فصلنامه علمی ـ پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی سال دهم، شماره ۲۶، پاییز ۹۱
صفحات ۱۱۵ تا ۱۳۸

توسعه مدل مکان‌یابی شبکه‌ای در حالت عدم قطعیت (حالت استوار)

علیرضا علی نژاد*
سامرند سالاری**
آزاده سیف***

چکیده

در این تحقیق به بررسی و مطالعه مسئله مکان یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه تحت شرایط عدم قطعیت در حالت استوارپرداخته خواهد شد. بدین منظور مدلی توسعه داده خواهد شد به نحوی که عدم قطعیت، پارامترهایی نظیر تقاضا و هزینه‌های مختلف مسئله را در نظر گیرد. مکان یابی تسهیلات طراحی شبکه برخلاف مدل‌های کلاسیک مکان‌یابی تسهیلات، که ساختار شبکه را از قبل مشخص و تعریف شده، فرض می‌نمایند، در ارتباط با ساختار شبکه نیز تصمیم‌گیری می‌نمایند. این موضوع در بسیاری از کاربردهای واقعی نظیر، شبکه راه، سیستم‌های ارتباطات و غیره وجود داشته و پیدا نمودن مکان تسهیلات و طراحی شبکه اصلی به صورت هم‌زمان، مهم تلقی گردیده و نیاز به طراحی و بهینه سازی مدل هایی که به صورت هم‌زمان به دنبال یافتن موارد مذکور هستند، احساس می‌شود. رویکردهای مختلفی در ادبیات موضوع بهینه‌سازی عدم قطعیت توسعه داده شده‌اند. از جمله مهم‌ترین آنها می‌توان به بهینه سازی احتمالی و بهینه‌سازی استواراشاره نمود. در این تحقیق از رویکرد بهینه‌سازی استوارجهت مواجه با بحث عدم قطعیت و مدل‌سازی مسئله استفاده می‌گردد. همچنین با بهره‌گیری از نمونه‌های تصادفی تولید شده، مدل ارائه شده آزمایش و برای پارامترهای مختلف تجزیه و تحلیل‌های محاسباتی ارائه می‌گردد.

واژگان کلیدی: مکان‌یابی تسهیلات، طراحی شبکه، بهینه‌سازی استوار(استوار)، کمینه ساختن حداکثر پشیمانی.

---

* عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین، ایران (نویسنده مسئول) alinezhad @qiau.ac.ir
** دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین، ایران
*** دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین، ایران
تاریخ دریافت: ۹۰/۸/۹ **تاریخ پذیرش: ۹۱/۵/۱۶**

تعریف مسئله و مرور ادبیات مربوطه

مسائل مکان یابی تسهیلات از دهه ۱۹۶۰ جایگاه مهمی در ادبیات تحقیق در عملیات پیدا کردند. به طور کلی واژه مکان یابی اشاره به مدلسازی، فرمول بندی و حل مسائلی دارد که می‌توان آنها را قرار دادن تسهیلات در فضای موجود به بهترین نحو تعریف کرد. این مسائل بررسی میکنند که چه طور می‌توان یک مجموعه از تسهیلات را به صورت فیزیکی مکان یابی کرد به طوریکه یک تابع هدف را تحت مجموعه‌ای از محدودیتها بهینه ساخت.

مطالعات صورت گرفته نشان داد، تاکنون مدلهای جانمایی شبکه به صورت گسترده‌ای به منظور جانمایی تسهیلات در بخش خصوصی و دولتی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در غالب مدل‌های مطرح در حوزه مکان یابی تسهیلات، ساختار شبکه از قبل مشخص و ارتباط بین گره‌ها نیز از قبل تعریف شده است.

در حالی‌که در بسیاری از مسائل دنیای واقعی ممکن است، چنین موضوعی قابل قبول نباشد. لذا در نظرگیری این مبحث می‌تواند حائز اهمیت باشد. بنابراین، پیدا نمودن مکان تسهیلات و طراحی شبکه اصلی به صورت هم‌زمان در بسیاری از مسائل جهان واقعی، ممکن است مهم تلقی گردیده و نیاز به طراحی و بهینه سازی مدل هایی که به صورت هم‌زمان به دنبال یافتن موارد مذکور هستند، احساس شود.

مدلهای مذکور برای اولین بار در سال ۱۹۹۶ در حالت قطعی ارائه گردیدند. در این تحقیق، مسئله مکان یابی تسهیلات با در نظرگیری طراحی شبکه در حالت عدم قطعیت، توسعه داده خواهد شد. معمولاً مسائل دنیای واقعی با فرض غیر قابل تغییر بودن پارامترهای ورودی، مورد تحلیل قرار میگیرند. با این حال در عمل، غالباً داده‌های ورودی با مفروضات مدلهای ریاضی متفاوت است. لذا، این مفروضات منجر به جوابهایی می‌شود که از بهینگی و حتی شدنی بودن در دنیای واقعی، به دور است. تقاضا، انواع هزینه ها، ظرفیتها و ... مواردی هستند که در طی زمان در مسائل مکان یابی تسهیلات طراحی شبکه تغییر می‌نمایند. در نتیجه بررسی و توسعه مدل مکان یابی تسهیلات طراحی شبکه در حالت عدم قطعیت یکی از شکافهای تحقیقاتی موجود در این زمینه تلقی می‌شود که سعی خواهد شد این خلاء مورد بررسی قرار گیرد.

بهنیه سازی تحت«عدم قطعیت» نوعاً در دو دیدگاه بررسی می‌شود. ۱ـ بهینه سازی

تصادفی و ۲ـ بهنیه سازی استوار . در بهینه سازی تصادفی، پارامترهای نامعین توسط تابع توزیع احتمالی تحت کنترل بوده و مدل به دنبال ارائه راه حلی است که هزینه انتظاری تابع هدف را کمینه سازد. در بهینه سازی "استوار" احتمالات نامعین بوده و پارامترهای تصادفی از طریق سناریوهای گسسته یا فواصل بازه‌ای تخمین زده میشوند. در حالت گسسته، برای هر پارامتر براساس تجارب گذشته و مطالعات و امکان سنجی‌های صورت گرفته چندین عدد مختلف پیشنهاد می‌شود که به هر یک از آنها عنوان «سناریو» اطلاق شده و در حالت پیوسته هر پارامتر غیرقطعی با یک بازه مشخص تعیین میگردد. در مسائل "استوار" هدف نهایی کمینه ساختن بدترین هزینه یا پشیمانی[1] است که به تفصیل بحث خواهد شد. در این پروژه تقاضای مشتریان و هزینه‌های مختلف مکان یابی تسهیلات، ساخت خطوط عملیاتی به صورت غیرقطعی فرض شده و برای آنها سناریوهایی درنظر گرفته خواهد شد.

بنابراین در این تحقیق سعی خواهد شد، مدل استوار مسئله مکان یابی تسهیلات طراحی شبکه در حالت بدون محدودیت ظرفیت، ارائه و سپس به حل مدل و تجزیه و تحلیل‌های محاسباتی پرداخته شود.

نخستین کار مرتبط در این حوزه به تحقیقی بر می‌گردد که توسط داسکین[2] و همکاران در سال ۱۹۹۳ ارائه شد. آنها یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط را برای مسئله مکان یابی تسهیلات بدون محدودیت ظرفیت و طراحی شبکه، پیشنهاد نمودند [۱].

در سال ۱۹۹۶، ملکوته[3] در رساله خود مدل‌های جایابی تسهیلات / طراحی شبکه را مطرح نمود [۲]. در این رساله، سه مدل اصلی با درنظر گرفتن فرضیات مختلف مطرح گردیدند. ملکوته و داسکین در سال ۲۰۰۱، مدل یکپارچه مکان یابی تسهیلات بدون محدودیت ظرفیت و طراحی شبکه حمل ونقل را ارائه نمودند [۳]. مدل ارائه شده می‌تواند کاربردهای زیادی در برنامه ریزی منطقه ای، توزیع، مدیریت انرژی و ... داشته باشد. مثالهای زیادی توسط مدل مذکور و با بهره گیری از نرم افزار Cplex 3 حل شدند و نسبت به پارامترهای مدل، تحلیل حساسیت‌های متعددی انجام شد.

1- Regret
2- Daskin et al
3- Melkote

همچنین در سال ۱۹۹۹ مسئله جایابی شبکه ای چندمعیاره با در نظر گرفتن نظرات تصمیم گیران، توسط همچر و همکاران[1] معرفی شده است [۴]. این مدل در دو حالت الفبایی[2] و پارتو[3] مورد تحلیل قرار گرفته است. تابع هدف مورد بررسی در این تحقیق از نوع Median می باشد. ضمنا یک الگوریتم چند جمله ای به منظور حل مدل پیشنهادی ارائه شده است.

در سال ۲۰۰۰ اثبات شد که مسئله طراحی شبکه حمل و نقل برای یک وسیله موجود، قابلیت تبدیل شدن به یک درخت پوشا[4] را دارد [۵]. همچنین اثبات شده است که این مسئله یک مسئله NP Complete است. این تحقیق که توسط بهادری و همکاران[5] ارائه شده، پیشنهاد می کند که روش دقیق یا یک الگوریتم ابتکاری به منظور حل این مسئله ارائه شود.

مدل دیگری که در آن ظرفیت تسهیلات محدود فرض شده است، توسط ملکوته و داسکین ارائه شد [۶]. تحقیق مذکور در حالت محدودیت ظرفیت مسئله مدل شده و یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط برای آن پیشنهاد گردید. مسائل در ابعاد ۴۰ گره و ۱۶۰ پیوند کاندید توسط نرم افزار Cplex 3 حل شدند. نتایج محاسباتی برای مدل مذکور نشان داد که در مقایسه با مدل محدودیت ظرفیت: ۱) هزینه‌های حمل ونقل و خطوط برخلاف تصور، ممکن است کاهش یابند؛ ۲) شبکه متراکمتر بوده و بنابراین همانگونه که انتظار میرود، پرهزینه‌تر می‌باشد؛ ۳) کلیه مؤلفه‌های تابع هدف (هزینه ساخت پیوندها، تسهیل و حمل ونقل) در سطوح ظرفیت بالاتر، حساس‌تر می‌باشند.

تحقیق دیگری تحت عنوان «طراحی شبکه: انتخاب و طراحی پیوندها و مکان یابی تسهیلات» توسط درزنر[6] و وسولوسکی[7] در سال ۲۰۰۳، مورد بررسی قرار گرفت [۷]. در این مسئله، تابع هدف جریان ترافیک یا مکان‌یابی تسهیلات درنظر گرفته شدند. خطوط با یک هزینه داده شده یا ساخته می‌شوند و یا ساخته نمی شوند و هر پیوند می‌تواند یک طرفه یا دوطرفه باشد. این فرضیات منجر به تشکیل ۴ مسئله گردید که با

1- Hamacher et al
2- Lexicographically
3- Pareto
4- Spanning Tree
5- Bhadury et al
6- Drezner
7- Wesolowsky

استفاده از الگوریتم‌های شبیه سازی تبرید، جستجوی ممنوع، الگوریتم کاهشی و الگوریتم ژنتیک به صورت ابتکاری حل گردیدند. نتایج مقایساتی الگوریتم‌های مذکور نشان از برتری الگوریتم ژنتیک نسبت به بقیه الگوریتم‌ها دارد.

یک الگوریتم تخمین در سال ۲۰۰۴ به منظور حل مسئله ترکیبی لجستیک و جایابی شبکه ای توسط راوی و سینها[1] ارائه شده است [۸]. در تحقیق مذکور یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح به منظور حل این مدل پیشنهاد شده و شکاف آن تا جواب بهینه مورد بررسی قرار گرفته است. نویسندگان این تحقیق به عنوان تحقیقات آتی پیشنهاد می‌کنند مسئله برای حالتی که هزینه‌ها خطی نیست یا حالتی که چند کالا موجود است، توسعه یابد. همچنین بررسی مسئله در حالتی که تسهیلات محدودیت ظرفیت دارند از دیگر پیشنهادهای نویسندگان است.

در پایان‌نامه‌ای که در سال ۲۰۰۴ در دانشگاه صنعتی دانمارک توسط یورگنسن[2] انجام شد، مجموعه‌ای از مدلهای زنجیره تامین در حالت شبکه ارائه و مورد بررسی قرار گرفته است [۹].

علاوه بر این در سال ۲۰۰۵ یک سری از مدلهای پیچیده طراحی شبکه توزیع توسط آمبروسینو و اسکوتلا[3] مورد بررسی قرار گرفت [۱۰]. مدل‌های مطرح شده در این تحقیق از این جهت که بخشهای مختلف زنجیره تامین نظیر انبار، جایابی تسهیلات و انتقال موارد را به صورت هم‌زمان در نظر گرفته، حائز اهمیت بوده و مدلهای پیچیده‌ای، ارزیابی می شود. در این تحقیق فرض بر این است که تنها یک کارخانه موجود است و حد پایین برای موجودی در نظر گرفته نشده است.

یک الگوریتم تخمین به منظور حل مسئله جایابی شبکه‌ای در حالتی که محدودیت هزینه سرویس دهی برای هر خدمت دهنده موجود است. در سال ۲۰۰۵ توسط مبرگ و ویجن[4] ارائه شده است [۱۱]. هدف از این تحقیق حداقل سازی مجموع هزینه‌های استقرار تجهیزات و انتقال مواد می باشد.

در سال ۲۰۰۶، یک فرموله سازی مجدد و انعطاف پذیر مسئله طراحی شبکه لجستیک با در نظر گرفتن مکان‌یابی، ظرفیت برای کارخانه و انبار، انتخاب روش نقل و

1- Ravi , Sinha
2- Jorgensen
3- Ambrosino, Scutella
4- Mabberg, Vygen

انتقال، تخصیص محدوده کالا و جریان مواد و مقایسه دو رویکرد موجود به منظور حل این مسئله و توسعه یک آزادسازی خطی و بهبود هر دو رویکرد موجود توسط کوردیو و همکاران[1] انجام شده است [۱۲]. در این تحقیق فرض بر این است که هم تولید و هم توزیع تک مرحله‌ای است.

پایان نامه‌ای در سال ۲۰۰۷ در دانشگاه مریلند توسط سی چن[2] انجام شد که در آن به مطالعه چهار مدل شبکه در زمینه‌های مخابرات، حمل و نقل و زنجیره تامین و توسعه الگوریتم ابتکاری به منظور حل آنها پرداخته شده است [۱۳]. الگوریتم ابتکاری ارائه شده در این تحقیق ترکیبی از روش MIP و الگوریتم Record to Record travel می‌باشد. در این پایان نامه فرض شده است که فاصله‌ها متقارن بوده و پیوندها محدودیت ظرفیت ندارند.

کوکینگ[3] در سال ۲۰۰۸ در رساله خود با عنوان «راه حل هایی برای مسائل جایابی تسهیلات طراحی شبکه»، الگوریتم‌های مختلفی برای حل مسئله جایابی تسهیلات طراحی شبکه، پیشنهاد داد [۱۴]. در این رساله، مسئله جایابی تسهیلات طراحی شبکه با درنظر گرفتن محدودیت بودجه، بررسی شده و کران‌های فوقانی و تحتانی نزدیک بهینه برای مسئله ارائه گردیدند. در این رساله، چند الگوریتم جهت حل مسئله مطرح و پیاده گردید. الگوریتم‌های حریصانه، یک الگوریتم بهینه محلی، الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید، الگوریتم جستجوی متغیر همسایگی[4] و الگوریتمی ابتکاری که مسائل جایابی تسهیلات و طراحی شبکه را به صورت جداگانه در نظر می‌گیرد، روشهای پیشنهاد شده را شامل می‌شدند. نتایج حاصله از محاسبات صورت گرفته نشان داد، الگوریتم اصلی جستجوی متغیر همسایگی بهترین عملکرد را در مقایسه با سایر روشها داشته به نحوی که به طور متوسط به جوابهای نزدیک ۰,۶ ٪ بهینه رسیده است.

یک الگوریتم تخمین با عامل ثابت در سال ۲۰۰۹ توسط خوجین چن و بو چن[5] به منظور حل مسئله FLND پیشنهاد شده است [۱۵]. در این تحقیق فرض شده که تجهیزات و پیوندها دارای محدودیت ظرفیت هستند. الگوریتم پیشنهادی در این تحقیق با یکپارچه سازی روش اولیه دوگان، آزادسازی لاگرانژ، خوشه بندی تقاضا و تخمین دوعامله به‌دست

1- Cordeau et al
2- Si Chen
3- Cara Cocking
4- Variable Neighborhood Search (VNS)
5- Xujin Chen, Bo Chen

آمده است و نویسندگان تعمیق بیشتر در ساختار ترکیبی ارائه شده به منظور به‌دست آوردن جواب های بهتر و در نظر گرفتن مسئله برای حالتی که هر تجهیز بیش از یک بار نمی تواند باز شود را به عنوان تحقیقات آتی پیشنهاد می کنند.

مدل سازی مسئله بهینه سازی مکان‌یابی تسهیلات شبکه در حالت عدم قطعیت (حالت استوار)

در این بخش از تحقیق مدل مسئله بهینه سازی مکان‌یابی تسهیلات شبکه در حالت عدم قطعیت (حالت استوار) ارائه می‌گردد. مبنای مدل مذکور مدلی است قطعی که فرمولاسیون آن که در سال ۱۹۹۶ توسط ملکوته ارائه شده است.

فرضیات و پارامترها

در این قسمت فرمولاسیون مدل مورد نظر که به صورت عدد صحیح مختلط است ارائه شده است. برای ارائه مدل ابتدا پارامترها و مفروضات تشریح خواهند شد تا ارائه مدل، آسان تر گردد. بر این اساس در **Error! Reference source not found.** شمارنده‌ها و در **Error! Reference source not found.** پارامترهای مسئله تشریح گردیده اند.

مدل استقرار تجهیزات و طراحی شبکه تحت عدم قطعیت دارای یکسری متغیرهای تصمیم است. مثلاً باید تصمیم گرفته شود که کجا تجهیز مستقر شود و کدام پیوندها احداث شوند همچنین میزان جریان‌ها و میزان ارضاء شده در هر گره برای هر مشتری در هر سناریو، باید مشخص شود. بنابراین، متغیرهای تصمیم این مدل به شرح زیر بیان می‌گردند.

$$Z_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر تسهیلی در گره i احداث شود} \\ 0 & \text{درغیر اینصورت} \end{cases}$$

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر پیوند } (i,j) \text{ ساخته شود} \\ 0 & \text{درغیر اینصورت} \end{cases}$$

Y_{ij}^{ks} نسبت تقاضایی مشتری k ام روی پیوند (i,j) تحت سناریوی s

W_{i}^{ks} نسبت تقاضایی که توسط تجهیز فعال در گره i برای مشتری k در سناریویی s ارضا می‌شود

این مدل یکسری فرضیات دارد که آنها را به شرح زیر درنظر گرفته ایم این فرضیات همان فرضیاتی هستند که Daskin, et al. 1993 در نظر گرفته اند:

- هر گره دارای یک مقداری مشخص از تقاضا می‌باشد.
- تجهییزات فقط روی گره‌ها استقرار می‌یابند.
- در هر گره فقط یک تجهییز می‌تواند استقرار یابد.
- شبکه حالتی از تجهیز مشتری را، فراهم می‌کند.
- ظرفیت تجهیزات، نامحدود است.
- گره‌ها به وسیله پیوندها، مستقیم به هم وصل شده‌اند.
- ظرفیت پیوند ها، نامحدود است.
- شرایط عدم قطعیت در بسیاری پارامترها تاثیر دارد که برای حل این مشکل از سناریوهای مختلف استفاده شده است.
- وزن همه سناریوها برابر است.

مهمترین اهداف مدل ریاضی عبارتند از:

- استقرار بهینه تعداد محدودی تجهیز
- کاهش هزینه‌های نگهداری حمل ونقل
- کاهش هزینه‌های احداث
- به دست آوردن جوابی قابل اطمینان برای شرایطی که عدم قطعیت دخیل است.
- کمینه کردن ارزش انتظاری هزینه هر سناریو
- تعیین بهترین شبکه برای حمل و نقل کالاها

محدودیت‌های این مدل به شرح ذیل است:

۱. هر مشتری باید کاملاً توسط سایر تجهیزات، تامین شود.

۲. میزان جریان ورودی و خروجی به هر گره، باید با هم برابر باشند.

اگر در گره‌ای تجهیزی مستقر شود آن گره نمی‌تواند توسط سایر گره‌ها، ارضاء شود.

۱. هر گره، در صورتی می‌تواند سایر گره‌ها را ارضاء کند که در آن تجهیزی احداث شده باشد.
۲. جریان بین دو گره می‌تواند وجود داشته باشد اگر بین آنها پیوند ارتباطی احداث شده باشد.
۳. تعداد تجهیزاتی که باید مستقر شوند، محدود است.
۴. پارامترهای مسئله تحت شرایط عدم قطعیت هستند.

مدل ریاضی ارائه شده

با توجه به تعریف‌های قبلی و مفروضات در نظر گرفته شده، مدل مورد نظر به شرح زیر خواهد بود:

$$p-SUFLNDP \tag{1}$$

$$Min: \sum_{s\in S} q_s * \{ \sum_{(i,j)\in L} \sum_{k\in N: k\neq i} tr_{ij}^{ks} * Y_{ij}^{ks} + \sum_{(i,j)\in L} tr_{ij}^{is} * X_{ij} + \sum_{(i,j)\in L} X_{ij} * C_{ij}^{s} + \sum_{i\in N} Z_i * f_i^{s} \}$$

با توجه به:

$$Z_i + \sum_{j\in N} X_{ij} = 1; \qquad \forall i \in N, (i,j) \in L, s \in S \tag{2}$$

$$X_{ki} + \sum_{j\in N: j\neq k} Y_{ji}^{ks} = \sum_{j\in N: j\neq k} Y_{ij}^{ks} + W_i^{ks}; \quad \forall i,k \in N: i \neq k, (k,i), (i,j) \in L, \forall s \in S \tag{3}$$

$$\sum_{j\in N: j\neq k} Y_{ji}^{ks} = \sum_{j\in N} Y_{ij}^{ks} + W_i^{ks}; \qquad \forall i,k \in N: i \neq k, (i,j) \in L, (k,i) \notin L, \forall s \in S \tag{4}$$

$$Z_k + \sum_{i\in N: i\neq k} W_i^{ks} = 1; \qquad \forall k \in N, s \in S \tag{5}$$

$$Y_{ij}^{ks} \leq X_{ij}; \qquad i,j,k \in N, s \in S, i \neq k, \forall (i,j) \in L \tag{6}$$

$$W_i^{ks} \leq Z_i; \qquad \forall i,k \in N: i \neq k, s \in S \tag{7}$$

$$X_{ij} + X_{ji} \leq 1; \qquad \forall (i,j) \in L \tag{8}$$

$$\sum_{i\in N} Z_i = r; \tag{9}$$

$$\sum_{(i,j)\in L}\sum_{k\in N:k\neq i} tr_{ij}^{ks} * Y_{ij}^{ks} + \sum_{(i,j)\in L} tr_{ij}^{is} * X_{ij} + \sum_{(i,j)\in L} X_{ij} * C^{s}{}_{ij} + \sum_{i\in N} Z_i * f_i^{S} \leq (1+p) * Z_s^{*} \quad \forall s \in S \tag{10}$$

$$Y_{ij}^{ks} \geq 0, \qquad \forall (i,j) \in L, k \in N, s \in S : k \neq i \tag{11}$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i,j) \in L, k \in N, s \in S : k \neq i \tag{12}$$

$$W_i^{ks} \geq 0, \qquad \forall i, k \in N : k \neq i, s \in S \tag{13}$$

$$Z_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i, k \in N : k \neq i, s \in S \tag{14}$$

در این مدل معادله (۱) ، بیانگر تابع هدف می‌باشد. این تابع هدف ارزش انتظاری هزینه‌های حمل و نقل را کمینه میسازد. تابع به دنبال جوابهایی است که با توجه به استوار بودن کمترین ارزش انتظاری را برای هزینه‌های حمل و نقل ایجاد کند. قسمت اول تابع هدف هزینه حمل و نقل را برای گره هایی که رابطه مستقیم با هم ندارند و قسمت دوم برای انتقال مستقیم بین دو گره که دارای پیوند مستقیم بین همدیگر هستند را مورد توجه قرار میدهد که این کار برای قوی تر شدن فرمولاسیون انجام شده است. در این مدل $X_{ij} = Y_{ij}^{i}$ خواهد بود با توجه به این که X_{ij} عدد صحیح است ولی Y_{ij}^{i} عددی مثبت اما باید توجه شود که Y_{ij}^{i} در جواب بهینه نیز به صورت عدد صحیح خواهد بود.

محدودیت (۲) اطمینان حاصل می‌کند که تقاضا برای هر مشتری کاملاً ارضاء شود. این عمل می‌تواند به وسیله تجهیزی که در همان گره احداث شده انجام گیرد یا اینکه به گره‌های دیگر انتقال یابد.

محدودیت‌های (۳ و ۴) شرط تعادل جریان را مورد بررسی قرار میدهند. در این محدودیت‌ها باید میزان جریانی که به داخل گره i میآید با میزانی که از آن خارج می‌شود، برابر باشند. در محدودیت (۳) تعادل برای گره i در شرایطی بررسی می‌شود که مشتری k ام مستقیماً به این گره وصل است در حالی که محدودیت (۴) این ارتباط به وسیله عبور از طریق سایر گره ها ایجاد می‌شود.

در محدودیت (۵) برای این است که هر تقاضا کاملاً ارضاء شود و همچنین اگر در گره‌ای یک تجهیز احداث شده باشد، دیگر به گره دیگری منتقل نشود.

محدودیت (۶) بیان می‌کند که جریان در صورتی می‌تواند از i به سمت گره j

وجود داشته باشد که اگر پیوندی بین این دو احداث شود به طور مشابه، در محدودیت (۷) گره i می‌تواند برای مشتری k تقاضایی را ارضاء کند که اگر در آن تجهیزی احداث شده باشد. از آنجایی که در این تحقیق تصمیم بر آن است که پیوندها یک طرفه ساخته شوند محدودیت (۸) نوشته شده است. محدودیت (۹) تعداد تجهیزی که باید ساخته شود را بیان میکند. به این معنی که حداکثر r تجهیز می‌توانند در شبکه احداث شوند.

محدودیت (۱۰) شرط Probust را نگه میدارد، در این محدودیت باید هزینه‌های اعمال شده برای حمل و نقل و ساخت خطوط و استقرار تجهیزات در هر سناریو تحت جواب کنونی کمتر از $(1+p)*Z_s^*$ باشد. این سری از محدودیت‌ها باعث میشوند که جواب به‌دست آمده، استوار باشد. محدودیت (۱۰) در شرایطی که در مساله طراحی محدودیت بودجه اعمال شود، آنرا می‌توان به فرم(۱۵)نوشت:

(۱۵)

$$\sum_{(i,j)\in L}\sum_{k\in N:k\neq i} tr_{ij}^{ks} * Y_{ij}^{ks} + \sum_{(i,j)\in L} tr_{ij}^{is} * X_{ij} \le (1+p) * Z_s^* \qquad \forall s \in S$$

در این حالت تابع هدف (۱) و محدودیت (۹) به ترتیب به فرم زیر تغییرخواهند کرد:

(۱۶)

$$Min : \sum_{s\in S}\sum_{(i,j)\in L}\sum_{k\in N:k\neq i} q_S * tr_{ij}^{ks} * Y_{ij}^{ks} + \sum_{s\in S}\sum_{(i,j)\in L} q_S * tr_{ij}^{is} * X_{ij}$$

$$\sum_{(i,j)\in L} X_{ij} * C^s{}_{ij} + \sum_{i\in N} Z_i * f_i^S \le B;\ \forall s \in S$$

در محدودیت‌های معادله ۱۶، محدودیت (۹) بیانگر میزان بودجه‌ای است که می‌تواند برای استقرار تجهیزات و ساخت خطوط صرف شود. در این محدودیت میزان بودجه در دسترس با علامت B نشان داده شده است. محدودیتهای (۱۴-۱۱) بیانگر متغیرهای تصمیم مسئله می‌باشند که قبلاً مورد بررسی قرار گرفته اند.

حل بهینه هر سناریو از فرمولی که در زیر ارائه شده به‌دست می‌آید، به این معنی که

فقط لازم است مسئله قطعی مکانیابی تجهیزات و طراحی شبکه زیر با داده‌های هر کدام از سناریوها به صورت بهینه حل شود.

$$Min: \sum_{(i,j)\in L}\sum_{k\in N:k\neq i} tr_{ij}^{k} * Y_{ij}^{k} + \sum_{(i,j)\in L} tr_{ij}^{i} * X_{ij} + \sum_{(i,j)\in L} X_{ij} * C_{ij} + \sum_{i\in N} Z_i * f_i \qquad (۱۷)$$

با توجه به:

$$Z_i + \sum_{j\in N} X_{ij} = 1; \qquad \forall i \in N, (i,j) \in L \qquad (\ )$$

$$X_{ki} + \sum_{j\in N: j\neq k} Y_{ji}^{k} = \sum_{j\in N: j\neq k} Y_{ij}^{k} + W_i^{k}; \qquad \forall i,k \in N: i \neq k, (k,i), (i,j) \in L \qquad (\ )$$

$$\sum_{j\in N: j\neq k} Y_{ji}^{k} = \sum_{j\in N} Y_{ij}^{k} + W_i^{k}; \qquad \forall i,k \in N: i \neq k, (i,j) \in L, (k,i) \notin L \qquad (\ )$$

$$Z_k + \sum_{i\in N: i\neq k} W_i^{k} = 1; \qquad \forall k \in N \qquad (\ )$$

$$Y_{ij}^{k} \leq X_{ij}; \qquad i,j,k \in N, i \neq k, \forall (i,j) \in L \qquad (\ )$$

$$W_i^{k} \leq Z_i; \qquad \forall i,k \in N: i \neq k \qquad (۲۳)$$

$$X_{ij} + X_{ji} \leq 1; \qquad \forall (i,j) \in L \qquad (۲۴)$$

$$\sum_{i\in N} Z_i = r; \qquad (۲۵)$$

$$Y_{ij}^{k} \geq 0, \qquad \forall (i,j) \in L, k \in N: k \neq i \qquad (۲۶)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i,j) \in L, k \in N: k \neq i \qquad (۲۷)$$

$$W_i^{k} \geq 0, \qquad \forall i,k \in N: k \neq i \qquad (۲۸)$$

$$Z_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i,k \in N: k \neq i \qquad (۲۹)$$

کران بالای مسئله مذکور

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

در بسیاری از روشهای حل، از جمله روش حل‌های مبتنی بر شاخه و تحدید و همچنین روشهای تقریبی، وجود یک کران بالا برای مسئله بسیار لازم و ضروری است. برای این مسئله به سادگی می‌توان یک کران بالای مطمئن براساس آنچه که (DASKIN) معرفی کرد به دست آورد. برای به دست آوردن این کران بالا از فرمول (۳۰)در زیر استفاده می‌شود.

(۳۰)

$$\text{کران بالا} = \sum_{\forall s \epsilon S} q_s (1 + P) Z_s^*$$

در بخش بعدی مدل ارائه شده بر روی ده مسئله نمونه مختلف که به صورت تصادفی تولید شده اند، تست شده و این مسائل به طور کامل توصیف شده اند و ادامه نتایج محاسباتی و آنالیز حساسیت روی پارامترهای مسئله ارائه خواهد شد.

حل مدل، نتایج محاسباتی و تحلیل حساسیت

در این تحقیق، برای بررسی میزان عملکرد مدل پیشنهادی ۱۰ مسئله نمونه مختلف در ابعاد متعدد حل شده‌اند. مسائل نمونه با استفاده از نرم افزار GAMS و حل کننده[1] CPLEX 10.2 حل گردیده اند. الگوریتم CPLEX از روش تحدید و انشعاب و صفحات برشی در حل مسائل بهینه سازی عدد صحیح مختلف، استفاده می‌نماید. استفاده از صفحات برشی در حل مدل‌ها، نیازمند زمان اجرای خیلی کم بوده و این موضوع نیز در مسائل نمونه به وضوح دیده شده است.

تولید داده‌ها و مسائل نمونه

برای تمامی مسائل نمونه پیوندها جدید بوده و از قبل پیوند احداث شده‌ای نداریم. تنوع این مسائل در جدول (۱)، نشان داده شده است.

1- Solver

جدول ۱. مسائل نمونه پیوندها

مسئله نمونه	تعداد			
	گره	پیوند	سناریو	تجهیزات
TP1	٥	١٨	٥	١
TP2	١٠	٤٤	٥	٢
TP3	١٠	٣٨	٥	٢
TP4	٢٠	١٠٨	٥	٣
TP5	٢٠	١٢٢	٥	٣
TP6	٤٠	٢٦٤	٥	٦
TP7	٤٠	٢٧٤	٥	٦
TP8	٤٠	٣٢٤	٥	٦
TP9	٦٠	٤١٠	٥	٩
TP10	٦٠	٣٦٠	٥	٩

مکان گره‌های شبکه به صورت تصادفی در یک محیط ۱۰۰ ۱۰۰ انتخاب شده است. برای هر کدام از مسائل، تقاضای گره‌ها تحت سناریوی یک به صورت تصادفی از بازه [0, 10000] انتخاب شده‌اند. برای سناریوهای بعدی داده‌های سناریوی ۱ در یک عدد تصادفی ما بین 5. و 1.5 ضرب شده اند. به این معنی که تخمینهای سناریوی اول برای تقاضا، ممکن است ۵۰ درصد افزایش یا کاهش داشته باشد. این مقادیر به نزدیکترین عدد صحیح، رند شده اند. هزینه‌های ساخت خطوط برای سناریوی اول برابر فاصله اقلیدسی بین گره‌ها ضرب در هزینه واحد ساخت پیوند در نظر گرفته شده است ($C_{ij}^{s} = u * t_{ij}^{s}$). برای این پارامترها نیز داده‌های سناریوی اول در عددی تصادفی ما بین [0. 5, 1.5] ضرب شده اند تا سناریوهای اضافی به دست آیند. از آنجایی که پارامتر مربوط به هزینه ساخت واحد پیوند تاثیر قابل ملاحظه‌ای در زمان حل ندارد و باید طوری تنظیم شود که بین هزینه‌های ساخت خطوط با هزینه‌های استقرار تجهیزات و حمل و نقل تعادل برقرار باشد، از این رو در این تحقیق هزینه واحد ساخت خطوط برابر با ۷,۳۵ (برابر آن چیزی که Melkote در نظر گرفته است) در نظر گرفته شده

است. احتمال وقوع یا وزن سناریوها در این تحقیق برابر درنظر گرفته شده، به این معنی که همه سناریوها با احتمال برابری به وقوع می‌پیوندند که از طریق فرمول (۳۱) محاسبه شده اند.

$$q_s = \frac{1}{|S|}; \forall s \in S \qquad (۳۱)$$

اما یک فرمول جایگزین می‌تواند به صورت(۳۲) باشد که وزن هر سناریو بر اساس میزان تقاضای آنها محاسبه می‌شود. اما در کل ارزش انتظاری احتمال‌ها برابر همان فرمول (۳۱) خواهد بود.

$$q_s = \frac{\sum_{k \in N} d_k^s}{\sum_{s \in S} \sum_{k \in N} d_k^s} \quad \forall s \in S \qquad (۳۲)$$

ابتدا با توجه به مدل ارائه شده دوم، جواب بهینه تک تک سناریوها به‌دست آمده است. این موضوع در جدول زیر با عنوان S15 مشخص شده است. در ستون مقابل هر مسئله نمونه، مدت زمانی که لازم بوده و همچنین جواب بهینه به دست آمده تحت عنوانهای "زمان" و "جواب"، گزارش گردیده‌اند. در این جدول ستونی که تحت عنوان "ارزش انتظاری سناریوها" ارائه شده بیانگر میانگین وزنی جواب‌ها به‌دست آمده از حل تک تک سناریوها می‌باشد. به این معنی که جواب به دست آمده برای هر سناریو (هم از نظر زمانی و هم جواب تابع هدف) در میزان احتمال وقوع آن سناریو ضرب و در این ستون گزارش شده است.

همان‌طور که ذکر شد نتایج به‌دست آمده از حل هر سناریو به عنوان یک پارامتر ورودی برای مدل ارائه شده و بطور کلی برای مسائل Probust میباشند. با قرار دادن این نتایج در مدل مورد نظر و حل آن توسط نرم افزار GAMS نتایج به‌دست آمده در ستون "PSUFLNDP " گزارش شده اند. نتایج به دست آمده بیانگر افزایش در زمان حل و میزان هزینه‌های تحمیل شده، می‌باشد. برای بهتر نشان دادن میزان افزایش در زمان حل و هزینه نسبت به ارزش انتظاری سناریوها در ستون آخر جدول (۲)، درصد تغییرات یا همان درصد افزایش برای این دو گزارش شده‌اند. برای محاسبه مقدار درصد تغییرات از معادله زیر استفاده شده است.

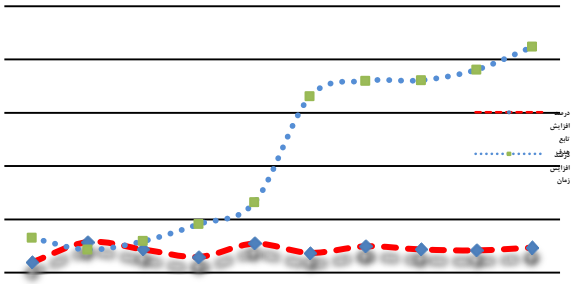
نتایج حاصل از حل مدل / (ارزش انتظاری سناریوها نتایج حاصل از حل مدل) = درصد تغییرات

جدول ۲. درصد تغییرات به ازائ ده مسئله

TP		S1	S2	S3	S4	S5	ارزش انتظاری سناریوها	pSUFLNDP	درصد تغیرات
TP1	زمان	۳,۲۳	۳,۱۲	۳,۰۳	۳,۰۱	۳,۱۲	۳,۰۱	۳,٤٦	۱۳,۰۱
	جواب	۷۱۵۸۹۳	٦۲۸۸۰٦	۷٦۰۸٤٦	۷۸۵۷۸۳	۵۵۱۱۸۳	٦۸۸۷۵۲	۷۱۷۱٤۱	۳,۹٦
TP2	زمان	۳,۵۵	۳,۲۵	۳,۲٤	۳,۱٤	۳,۲۳	۳,۲۸	۳,۵۹	۸,٦٤
	جواب	٤۱۹۷٦۲	۳۷۷۵۰۷	۳٤٤۳۲۹	٤۱۰۳۳۸	۳۰٤۱۱۲	۳۷۱۲۰۹	٤۱۹۵۹۱	۱۱,۵۳
TP3	زمان	۳,٤۲	۳,۲٤	۳,۱٤	۳,۱۵	۳,۰۹	۳,۲۱	۳,٦٤	۱۱,۸۱
	جواب	٦٤۲۷۸٦	۵۰۲۸۰۳	۷۰۵۷۳۵	۵۳٤۸۸٤	۵۷۸۱۸٤	۵۹۲۸۷۸	٦٤۹۸۷٦	۸,۷۷
TP4	زمان	۳,٤٤	۳,٤۳	٤,٤۳	۳,۳٤	۳,۳۱	۳,۵۹	٤,۳۹	۱۸,۲۲
	جواب	۷۸٦٤۱۲	۷۸۸۱۲۹	٦٤۹٤٤۷	٦۲۵۳۲۵	۷۲۲۱۲۳	۷۱٤۲۸۷	۷۵۹۵۷۹	۵,۹٦
TP5	زمان	۳,۵۵	۳,٤۵	۳,٤۲	۳,٤٤	۳,۳٦	۳,٤٤	٤,٦۷	۲٦,۳٤
	جواب	۱۰۲٤۷۷۸	۸۹۲۸۷۳	۹۳۰٦۳۱	۹٦٤۹۸۳	۹۸۰۸۲٤	۹۵۸۸۱۷	۱۰۷۵۸٦۲	۱۰,۸۸
TP6	زمان	۵,۵۷	۵,۱۳	٤,۹۸	۵,۲۹	٤,۹٦	۵,۱۹	۱۵,۳۱	٦٦,۱۰
	جواب	۱۲۳٦۱۷۳	۱۰۰۸۸۲۳	۹۹٤۸۳۲	۱۱٤۷۸۷۷	۱۱۳۷۳۰٦	۱۱۰۵۰۰۲	۱۱۹٤۱۷٦	۷,٤۷
TP7	زمان	۵,٤۳	۵,۵۱	۵,۰۷	۵,۱۵	۵,۱٤	۵,۲٦	۱۸,۷٦	۷۱,۹٦
	جواب	۹٦۷۱٤۷	۸۵۹۰۱۳	۷٦۲۱۳۱	۸۰۱۳۹۳	۸۲۹۵۲۱	۸٤۳۸٤۱	۹۳٦۸۸۰	۹,۹۳
TP8	زمان	۵,۸۷	۵,۱٤	۵,۲۸	۵,۰۷	۵,۰۷	۵,۲۹	۱۹,۰۲	۷۲,۱۹
	جواب	۸٦۱۲۳۰	۷۵۱۲۹۱	۷۸۵۹۲۵	۷٦۷۲۱۲	۷۳۵۵۵۸	۷۸۰۲٤۳	۸۵۵۰۷۵	۸,۷۵
TP9	زمان	۹,٦۷	۹,۰۵	۹,۱۱	۹,۰۲	۸,۸۰	۹,۱۳	۳۸,۳۱	۷٦,۱۷
	جواب	۱۲۱۱۱۸۸	۱۰٤۸٤۳۹	۱۰۱۲٤۸۳	۱۰۹٦۸۰۰	۱۰۲۵۱۸۳	۱۰۷۸۸۱۹	۱۱۷۷۷۳٤	۸,٤۰
TP10	زمان	۱۵,٤۵	۸,۸٤	۸,٦۷	۱۰,٦۷	۸,۷٤	۱۰,٤۷	٦۸,۵۸	۸٤,۷۳
	جواب	۱۵۷۷٦۹۲	۱۳۱۰۱۹۲	۱۳٦٤٤۱۵	۱٤۳۸٦۱۵	۱۳۰۵۱۹۵	۱۳۹۹۲۲۲	۱۵٤۵۰۹۳	۹,٤٤

با توجه به درصد تغییرات حاصله می‌توان نتیجه گرفت که زمان به طور متوسط، به اندازه **۴۴,۹۲** درصد افزایش یافته ولی این مقدار برای هزینه‌ها افزایشی به میزان **۷,۷۴** درصدی، را نشان می‌دهد. همچنین نتایج حاصله برای درصد تغییرات را در نمودار زیر به تصویر کشیده ایم. همانطور که از نمودار (۱) مشخص است، هر چه بعد مسئله افزایش می‌یابد زمان با سرعت بیشتری رشد می‌کند. بطوری برای مسئله نمونه یک، درصد

افزایش حدود ۱۳ درصد ولی برای مسئله نمونه ۱۰، در حدود ۸۴ درصد بوده است. با این وجود تابع هدف دارای تغییرات کمی است که این نشان می‌دهد چگونه با افزایش بعد مسئله، میزان پیچیدگی حل آن بالا رفته و نیاز به زمان بیشتری برای حل دارد.



شکل ۱. درصد تغییرات تابع هدف و درصد افزایش زمان به ازای افزایش بعد مسئله

محاسبه کران بالا برای مسئله بر اساس فرمول پیشنهاد شده:

لازم به ذکر است عدد استواری برابر ۰/۶ در نظر گرفته شده است و نتایج حاصل از محاسبه کران بالا برای مسئله، در جدول (۳) ارائه شده و در ستون چهارم فاصله جوابها به وسیله فرمول زیر محاسبه شده است.

کران بالا / (نتایج حاصل از حل نرم افزار کران بالا) = درصد تغییرات

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

جدول ۳. نتایج حاصل از محاسبه کران بالا برای ده مسئله نمونه

مسئله نمونه	کران بالا	نتایج نرم افزار	فاصله‌ی جواب‌ها
TP1	۱۱۰۱۶۰	۷۱۷۱٤۱	۳٤,۹۰
TP2	٥۹۳۹۳٥	٤۱۹٥۹۱	۲۹,۳٥
TP3	۹٤۸٦۰٥	٦٤۹۸۷٦	۳۱,٤۹
TP4	۱۱٤۲۸٦	۷٥۹٥۷۹	۳۳,٥٤
TP5	۱٥۳٤۱۰	۱۰۷٥۸٦۲	۲۹,۸۷
TP6	۱۷٦۸۰۰٤	۱۱۹٤۱۷٦	۳۲,٤٦
TP7	۱۳٥۰۱٤٦	۹۳٦۸۸۰	۳۰,٦۱
TP8	۱۲٤۸۳۸۹	۸٥٥۰۷٥	۳۱,٥۱
TP9	۱۷۲٦۱۱۰	۱۱۷۷۷۳٤	۳۱,۷۷
TP10	۲۲۳۸۷٥٥	۱٥٤٥۰۹۳	۳۰,۹۸
میانگین			۳۱,٦٥

به طور میانگین کران بالا **۳۱/۶۵**درصد بیشتر از جوابهای بهینه مسائل هستند. اما این نکته قابل توجه است که هر چه عدد استواری به کمترین مقدار خود نزدیک شود این فاصله نیز، کمتر خواهد شد.

تحلیل حساسیتها

مدل ارائه شده دارای پارامترهای زیادی می‌باشد، از این رو لازم است که حساسیت این مسئله نسبت به این پارامترها مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد. لذا برای انجام این کار مسئله نمونه TP5 در نظر گرفته شده و در ادامه این بخش، نتایج حاصل از تحلیل حساسیت ارائه شده است.

آنالیز حساسیت روی تعداد سناریوها

در این قسمت سعی بر آن بوده که میزان پیچیدگی و تغییرات تابع هدف را زمانی که تعداد سناریوهای درنظر گرفته شده افزایش می‌یابد، مورد بررسی قرار دهیم. برای این کار تعداد سناریوها را از **۲** مورد به **۲۵** عدد افزایش دادیم. نتایج به‌دست آمده در

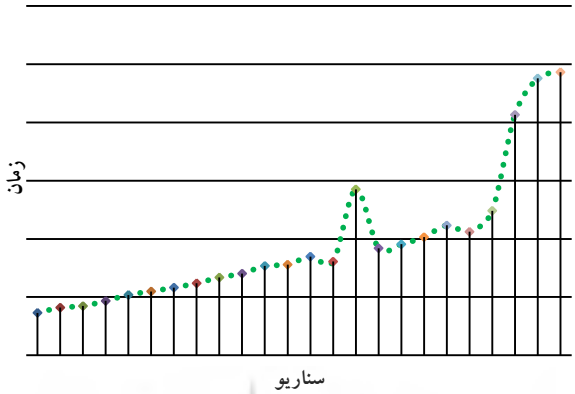
جدول زیر گزارش شده اند. همانطور که از جدول معلوم است با افزایش تعداد سناریوها، زمان حل و مقدار تابع هدف افزایش می‌یابد.

جدول ٤. جدول بررسی آنالیز حساسیت و تغییرات تابع هدف به ازای افزایش تعداد سناریوها

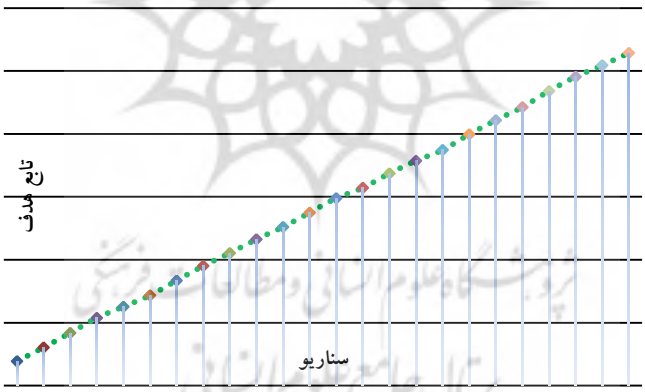
تعداد سناریو	زمان	جواب
2	3.65	388194
3	4.1	606812
4	4.23	837475
5	4.67	1075862
6	5.19	1254661
7	5.49	1434997
8	5.82	1669733
9	6.19	1902740
10	6.69	2106419
11	7.02	2325461
12	7.68	2521142
13	7.79	2748947
14	8.48	2978461
15	8.05	3143504
16	14.26	3372402
17	9.2	3573002
18	9.54	3745534
19	10.15	3993467
20	11.16	4217394
21	10.61	4425823
22	12.42	4681204
23	20.66	4907975
24	23.79	5090648
25	24.32	5285980

برای زمانهای به دست آمده و جوابهای حاصله براساس افزایش تعداد سناریوها، دو

نمودار زیر ترسیم شده‌اند. در نمودارها(۲)و(۳) به وضوح نشان داده می‌شود که چگونه میزان پیچیدگی مسئله، با افزایش تعداد سناریوها افزایش می‌یابد.



شکل ۲. نمودار نمایش میزان افزایش زمان به ازای افزایش تعداد سناریوها



شکل ۳. نمودار نمایش میزان افزایش مقادیر تابع هدف به ازای افزایش تعداد سناریوها

تحلیل حساسیت روی تعداد تجهییزات

برای مسئله TP5 تغییرات زمان حل و مقدار تابع هدف یا همان هزینه‌ها به ازاء تغییر در تعداد تجهیزات مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در جدول (۵) ارائه شده‌اند. با افزایش در تعداد تجهیزاتی که باید مستقر شوند، هزینه‌های حمل و نقل و هزینه‌های

ساخت خطوط کاهش خواهند یافت اما هزینه‌های مربوط به استقرار تجهیزات افزایش خواهند یافت. بطور کلی می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش تعداد تجهیزات، مقدار ارزش انتظاری هزینه‌ها و زمان حل مسئله کاهش خواهند یافت.

جدول ۵. جدول تحلیل حساسیت روی مقادیر زمان و تابع هدف به ازای تغییر در تعداد تجهیزات

تعداد تجهیزات	زمان	جواب
۱	۶.۰۱	Inf
۲	۵.۳۵	Inf
۳	۴.۶۷	۱۰۷۵۸۶۲
۴	۴.۸۱	۷۸۴۳۴۶
۵	۵.۲	۶۵۸۴۰۲
۶	۵.۳۳	۵۴۸۱۴۱
۷	۵.۳۶	۴۳۹۵۰۹
۸	۴.۴۱	۳۴۴۳۱۹
۹	۵.۴۹	۲۶۵۴۵۸
۱۰	۴.۵۳	۲۰۹۱۹۹
۱۱	۴.۵۹	۱۸۲۰۰۴
۱۲	۴.۵۳	۱۶۷۵۰۲
۱۳	۴.۴۴	۱۵۳۵۹۹
۱۴	۴.۵۳	۱۴۰۶۷۸
۱۵	۴.۴۴	۱۲۹۲۶۰
۱۶	۴.۵۲	۱۱۸۷۴۷
۱۷	۴.۵۹	۱۱۳۲۲۲
۱۸	۴.۶۶	۱۰۹۷۴۸
۱۹	۴.۵۱	۱۱۱۹۴۱
۲۰	۴.۵۴	۱۱۸۱۳۷

تحلیل حساسیت روی عدد استواری

یکی از اهداف چنین مدل‌سازیی آن است که با کاهش زیادی در مقدار عدد استواری تنها مقدار کمی در تابع هدف تغییر ایجاد شود و در این مدل‌سازی این چنین قضیه‌ای نیز صحت دارد. برای نشان دادن این قضیه ما مسئله نمونه TP5 را در نظر گرفتیم. ابتدا مدل را به ازاء بی نهایت برای عدد استواری حل کردیم سپس تک تک سناریوها را برای این جواب به‌دست آمده حل و جواب به‌دست آمده را ذخیره کردیم.

حداکثر میزان مجاز برای عدد استواری را منهای ۰/۰۰۰۰۱ کرده و دوباره مسئله را حل کردیم. این فرآیند را تا آن جایی ادامه داده که مسئله به ازاء عدد استواری غیر موجه شود. نتایج به‌دست آمده در جدول زیر گزارش شده اند.

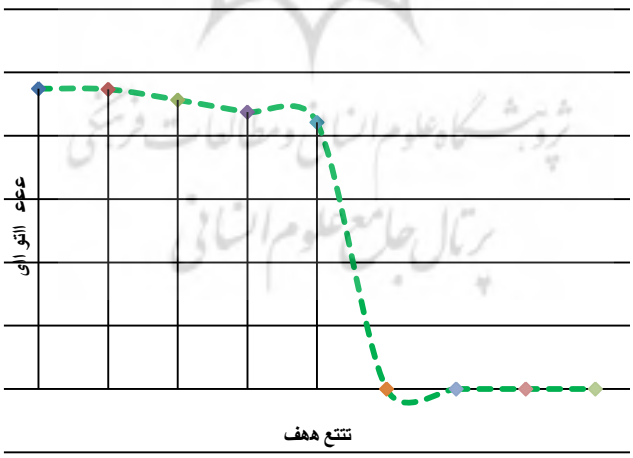
همان‌طور که در جدول (۶) نشان داده شده، اولین تغییر در مقدار ارزش انتظاری هزینه‌ها به ازای مقدار ۰/۲۳۷۲ برای عدد استواری اتفاق می‌افتد و تا رسیدن به کمترین مقداری که مدل موجه باشد یعنی ۰/۲۱۰۶ در سه مرحله دیگر تابع هدف افزایش می‌یابد.

جدول ٦. جدول تحلیل حساسیت مقادیر تابع هدف روی عدد استواری

عدد رباست	۰,۲۳۷۲	۰,۲۳٦۷	۰,۲۲۸۳	۰,۲۱۸۷	۰,۲۱۰٦
تابع هدف	۱۰۷۵۸٦۲	۱۰۷٦۲٦۹	۱۰۷۸۱٤۸	۱۰۸۱۲۸۲	۱۰۸۵۰۰۳

با توجه به نمودار (۴) که از نتایج جدول بالا حاصل شده مشخص است که با کاهش ۱۱/۲۱٪ در عدد استواری تنها ۰/۸۵٪ در مقدار تابع هدف افزایش ایجاد شده است.

قابل توجه است که با کاهش در عدد استواری پیچیدگی مسئله و در نتیجه زمان حل و ترزش انتظاری هزینه‌ها افزایش یابد.



شکل ٤. تغییر مقادیر تابع هدف به ازای تغییر در مقادیر عدد استواری

نتیجه گیری و تحقیقات آتی

در این تحقیق مدل بهینه سازی مسئله مکان یابی تسهیلات و طراحی شبکه تحت شرایط عدم قطعیت (حالت استوار) ارائه شد. مدل مذکور هزینه‌های مورد انتظار احداث تسهیلات، احداث خطوط ارتباطی را به گونه‌ای کمینه می‌نماید که جواب به‌دست آمده استوار باشد. اساساً در بهینه سازی استوار بدترین حالت ممکنه بهینه خواهد شد و علاوه بر این، در حالت بهینه سازی احتمالی ارزش انتظاری هزینه ها کمینه می‌شود. در این تحقیق مدلی برای مسئله مورد مطالعه ارائه شده که هر دو هدف را از طریق کمینه نمودن هزینه‌های مورد انتظار به همراه محدودیت استواری، برآورده می‌نماید. به این معنی که جواب ارائه شده توسط مدل، پایدار بوده و هزینه‌های مورد انتظار را حداقل مینماید. بدین منظور مدل ارائه شده بر روی ۱۰ نمونه تصادفی تولید شده، آزمایش شده و تجزیه و تحلیل‌های محاسباتی مختلفی صورت گرفته و تأثیر پارامترهای مدل بر رفتار و پیچیدگی مدل مورد سنجش و ارزیابی قرار گرفت. نظر به شکاف‌های تحقیقاتی موجود در این حوزه، می‌توان به توسعه مدلهای احتمالی و فازی برای مسائل مکان یابی شبکه ای، در نظر گرفتن هزینه جریان در پیوندها متناسب با حجم جریان، به عنوان موضوعاتی برای تحقیقات آینده اشاره کرد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

1. Ambrosino, D., Scutella, M. G. ,2005,"Distribution network design: New problems and related models", European Journal of Operational Research, Vol. 165, pp 610-624
2. Bhadury J., Chandrasekharan ,R. , Gewali ,L., 2000, "Computational Complexity of Integrated models of Network Design and facility Location", Southwest Journal of Pure and Applied mathematics, No. 1, pp 30-43.
3. Chen, C., 2007, "A Study of Four Network Problems in Transportation, Telecommunications and Supply Chain Management", University of Maryland, USA pp 16.
4. Chen, X. Chen, B. 2009, "Approximation Algorithms for Soft Capacitated Facility Location in Capacitated Network Design", Algorithmica, Vol. 53, pp263-297.
5. Cocking, C., 2008, Solutions to Facility Location˚Network Design Problems: University of Heidelberg, Doctor of Philosophy Thesis.
6. Cordeau, J. F. Pasin, F. Solomon, M. M., 2006, "An integrated model for logistics network design", Annals of Operations Research, Vol. 144, pp 6_15.
7. Dakison MS, Hurter AP, VanBuer MG, 1993, "Toward an integrated model of facility location and paper, Transportation Center", Northwestern transportation network design, Working university.
8. Drezner Z, Wesolowsky GO, 2003, "Network Design: Selection and Design of Links and Facility Location", Transportation Research Part A; 37:241˚56.
9. Hamacher H. W., Labbe M., Nickel S., Skriver A.,2002, "Multi criteria Semi Obnoxious Network Location Problems(MSNLP) with Sum and Center Objectives", Annals of Operations Research, Vol. 110, pp 33-53.
10. Jorgensen, H. J., 2004, "Supply Chain Models and their Applicability", Thesis, Technical University of Denmark, Denmark, pp 4_12.
11. Mabberg, J. Vygen, J., 2005, "Approximation Algorithms for Network Design and Facility Location with Service Capacities", pp 5_14.
12. Melkote S, 1996, "Integrated models of facility location and network design", EVASTON, ILLINIOS, Northwestern university, Doctor of Philosophy.
13. Melkote S, Daksin MS, 2001,"An integrated model of facility location and transportation network design", Transportation research part A; 5: 51538.
14. Melkote S, Daskin MS, 2001, "Capacitated facility location network design problems", European Journal of Operational Research; 129:48195.
15. Ravi, R. Sinha, A., 2004, "Approximation Algorithms for Problems Combining Facility Location and Network", pp 4_11.