اثر نااطمینانی در بازدهی سرمایه بر رشد اقتصادی؛ مطالعه موردی ایران

The Effect of an Uncertain Capital Return on Economic Growth; a Case Study of Iran

دکتر ابوالقاسم اثنی‌عشری [*]، دکتر محمدحسین پورکاظمی [**]، دکتر اصغر ابوالحسنی‌هستیانی [***]، احمد لطفی مزرعه‌شاهی [****]

Abolghasem Esnaashari (Ph.D.)[*], Mohammad Hossein Pourkazemi (Ph.D.)[**], Asghar Abolhasani Hastiani (Ph.D.)[***], Ahmad Lotfi Mazraeshahi[****]

دریافت: ۱۳۹۲/۱/۲۱ پذیرش: ۱۳۹۲/۷/۲

Received: 10/Apr/2013 Accepted: 22/Sep/2013

چکیده:

پس‌اندازهای داخلی یکی از مهم‌ترین منابع تأمین مالی سرمایه و رشد اقتصادی محسوب می‌شوند. این پس‌اندازها با ریسک بازدهی سرمایه مواجه‌اند. نااطمینانی در بازدهی سرمایه می‌تواند منجر به انحراف تصمیمات عوامل اقتصادی در زمینه پس‌انداز، مصرف و سرمایه‌گذاری شود و بسته به نوع رفتار مردم باعث تغییر در نرخ رشد اقتصادی گردد. مطالعه حاضر نرخ رشد اقتصادی را تحت نااطمینانی در بازدهی سرمایه (با حرکت براونی استاندارد) با استفاده از کنترل بهینه تصادفی محاسبه و آن را با نرخ رشد اقتصادی متعین مقایسه می‌کند. نتایج بیانگر آن است که اگر ضریب ریسک‌گریزی نسبی کمتر از واحد باشد، متوسط نرخ رشد بلند مدت اقتصادی تصادفی از متعین کمتر خواهد بود و با افزایش میزان نااطمینانی در بازدهی سرمایه، رشد اقتصادی کاهش می‌یابد. همچنین، با استفاده از داده‌های اقتصاد ایران در دوره ۸۹-۱۳۵۳، ابتدا بر پایه معادله دیفرانسیل تصادفی، مدلی پویا برای تولید ناخالص داخلی شبیه سازی و متوسط نرخ رشد۳.۸۵٪ برآورد شد. سپس، رابطه بین نااطمینانی بازدهی سرمایه (حاصل از مدل واریانس ناهمسانی شرطی خودرگرسیو تعمیم یافته نمایی) و نرخ رشد اقتصادی بررسی و مشخص گردید که طی این دوره رشد اقتصادی ایران با نوسانات بازدهی سرمایه رابطه‌ای منفی داشته است.

کلمات کلیدی: فرضیه نااطمینانی، نرخ بازدهی سرمایه، رشد اقتصادی، مدل EGARCH، ایران.

طبقه‌بندی JEL: C02, O41, N15.

* دانشیار گروه اقتصاد دانشگاه پیام‌نور
Email: asna_amiri@yahoo.com

** دانشیار دانشکده علوم اقتصادی و سیاسی دانشگاه شهید بهشتی
Email: h_pourkazemi@yahoo.com.au

*** استادیارگروه اقتصاد دانشگاه پیام نور
Email: a-abolhasani@pnu.ac.ir

**** دانشجوی دکترای علوم اقتصادی
Email: lotf20@yahoo.com

Abstract:

The internal saving in a country, is the most important source for financing and economic growth. These savings are confronted with risk of a volatile rate of return to capital. The uncertainty in the rate of return on capital may lead to distorted economic decisions by the savers, consumers and investors. Depending on the pattern of these behaviors we may observe deviations in the rate of economic growth. This study attempts to estimate the rate of economic growth with uncertainty in the rate of return on capital using standard Brownian motion and the optimized random control to compare it with the planned rate of economic growth. The findings indicate that; if the risk-aversion coefficient is less than one, the average long-term rate of economic growth will be less than the planned growth rate. Further, using the data on Iranian economy for the period 1974-2011, first, a dynamic model, based on SDE, was simulated for GDP by rate of growth %3.85, then, the relationship between capital return volatility (using the EGARCH model) and the rate of economic growth was analyzed. The results are indicative of a negative relationship between growth rate and the fluctuations in the rate of return on capital.

Keywords: Uncertainty, Rate of Return on Capital, Economic Growth, EGARCH Model, Iran.
JEL: C02, O41, N15.

* Associate Professor of Economics, Payame Noor University. Email: asna_amiri@yahoo.com

** Associate professor of Economic and Political Sciences Department, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. Email: hpourkazemi@yahoo.com.au

*** Assistant Professor of Economics, Payame Noor University. Email: a-abolhasani@pnu.ac.ir

**** Ph.D. Student in Economics, Payame Noor University. (Corresponding Author). Email: lotf20@yahoo.com

۱- مقدمه

نرخ بازدهی سرمایه[1]، به صورت نسبت تولید به سرمایه فیزیکی، نرخ بهره، تولید نهایی سرمایه و ... عمدتاً در مدل‌های رشد به صورت متعین[2] و غیرتصادفی در نظر گرفته شده است. برای نمونه، در مدل رشد هارود- دومار[3] نسبت سرمایه به تولید متعین و ثابت لحاظ شده است. همچنین، در مدل‌های رشد با بهینه‌سازی مصرف‌کننده مانند مدل رشد رمزی[4]، بازدهی سرمایه به صورت نرخ بهره متعین در محدودیت بودجه‌ای خانوارها به عنوان درآمد و محدودیت سود بنگاه‌ها به عنوان هزینه وارد شده است (بارو و سالای مارتین[5]، ۱۹۹۵: ص۸۵). بالطبع، تحلیل اثر نااطمینانی[6] و نوسانات تصادفی در متغیرهای مختلف از جمله بازدهی سرمایه در نرخ رشد این مدل‌ها امکان پذیر نمی‌باشد.

رابطه بین نااطمینانی و رشد درونزا اخیراً به صورت فزاینده‌ای مورد توجه قرار گرفته است. براین اساس، نااطمینانی معمولاً به صورت فرایند تصادفی زمانی حرکت براونی[7] مدل می‌شود. اگر تغییرات آتی در متغیرهای اقتصادی از مجموع تغییرات پیش‌بینی شده و پش‌بینی نشده تشکیل شده باشد، آنگاه نااطمینانی یک متغیر اقتصادی شامل تغییر غیرقابل پیش‌بینی آن متغیر خواهد بود (سیدنورانی و همکاران، ۱۳۹۱: ص۱۵ و گریر و پری[8]، ۲۰۰۰: ص٤٧).

مقاله حاضر یک مدل رشد درونزا را تحت نااطمینانی بررسی می‌نماید. این نااطمینانی هم می‌تواند در کل تولید و هم در بهره‌وری کل عوامل لحاظ شود. در این مدل تنها عامل سرمایه فیزیکی در نظر گرفته می‌شود و بنابراین بهره‌وری کل عوامل همان بازدهی سرمایه خواهد بود. این بازدهی در طول زمان می‌تواند به صورت یک جزء متعین و یک جزء تصادفی دارای حرکت براونی استاندارد در نظرگرفته و تأثیر آن در نرخ رشد اقتصادی بررسی شود. نااطمینانی در بازدهی سرمایه می‌تواند منجر به انحراف تصمیمات مصرف کنندگان و تولید کنندگان در زمینه پس‌انداز، مصرف و سرمایه‌گذاری شود و بسته به نوع تغییر رفتار مردم براساس میزان ریسک گریزی باعث کاهش و یا حتی افزایش نرخ رشد اقتصادی گردد.

هنگامی‌که سیستم اقتصادی متعین باشد، کنترل کننده می‌تواند وضعیت آتی سیستم را با دانستن شرایط اولیه و کنترل‌های مورد استفاده در گذشته پیش‌بینی نماید. در یک سیستم تصادفی، نظیر مورد این مقاله که بازدهی سرمایه تصادفی و بنابراین غیرقابل پیش‌بینی است، کنترل کننده نمی‌تواند آینده را پیش‌بینی کند چرا که مسیرهای زیادی وجود دارد که اوضاع سیستم می‌تواند از شرایط اولیه و داده شده و کنترل‌های گذشته تبعیت نماید (فلمینگ و استین[9]، ۲۰۰٤: ص۹۸۱). بنابراین، با استفاده از کنترل بهینه تصادفی می‌توان با حداکثر سازی امید ریاضی ارزش فعلی جریان مطلوبیت آتی عامل نمونه (ناشی از مصرف) در یک افق زمانی نامحدود[10] با توجه به قید موجود در تشکیل سرمایه فیزیکی در شرایط تولید تحت نااطمینانی، ضمن محاسبه نرخ رشد اقتصادی تصادفی، به مقایسه نرخ رشد حاصله با شرایط متعین پرداخت.

اهمیت این مقاله از آن جهت است که با نشان دادن تأثیر شوک‌های بازدهی سرمایه در ایجاد نوسانات تولید و انحراف از روند آن، می‌تواند اهمیت سیاست‌های اقتصادی در دستیابی به یک محیط پایدار اقتصادی را بازگو کند. از سوی دیگر، این مقاله بر تأثیر نوع رفتار و واکنش عوامل اقتصادی یک جامعه در قبال نوسانات و نااطمینانی‌ها بر رشد اقتصادی تأکید دارد.

در این مقاله، پس از مروری مختصر بر مطالعات انجام گرفته، نرخ رشد اقتصادی با استفاده از یک مدل رشد درونزا تحت نااطمینانی محاسبه و با شرایط متعین مقایسه می‌شود. در ادامه، با استفاده از داده‌های موجود اقتصاد ایران در دوره ۱۳۸۹-۱۳۵۳، ضمن شبیه‌سازی تولید ناخالص داخلی بر اساس معادله دیفرانسیل تصادفی، مقادیر نااطمینانی بازدهی سرمایه از مدل

1. Rate of Return to Capital
2. Deteministic
3. Harrod-Domar
4. Ramsey
5. Barro & Sala-I-Martin (1995)
6. Uncertainty
7. Brownian motion
8. Grier & Perry (2000)
9. Fleming & Stein (2004)
10. Infinite time horizon

واریانس ناهمسانی شرطی خودرگرسیو تعمیم یافته نمایی[1] (EGARCH) برآورد و رابطه آن با نرخ رشد اقتصادی بررسی و در نهایت نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲- پیشینه تحقیق

از اولین مدل های رشد ارائه شده، سرمایه فیزیکی و بازدهی سرمایه به عنوان یکی از مهم‌ترین منابع رشد معرفی شده است. بازدهی سرمایه به صورت نسبت تولید به سرمایه فیزیکی، نرخ بهره، تولید نهایی سرمایه و ... در مدل‌های مختلف رشد عمدتاً به صورت متعین در نظر گرفته شده است.

مدل رشد هارود-دومار (۱۹٤۸) بیان می‌کند که برای تحقق اشتغال کامل، باید میزان رشد تضمین شده (s/v)، که حاصل ضرب نرخ پس‌انداز (s) در بازدهی سرمایه متعین (1/v=y/k) است، با نرخ رشد جمعیت برابر باشد (بارو و سالای مارتین، ۱۹۹۵: ۷۱).

مدل رشد رمزی، توسط رمزی (۱۹۲۸) بنا نهاده شد و توسط کس[2] (۱۹٦۵) و کوپمنز[3] (۱۹٦۵) اصلاح گردید. در این مدل، در یک اقتصاد غیر متمرکز با خانوارها و بنگاه‌های رقابتی، بازدهی سرمایه به صورت نرخ بهره متعین r(t) در محدودیت بودجه‌ای خانوارها به عنوان درآمد و محدودیت سود بنگاه‌ها به عنوان هزینه در نظر گرفته می‌شود. نتایج مدل رشد رمزی نشان می‌دهد خانوارها مصرف را به گونه‌ای انتخاب می‌نمایند که نرخ بازده r با نرخ ترجیح زمانی به علاوه‌ی نرخ کاهش مطلوبیت نهایی مصرف (u′) ناشی از رشد مصرف سرانه (c) برابر است. همچنین، بنگاه‌ها در سطحی تولید می‌کنند که تولید نهایی سرمایه با نرخ بهره بعلاوه نرخ استهلاک مساوی شود (بارو و سالای مارتین، ۱۹۹۵: ص۹٦).

رابرت براون[4] گیاه شناس اسکاتلندی در سال ۱۸۲۷ حرکت براونی را تعریف نمود. ایشان با مشاهده حرکت گرده‌های گیاهان در روی آب راکد دریافت که هر گرده مستقل از گرده‌ی دیگری حرکت می‌کند و مسیر هر گرده نیز بسیار نامنظم است. ایشان سعی در تعریف مدلی ریاضی برای مسیر حرکت هر ذره نمود ولیکن همانند نفراتی بعد از خود از جمله تی ان تیله[5]، بچلیر[6] و آلبرت اینشتن[7] توفیق چندانی نداشت تا اینکه در سال ۱۹۲۲ آقای نوربرت وینر[8] (ریاضی‌دان و بنیان‌گذار سیبرنتیک) با استفاده از سری‌های زمانی، حرکت براونی را مدل‌سازی و برای پدیده‌های کوانتوم استفاده نمود. بعد از آن، حرکت براونی به عنوان یک فرایند تصادفی پیوسته و حالت حدی از گام تصادفی برای توصیف نااطمینانی در حرکت تصادفی متغیرها در طول زمان در رشته‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفت (شلدون لین[9] ، ۲۰۰٦: ص۹۸).

مرتون[10] (۱۹٦۹) برای تعیین ترکیب بهینه دارائی‌ها، از مدل‌های زمانی پیوسته با نااطمینانی در بازدهی بخشی از دارایی‌ها تحت حرکت براونی استفاده کرد. پس از آن مرتون (۱۹۷۵) مدل رشد سولو را نیز با رشد جمعیت تصادفی ارائه نمود (والد[11]، ۲۰۱۱: ص٦۱٦).

ایتون[12] (۱۹۸۱) مدل رشد درونزای اولیه تصادفی را ارائه کرد. وی نااطمینانی را در فرایند تولید و به طور مشخص در تکنولوژی آغاز نمود. پس از آن نسخه‌های مختلف فرمول ایتون از فرایند تولید توسط مولفان زیادی در زمینه‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفت (والد، ۲۰۱۱: ص٦۱٦).

جان لانگ و پلوسر[13] (۱۹۸۳) نام ادوار تجاری واقعی را برای توصیف سیکل‌های تولید که عامل ایجاد آنها تغییرات تصادفی در بهره‌وری است انتخاب نمودند. پرسکات[14] (۱۹۸٦) بیان می‌کند که به طور کلی در دوره بعد از جنگ جهانی دوم ادوار تجاری در آمریکا ناشی از تغییرات تصادفی در نرخهای

1. Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
2. Cass (1965)
3. Koopmans (1965)
4. Robert Brown (1827)

5. T. N. Thiele
6. Bachelier
7. Albert Einstein
8. Norbet Wiener (1922)
9. Sheldon Lin (2006)
10. Merton (1969)
11. Waelde (2011)
12. Eaton (1981)
13. Long and Plosser (1983)
14. Prescott (1986)

رشد بهره‌وری در بخش‌های اقتصادی بوده است (محمدی و اکبری فرد، ۱۳۸۷: ص۱۸۲).

بایندر و پسران[1] (۱۹۹۹) پیشرفت تکنولوژی تصادفی و نیروی کار تصادفی را در مدل‌های رشد زمانی گسسته سولو-سوان و AK وارد نمودند و نتیجه گرفتند که متوسط نسبت سرمایه به ستاده در وضعیت پایدار نه تنها به نرخ پس‌انداز و رشد نیروی کار بستگی دارد، بلکه به واریانس نسبت سرمایه به ستاده نیز وابسته است (بایندر و پسران، ۱۹۹۹: ص۱۶۹).

استیگر[2] (۲۰۰۵) نرخ رشد بلند مدت اقتصادی یک مدل رشد درونزای ساده را تحت نااطمینانی پواسون و وینر مقایسه نمود. وی نتیجه گرفت در صورتی‌که هر دو فرایند تصادفی واریانس یکسانی داشته باشند، نتایج کمّی تقریباً برابر می‌باشند. به طوری‌که با فرض وجود هریک از این فرایندهای تصادفی، افزایش واریانس در تکنولوژی تولید باعث تغییر در رشد اقتصادی(بسته به مقدار ضریب ریسک گریزی نسبی) می‌شود (استیگر، ۲۰۰۵: ص۳۱۱).

فونتاس و کاراناسوس[3] (۲۰۰۶) رابطه متقابل بین رشد ستاده و نااطمینانی رشد ستاده را در کشورهای آمریکا، ژاپن و آلمان بررسی نموده‌اند. روش اقتصادسنجی به کار رفته شامل مدل‌های GARCH برای محاسبه نااطمینانی ستاده به‌وسیله واریانس شرطی شوک‌های وارده به رشد ستاده می‌باشد. نتایج بیانگر آن است که اولاً، نااطمینانی بیشتر در رشد ستاده در دو کشور آلمان و ژاپن منجر به نرخ رشد بالاتر ستاده شده است. ثانیاً، در دو کشور آلمان و آمریکا رشد ستاده نااطمینانی را کاهش داده است (فونتاس و کاراناسوس، ۲۰۰۶: ص۶۳۸).

در ایران در رابطه با بررسی رشد اقتصادی تحت نااطمینانی و نوسان در رشد اقتصادی و تورم مطالعات معدودی صورت گرفته ولیکن به نااطمینانی و نوسان در بازدهی عوامل تولید از جمله سرمایه کمتر توجه شده است.

محمدی و اکبری فرد (۱۳۸۷) با استفاده از داده‌های زمانی ۱۳۸۴-۱۳۴۱ به بررسی اثر شوک‌های بهره وری بر رشد اقتصادی با استفاده از یک مدل بر مبنای الگوی ادوار تجاری با تکنولوژی درونزا پرداخته‌اند. برای این منظور بهره‌وری کل عوامل را در اقتصاد ایران با شاخص ترنکوئیست[4] محاسبه و شوک‌های وارد شده بر تولید را به دو جزء موقتی و دائمی (بهره‌وری) تجزیه نموده‌اند. نتایج حاکی است که شوک‌های طرف تقاضا به تنهایی اثر معنی‌داری بر رشد اقتصادی نداشته ولیکن شوک‌های طرف عرضه (شوکهای بهره‌وری) اثر معنی‌دار و تجمعی بر رشد اقتصادی ایران داشته‌اند (محمدی و اکبری‌فرد، ۱۳۸۷: ص۱۷۷).

حیدری و سایرین (۱۳۸۹) رابطه بین نااطمینانی رشد اقتصادی و رشد اقتصادی در سال‌های ۸۴-۱۳۶۷ را با استفاده از داده‌های فصلی و کاربرد انواع مدل‌های GARCH و روش برآورد حداکثر راستنمایی (QML) در ایران بررسی نموده، فرضیه نبود رابطه مشخص معنی‌دار بین این دو متغیر را رد نکرده‌اند. همچنین، طبق بررسی آنها، اثر شوک‌های مثبت و منفی رشد بر روی نااطمینانی آن بیانگر وجود اثرات نامتقارن بوده به نحوی که شوک‌های منفی رشد اقتصادی بیشتر از شوک‌های مثبت بر روی نااطمینانی اثرگذارند (حیدری و سایرین، ۱۳۸۹: ص۱۸۹).

امامی و محرابیان (۱۳۸۹) ضمن محاسبه نوسان‌های چرخه‌های تجاری و نااطمینانی تورم از طریق مدل‌های GARCH، تأثیر نوسانات چرخه‌ای را بر رشد بلند مدت اقتصادی با استفاده از آزمونهای هم انباشتگی و مدل‌های تصحیح خطای برداری برآورد نموده‌اند. نتایج بیانگر تأثیر منفی نوسان‌های چرخه‌های تجاری ناشی از نوسانات و نااطمینانی در تولید بر کاهش سرمایه‌گذاری و رشد اقتصادی بلند مدت ایران می‌باشد (امامی و محرابیان، ۱۳۸۹: ص۵۹).

ملابهرامی و سایرین (۱۳۹۲) برای پیش‌بینی تورم و رفتار سری زمانی CPI، مقایسه‌ای را بین روش‌های معادلات دیفرانسیل تصادفی، مدل‌های اقتصاد سنجی و شبکه‌های عصبی

1. Binder & Pesaran (1999)
2. Steger (2005)
3. Fountas & Karanasos (2006)
4. Tornqvist Index

انجام داده‌اند. نتایج تحقیق بیانگر آن است که مدل معادلات دیفرانسیل تصادفی خطای کمتری در پیش‌بینی تورم نسبت به مدل‌های رقیب دارد (ملابهرامی و سایرین، ۱۳۹۲: ص۲۵).

۳- ادبیات موضوع

مدل مورد استفاده در این تحقیق، تعمیمی از مدل رشد اقتصادی درونزا با افق زمانی نامحدود پیوسته در یک اقتصاد بسته (بدون تجارت خارجی) تحت نااطمینانی و با الهام از مدل مرتون می‌باشد (فلمینگ و استین، ۲۰۰٤: ص۹۸۱). در اینجا، نسبت ستاده واقعی به سرمایه واقعی(b=Y/K) به عنوان بازدهی سرمایه منبع نااطمینانی است. برای فرمول کردن یک مسئله کنترل تصادفی مرتبط با مدل، باید متغیرهای کنترل و وضعیت، همچنین محدودیت‌ها، پویایی‌های فرایند وضعیت و ضوابط بهینه‌سازی مشخص شوند.

معیارهای زیادی برای بهینگی وجود دارند. در اینجا از معیار استاندارد حداکثرسازی در یک افق زمانی نامحدود از انتظارات (E) مقدار تنزیل شده (ρ>۰) مطلوبیت ناشی از مصرف (U(C(t))) استفاده می‌شود که در سمت راست معادله (۱) آمده است. تابع مطلوبیت و مجموعه Γ از محدودیت‌ها و کنترل‌ها نیز در ادامه مطرح می‌شوند. ρ نرخ ذهنی ثابت ترجیحات زمانی[1] می‌باشد و یک مقدار مثبت آن به این معنی است که یوتیلهایی که دیرتر دریافت می‌شوند دارای ارزش کمتری هستند.

$$V(x) = \max_{\Gamma} E\left\{\int_0^{\infty} U(C(t))e^{-\rho t}dt\right\} \qquad (۱)$$

در اینجا، تابع مطلوبیت U(C(t)) در حالت کلی $\theta\neq1$ به صورت رابطه (۱-۱) و در حالت $\theta=1$ به صورت لگاریتمی (۱-۲) می‌باشد. این تابع مطلوبیت از نوع ریسک گریزی نسبی ثابت[2](CRRA) است که در آن θ ضریب ریسک گریزی نسبی ثابت ((-U"(C).C/U'(C)) و معکوس کشش جانشینی بین زمانی ثابت[3] می‌باشد. مقدار θ بالاتر سرعت بیشتر کاهش متناسب در U'(C) در مقابل افزایش C می‌باشد و بنابراین خانوارها کمتر حاضر به پذیرش انحراف از الگوی همسان در طول زمان می‌شوند. همچنان‌که θ به سمت صفر میل می‌کند تابع مطلوبیت به سمت خطی شدن نسبت به C می‌رود.

$$U(t) = \frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta}, \quad \theta \neq 1 \qquad (۱-۱)$$

$$U(t) = \ln C(t), \quad \theta = 1 \qquad (۱-۲)$$

تابع تولید (۲) نشان می‌دهد که GDP یا تولید Y(t) با سرمایه فیزیکی K(t) متناسب است. نسبت ستاده واقعی به سرمایه واقعی b(t)=Y(t)/K(t) بازدهی سرمایه می‌باشد.

$$Y(t) = b(t)K(t) \qquad (۲)$$

بسته به وجود یا عدم وجود نااطمینانی در تابع تولید (۲)، نرخ رشد اقتصادی در دو حالت قابل محاسبه می‌باشد.

۳-۱- تابع تولید با نااطمینانی مربوط به بازدهی سرمایه

در صورت وجود نااطمینانی در بازدهی سرمایه، مطابق روابط (۳)، (۳-۱) و (۳-۲) بخش متعین بازده متوسط b بدون اندیس زمان است و بخش تصادفی، جمله‌ی حرکت براونی[4] σdw با میانگین صفر و واریانس σ^2dt را در بر دارد. حرکت براونی، به عنوان یک فرایند زمانی پیوسته، را می‌توان به صورت حدی از یک دنباله از گام تصادفی در نظر گرفت که اندازه گام‌ها به سمت صفر میل می‌کند و در واقع، متغیر دارای این حرکت در هر لحظه از زمان روی یک منحنی نرمال قرار دارد (شلدون لین، ۲۰۰٦: ص۹۹). جمله تصادفی ناشی از تغییرات در قیمت‌های ستاده و نهاده (شرایط مبادله) و همچنین تغییرات در تکنولوژی تولید، دانش فنی، اختراعات، خشکسالی، جنگ، وضع قوانین و ... می‌باشد.

$$b(t)dt = bdt + \sigma dw,$$
$$dw = \varepsilon\sqrt{dt}\,,\ \varepsilon\sim N(0,1)iid, \qquad (۳)$$

$$E\left[\frac{Y(t)}{K(t)}dt\right] = bdt \qquad (۳-۱)$$

$$Var\left[\frac{Y(t)}{K(t)}dt\right] = \sigma^2dt\,, \qquad (۳-۲)$$

تولید (Y) می‌تواند مصرف شود (C) یا به موجودی سرمایه

1. Constant subjective rate of time preference
2. Constant Relative Risk Aversion
3. Inverse of the constant intertemporal elasticity of substitution
4. Brownian motion

فیزیکی(K) اضافه گردد. بنابراین، معادله‌ی حرکت[1] موجودی سرمایه فیزیکی به صورت (٤) خواهد بود (بارو و سالای مارتین، ۱۹۹۵: ص ۳۰):

(٤)

$$\dot{K} = b(t)K(t) - \delta K(t) - C(t)$$

معادله‌ی حرکت موجودی سرمایه می‌تواند به صورت (۵) نیز بیان شود.

(۵)

$$dK(t) = b(t)K(t)dt - \delta K(t)dt - C(t)dt$$

به طوری‌که δ نرخ استهلاک[2] سرمایه می‌باشد. با جایگزینی b(t)dt از رابطه (۳) در (۵) و ساده سازی خواهیم داشت:

(٦)

$$dK(t) = [(b-\delta)K(t) - C(t)]dt + \sigma K(t)dw$$

در مدل رشد حاضر، تابعی هدف[3] مشابه اکثر الگوهای درونزا به صورت رابطه (۱) که «مسئله برنامه‌ریز اجتماعی[4]» نیز نامیده می‌شود مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای یافتن مسیر بهینه‌ی رشد بدنبال حداکثر نمودن امید ریاضی ارزش فعلی جریان مطلوبیت آتی عامل نمونه (ناشی از مصرف) در یک افق زمانی نامحدود[5] هستیم. بنابراین، با توجه به معادله (٦) به عنوان قید و تابعی هدف (۱)، مسئله کنترل بهینه تصادفی به صورت زیر خواهد بود:

(۷)

$$\max_C E\left(\int_0^\infty \frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t}dt\right)$$
$$\text{s.t.} \quad dK(t) = [(b-\delta)K(t) - C(t)]dt + \sigma K(t)dw$$

مدل شامل متغیر وضعیت K و متغیر تصمیم‌گیری[6] (کنترل) C، محدودیت‌های $\Gamma=[C(t)>0,K(t)>0]$ و شرایط اولیه آن به صورت $K(0)=K_0>0$ و $C(0)=C_0>0$ می‌باشد. همچنین، δ نرخ استهلاک سرمایه و b و σdw به ترتیب اجزاء متعین و تصادفی (با حرکت براونی) بازدهی سرمایه هستند.

برای حل این مسئله بهینه سازی پویای تصادفی[7] با استفاده از معادله بلمن تصادفی[8] خواهیم داشت:

(۸)

$$\rho V(K) = \max_C \left\{\frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta} + [(b-\delta)K - C]V'(K) + \frac{1}{2}\sigma^2 K^2 V''(K)\right\}$$

برای حداکثر شدن رابطه (۸) با مشتق گیری نسبت به C خواهیم داشت:

$$C = V'(K)^{\frac{-1}{\theta}}$$

با جایگزینی مقدارحاصله برای C در معادله (٦) و خلاصه سازی، رابطه (۹) بر حسب K حاصل خواهد شد.

(۹)

$$\rho V(K) = \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)V'(K)^{\frac{\theta-1}{\theta}} + V'(K)(b-\delta)K + \frac{1}{2}\sigma^2 K^2 V''(K)$$

با جایگزینی $V(K) = BK^{1-\theta}$ و مشتقات اول و دوم آن در رابطه (۹) و ساده سازی و حذف $K^{1-\theta}$ از طرفین، رابطه (۱۰) حاصل می‌شود.

(۱۰)

$$\rho B = \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)(B(1-\theta))^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (b-\delta)B(1-\theta) - \frac{1}{2}\sigma^2 B\theta(1-\theta)$$

بنابراین، مقدار B از رابطه زیر قابل حصول خواهد بود.

(۱۱)

$$B = \left(\frac{\theta^\theta}{1-\theta}\right)\left[\rho - (b-\delta)(1-\theta) + \frac{1}{2}\sigma^2\theta(1-\theta)\right]^{-\theta}$$

با محاسبه $V'(K) = B(1-\theta)K^{-\theta}$ با مقدار B و جایگزینی در $C = V'(K)^{\frac{-1}{\theta}}$، رابطه خطی C بر حسب K به صورت زیر خواهد بود. بنابراین نرخ رشد C و K در این مدل یکسان می‌باشد.

(۱۲)

$$C(t) = \left(\frac{1}{\theta}\right)\left[\rho - (b-\delta)(1-\theta) + \frac{1}{2}\sigma^2\theta(1-\theta)\right]K(t)$$

با جایگزینی C(t) از رابطه (۱۲) در رابطه (۵) و انجام محاسبات لازم معادله دیفرانسیل تصادفی(SDE)[9] زیر حاصل می‌شود.

1. Evolution
2. Depreciation rate
3. Target functional
4. Social planner's problem
5. Infinite time horizon
6. Decision variable
7. Stochastic dynamic optimization
8. Stochastic bellman equation
9. Stochastic Differential Equation

(۱۳)

$$dK(t) = \left[\frac{(b-\delta-\rho)}{\theta} - \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta)\right]K(t)dt + \sigma K(t)dw$$

از حل معادله (۱۳) با لم ایتو[1] خواهیم داشت:

(۱٤)

$$d\ln K = \left[\frac{\partial \ln K}{\partial t} + \left(\frac{b-\delta-\rho}{\theta} - \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta)\right) K\frac{\partial \ln K}{\partial K} + \frac{1}{2}\sigma^2K^2\frac{\partial^2 \ln K}{\partial K^2}\right]dt + \sigma K\frac{\partial \ln K}{\partial K}dw$$

یا به صورت خلاصه‌تر

(۱۵)

$$d\ln K = \left[\frac{b-\delta-\rho}{\theta} - \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta) - \frac{1}{2}\sigma^2\right]dt + \sigma dw$$

بنابراین مسیر زمانی سرمایه فیزیکی به صورت رابطه زیر خواهد بود.

(۱٦)

$$K(t) = K(0)exp\left(\left[\frac{b-\delta-\rho}{\theta} - \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta) - \frac{1}{2}\sigma^2\right]t + \sigma w(t)\right)$$

مسیر زمانی تولید نیز با توجه به تابع تولید (۲) به صورت (۱۷) خواهد بود.

(۱۷)

$$Y(t) = Y(0)\exp\left(\left[\frac{b-\delta-\rho}{\theta} - \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta) - \frac{1}{2}\sigma^2\right]t + \sigma w(t)\right)$$

از آنجا که $w(t)$ حرکت براونی استاندارد است، فرایند تصادفی (۱۷) دارای حرکت براونی هندسی[2] می‌باشد. امید ریاضی این فرایند به صورت رابطه (۱۸)می‌باشد (شلدون لین، ۲۰۰٦: ص۱۰۰).

(۱۸)

$$E\{Y(t)\} = Y(0)\exp\left(\left[\frac{b-\delta-\rho}{\theta} - \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta)\right]t\right)$$

بنابراین، متوسط نرخ رشد سرمایه فیزیکی، مصرف و تولید $\left(E\left(\frac{\dot{K}}{K}\right) = E\left(\frac{\dot{C}}{C}\right) = E\left(\frac{\dot{Y}}{Y}\right)\right)$ در حالت نااطمینانی در بازدهی سرمایه مساوی $\bar{g}_s$ می‌باشد (s علامت تصادفی و– علامت متوسط است.)

$$\bar{g}_s = \frac{b-\delta-\rho}{\theta} - \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta) \qquad (۱۹)$$

رابطه (۱۹) بیان می‌کند که در یک اقتصاد بسته، متوسط نرخ رشد اقتصادی در شرایط نااطمینانی با بازدهی سرمایه رابطه مستقیم و با نرخ استهلاک، نرخ ترجیحات زمانی و نوسانات بازدهی سرمایه رابطه عکس دارد ولیکن رابطه آن با ضریب ریسک‌گریزی مشخص نیست.

1. ITO lemma
2. Geometric Brownian Motion

۳-۲- تابع تولید در حالت متعین بودن بازدهی سرمایه

درحالت متعین مدل رشد افق زمانی نامحدود پیوسته، مسئله کنترل بهینه به صورت زیر خواهد بود (بارو و سالای مارتین، ۱۹۹۵: ص۹٦):

$$\max_C \int_0^\infty \frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta}e^{-\rho t}dt \qquad (۲۰)$$

$$s.t. \quad \frac{dK(t)}{dt} = (b-\delta)K(t) - C(t)$$

مدل متعین شامل متغیر وضعیت K و متغیر کنترل C می‌باشد. با درنظر گرفتن λ به عنوان متغیر دوگانه‌ی[3]مدل که متغیر هم وضعیت نیز نامیده می‌شود، تابع هامیلتونین[4] سیستم به صورت زیر خواهد بود:

(۲۱)

$$H = \frac{C^{1-\theta}}{1-\theta}e^{-\rho t} + \lambda[(b-\delta)K(t) - C(t)]$$

برای حل این مسئله بهینه سازی پویا[5] با استفاده از اصل ماکزیمم پونتری اگین[6]، از شروط مرتبه اول[7] سه معادله‌ی زیر حاصل می‌شوند:

(۲۲)

$$\frac{\partial H}{\partial C} = C^{-\theta}e^{-\rho t} - \lambda = 0 \qquad (۲۳)$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = \lambda(b-\delta) = -\dot{\lambda} \qquad (۲٤)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = (b-\delta)K - C = \dot{K}$$

معادلات (۲۲) الی (۲٤) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$C = \lambda^{\frac{-1}{\theta}}e^{\frac{-\rho t}{\theta}} \qquad (۲۵)$$

$$\dot{\lambda} + \lambda(b-\delta) = 0 \qquad (۲٦)$$

$$(b-\delta)K - C = \dot{K} \qquad (۲۷)$$

3. Dual variables
4. Hamiltonian function
5. Dynamic optimization
6. Pontryagin's Maximum Principle
7. First-order conditions

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مقدار λ از معادله دیفرانسیل (۲۶) مقدار $\lambda = Be^{-(b-\delta)t}$ حاصل می‌شود که B مقدار ثابت می‌باشد. با جایگزینی مقدار λ در معادله (۲۵)، $C = B^{\frac{-1}{\theta}} e^{\frac{(b-\delta-\rho)}{\theta}t}$ خواهد بود. بنابراین نرخ رشد مصرف (و در نتیجه نرخ رشد سرمایه فیزیکی و تولید) برابر با g_d است (d علامت متعین است).

(۲۸)

$$g_d = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{(b-\delta-\rho)}{\theta}$$

بنابراین، مسیر زمانی مصرف در حالت متعین برابر است با:

(۲۹)

$$C(t) = C(0)\exp\left(\frac{b-\delta-\rho}{\theta}t\right)$$

رابطه (۲۸) بیان می‌کند که در یک اقتصاد بسته، نرخ رشد اقتصادی در شرایط متعین با بازدهی سرمایه رابطه مستقیم و با نرخ استهلاک، نرخ ترجیحات زمانی و ضریب ریسک گریزی رابطه عکس دارد.

۳-۳- مقایسه نرخ رشد در حالت نااطمینانی و متعین

اختلاف بین نرخ رشد متعین g_d (۲۸) و نرخ رشد مورد انتظار تصادفی g_s (۱۹) برابر است با:

$$g_d - \bar{g}_s = \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta) \qquad (۳۰)$$

رابطه (۳۰) نشان می‌دهد که: اولاً؛ در صورتی‌که درجه‌ی ریسک گریزی θ بزرگتر از واحد باشد ($\theta > 1$)، نرخ رشد تصادفی بیشتر از متعین است و در غیر اینصورت، نرخ رشد متعین بیشتر است. در حالت تابع مطلوبیت لگاریتمی ($\theta = 1$) تفاوتی بین نرخ رشد تصادفی و متعین نیست. تفسیر اقتصادی این نتیجه براساس مفهوم θ امکان پذیر است. ضریب ریسک‌گریزی تمایل خانوار را برای انتقال مصرف بین دوره‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد. هنگامی که θ خیلی کم و نزدیک به صفر باشد (تابع مطلوبیت نسبت به C و منحنی‌های بی تفاوتی تقریباً خطی باشند) کشش جانشینی بین زمانی مصرف زیاد است و امکان جایگزینی و نوسان در مصرف در طول زمان برای خانوار وجود دارد. در این حالت، وجود نااطمینانی و نوسان در بازدهی سرمایه تمایل به مصرف بیشتر و کاهش پس‌انداز در زمان حال را به دنبال خواهد داشت (اثر جانشینی بر اثر درآمدی فائق می‌آید) و بنابراین نرخ رشد اقتصادی کاهش می‌یابد. هنگامی که θ افزایش می‌یابد، با افزایش مصرف، مطلوبیت نهایی با سرعت بیشتری کاهش و کشش جانشینی بین زمانی مصرف کاهش می‌یابد، به‌طوریکه در ضریب ریسک گریزی بالا، کاهش مصرف و افزایش پس‌انداز بر کاهش پس‌انداز ناشی از وجود نااطمینانی در بهره‌وری سرمایه غالب شده (اثر درآمدی بر اثر جانشینی فائق می‌آید)، نرخ رشد اقتصادی افزایش می‌یابد (ویل[1]، ۱۹۹۰: ص۳۸).

ثانیاً؛ شدت اختلاف بین نرخ رشد متعین و تصادفی به درجه‌ی نااطمینانی در حالت تصادفی (σ) بستگی دارد. به عنوان مثال در حالت پایین بودن ریسک گریزی، هرچه نوسانات و واریانس بازدهی سرمایه (شوک‌های تصادفی) بیشتر شود نرخ رشد بلند مدت (تصادفی نسبت به متعین) کاهش خواهد یافت. به عبارت دیگر، در این حالت افزایش نااطمینانی در بازدهی سرمایه باعث کاهش رشد اقتصادی خواهد شد.

٤- مطالعه موردی ایران

در این قسمت ابتدا سری زمانی تولید ناخالص داخلی ایران (GDP) تحت نااطمینانی در بازدهی سرمایه با استفاده از معادله دیفرانسیل تصادفی (SDE) حاصل شده در قسمت قبل شبیه‌سازی می‌شود. همچنین، برای بررسی نااطمینانی بازدهی سرمایه و رابطه آن با نرخ رشد اقتصادی ایران از تکنیک‌های اقتصاد سنجی بهره گرفته می‌شود.

داده‌های مربوط به تولید ناخالص داخلی ایران و موجودی سرمایه فیزیکی به قیمت‌های پایه سال ۷۶، از سری‌های زمانی اقتصادی بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران طی سال‌های ۱۳۵۳ الی ۱۳۸۹ استخراج شده‌اند (انتخاب بازه زمانی مذکور براساس آخرین داده‌های موجود در زمان نگارش تحقیق است).

1. Weil (1990)

٤-١- مدل سازی GDP بر مبنای SDE

رابطه (۱۷) کـه پویـایی رفتـار تولیـد را تحـت نااطمینـانی در بازدهی سرمایه نشان می‌دهد را به صورت زیر می‌توان نوشت:

(۳۱)

$$Y(t) = Y(0)\exp\left((\bar{g}_s - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma w(t)\right)$$

به طوری‌که، $Y(0)$ تولید در لحظـه صـفر اسـت و بـا تخمـین پارامترهـای $\bar{g}_s = \left[\frac{b-\delta-\rho}{\theta} - \frac{1}{2}\sigma^2(1-\theta)\right]$ و σ مـی‌تـوان سری زمانی تولید ناخالص داخلی را مدل‌سـازی نمـود. مقـدار این پارامترها از روش ناپارامتریـک و بـه صـورت گسسـته بـا روابط زیر قابل تخمین هستند (آلن[1]، ۲۰۰۷: ص۱۲۲).

(۳۲)

$$\hat{\bar{g}}_s = \frac{\sum_{i=0}^{35}\left(Y(t_{i+1}) - Y(t_i)\right)}{\sum_{i=0}^{35} Y(t_i)} = 0.0385$$

(۳۳)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{35}\left(Y(t_{i+1}) - Y(t_i)\right)^2}{\sum_{i=0}^{35} Y(t_i)^2}} = 0.0666$$

بنـابراین، متوسـط نـرخ رشـد اقتصـادی تحـت نااطمینـانی در بازدهی سرمایه ($\bar{g}_s$) طی سـال‌هـای ۱۳۵۳ الـی ۱۳۸۹ معـادل ۳.۸۵٪ برآورد می‌شود.

با جای‌گذاری مقادیر برآورد شـده در روابـط (۳۲) و (۳۳) در (۳۱)، مسیر زمانی تولید ناخالص داخلـی بـه صـورت فراینـد تصادفی با حرکت براونی هندسی[2] مطابق (۳٤) بدست می‌آید:

(۳٤)

$$Y(t) = Y(0)\exp(0.0363t + 0.0666w(t))$$

برای مدل سازی سری زمانی تولید ناخالص داخلـی براسـاس معادله دیفرانسیل تصادفی(SDE)، معادلـه (۱۳) را بـرای $Y(t)$ می‌توان به صورت زیر نوشت.

(۳۵)

$$dY(t) = \bar{g}_s Y(t)dt + \sigma Y(t)dw$$

$\bar{g}_s$ میانگین یا نمو[3] و σ انحراف معیار یـا فراریـت[4] اسـت. بـا توجه به اینکه $w(t)$ یک فرایند براونی استاندارد (وینر) است و $dw = \varepsilon\sqrt{dt}$، که ε دارای توزیع نرمال استاندارد است معادلـه (۳۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

(۳٦)

$$dY(t) = \bar{g}_s Y(t)dt + Y(t)\sigma\varepsilon\sqrt{dt}$$

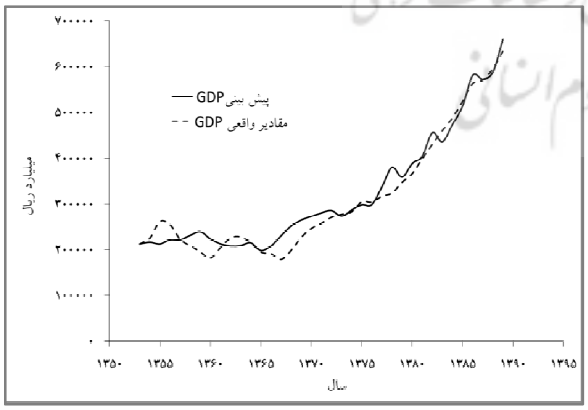
یا به صورت گسسته و با جای‌گذاری مقدار پارامترهـای $\bar{g}_s$ و σ می‌توان نوشت:

(۳۷)

$$\Delta Y(t) = 0.0385Y(t)\Delta t + Y(t)0.0666\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

برای انجام محاسبات از نرم افزار Excel بهره گرفتـه شـده بـه طوری‌کـه $Y(0)=Y(1353)=212492$، $\Delta t = 1$ و بـرای ε از تابع NORM.INV(RAND();0;1) استفاده شده که معکوس توزیع نرمال تجمعی را در احتمال تصادفی برای میانگین صـفر و انحراف معیار یک محاسبه می‌کند.

بـا توجـه بـه تصـادفی بـودن ε، مقـدار $\Delta Y(t)$ و در نتیجـه $Y(t+1) = Y(t) + \Delta Y(t)$ نیز با هـر بـار تکـرار محاسـبه متفاوت خواهد بود. از بین ۱۰۰۰ تکرار محاسـبه انجـام شـده، تکراری که دارای کمتـرین مجمـوع مربعـات خطاهـا (MSE) بوده به عنوان بهترین شبیه‌سازی سری زمـانی تولیـد ناخـالص داخلی انتخاب می‌شود (نمونه محاسبات در پیوست). شـکل ۱ مقایسه مقادیر واقعی و شبیه‌سازی شده GDP را طی سال‌های ۱۳۵۳ الی ۱۳۸۹ نشان می‌دهد.



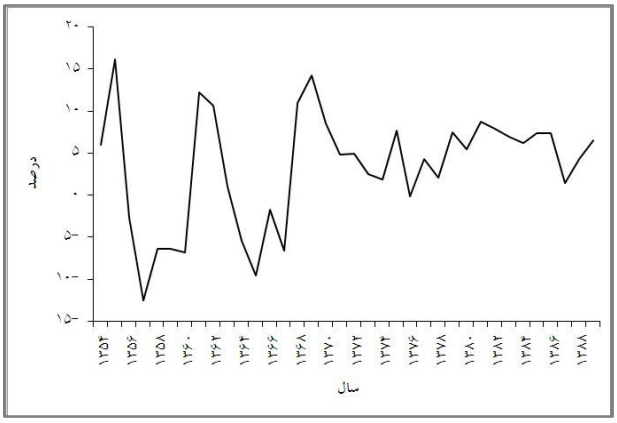
شکل (۱): مقادیر واقعی و شبیه سازی شده GDP با SDE

مأخذ: محاسبات محققین

1. Allen (2007)
2. Geometric Brownian Motion
3. Drift
4. Volatility

٤-۲- رابطه نااطمینانی b و نرخ رشد اقتصادی

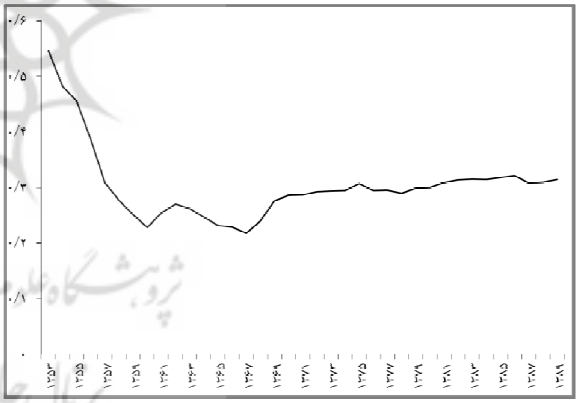
شکل ۲ نرخ رشد اقتصادی ایران را که براساس تولید ناخالص داخلی واقعی به قیمت پایه سال ۷٦ محاسبه شده، طی سال‌های ۱۳۵۳ الی ۱۳۸۹ نشان می‌دهد.



شکل (۲): رشد اقتصادی محقق شده ایران

مأخذ: سری‌های زمانی اقتصادی بانک مرکزی

همچنین، شکل ۳ روند بازدهی سرمایه فیزیکی (نسبت تولید ناخالص داخلی واقعی به موجودی سرمایه فیزیکی واقعی به قیمت پایه سال ۷٦) طی سال‌های ۵۳ الی ۸۹ را نشان می‌دهد.



شکل (۳): نرخ بازدهی سرمایه (Y/K) در ایران

مأخذ: محاسبات محققین

مطابق رابطه (۳) برای بازدهی سرمایه به صورت $b(t)dt = bdt + \sigma dw$ ، بخشی از تغییرات بازدهی سرمایه در طول زمان تحت تأثیر میانگین انتظاری bdt و بخش دیگری از تغییرات آن (σdw) تصادفی یا به عبارتی اغتشاش (نویز) می‌باشد که دارای حرکت براونی استاندارد (وینر) در نظر گرفته شده است. جزء اخیر نشان دهنده‌ی نااطمینانی در بازدهی سرمایه می‌باشد.

برای بررسی رابطه بین نااطمینانی بازدهی سرمایه و نرخ رشد اقتصادی، ابتدا باید نااطمینانی بازدهی سرمایه برآورد شود. نااطمینانی یک متغیر کیفی بوده و اندازه‌گیری آن پیچیده می‌باشد زیرا اولاً، غیرقابل مشاهده است و ثانیاً، روش اندازه‌گیری باید انعکاس صحیحی از نااطمینانی موجود را ارائه نماید. یکی از رویکردهای تخمین نااطمینانی استفاده از مدل‌های اقتصاد سنجی می‌باشد. در این روش، خطای پیش‌بینی بزرگ به معنای نااطمینانی بیشتر و خطای پیش‌بینی کوچک به معنی نااطمینانی کمتر است. مدل ناهمسانی واریانس شرطی یکی از این روش‌هاست که در آن فرض می‌شود واریانس جزء خطا در طول زمان تغییر می‌کند. از این مدل، هم جزء قابل پیش‌بینی و هم جزء غیرقابل پیش‌بینی به دست می‌آید.

ارائه مدلی برای واریانس شرطی در برآورد معادله رگرسیون ابتدا توسط انگل[1] در سال ۱۹۸۲ صورت گرفت. وی الگوهای واریانس ناهمسانی شرطی خود رگرسیو (ARCH) را ارائه کرد تا از این طریق، واریانس متغیر مورد نظر برآورد شود و در پیش‌بینی‌ها به کار گرفته شود. این مدل توسط دیگران تعدیل شد و گسترش قابل توجهی یافت. بولرسلو[2] در سال ۱۹۸٦ مدل واریانس ناهمسانی شرطی خودرگرسیو تعمیم یافته (GARCH)[3] را ارائه نمود. در این مدل، واریانس شرطی تابعی از وقفه مربع خطای پیش بینی و وقفه واریانس شرطی می‌باشد. در مدل‌های فوق، انحراف معیار یا واریانس به عنوان یک متغیر توضیحی در معادله میانگین شرطی وارد شده و از این طریق، می‌توان اثر نااطمینانی را بر متغیر مورد نظر بررسی کرد (پیرایی و دادور، ۱۳۹۰: ص۷۳).

در سال ۱۹۹۱ نیز نوع دیگری از مدل GARCH به وسیله‌ی نلسون[4] طرح شد که موسوم به مدل واریانس ناهمسانی شرطی خودرگرسیو تعمیم یافته نمایی[5] (EGARCH) شد. این مدل یک معادله نامتقارن را برای بررسی واریانس متغیر مورد نظر

1. Engle (1982)
2. Bollerslev (1986)
3. Generalized Autoregressive Conditional Hetroskedastisity
4. Nelson
5. Exponential Generalized Autoregressive Conditional Hetroskedastisity

مطرح می‌کند که طبق آن نوسانات یا شوک‌های مثبت و منفی دارای آثار یکسان نیستند (دهمرده و روشن، ۱۳۸۸: ص۱۰۱).

در اینجا، برای برآورد مقادیر نااطمینانی بازدهی سرمایه بدلیل در نظر گرفتن اثر نامتقارن نوسانات و تفاوت بین تأثیر شوک‌های بهره‌وری مثبت و منفی از مدل EGARCH استفاده می‌شود. اگر b بازدهی سرمایه باشد، مدل شامل معادله میانگین و معادله واریانس شرطی به صورت زیر است:

$$b_t = \alpha + \sum_{i=1}^{m} \beta_i b_{t-i} + \sum_{j=1}^{n} \gamma_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \qquad (۳۸)$$

(۳۹)

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^{p} a_i \left|\frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{\sigma_{t-i}^2}}\right| + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \log(\sigma_{t-i}^2) + \sum_{k=1}^{r} \delta_k \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sqrt{\sigma_{t-k}^2}}$$

در معادله اول، b_t براساس مقادیر سال قبلی آن تا m وقفه (جزء خودرگرسیونی AR) وخطا تا n وقفه (جزء میانگین متحرک MA) (مدل ARMA(m,n)) و در معادله دوم، لگاریتم واریانس شرطی جمله خطا به صورت تابعی از قدرمطلق نسبت خطا به انحراف معیار خطا تا P وقفه و لگاریتم واریانس خطا تا q وقفه و(برای اثر نامتقارن شوک‌ها) نسبت خطا به انحراف معیارخطا تا r وقفه (EGARCH(p,q,r)) نوشته شده است.

نتایج حاصل از تصریح این مدل توسط نرم افزار Eviews6 به صورت زیر می‌باشد. برای معادله میانگین از ARMA(1,1) و برای معادله واریانس از EGARCH(2,1,1) استفاده شده است. درجات بهینه (m,n,p,q,r) براساس معیارهای شوارتز[1] و آکائیک[2] بدست آمده است.

(۴۰)

$$b_t = 0.305 + 0.616 b_{t-1} + 1.187 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$(50.4381)\ (46.4253)\ (19.8687)$$

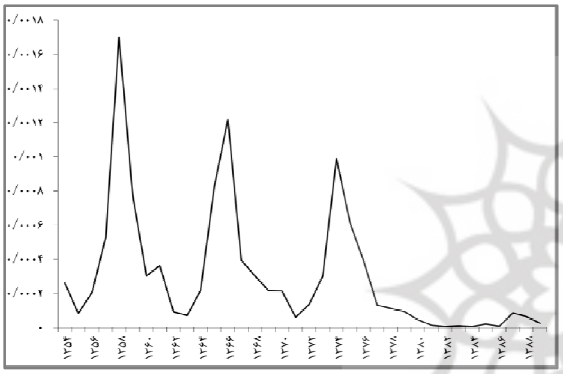
(۴۱)

$$\log(\sigma_t^2) = -3.756 + 0.353 \left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}}\right| + 1.615 \left|\frac{\varepsilon_{t-2}}{\sqrt{\sigma_{t-2}^2}}\right| - 0.608 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + 0.783 \log(\sigma_{t-1}^2)$$

$$(-1.904)(0.584)(1.885)(-2.040)\ (3.152)$$

اعداد داخل پرانتز مقدار آماره z-statistics را برای ضرایب برآورد شده نشان می‌دهد که به جز ضرایب قدرمطلق نسبت خطا به انحراف معیار خطا در معادله واریانس، بقیه ضرایب در سطح ۵ درصد معنی‌دار هستند. همچنین معنی‌دار بودن ضریب نسبت خطا به انحراف معیار خطا (۰.۶۰۸-) بیانگر نامتقارن بودن اثر شوک‌های بهره‌وری منفی و مثبت است.

سری زمانی واریانس شرطی بدست آمده برای جمله خطا (از رابطه (٤١) باEviews6) بعنوان شاخصی برای نااطمینانی بازدهی سرمایه(UNb) در نظر گرفته می‌شود (شکل ٤).



شکل (٤): نوسانات بازدهی سرمایه در ایران

مأخذ: محاسبات محققین

برای بررسی رابطه نرخ رشد اقتصادی با بازدهی سرمایه و نااطمینانی آن، معادله رگرسیون زیر برآورد می‌شود.

(٤٢)

$$d\log(Y_t) = \alpha_0 + \alpha_1 d\log(b_t) + \alpha_2 UNb_t + u_t$$

به‌طوری‌که Y تولید ناخالص داخلی واقعی ، b بازدهی سرمایه و UNb نااطمینانی بازدهی سرمایه می‌باشد.

به منظور دستیابی به نتایج صحیح رگرسیون و تخمین معادلات با استفاده از روش OLS، داده‌ها از نظر مانایی با استفاده از آزمون ریشه واحد دیکی فولر تعمیم یافته (ADF) آزمون می‌شوند. نتایج حاصل مطابق جدول ۱ حاکی از مانایی متغیرها در سطوح ۵ درصد و ۱۰ درصد می‌باشد.

1. Schwarz criterion
2. Akaike criterion

جدول (۱): آزمون ریشه واحد ADF برای داده های سری‌های زمانی

نام سری	آماره آزمون ADF	مقادیر بحرانی آزمون ADF		
		α=1%	α=5%	α=10%
Dlog(Y)	-3.452	-3.693	-2.948	-2.613
Dlog(b)	-3.622	-3.171	-2.948	-2.613
UNb	-3.201	-3.138	-2.948	-2.613

مأخذ: محاسبات محققین

پس از اطمینان از برقراری فروض کلاسیک با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی (OLS)، تأثیر بازدهی سرمایه و نااطمینانی آن بر نرخ رشد اقتصادی مطابق جدول مورد تخمین قرار می‌گیرد. AR(1) برای رفع خود همبستگی مرتبه اول به معادله رگرسیون اضافه شده که در واقع همان متغیر وابسته نرخ رشد Y با یک وقفه می‌باشد.

جدول (۲): نتایج تأثیر نااطمینانی بازدهی سرمایه بر نرخ رشد اقتصادی

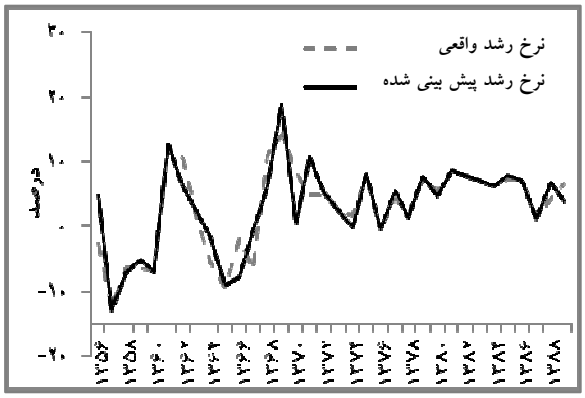
نام متغیر	علامت اختصاری	ضریب	آماره t
عرض از مبدأ	α_0	0.036	2.336
نرخ رشد بازدهی سرمایه	Dlog(b)	1.023	15.815
نااطمینانی بازدهی سرمایه	UNb	-22.911	-2.117
نرخ رشد دوره قبل	AR(1)	0.752	9.456
D.W.=2.261 , R^2=0.91 , F=108.614			

مأخذ: محاسبات محققین

نتیجه این رگرسیون نشان می‌دهد که تأثیر بازدهی سرمایه بر نرخ رشد اقتصادی مثبت و معنی‌دار است. بعلاوه، نرخ رشد اقتصادی ایران رابطه‌ای منفی با نااطمینانی در بازدهی سرمایه دارد که می‌تواند بیانگر کم بودن ضریب ریسک گریزی در ایران و پایین‌تر بودن نرخ رشد اقتصادی در حالت تصادفی و نااطمینانی نسبت به حالت متعین باشد.

شکل۵ مقایسه مقادیر نرخ رشد اقتصادی واقعی و پیش‌بینی شده حاصل از رابطه (٤٢) را نشان می‌دهد.

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود مدل توانست بخش قابل ملاحظه‌ای از تغییرات نرخ رشد را پیش‌بینی نماید.



شکل(۵): مقادیر واقعی و پیش‌بینی رشد GDP در ایران

مأخذ: محاسبات محققین

در زمینه محاسبه ضریب ریسک گریزی نسبی در ایران مطالعات معدودی انجام گرفته است. برای نمونه شاهمرادی، کاوند و ندری (۱۳۸۹) با استفاده از داده‌های فصلی ۱۳۸٦:٤-۱۳٦۸:٤ و با استفاده از رهیافت فیلتر کالمن، متغیرهای غیرقابل مشاهده اقتصاد ایران را برآورد نموده‌اند. براساس نتایج حاصله، در چارچوب یک تابع مطلوبیت نمایی، مقدار پارامتر ریسک گریزی نسبی برای اقتصاد ایران برابر با ۰.٤٦ حاصل شده است. با این حساب، اختلاف بین نرخ رشد متعین g_d و نرخ رشد مورد انتظار تصادفی g_s مقدار مثبتی خواهد بود. یعنی، نااطمینانی در بازدهی سرمایه باعث کاهش نرخ رشد اقتصادی شده است (شاهمرادی و سایرین، ۱۳۸۹: ص۱۹).

۵- نتایج

این مطالعه یک مدل رشد درونزا را تحت نااطمینانی ارائه و نرخ رشد اقتصادی را هم در حالت متعین و هم در حالت تصادفی با حرکت براونی در بازدهی سرمایه محاسبه و مقایسه نمود. نتایج بیانگر اهمیت و کلیدی بودن وضعیت نوع و میزان واکنش و ریسک گریزی افراد جامعه در قبال نااطمینانی‌های حادث شده می‌باشد، زیرا از آنجا که ضریب ریسک گریزی تمایل خانوار را برای انتقال مصرف بین دوره‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد، پایین بودن این ضریب معادل با زیاد بودن کشش جانشینی بین زمانی مصرف و امکان جایگزینی بیشتر در مصرف خانوار در طول زمان است و بنابراین وجود نااطمینانی در بازدهی سرمایه تمایل به مصرف بیشتر و کاهش

پس‌انداز در زمان حال و کاهش نرخ رشد اقتصادی را به دنبال خواهد داشت. هنگامی که ضریب ریسک گریزی نسبی افزایش می‌یابد، با افزایش مصرف، مطلوبیت نهایی با سرعت بیشتری کاهش و کشش جانشینی بین زمانی مصرف کاهش می‌یابد تا حدی که کاهش مصرف و افزایش پس‌انداز بر کاهش پس‌انداز ناشی از وجود نااطمینانی در بازدهی سرمایه غالب شده، نرخ رشد اقتصادی افزایش می‌یابد.

شدت اختلاف بین نرخ رشد متعین و تصادفی به درجه‌ی نااطمینانی در حالت تصادفی (σ) بستگی دارد. به عنوان مثال در حالت پایین بودن ریسک گریزی $0<\theta<1$ ، هرچه نوسانات و واریانس بازدهی سرمایه (ناشی از تغییرات در تکنولوژی تولید، دانش فنی، اختراعات، خشکسالی، جنگ، وضع قوانین و ...) بیشتر شود نرخ رشد بلند مدت کاهش خواهد یافت. به عبارت دیگر، در این حالت افزایش نااطمینانی در بازدهی سرمایه باعث کاهش رشد اقتصادی خواهد شد.

در مرحله بعد، بر مبنای داده‌های سری زمانی متغیرهای اقتصادی ایران طی سال‌های ۱۳۵۳ الی ۱۳۸۹ ابتدا با استفاده از اقتصاد ریاضی و معادله دیفرانسیل تصادفی (SDE) تولید ناخالص داخلی ایران شبیه سازی و متوسط نرخ رشد اقتصادی ۳.۸۵٪ برآورد شد. سپس، با مدل‌های اقتصاد سنجی، ضمن محاسبه نااطمینانی بازدهی سرمایه با استفاده از مدل EGARCH، رابطه‌ی بین نرخ رشد اقتصادی ایران با نااطمینانی بازدهی سرمایه بررسی گردید. نتایج نشان می‌دهد که نرخ رشد اقتصادی رابطه‌ای منفی و معنی دار با نااطمینانی در بازدهی سرمایه دارد که می‌تواند بیانگر کم بودن ضریب ریسک گریزی در ایران و پایین‌تر بودن نرخ رشد اقتصادی در حالت تصادفی و نااطمینانی نسبت به حالت متعین باشد.

منابع:

Allen, E. (2007), "Modeling with Ito Stochastic Differential Equations", University of Texas, USA, Published by Springer.

Barro, R. and Sala-i-Martin, X. (1995), "Economic Growth", McGraw-Hill Inc, New York Press.

Binder, M. and Pesaran, M.H. (1999), "Stochastic Growth Models and Their Econometric Implications", Journal of Economic Growth, 4, pp. 139–183.

Chiang, A.C. (1992), "Elements of Dynamic Optimization", McGraw-Hill, New York.

Dahmardeh, N. and Roushan, R. (2009), "Survey of the Effect of Economic Uncertainty on Money Demand: A Case Study of Iran", Journal of Economic Research, 88, pp. 95-116.

Emami, K. and Mehrabian, A. (2010), "The Effect of Volatilities in Business Cycles on Iranian Economic Growth", Economic Bulletin, 41, pp. 59–86.

Fleming, W.H. and Stein, J.L. (2004), "Stochastic Optimal Control, International Finance and Debt", Journal of Banking & Finance, 28, pp. 979–996.

Fountas, S. and Stein, M.K. (2006), "The Relationship between Economic Growth and Real Uncertainty in the G3", Economic Modeling, 23, pp. 638–647.

Grier, K. and Perry, M. (2000), "The Effects of Real and Nominal Uncertainty on Inflation and Output Growth: some GARCH-M Evidence", Journal of Applied Econometrics, 15, pp. 45-58.

Heidari, H., Parvin, S., Shakeri, A. and Feizi Y.S. (2010), "The Effect of Uncertainty of Economic Growth on Economic Growth of Iran: some GARCH Evidences", Quarterly Journal of Economic Research, 43, pp. 189-210.

Mohammadi, T. and Akbarifard, H. (2008), "The Effect of Productivity Shocks on Economic Growth of Iran", Quarterly Journal of Economic Research, 35, pp. 177-204.

Molabahrami, A., Khodavaisi, H. and Hossaini, R. (2013), "Forecasting Inflation based on Stochastic Differential Equations and

Alternative Models (A Comparative Study)", Quarterly Journal of Economic Research, 52, pp. 25-46.

Piraei, Kh. and Dadvar, B. (2011), "The Effect of Inflation on Economic Growth of Iran with Uncertainty", Quarterly Journal of Economic Research, 44, pp.67-80.

Seyed Noorani, S.M.R., Amiri, H. and Mohammadiyan, A., (2012), "The Causal Relationship between Bank Capital and Profitability", Quarterly Journal of Economic Growth and Development Research, 2(6), pp. 11-44.

Shahmoradi, A., Kavand, H. and Nadri, K. (2010), "An Estimation of Equilibrium Interest Rate in Iranain Economy by using a Public Equilibrium Model", Journal of Economic Research, 90, pp. 19-41.

Sheldon Lin, X. (2006), "Introductory Stochastic Analysis for Finance and Insurance", John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Steger, T.M. (2005), "Stochastic Growth under Wiener and Poisson Uncertainty", Economic Letters, 86, pp.311–316.

Waelde, K. (2011), "Production Technologies in Stochastic Continuous Time Models", Journal of Economic Dynamics & Control, 35, pp. 616-622.

Weil, P. (1990), "Nonexpected Utility in Macroeconomics", the Quarterly Journal of Economics, 105, pp. 29-42.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی