر پرسند که معجونی ساخته‌ایم مرکب از ادویهٔ معلومهٔ معلومه‌المقدار و می‌خواهیم که مزاج آن را بدانیم و مقدار شربت آن را بدانیم. ضابطهٔ آن چگونه است؟

جواب: ضابطه‌اش آن است اوّلاً اوزان ادویه را از مخرج مشترک گیرند و نگاه دارند. آن‌گاه عدد اجزای حارّه در درجهٔ اولی را نویسند و بر آن ضعف اجزای حاره در درجه ثانیه افزایند و بر آن ثلثهٔ امثال اجزای حارّه در درجهٔ ثالثه افزایند و بر آن اربعهٔ امثال اجزای حاره در درجهٔ رابعه افزایند و عدد اجزای بارده را نیز به همین طریق گیرند. پس اگر اجزا همه حار باشند فقط یا همه بارد باشند فقط، حاصل را بر آن چه اوّلاً نگاه داشته‌اند قسمت کنند و اگر اجزای مخرج از حار و بارد باشند، فضل احد الحاصلین بر دیگری گرفته، بر آنچه اوّلاً نگاه داشته‌اند قسمت کنند و بر این قیاس حال رطوبت و یبوست معجون را استنباط کنند؛ مثلاً معجونی ساخته‌ایم مرکب از پنج دوا و اوزان بر این وجه است: اوّل مثقالی، دویم نیم مثقال، سیوم ۵ طسوج، چهارم دو مثقال، پنجم ۲ دانق؛ و چون این اوزان را به طسوج رد کردیم، اوّل ۲۴ طسوج شد و دویم و سیوم و چهارم و پنجم و مجموع نود و هفت طسوج شد. این را نگاه داشتیم. آن‌گاه فرض کردیم که اجزای این معجون همه حارند در درجهٔ اولی و سیوم حار است در درجهٔ ثانیه و چهارم و پنجم در درجهٔ ثالثه. بنابراین عدد طسوجات اوّل و دویم را که سی و شش است گرفته، بر آن مضعف عدد سیوم افزودیم. چهل و شش شد و چون ثلثهٔ امثال عدد چهارم و پنجم بر آن افزودیم دویست و چهارده شد، آن را بر نود و هفت قسمت کردیم. خارج قسمت دو و بیست جزو از نود و هفت جزو از واحد شد. پس این مجموع حار است در اوایل درجهٔ ثالثه؛ و اگر فرض کنیم که جزء اوّل و دویم این معجون رطبند در درجهٔ اولی و سیوم یابس است در درجهٔ ثانیه و چهارم یابس است در درجهٔ ثالثه و پنجم یابس است در درجهٔ رابعه، پس مجموع عدد اوّل و دویم که سی و شش است گرفته نگاه داریم. آن‌گاه ضعف عدد سیوم که ده است گرفته بر آن ثلثهٔ امثال عدد چهارم افزاییم و بر حاصل که صد و پنجاه و چهار است اربعهٔ امثال عدد پنجم افزاییم، یک صد و پنجاه و شش شود و چون فصل ثانی بر اوّل را که صد و پنجاه است بر نود و هفت قسمت کنیم خارج قسمت یک و پنجاه و شش جزو از نود و هفت جزو از واحد است. پس معجون مذکور یابس است در اواخر درجهٔ ثانیه و مقدار شربت معجون را نیز بر این قیاس معلوم توان کرد؛ مثلاً

هرگاه که وزن اوّل به قدر دو شـربت باشـد و وزن دویم به قدر سه شربت و وزن سیوم به قدر نیم شربت و وزن چهارم به قدر چهار شـربت و وزن پنجم به قدر سـه شـربت، همه را جمع کرده، مقدار ادویه که نود و هفت است بر آن قسمت کنیم خارج قسمت که هفت جزو از بیست و پنج جزو از واحد است مطلوب باشد. پس قدر شربت این معجون قریب به هشت طسوج باشد، و قس علی هذا.

مسئلهٔ ۲۵

در حساب عدد تضعیفات خانه‌های شطرنج

منقول اسـت که چون حکیم واضع شـطرنج به خدمت پادشاه وقت رفته، شطرنج را بر او عرضه کرد، در نظر پادشـاه بسـیار مستحسـن افتاد، از او سـؤال کرد که صلهٔ این را چه توقع داری؟ حکیم گفت که چون خانه‌های عرصهٔ شـطرنج هشت در هشت است، چنان چه مجموع شصت و چهار خانه باشد، استدعا آن که در خانهٔ اوّل از آن یک حبّهٔ گندم شفقت فرمایند و در خانهٔ دویم دو حبه و در خانه سیوم چهار حبه در خانه چهارم هشت حبه و هم چنین سایر خانه‌ها بر وجهی که حصهٔ هر خانه ضعف خانهٔ سابق بوده باشد. آن‌گاه آن مقدار گندم که حاصل شود به انعام بنده مقرّر باشد. چون پادشاه این سخن را شنید آن را حقیر شمرده، حمل بر دنائت همّت حکیم نمود. حکیم به این معنی متفطن شده گفت که خزانهٔ پادشاه وفا به مسئول من نمی‌کند و آن را بیانی لایق عرض کرده و ما در باب چهارم این مسـئله را به تقریبی بیان کردیم و در این مقام اوضح از آن چه سـابقاً مبین شده، به عرض رسـانیم. خلاصه آن که به دستور مذکور جهت خانهٔ اوّل یک حبهٔ گندم مقرّر دارند و به جهت خانهٔ دویم دو حبه، چنان که حصهٔ این دو خانه سه حبه باشد آن را با چهار حبه حصهٔ خانه سـیوم جمع نموده، هفت حبه شـود و آن با هشـت حبه خانهٔ چهارم پانزده شود، آن با شانزده حبهٔ خانهٔ پنجم سی و یک شود و آن با سی و دو حبهٔ خانهٔ ششم شصت و سه شود و آن با شصت و چهار حبهٔ خانهٔ هفتم صد و بیسـت و هفت شـود و آن با صد و هشت حبه خانهٔ هشتم دویست و پنجاه و پنج شـود و خان‌های یک سطر تمام شده باشـد و حصهٔ خانهٔ اوّل سطر دویم دویست و پنجاه و شش حبهٔ گندم باشـد آن را یک درم فرض کنیم. پس جمع خانه‌های سـطر اوّل یک درم گندم باشـد، الا یک حبه و به مثل بیانی که مذکور شـد جمیع خانه‌های سـطر دویم ۲۵۵ درم گندم باشد و با خانه‌های سطر اوّل ۲۵۶ درم شـود، الا یک حبّه. این مقدار درم را یک من فرض کرده اوّل سـطر ثالث به دسـتوری که مذکور شد، همین مقدار درم باشـد که یک من فرض کرده‌ایم. پس جمیع خانه‌های سـه سطر ۲۵۶ من گندم شود، الا یک حبه. این مقدار را یک خروار تصور نموده، به همان دسـتور جمیع خانه‌های چهارم سـطر ۲۵۶ جزو از گندم چهارم شود، الا یک حبه. این مقدار را یک حجره باید که منبر سازند به همین طریق جمیع خانه‌های پنج سـطر ۲۵۶ حجره شـود. این مقدار را کاروانسرایی باید؛ و بنابر آن چه مذکور شد جمیع خانه‌های شش سـطر ۲۵۶ کاروانسـرا شود. این مقدار را شهری باید و به همین وجه جمیع خانه‌های هفت سطر ۲۵۶ شود. این مقدار را مملکتی باید و به همین منوال جمیع خانه‌های هشـت سـطر ۲۵۶ مملکت شود. پس خلاصهٔ تضعیف خانه‌های شـطرنج بنا تقریر ۲۵۶ مملکت باشـد که در هر مملکتی ۲۵۶ شهر باشد و در هر شهری ۲۵۶ کاروانسـرا باشـد و در هر کاروانسرایی ۲۵۶ حجره باشـد و در هر حجره ۲۵۶ خروار گندم باشد و هر

خرواری ۲۵۶ من گندم باشد و هر منی ۲۵۶ درم گندم باشد و هر درمی ۲۵۶ حبه گندم باشد، مگر یک درم از آن جمله که آن ۲۵۶ حبهٔ گندم باشد.

این بود چند مسـئله در اسـتخراج مجهولات عددی که به جهت بصیرت مبتدی به تاریخی که از طالع فرخنده مسـتفاد می‌گردد، نگاشـتهٔ کلک تحریر شد. امید که به شـرف اصلاح عرفان و ارباب ایقان برسد؛ والختم بحمد الله والصلاهٔ علی عباده الّذین اصطفی.[1]

۱. انجامهٔ کاتب: نقلت هذه الرساله من الرساله التی وشحت بخط مؤلفه مد ظله العالی تمت هذه الرساله علی ید فقیر العبـاد لـک رحمه الله الملک الغنی ابن حاجی عبد الله محمّد تقی یزدی تجاوز عن غفرالله لکاتبه و لوالدیه و لمن له حق علیه و لجمیع المؤمنین و المؤمنات امین یا ربّ العالمین.