

## ارائه یک مدل ترکیبی از تحلیل پوششی داده‌ها و برنامه ریزی آرمانی برای بهبود سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیری (مطالعه موردی: شعب بانک)

محمد حسین طحاری مهرجردی\*  
داریوش فرید\*\*  
حمید بابایی میبیدی\*\*\*

### چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها یکی از روشهای پرکاربرد در زمینه ارزیابی و محک زنی کارایی نسبی مجموعه ای از واحدهای تصمیم‌گیری همگن با ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه می‌باشد. در این روش برای افزایش قدرت تمایز بین واحدهای کارا و ناکارا بایستی تعداد واحدهای مورد ارزیابی متناسب با تعداد متغیرهای ورودی و خروجی باشد. رعایت نکردن این اصل باعث می‌شود که در ارزیابی نهایی تعداد زیادی از واحدها کارا، و در مدل‌های پایه تحلیل پوششی داده‌ها، تفکیک مناسب این واحدها به درستی انجام نشود. در این پژوهش، اساس مدل سازی تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها تشکیل داده، ولی به منظور افزایش دقت در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیری و شناسایی دقیق واحدهای کارا و ناکارا، از یک مدل که از ترکیب تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و برنامه ریزی آرمانی طراحی و ساخته شده است استفاده و عملکرد واحدها از منظر این مدل سنجیده شده است. واحدهای مورد ارزیابی این پژوهش مربوط به شعب یکی از بانک‌ها می‌باشد که نتایج حاصل از آن توانایی - بالاتر مدل ترکیبی را در تفکیک واحدهای بانکی نسبت به مدل‌های پایه ای نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی: کارایی، تحلیل پوششی داده‌ها، برنامه ریزی آرمانی

\* دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، مؤسسه آموزش عالی جهاد دانشگاهی، یزد، ایران (مسئول مکاتبات)

Email: hoosintahari@yahoo.com

\*\* استادیار دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد، ایران

\*\*\* دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه یزد، ایران

## مقدمه

انسان همواره خواستار کارایی بیشتر است و آن را ابزار رسیدن به سود و مطلوبیت بیشتر می‌داند. اقتصاددانان در ارتباط با کارایی، مفهومی فراتر در نظر دارند. بدین صورت که اغلب دو سیاست یا دو موقعیت را از نظر کارایی مقایسه می‌کنند و نتیجه می‌گیرند که کدام یک مناسب‌تر است و سپس راه کارهای سیاستی لازم را ارائه می‌دهند. امروزه محاسبه کارایی یکی از اقدامات ضروری به منظور مقایسه میزان رقابت پذیری در عرصه های داخلی و خارجی یک کشور است [۱]. تحلیل پوششی داده‌ها یکی از روشهای پرکاربرد در زمینه ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری همگن با ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه می‌باشد که توسط چارلز و همکارانش در سال ۱۹۷۸ ارائه شده است [۱۱]. امروزه تحلیل پوششی داده‌ها، یکی از سریع‌ترین رشته‌های در حال رشد علم مدیریت و تحقیق در عملیات می‌باشد و از آن به منظور ارزیابی کارایی سازمان‌های بخش خصوصی و دولتی استفاده می‌شود [۱۰]. به هر حال، بعضی مسائل در زمینه کاربرد این تکنیک وجود دارد. یکی از ضعف‌های این روش در این است که تعداد واحدهای مورد ارزیابی به تعداد متغیرهای ورودی و خروجی مرتبط است. یعنی این که هر چه تعداد متغیرهای مسئله بیشتر باشد، مدل‌های پایه از قدرت تمایز کمتری میان واحدهای کارا و غیرکارا برخوردار است [۱۴]. همچنین زمانی که تعداد واحدهای سازمانی از میزان مشخصی کمتر باشد، قدرت تمایز مدل‌های پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها کاهش می‌یابد [۱۰]. تاکنون تحقیقات زیادی برای حل این مسئله انجام گرفته است. در بعضی از این تحقیقات از روش رتبه‌بندی کامل اندرسون و پیترسون [۹] و کارایی متقاطع [۱۳] بدین منظور استفاده شده است. در بررسی دیگر، یک مدل برنامه‌ریزی با اهداف چندگانه خطی ارائه کرده‌اند که از مزیت‌های آن، خطی بودن، قدرت تمایز بیشتر میان واحدهای تصمیم‌گیری و استفاده از مدلی منحصر به فرد برای سنجش کارایی نسبی کلیه واحدها می‌باشد [۱۵]. در پژوهش دیگر از یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای محاسبه اوزان مشترک واحدهای تصمیم‌گیری تحلیل پوششی داده‌ها به منظور کمینه‌سازی انحراف آنها از مقادیر مدل اولیه استفاده شده

است. منطق روشن، قابلیت کاربرد در انواع مدل های استاندارد خطی و قدرت تمایز بالای مدل پیشنهادی از مهم ترین مزایای روش تحلیل پوششی داده ها به شمار می رود [۴]. در تحقیقی که تحت عنوان بررسی کارکرد تکنیک تاپسیس فازی در بهبود سنجش کارایی شعب بانک ها با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده ها صورت گرفته، اثرات لحاظ نمودن میزان اهمیت ورودی ها و خروجی ها با استفاده از تکنیک تاپسیس فازی در مدل تحلیل پوششی داده ها مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق از ۵۰ شعبه تحت بررسی ابتدا کارایی شعب بدون در نظر گرفتن وزن نهاده ها و ستاده ها با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده ها به دست آمد، کارایی تعداد ۴۳ شعبه به عدد یک رسید. اما وقتی که در فرآیند سنجش کارایی با تکنیک تحلیل پوششی داده ها، از وزن نهاده ها و ستاده ها استفاده شد در این حالت تعداد شعب کارا به ۳۶ شعبه کاهش پیدا کرد [۵]. بعضی از پژوهش ها به منظور کاهش تعداد متغیرها سعی در افزایش قدرت تمایز تکنیک تحلیل پوششی داده ها دارند. در چنین حالتی، کاهش تعداد متغیرها برای استفاده در مدل تحلیل پوششی داده ها باید به ترتیبی باشد که کمترین تاثیر بر تمایز واحدهای کارا و ناکارا داشته باشد. برای این منظور در پژوهشی، از ماتریس کوواریانس جزئی برای حذف متغیرهایی که با یکدیگر همبستگی زیادی دارند استفاده شده است [۱۴]. در بررسی دیگر، به جای خروجی ها یا ورودی های اصلی که به مدل تحلیل پوششی داده ها وارد می شوند از روش تحلیل مولفه های اصلی استفاده شد و مولفه های اصلی ورودی و خروجی را جایگزین متغیرهای اصلی کرده اند [۸]. در پژوهشی دیگر تحت عنوان رتبه بندی کامل واحدهای تصمیم گیری با ترکیب DEA چندهدفه و PCA، به منظور افزایش قدرت تمایز بین واحدهای کارا و ناکارا، ابتدا به جای متغیرهای اصلی از نسبت تک خروجی به تک ورودی استفاده شده و با استفاده از روش تحلیل مولفه ای اصلی، کاهش بعد انجام گرفته است. مولفه های اصلی انتخاب شده به عنوان ورودی مدل تحلیل پوششی داده ها استفاده و تحلیل شدند. مزیت این مدل به کارگیری برخی نقاط قوت مدل های ارائه شده این حوزه در قالب یک روش و چند هدفه ساختن مدل تحلیل پوششی داده ها جهت تسهیل در محاسبات است [۳]. در این پژوهش از

یک مدل ترکیبی برنامه ریزی آرمانی و تحلیل پوششی داده‌ها به منظور بهبود قدرت تفکیک مدل‌های پایه تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شده است. در پایان با کاربرد مدل ترکیبی برای داده‌های واقعی مربوط به شعب یکی از بانک‌ها، نتایج آن را با مدل‌های پایه تحلیل پوششی داده‌ها مقایسه می‌شود.

### پیشینه تحقیق

قبل از ورود به بحث اصلی مقاله، لازم است در مورد بعضی از مفاهیمی که در این پژوهش از آنها استفاده شده، توضیحاتی داده شود. بنابراین در سه بخش جداگانه به طور خلاصه در مورد مفهوم کارایی، تحلیل پوششی داده‌ها و برنامه‌ریزی آرمانی بحث می‌شود.

### مفهوم کارایی

کارایی در مفهوم عام به معنای درجه و کیفیت رسیدن به مجموعه اهداف مطلوب است [۲]. کارایی بخشی از بهره‌وری است و به صورت‌های گوناگونی تعریف می‌شود. ولی در یک مفهوم ساده شامل نسبت ستانده به نهاده در یک سیستم می‌باشد [۱۶]. در تعریف دیگر کارایی، به صورت نسبت حداقل هزینه ممکن به هزینه تحقق یافته برای ارائه میزان مشخص ستاده در مقایسه با سایر واحدهای موجود در آن صنعت در نظر گرفته می‌شود. کارایی مقیاس، کارایی فنی، کارایی تخصیصی، کارایی اقتصادی و کارایی قیمت، انواع مختلف کارایی هستند و همه آنها برای حداکثر کردن تولید با هزینه مشخص یا حداقل نمودن هزینه با سطح تولید مشخص هستند و نتیجه آنها نیز حداکثر کردن سود واحد تصمیم‌گیرنده است [۱].

### تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یکی از تکنیک‌های برنامه‌ریزی ناپارامتریک است که به طور گسترده به منظور ارزیابی کارایی واحدهای مشابه مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف این تکنیک دستیابی به کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری مشابه، که دارای

چندین ورودی (نهاده) و چندین خروجی (ستاده) مشابه هستند، می باشد [۱۱]. با فرض اینکه  $n$  واحد تصمیم گیری با  $m$  ورودی و  $s$  خروجی وجود داشته باشد، کارایی نسبی هر یک از واحدهای تصمیم گیری با حل مدل برنامه ریزی کسری زیر به دست می آید [۷]:

$$Max z = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{مدل (۱)}$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

که  $j$  به عنوان شاخص واحد تصمیم گیری،  $j = 1, \dots, n$ ؛  $r$  شاخص خروجی،  $r = 1, \dots, s$ ؛  $i$  شاخص ورودی،  $i = 1, 2, \dots, m$ ؛  $y_{rj}$  مقدار خروجی  $r$  ام برای واحد تصمیم گیری  $j$  ام،  $x_{ij}$  مقدار ورودی  $i$  ام برای واحد تصمیم گیری  $j$  ام،  $u_r$  وزن تخصیص داده شده به خروجی  $r$  ام؛  $v_i$  وزن تخصیص داده شده به ورودی  $i$  ام و  $z$  به عنوان امتیاز کارایی واحد تحت ارزیابی می باشد. در مدل بالا امتیاز کارایی هر واحد تحت بررسی از تقسیم مجموع موزون خروجی ها به مجموع موزون ورودی ها به دست می آید که این امتیاز کمتر یا مساوی با عدد یک می باشد. در صورتی که این امتیاز برابر با یک شود آن واحد را کارا و در صورتی که کمتر از آن مقدار شود آن واحد ناکارا تلقی می شود. هرچند روز به روز بر تعداد مدل های تحلیل پوششی داده ها افزوده شده و هر یک جنبه تخصصی پیدا می کند، ولی مبنای همه آنها تعدادی مدل اصلی است که بنیان گذاران این روش طراحی کرده اند. از جمله این مدل ها می توان به مدل «چارنر، کوپر و رودز» (۱۹۷۸) با عنوان CCR اشاره کرد که فرض بازدهی ثابت به مقیاس (CRS) در تحلیل استفاده شده است. این مدل به صورت زیر تعریف می شود [۱۰]:

$$\begin{aligned} \text{Max} &= \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\ \text{st:} & \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \\ & v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad \text{مدل (۲)}$$

مدل دیگر، مدل ارائه شده توسط «بنکر، چارنز و کوپر»، BCC است که با فرض بازدهی متغیر نسبت به مقیاس (VRS) طراحی شده است. این مدل به صورت زیر تعریف می شود [۱۰].

$$\begin{aligned} \text{Max} &= \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + w \\ \text{st:} & \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \\ & v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & w \text{ free in sign} \end{aligned} \quad \text{مدل (۳)}$$

البته مدل‌های پایه تحلیل پوششی داده‌ها بر اساس ماهیت مورد استفاده به دو دسته مدل‌های با ماهیت ورودی گرا و مدل‌ها با ماهیت خروجی گرا تقسیم می‌شوند. در صورتی که در فرآیند ارزیابی، با ثابت نگه داشتن سطح خروجی‌ها، سعی در حداقل سازی ورودی‌ها داشته باشیم، ماهیت الگوی مورد استفاده، ورودی محور است. همچنین در صورتی که در فرآیند ارزیابی، با ثابت نگه داشتن سطح ورودی‌ها، سعی در افزایش سطح خروجی‌ها داشته باشیم، ماهیت الگوی مورد استفاده، خروجی محور است [۷].

## برنامه‌ریزی آرمانی

برنامه‌ریزی آرمانی یک الگوی تصمیم‌گیری چند معیاری در حوزه جبرخطی است. این الگو به طور هم‌زمان چند هدف را در بر می‌گیرد و بر اساس حداقل کردن انحراف از هدف‌ها تنظیم می‌شود. مزیت اصلی برنامه‌ریزی آرمانی در نظر گرفتن محدودیت‌ها و آرمان‌ها همراه با متغیرهای تصمیم و همچنین از بین بردن و کم‌رنگ نمودن استدلال ضعیف انسانی در هنگام برنامه‌ریزی و تصمیم‌گیری است [۱۲]. شکل کلی این مدل به صورت معادله زیر است:

$$\text{Min} \left[ \sum_{j=1}^k (d_j^+ + d_j^-)^p \right]^{\frac{1}{p}}$$

st:

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$f_j(x) + d_j^- - d_j^+ = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, k$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, k$$

$$d_j^- * d_j^+ = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k$$

مدل (۴)

در معادله بالا،  $f_j$  نشان‌دهنده اهداف،  $b_j$  نشان‌دهنده مقادیر آرمانی اهداف و  $d_j^+, d_j^-$  انحرافات بیشتر و کمتر از آرمان‌ها می‌باشد. مقادیر  $P$  نیز نشان‌دهنده اولویت آرمان‌ها نسبت به یکدیگر است که توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود.

## مدل ترکیبی برنامه‌ریزی آرمانی و تحلیل پوششی داده‌ها

به منظور طراحی مدل مورد نظر در قالب یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی از سه نوع مدل تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شده است. طبق این الگو مشخصات متغیرهای مورد استفاده در مدل ترکیبی که برگرفته از شاخص‌های عملکرد بانکی است در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱. متغیرهای مورد استفاده در مدل

خروجی ها			ورودی ها			پارامتر متغیر
وضعیت وصول مطالبات	تجهیز منابع	کل درآمدها	هزینه های اداری و پرسنلی	تعداد کارمندان شاغل	تعداد باجه ها	
Y3	Y2	Y1	X3	X2	X1	
U3	U2	U1	V3	V2	V1	

$$\begin{aligned} \text{Max} &= \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\ \text{st:} & \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \quad \text{مدل (۵)} \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \\ & v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

مدل فوق در سال ۱۹۷۸ توسط چارلز و کوپر معرفی شد و به مدل CCR معروف است. هدف این مدل حداکثر کردن میزان خروجی با ثابت در نظر گرفتن ورودی های مدل است. بر اساس تجربیات صورت گرفته در این مدل، اگر تعداد واحدها در مقایسه با مجموع تعداد ورودی ها و خروجی ها اختلاف چندانی نداشته باشد، پس از حل مسئله خواهیم دید که اکثر واحدها کارا خواهند بود. لذا در این پژوهش به دنبال مدلی به منظور رفع این مشکل هستیم [۷].

$$\begin{aligned} \text{Min } d_0 \\ \text{st:} & \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \\ & v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad \text{مدل (۶)}$$



در مدل بالا متغیر  $d_0$  به عنوان متغیر انحراف برای واحد تحت بررسی و  $d_j$  به عنوان متغیر انحراف برای واحد  $j$ ام محسوب می شود و مقدار متغیر  $d_0$  در دامنه بین صفر و یک قرار می گیرد. با توجه به این مدل واحد تحت بررسی کارا خواهد بود به شرط اینکه  $d_0$  برابر با صفر باشد. در این مدل میزان کارایی هر واحد از طریق رابطه  $1-d_j$  به دست می آید [۷].

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } d_0 \\
 & \text{Min } M \\
 & \text{Min } \sum_{j=1}^n d_j \\
 & \text{st:} \\
 & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad \text{مدل (۷)} \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & M - d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s \\
 & v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

مدل شماره هفت یک مدل برنامه ریزی با اهداف چندگانه برای تحلیل پوششی داده‌ها محسوب می شود که با سه معیار حداقل کردن میزان انحراف واحد تحت بررسی، حداقل کردن مجموع متغیرهای انحراف از آرمان و حداقل کردن مجموع متغیرهای انحراف از آرمان به صورت بالا تعریف می شود. در این مدل،  $d_j$  یک متغیر انحراف برای واحد  $j$ ام و  $M$  به عنوان حداکثر میزان انحراف از آرمان‌ها در نظر گرفته می شود. واحد تحت بررسی کارا در تابع هدف اول از این مدل، خواهد بود به شرط اینکه  $d_0$  برابر با صفر باشد. در تابع هدف دوم از این مدل، حداقل کردن حداکثر میزان انحراف با  $M$  نشان داده می شود به طوری که اگر  $M$  کوچک تر گردد به مفهوم آن است که مقدار متغیرهای انحراف از آرمان کمتر می شود. تابع هدف سوم نیز حداقل کردن مجموع متغیرهای انحراف از آرمان را نشان می دهد [۷]. مدل ارائه شده بالا قدرت تفکیک پذیری بسیاری نسبت به مدل های پایه ای تحلیل

پوششی داده‌ها دارد و مشکل تفکیک پذیری مدل‌های پایه‌ای را برطرف می‌کند. اما به دلیل پیچیدگی این مدل‌ها و کمبود نرم افزار برای حل مدل‌ها و نبودن جواب بهینه برای بسیاری از این گونه مسائل، در این پژوهش این گونه مدلی معرفی می‌شود که این مشکل را نیز حل کند. برای حل مسائل چند هدفه، روش‌های مختلفی از جمله روش تبدیل تابع هدف به محدودیت، روش وزن‌دهی به اهداف، روش اولویت مطلق، روش معیار جامع و روش برنامه‌ریزی آرمانی وجود دارد. در این پژوهش، از تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی به منظور حل این مشکل استفاده شده است. برنامه‌ریزی آرمانی شکل توسعه یافته‌ای از برنامه‌ریزی خطی است، ولی چیزی بیش از یک توسعه‌ی صرف می‌باشد، زیرا قادر است آرمان‌های مختلف را مورد نظر قرار دهد. همچنین انحراف از آرمان‌ها را مجاز می‌داند و از این رو انعطاف‌پذیری را در فرآیند تصمیم‌گیری ایجاد می‌کند. سرانجام این امکان را فراهم می‌کند که ترجیحات تصمیم‌گیرنده در مورد اهداف چندگانه و متضاد در نظر گرفته شود [۶]. مدل آرمانی تحلیل پوششی داده‌های تحقیق حاضر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Min } a = \left\{ d_1^- + d_1^+ + d_2^- + \sum_j d_{3j}^- + \sum_j d_j \right\}$$

st:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + d_1^- - d_1^+ = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + d_2^- - d_2^+ = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$M - d_j + d_{3j}^- - d_{3j}^+ = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+ \geq 0$$

$$d_{3j}^-, d_{3j}^+ \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

مدل (۸)

در مدل بالا برای واحد تحت ارزیابی،  $d_1^+$  و  $d_1^-$ ، متغیرهای انحراف نامطلوب برای آرمان محسوب می شوند که مجموع وزنی ورودی‌ها را برابر با یک می کند.  $d_2^-$  متغیر انحراف نامطلوب برای آرمان محسوب می شود که مجموع وزنی خروجی‌ها را کمتر یا برابر با یک می کند.  $d_2^+$  به عنوان متغیر انحراف مطلوب برای آرمان محسوب می شود که مجموع وزنی خروجی‌ها را کمتر یا برابر با یک می کند. همچنین  $d_{3j}$ ها به عنوان متغیرهای انحراف نامطلوب،  $d_{3j}^+$ ، متغیرهای انحراف مطلوب که هر دو آنها برای تبدیل محدودیت  $M - d_j \geq 0$  به محدودیت آرمانی  $M - d_j + d_{3j}^- - d_{3j}^+ = 0$  استفاده شده و به دلیل آنکه که محدودیت اصلی به صورت بزرگتر یا مساوی است پس  $d_{3j}^+$ ، انحراف مطلوب می باشد و در تابع هدف ظاهر نمی شود.  $d_j$ ها به عنوان متغیرهای انحراف نامطلوب برای آرمان محسوب می شوند. این متغیر به عنوان متغیر انحرافی بدون علامت برای واحد  $j$  (که در محدودیت نامعادله  $j$  ام ظاهر می شود) در نظر گرفته می شود که نقش متغیر کمکی در محدودیت‌ها برای تبدیل تمام محدودیت‌ها به حالت تساوی ایفا می کند و برای واحد تحت بررسی، نشان دهنده میزان عدم کارایی است. همچنین محدودیت  $M - d_j \geq 0$  یک محدودیت آرمانی برای حداقل کردن حداکثر میزان انحراف از آرمان می باشد. همان طور که در تابع هدف مشخص است به تمام متغیرها وزن برابر داده شد. با این هدف که مجموع متغیرهای نامطلوب را حداقل کنیم. مدل مذکور همواره دارای جواب است و شاخص کارایی آن برای هر واحد تصمیم‌گیری از طریق رابطه  $1 - d_j$  مربوط به آن واحد به دست می آید [۱۰].

### محاسبه کارایی بانک‌ها با استفاده از مدل پیشنهادی و مدل پایه

اطلاعات بانک‌ها؛ تحت عنوان واحدهای تصمیم‌گیری در این پژوهش برگرفته از مقاله منبع شماره پنج می باشد که اطلاعات آنها در جدول زیر آمده است.

جدول ۲. ورودی و خروجی های واحدهای بانکی

خروجی ها			ورودی ها			
O3	O2	O1	I3	I2	I1	DMU
۰/۷۰۴	۱۹۵۵	۶۳۵	۱۵۹	۹	۳	۲۰۴۱۰
۰/۷۳۴	۸۵۱	۱۶۹	۴۷	۳	۱	۲۰۴۱۱
۰/۸۱۷	۱۸۴۹	۴۵۱	۸۳	۶	۲	۲۰۴۲۰
۰/۹۶۳	۱۴۷۴	۳۸۹	۶۷	۶	۲	۲۰۴۳۰
۰/۸۴۴	۸۳۶	۹۷	۴۷	۳	۱	۲۰۴۴۰
۰/۹۷۵	۷۶۹	۱۵۲	۲۶	۲	۱	۲۰۴۵۰
۰/۹۷۸	۱۲۳۴	۱۵۶	۴۴	۲	۱	۲۰۴۶۰
۰/۶۲۳	۱۳۸۷	۲۳۷	۴۵	۴	۲	۲۰۴۷۰
۰/۵۹۳	۸۷۴	۵۱	۴۶	۴	۱	۲۰۴۸۰
۰/۶۱۳	۹۲۲	۶۸	۳۳	۳	۱	۲۰۴۹۰
۰/۵۱۶	۶۳۲	۱۱۸	۲۶	۲	۱	۲۰۵۰۰
۰/۶۹۷	۵۶۱	۹۴	۲۶	۲	۱	۲۰۵۱
۰/۵۹۶	۶۳۸	۱۲۳	۲۵	۶	۲	۲۰۵۳۰
۰/۷۳۸	۱۶۳۱	۵۲۶	۹۸	۴	۲	۲۰۵۴۰
۰/۹۶۱	۹۸۲	۳۵	۵۲	۸	۳	۲۰۵۵۰
۰/۹۴۵	۷۹۱۷	۲۹۰	۱۱۹	۴	۲	۲۰۵۶۰
۰/۹۶۷	۱۵۶۵	۱۱۴	۴۹	۱۰	۲	۲۰۵۷۰
۰/۸۷۸	۶۲۳۷	۴۲۰	۱۳۸	۳	۲	۲۰۶۱۰
۰/۹۴۷	۲۰۱۰	۱۲۴	۵۵	۲	۱	۲۰۶۲۰
۰/۹۳۱	۷۱۴	۱۱۵	۳۶	۱۱	۴	۲۰۶۳۰

این مثال ابتدا با استفاده از مدل CCR اولیه و در مرحله بعد به وسیله مدل پیشنهادی حل شده که نتایج حاصل از آنها در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. نتایج مدل CCR و مدل پیشنهادی

GPDEA_CCR			DEA_CCR			DMU
رتبه	Super Efficiency	کارایی	رتبه	Super Efficiency	کارایی	
۲۰	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۱۹	۰/۵۵۴	۰/۵۵۴	۲۰۴۱۰
۱۲	۰/۸۳۲	۰/۸۳۲	۱۰	۰/۸۸	۰/۸۸	۲۰۴۱۱
۸	۰/۹۰۳	۰/۹۰۳	۹	۱/۰۰۷	۱	۲۰۴۲۰
۶	۰/۹۴۷	۰/۹۴۷	۶	۱/۰۰۹	۱	۲۰۴۳۰
۱۷	۰/۷۵۲	۰/۷۵۲	۱۱	۰/۸۷۱	۰/۸۷۱	۲۰۴۴۰
۱	۱/۴۹	۱	۱	۱/۴۹۲	۱	۲۰۴۵۰
۹	۰/۸۸۴	۰/۸۸۴	۵	۱/۰۲۹	۱	۲۰۴۶۰
۳	۰/۹۷۸	۰/۹۷۸	۸	۰/۹۴۶	۰/۹۴۶	۲۰۴۷۰
۱۸	۰/۷۱۵	۰/۷۱۵	۱۸	۰/۶۰۴	۰/۶۰۴	۲۰۴۸۰
۱۱	۰/۸۵۸	۰/۸۵۸	۱۷	۰/۶۸۲	۰/۶۸۲	۲۰۴۹۰
۵	۰/۹۴۹	۰/۹۴۹	۱۳	۰/۷۹۱	۰/۷۹۱	۲۰۵۰۰
۷	۰/۹۱۶	۰/۹۱۶	۱۵	۰/۷۱۹	۰/۷۱۹	۲۰۵۱
۴	۰/۹۶۵	۰/۹۶۵	۱۲	۰/۸۴۸	۰/۸۴۸	۲۰۵۳۰
۱۵	۰/۸۲۳	۰/۸۲۳	۹	۰/۸۹۲	۰/۸۹۲	۲۰۵۴۰
۱۹	۰/۶۵۱	۰/۶۵۱	۲۰	۰/۵۳۷	۰/۵۳۷	۲۰۵۵۰
۲	۱/۴۴	۱	۲	۱/۴۴۷	۱	۲۰۵۶۰
۱۴	۰/۸۲۴	۰/۸۲۴	۱۴	۰/۷۳۵	۰/۷۳۵	۲۰۵۷۰
۱۶	۰/۷۹۷	۰/۷۹۷	۳	۱/۳۹۸	۱	۲۰۶۱۰
۱۳	۰/۸۲۵	۰/۸۲۵	۴	۱/۰۸۸	۱	۲۰۶۲۰
۱۰	۰/۸۶۱	۰/۸۶۱	۱۶	۰/۶۸۴	۰/۶۸۴	۲۰۶۳۰

با بررسی و مقایسه نتایج مدل پایه ای تحلیل پوششی داده‌ها (DEA\_CCR) و مدل پیشنهادی (GPDEA\_CCR) می‌توان نسبت به قدرت تفکیک این مدل‌ها اظهار نظر کرد. در ستون‌های ۳ و ۶ جدول بالا نمرات کارایی شعب کارا در مدل اندرسون - پیترسون نیز آورده شده است. همان‌طور که از جدول بالا پیداست

قدرت تفکیک بانک‌ها در مدل پیشنهادی نسبت به مدل پایه ای بسیار است. براساس نتایج مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها، از بین بیست بانک مورد مطالعه، تعداد هفت بانک کارا و دارای رتبه اول می‌باشند در حالی که در مدل پیشنهادی ما از بین ۲۰ بانک مورد مطالعه تنها ۲ بانک دارای کارایی رتبه اول هستند. برای بررسی این موضوع که نتایج حاصل از دو مدل تا چه میزان همبستگی دارند ناگزیر از انجام برخی آزمون‌های آماری هستیم. برای این کار، در ادامه، فرضیه پژوهشی زیر مطرح شده و از آزمون ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن برای آزمون این فرضیه استفاده شده است.

$$\begin{cases} H0: p \leq 0 & \text{بین نتایج دو مدل همبستگی مثبت معنادار وجود ندارد} \\ H1: p > 0 & \text{بین نتایج دو مدل همبستگی مثبت معنادار وجود دارد} \end{cases}$$

جدول ۴. نتایج ضریب همبستگی رتبه ای بین دو مدل

		DEA_CCR	GPDEA_CCR
Spearman's rho	Correlation Coefficient	1.000	.526**
	DEA_CCR Sig. (1-tailed)	.	.009
	N	20	20
	Correlation Coefficient	.526**	1.000
	GPDEA_CCR Sig. (1-tailed)	.009	.
	N	20	20

\*\* . Correlation is significant at the 0.01 level (1-tailed).

جدول ۴ نتایج این بررسی را نشان می‌دهد. بر اساس خروجی نرم افزار SPSS، به دلیل آنکه سطح معنی داری (sig) کمتر از ۰/۰۵ است فرض H0 رد و همبستگی بین دو روش تایید می‌شود.

### نتیجه‌گیری و پیشنهاد

از زمان ارائه روش تحلیل پوششی داده‌ها توسط چارنز و همکاران (۱۹۷۸)، این روش به ابزاری موثر برای ارزیابی و الگوبرداری تبدیل شده است. در این روش

کارایی نسبی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری نسبت به واحدهای همسان برابر است با نسبت موزون خروجی‌ها به ورودی‌ها. ضعف این روش در آن است که تعداد واحدهای مورد ارزیابی به تعداد متغیرهای ورودی و خروجی مرتبط است. یعنی این که هر چه تعداد متغیرهای مسئله بیشتر باشد، مدل‌های پایه از قدرت تمایز کمتری میان واحدهای کارا و غیرکارا برخوردار است. همچنین زمانی که تعداد واحدهای سازمانی از میزان مشخصی کمتر باشد، قدرت تمایز مدل‌های پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها کاهش می‌یابد. در این پژوهش بر اساس مفاهیم تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی، مدلی به منظور بهبود سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیری ارائه شده است. مدل مذکور می‌تواند برخی از مشکلات مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، از جمله ضعف تفکیک‌پذیری واحدهای تصمیم‌گیری را حل کند و از این لحاظ، کارایی این مدل‌ها را افزایش دهد. لذا به منظور آزمایش این مدل و مقایسه آن با مدل‌های پایه از اطلاعات ۲۰ بانک با سه متغیر ورودی و سه متغیر خروجی استفاده شد. با استفاده از این اطلاعات یک بار کارایی بانک‌ها با استفاده از مدل CCR و بار دیگر با استفاده از مدل پیشنهادی محاسبه شد. سرانجام نمرات کارایی بین دو روش مقایسه شد. نتایج پژوهش نشان داد که در صورت استفاده از مدل آرمانی پیشنهادی تعداد واحدهای کارا از ۷ واحد به ۲ واحد کاهش پیدا می‌کند و این موضوع نشان‌دهنده افزایش دقت مدل پیشنهادی است. در پایان به منظور بررسی همبستگی بین نتایج دو مدل از آزمون ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن استفاده شد. نتایج آزمون نشان داد که بین نتایج دو مدل، همبستگی مثبت معنی‌داری وجود دارد. بنابراین پیشنهاد می‌شود به منظور ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده به خصوص زمانی که تعداد واحدهای تحت بررسی کوچک باشد با توجه به ضعف تفکیک‌پذیری مدل‌های پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها، از این مدل استفاده شود. از این روش برای رتبه‌بندی عملکرد شعبه‌های یکی از بانکهای ایران استفاده شده است. این مدل را می‌توان برای رتبه‌بندی در موارد بسیار دیگری استفاده نمود. همچنین می‌توان در پژوهشهای دیگر، قدرت توزیع اوزان ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل‌های پایه و مدل پیشنهادی بررسی و مقایسه شود.

## منابع و مأخذ

۱. حسن زاده، علی. کارایی و عوامل موثر بر آن در ایران. دو فصلنامه جستارهای اقتصادی. ۴(۷)، ۱۳۸۶، صص ۷۵-۹۸.
۲. حسین زاده بحرینی و دیگران. مقایسه کارایی اقتصادی بانک‌های خصوصی و دولتی با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها. مجله دانش و توسعه. ۱۵(۲۵)، ۱۳۸۷، صص ۱-۳۰.
۳. خزایی، مجتبی؛ ایزدبخش، حمید رضا. رتبه بندی کامل واحدهای تصمیم گیری با ترکیب DEA چندهدفه و PCA. نشریه مدیریت صنعتی. دوره ۱(۲)، ۱۳۸۸، صص ۵۵-۷۰.
۴. صالحی صدقیانی، جمشید و دیگران. ارائه مدل برنامه ریزی آرمانی خطی برای محاسبه اوزان مشترک در مسائل تحلیل پوششی داده‌ها. نشریه مدیریت صنعتی. دوره ۱(۲)، ۱۳۸۸، صص ۸۹-۱۰۴.
۵. عالم تبریز، اکبر و دیگران. بررسی کارکرد تکنیک تاپسیس فازی در بهبود سنجش کارایی بانک‌ها با استفاده از تکنیک DEA. نشریه مدیریت صنعتی. ۱(۳)، ۱۳۸۸، صص ۹۹-۱۱۸.
۶. مومنی، منصور. مباحث نوین تحقیق در عملیات. انتشارات دانشکده مدیریت دانشگاه تهران. تهران. ۱۳۸۵.
۷. مهرگان، محمد رضا. مدل‌های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان‌ها. انتشارات مدیریت دانشگاه تهران. تهران. ۱۳۸۵.
8. Adler, N., & Golany, B. **Including principal component weights to improve discrimination in data envelopment analysis.** Journal of the Operations Research Society of Japan. 46, (2002), pp, 66-73.
9. Anderson, P., Peterson, N.C. **A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis.** Management Science. 39, (1993), pp, 1261-1264.
10. Bal, H., Orkcu, H.H., Celebioglu, S. **Improving the discrimination power and weights dispersion in the data envelopment analysis.** Computers & Operations Research. 37, (2010), pp, 99 - 107.
11. Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. **Measuring the efficiency of decision making units.** European Journal of Operational Research. 2, (1978), pp, 429-444.
12. Charnes, A., Cooper, W.W. **Management Models and Industrial Applications of Linear Programming.** John Wiley & Sons, New York. (1961).



13. Cook, W.D., Seiford, L.M. **Data envelopment analysis (DEA) – Thirty years on.** European Journal of Operational Research. 192, (2009), pp, 1-17.
14. Jenkins., L, & Anderson, M. **A multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis.** European Journal of Operation Research. 147, (2003), pp, 51–61.
15. Makui, A., Alinezhad, A., Kianimavi, R., Zohrebandian, M. **A Goal Programming Method for Finding Common Weights in DEA with an Improved Discriminating Power for Efficiency.** Journal of Industrial and Systems Engineering. 1, (2008), pp, 293-303.
16. Seifert, L. **Identifying Excesses and Deficits in Chinese Industrial Productivity (1953-1990): a Weighted Data Envelopment Analysis Approach.** Omega. 26, (1994), pp, 229-296.
17. Wu, D., Yang, Z., Liang, L. **Using DEA-neural network approach to evaluate branch efficiency of a large Canadian bank.** Expert Systems with Applications. 31, (2006), pp, 108–115.

