



مدل معادله همزمان بر اساس روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته برای مطالعه اثر عوامل مدیریتی بر عملکرد سرمایه گذاری کارخانه های تولیدی استان کرمانشاه

عادل فاطمی (نویسنده مسؤول)

استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج

Email: fatemi@iausdj.ac.ir

حمید رضا مصطفائی

استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال

بهناز کرمی

دانشجوی کارشناسی ارشد آمار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال

فرزاد ناظمی

عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر

تاریخ دریافت: ۹۰/۷/۲۱ * تاریخ پذیرش: ۹۱/۱/۱۶

چکیده

هدف از ارائه این تحقیق بررسی تأثیر عوامل مؤثر اقتصادی بر عملکرد سرمایه گذاری می باشد. ارتباطهای موجود بین عوامل مدیریتی و عملکرد اقتصادی توسط مدل معادله همزمان براساس روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته بررسی شده اند. همچنین در این تحقیق مقایسه هایی بین روشهای برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته^۱، حداقل مربعات جزئی^۲ و ماکزیمم نسبت درستنمایی^۳ بر روی ۴۰ کارخانه تولیدی استان کرمانشاه انجام شده است، که پس از بررسی نتایج بدست آمده در تحقیق پیش رو به این نتیجه می توان رسید که با توجه به مزیتهای بیشتر و خطای کمتر روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته نسبت به محدودیتهای و خطاهای بیشتر روش راجع حداقل مربعات جزئی و ماکزیمم نسبت درستنمایی، این روش می تواند جایگزین معتبر و مناسبی جهت برآورد ضرائب رگرسیونی و خطاها در مدل معادله همزمان باشد.

واژه های کلیدی: ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته، حداقل مربعات جزئی، حداکثر نسبت درستنمایی، مدل عامل مدیریتی، مدل معادله همزمان^۴، استان کرمانشاه.

¹. Generalized Maximum Entropy (GME)

². Partial Least Squares (PLS)

³. Maximum Likelihood Estimation (MLE)

⁴. Simultaneous Equation

۱- مقدمه

در این تحقیق به بررسی تأثیر عوامل مدیریتی بر عملکرد سرمایه گذاری پرداخته شده است، بنابراین در این زمینه چندین کارخانه تولیدی ایرانی را مورد ارزیابی قرار داده ایم و با توجه به پرسشهایی که از مدیران این شرکتها به عمل آمده است، پرسشنامه ای در قالب ۳۵ سؤال تنظیم و هر کدام از این سؤالات را در دسته های متفاوتی از متغیرها قرار داده ایم. این متغیرها عبارتند از: متغیرهای عملکرد^۵، منابع انسانی^۶، مدیریت^۷ و طرحهای استراتژیک^۸ که به متغیرهای پنهان^۹ معروفند. سؤالاتی را که زیرمجموعه این متغیرها قرار می گیرند و کاملاً واضح و روشن بیان شده اند متغیرهای آشکار^{۱۰} می نامند. متغیرهای پنهان از متغیرهای وابسته^{۱۱} (درونی) و مستقل^{۱۲} (بیرونی) تشکیل شده اند به این صورت که متغیرهای عملکرد، منابع انسانی و طرحهای استراتژیک را متغیرهای وابسته (درونی) و متغیر مدیریت را به عنوان متغیر مستقل (بیرونی) معرفی کرده است. روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته برای تحلیل داده های جمع آوری شده استفاده می شود؛ در جاهایی که روابط بین عوامل توسط یک معادله همزمان آماری تشکیل شده است، روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته یک روش مناسب، قابل اعتماد و انعطاف پذیر می باشد که به طور گسترده در مدل‌های خطی مورد استفاده قرار می گیرد.

در این روش احتیاجی به فرضیات پارامتری نمی باشد زیرا معیار اصلی و مناسبی در دسترس قرار دارد؛ این روش یک مبنا برای شاخص آنتروپی نرمال فراهم می آورد که به کمی سازی سطح اطلاعات در داده‌ها می انجامد و یک اندازه کلی برای ایجاد رابطه درست فراهم می نماید. بر این اساس یک تحقیق با استفاده از مجذورهای حداقلی و ماکزیمم نسبت درستیابی به صورت مقایسه‌ای به ثبت رسیده است. در اینجا ویژگی حداقل مربعات جزئی و ماکزیمم نسبت درستیابی را بیان خواهیم کرد. به این صورت که در روش حداقل مربعات جزئی به فرضیات پارامتر احتیاج داریم. دیگر اینکه این روش در نمونه های کوچکتر به خوبی عمل نمی کند. روش برآوردی ماکزیمم نسبت درستیابی برای برآورد پارامترهای مدل رگرسیون خطی بدون در نظر گرفتن شکل توزیع خطاها مورد استفاده قرار می گیرد و حداقل مربعات ضرائب رگرسیونی را تولید می کند. هرگاه فرض شود خطاها دارای توزیع نرمال و شکل توزیع کاملاً مشخص و معلومی باشند روش برآوردی ماکزیمم نسبت درستیابی توصیه می گردد. چون قصد داریم پارامترهای رگرسیونی را در مدل معادله همزمان، یعنی مدلی که به طور همزمان عوامل وابسته و مستقل در آن نقش دارند را برآورد کنیم و به دلیل اینکه روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته در این مبحث عملکرد دقیق و مناسبتری نسبت به روشهای دیگر ذکر شده در بالا را دارد، بنابراین در این تحقیق به طرز استفاده از روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته می پردازیم. این روش بر پایه پارامترهای از نوساخته شده و فرمولهای دوباره فرمول بندی شده در یک مدل معادله خطی طراحی شده است. روش فوق با برآورد پارامترها، این اجازه را به ما می دهد تا مشخص کنیم که هر یک از عوامل نام برده شده چه تأثیری بر روی یکدیگر دارند و اینکه آیا این تأثیر مستقیم می باشد یا خیر؟

همچنین روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته در مدل معادله ساختاری همانند مدل معادله همزمان، با تجدید پارامترسازی پارامترهای مورد نظر و فرمول بندی مجدد معادله میان پارامترهای وابسته و مستقل، مقدار این پارامترها را برآورد می نماید و اینکه با کمک این روش می توان ضرائب بین متغیرهای درونی و بیرونی را برآورد نمود تا تأثیر این متغیرها را بر یکدیگر نشان دهیم.

این تحقیق توسط تنی چند از استادان صاحب نظر رشته آمار از سراسر جهان در زمینه های گوناگون برای اولین بار به کار برده شده و در مراحل بعد توسط استادان دیگری از رشته آمار بسط داده شده است، مواردی از این تحقیق‌ها را به انضمام نام محققین در زیر آورده ایم:

5. Performance

6. Human Resources

7. Leadership

8. Strategic Planning

9. Latent Variables

10. Manifest Variables

11. Endogenous Variables

12. Exogenous Variable

- ۱- مدل اندازه گیری آماری با استفاده از تقریب ماکزیمم آنتروپی که توسط (Alnasser, 2003) انجام شده است.
- ۲- مدل برآوردی ماکزیمم آنتروپی و اثر عوامل مدیریتی بر عملکرد سرمایه گذاری که توسط (J. J. Dahelgard & E. Ciavolino, 2007) در کشور آلمان انجام گردیده است.
- ۳- ماکزیمم آنتروپی در اقتصاد که توسط (A. Golan & G. George & D. Miller, 1996) در لندن منتشر شد.
- ۴- روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته در مدل معادله ساختاری^{۱۳} که توسط (A. Golan, G. George & D. Miller, 2003) برای اولین بار بسط داده شد.
- ۵- روش برآوردی حداقل مربعات جزئی که توسط والد برای اولین بار گسترش پیدا کرد.
- ۶- ارزیابی الگوی معادله ساختاری که به وسیله جورسکوگ^{۱۴} بسط داده شده است.

۲- مواد و روشها

اطلاعات بدست آمده از ۴۰ شرکت تولیدی استان کرمانشاه که به عنوان نمونه انتخاب شده‌اند و ۴۰ پاسخنامه سرمایه گذاری بدست آمده از شرکتهای فوق در این زمینه ارائه شده است. برای اندازه گیری میزان اثر عاملهای مدیریتی بر روی نتایج عملکرد شرکتهای یک پرسشنامه که به چهار قسمت تقسیم شده است تهیه گردیده که در جدول شماره ۱ آمده است. اطلاعات پرسشنامه ها مربوط به ۳۵ نوع از اظهارات و بیاناتی است که در مصاحبه با رؤسای این شرکتهای انجام شده بدست آمده‌اند. جوابهای داده شده به سوالات پرسشنامه‌های مذکور به ارزیابی هر یک از اظهارات در مقیاس معمولی با متغیر ۱ به شکل (مخالف)، متغیر ۲ به شکل (ممتنع) و متغیر ۳ به شکل (موافق) نشان داده شده است. در جدول یک از همه متغیرها استفاده و به شکل بیانات و نظرات مثبت فرمول بندی شده‌اند. یک توصیف کوتاه از متغیرهای پنهان می تواند در بوجود آمدن برداشت آسان در این زمینه به ما کمک کند. برای یک مدیر، بیانات او به عنوان یک ویژگی روشن و واضح و یک عامل مهم شناخته شده بررسی می‌شود که به عنوان متغیرهای آشکار معرفی شده است. توانایی مدیر در دراز مدت و گرایش رو به رشد و اثر کارا را می توان از این طریق پیش‌بینی کرد. در زمینه نیروی انسانی نیاز به داشتن کارگرانی که ماهر باشند، جهت سرمایه‌گذاری در جهت تمرکز بر قرار گرفتن در عالی ترین رتبه دیده می‌شود. بیانات گفته شده درباره پیشرفت‌ها، حرفه‌ها، بازاریابی‌ها، آموزش‌ها و تشخیص روندهای رو به رشد می‌باشند.

یک برنامه استراتژیک ممکن است بطور عالی پایه‌ریزی شده باشد و تمرکز آن بر روی سنجش، تجزیه و تحلیل کار مدیرانی باشد که با یکدیگر و همه اعضای سرمایه گذاری کار می‌کنند. فعالیت آنها نیز روند رو به رشد با مدیریت لازم را دارا می‌باشد؛ که از حمایت اصولی، منظم و تصمیمات ارزیابی شده برخوردار هستند.

عامل عملکرد یکی از اهداف سنجش سلامت یک شرکت می‌باشد، در جایی که اظهارات جمع‌آوری شده درباره بازار، محل فروش محصولات و راهنماییهای اقتصادی همانند برگشتن سرمایه گذاری، یا میزان سود مؤثری می باشد که اندازه گیری می‌شود. اولین مرحله قبل از تحلیل این مدل، از لحاظ تعریف و تعیین خاصیت مورد تحلیل قرار گرفته شده برای تغییر مقیاس از این مقیاس ترتیبی به یک مقیاس شبه ترتیبی در جهت رشد ویژگی آماری مقیاس ارزیابی پرسشنامه می‌باشد. فرآیند تعریف به جای دیگری منتهی گردیده به طوری که نشان می‌دهد که تحلیل داده با استفاده از روشهای آماری بر اساس استانداردها ممکن نیست، درحالی که راهنمایی ها و روشهای موجود در پرسشنامه تنها به روش شفاهی و زبانی اشاره دارند. بنابراین سه عدد از آنها فقط نشانه‌های آماری هستند که هیچ پیوستی بین هر پاسخ نمی‌باشد. به همین دلیل از روش تورگرسون^{۱۵} استفاده شده است. نظریه اصلی معیار انتخاب هر مصاحبه بر این اساس است که متغیرهای پنهان می توانند از توزیع نرمال پیروی کنند.

¹³. Structural Equation Mod

¹⁴. Jorscog

¹⁵- Thorgeron

متغیرهای آشکار

I. عملکرد:

- ۱- مرکز خرید در طی سه سال گذشته روند روبه رشد داشته است.
- ۲- بازده کار نیز در طی سه سال گذشته روند روبه رشد داشته است.
- ۳- درصد سود افزایش یافته است.
- ۴- درصد بازگشت سرمایه گذاری در طی سه سال گذشته افزایش یافته است.
- ۵- روند کلی عملکرد شرکت افزایش یافته است.

II. مدیریت:

- ۶- ارزشهای یک مدیر به خوبی تعریف شده است.
- ۷- روشهای یک مدیر و کنترل وضعیت شرکت به ویژگی کارکنان بستگی دارد.
- ۸- مدیریت تا زمانی که با کارکنان در ارتباط باشد سهل و آسان است.
- ۹- روش مختص به هرمدیر در ارتباط با دیگر مدیران شرکتها مقایسه می شود.
- ۱۰- همکاری های مدیریتی باید در وقایع و تصمیمات تشکیل دهنده شرکت صورت بگیرد.
- ۱۱- پاداش کارکنان جزئی از مدیریت است.
- ۱۲- یک مدیر به نظرات کارکنان گوش دهد.
- ۱۳- مدیر برای پیشرفت کار شرکت برنامه های کاربردی زیادی دربرنامه کاری داشته باشد.
- ۱۴- تلاش کارکنان در اجرای اهداف شرکت به مدیریت مربوط میشود.
- ۱۵- یک مدیر باید توانایی مذاکره در جلسات انتقادی را داشته باشد.

III. منابع انسانی:

- ۱۶- شرکت در تحقیقات و توسعه مورد تجسس قرار بگیرد.
- ۱۷- مشاغل پرسنلی بر روی برنامه های ویژه ای قرار بگیرند.
- ۱۸- رضایت شغلی کارکنان مورد ارزیابی قرار بگیرد.
- ۱۹- مهارتهای شخصی کارکنان مورد ارزیابی قرار بگیرد.
- ۲۰- شایستگی فردی کارکنان بررسی و از روی شایستگی هر فرد پاداش داده شود.
- ۲۱- گروههای کاری بر روی اهداف ویژه ای فعالیت کنند.
- ۲۲- کارکنان شرکت برای خود استقلال تصمیم گیری دارند.
- ۲۳- مدیریت مرکزی شرکت در تصمیم گیری استقلال داشته باشد.

IV. طرحهای استراتژیک:

- ۲۴- تحلیل منظم سیستماتیک بر طبق انتظارات مشتری و توان بازار خرید اجرا شود.
- ۲۵- نقشه های اجرایی شرکت به صورت برنامه های متوسط و طولانی مدت باشد.
- ۲۶- استراتژی ها به تحلیل رقیبان توجه کند.
- ۲۷- برنامه های میان مدت یا طولانی مدت برای تخصیص منابع استفاده شود.
- ۲۸- استراتژیهای شرکت به صورت دوره هایی دوباره مورد ارزیابی قرار گیرند.
- ۲۹- یک فرآیند ساختاری بر طبق اهداف و گستردگی شرکت تعریف شود.
- ۳۰- گروههای اجرایی مختلفی بر طبق اهداف اصلی تشکیل میشوند.
- ۳۱- هر کارگر اهداف و نتایج کار خود را بداند.
- ۳۲- کارکنان نیز در جهت اهداف شرکت دخالت داشته باشند.
- ۳۳- مدارک و اسناد برنامه جدید بر روی پروژه جدید گسترده شوند.
- ۳۴- مدارک و اسناد شرکت به طور منظم طراحی و تنظیم شوند.

این روش ممکن است به تغییر مقیاس اصلی و ترتیبی به مقیاسی که استاندارد شده باشد منجر شود که این سه روش در سه مرحله زیر انجام می گردد:

۱- برای هر متغیر X_j تعدادی پاسخهای محسوب شده (فراوانی مطلق) وجود دارد که در این نمونه سه مدل (۱، ۲ و ۳) و نیز ۳۵ متغیر وجود دارد.

۲- فراوانی نسبی تجمعی محاسبه شده را نشان می دهد که برآوردی از تابع توزیع تجمعی $F_j(i)$ از توزیع نرمال می باشد.

$$3- \phi^{-1} [F_j(i)] \text{ تابع معکوس از توزیع نرمال استاندارد شده را محاسبه می کند.}$$

این انتخاب بر پایه مشاهدات به عمل آمده با پاسخهای نمونه ای در محور تقارن نشان داده شده است. برای ارزیابی توزیع فراوانی متغیرها شاخصی به صورت رابطه (۱) تعریف شده است که به شاخص (Portoso, 2003) معروف است.

$$W = \sum_{i=1}^s f_i \frac{(2i - S - 1)}{S - 1} \quad (1)$$

در این فرمول منظور از S تعداد روشهای موجود که در این تحقیق تعداد روشهای موجود برابر با ۳ است و f_i مقدار فراوانی نسبی میباشد. این شاخص به صورت مقادیری در فاصله +۱ به -۱ فرض شده است زمانی که این شاخص برابر با -۱ باشد به این معنی است که همه فراوانی ها به سمت مخالف بودن گرایش دارند و هنگامی که برابر با +۱ باشد به این معنی می باشد که همه فراوانیها به سمت موافق بودن گرایش دارند و زمانی که این شاخص برابر با صفر باشد یعنی اینکه بیشتر فراوانی ها به سمت ممتنع بودن گرایش دارند. در این تحقیق شاخص پورتوسو بر روی اطلاعات فوق برابر با $W=0.503$ می باشد، بنابراین اکثریت فراوانی ها در این تحقیق به سمت موافق بودن گرایش دارند.

بر طبق تغییر محسوس فرآیند کمی، یک تحقیق مقایسه ای به وسیله سه عملیات معکوس انجام می شود، که عبارتند از:

۱- با یک توزیع نرمال در معادله و استفاده از توزیع استاندارد نشان داده شده است.

۲- با یک توزیع منفی متقارن با استفاده از توزیع منفی وجود دارد.

۳- با یک توزیع مثبت متقارن با استفاده از توزیع مثبت وجود دارد.

این بخش از تحقیق به تجزیه و تحلیل داده ها اختصاص دارد؛ ابتدا از آزمون کلموگروف - اسمرینف به منظور بررسی وضعیت نرمال بودن توزیع داده ها استفاده شده است.

مؤلفه	میانگین	انحراف استاندارد	<i>Most Extreme Differences</i>			کلموگروف اسمرینف Z	سطح معنی داری
			مطلق	مثبت	منفی		
عملکرد	۲/۴۴	۰/۴۵۲	۰/۲۳۴	۰/۱۴۱	-۰/۲۳۴	۱/۴۸۱	۰/۰۲۵
مدیریت (رهبری)	۲/۵۶	۰/۲۳۵	۰/۱۲۸	۰/۱۲۲	-۰/۱۲۸	۰/۸۰۸	۰/۵۳۲
منابع انسانی	۲/۵۹	۰/۱۸۳	۰/۱۶۵	۰/۱۶۵	-۰/۱۱۴	۱/۰۴۵	۰/۲۲۵
طراحی استراتژی	۲/۱۴	۰/۲۴۵	۰/۱۲۳	۰/۱۱۴	-۰/۱۲۳	۰/۷۸۱	۰/۵۷۵

جدول شماره (۲) نتایج آزمون کلموگروف - اسمرینف

با توجه به داده های مشاهده شده در جدول فوق مشاهده می گردد به غیر از مؤلفه عملکرد سایر مؤلفه ها از توزیع نرمال پیروی می کنند لذا در تجزیه و تحلیل داده ها از آزمون های پارامتریک بهره می گیریم. برای ارزیابی کیفیت پرسشنامه ها از این لحاظ که آیا پرسشنامه مربوطه معتبر و کامل می باشد یا خیر، لازم است پرسشنامه ها را در دو مورد بررسی کرده و صحت و سقم پرسشنامه را سنجید.

۱- روایی: منظور از بررسی پرسشنامه‌ها از نظر روایی این است که باید پرسشنامه مربوطه توسط ۵ نفر از استادان معتبر و مجرب آمار تأیید شود.

۲- پایایی: منظور از بررسی پرسشنامه‌ها از نظر پایایی این است که با تغییر نمونه مورد نظر نتایج بدست آمده خیلی تغییر نکند، در اینصورت برای بررسی پرسشنامه‌ها از نظر پایایی از یک شاخص به نام ضریب آلفا-کرونباخ^{۱۶} استفاده می‌کنند. اگر ضریب آلفا-کرونباخ از مقدار ۰/۷ کمتر باشد نشان دهنده این است که پرسشنامه مربوطه معتبر نمی‌باشد؛ اما اگر مقدار این ضریب برابر با ۰/۷ یا بیشتر از ۰/۷ باشد آنگاه پرسشنامه مورد نظر معتبر و مناسب خواهد بود. این ضریب با استفاده از رابطه (۲) می‌توان محاسبه کرد.

$$\alpha = \frac{k}{k+1} \left(1 - \frac{\sum \sigma_{y_i}^2}{\sigma_x^2} \right)$$

در این فرمول k برابر با تعداد سؤالات، σ_x^2 برابر با واریانس کل مشاهدات و $\sigma_{y_i}^2$ برابر با واریانس یکایک سؤالات میباشد. در این تحقیق ضریب آلفا-کرونباخ برابر با مقدار ۰/۷۲۳ می‌باشد، بنابراین می‌توان گفت که پرسشنامه از درصد اعتبار قابل قبولی برخوردار است.

مدیریت	منابع انسانی	استراتژیک	عملکرد	کل
۰/۶۷۷	۰/۶۶۴	۰/۶۶۳	۰/۷۲۳	۰/۷۳۴

جدول شماره (۳): اعتبار پرسشنامه به تفکیک مؤلفه‌های مستقل

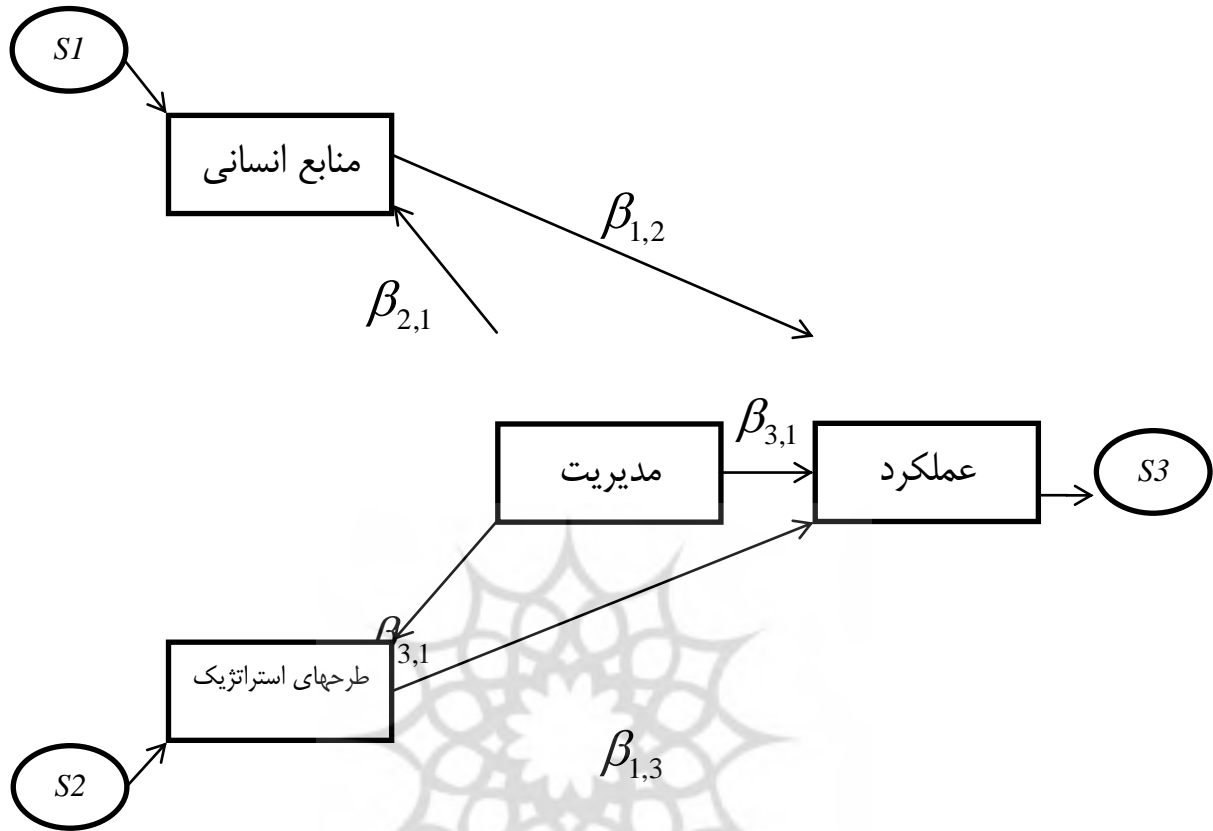
قبل از ترسیم مدل مسیر ابتدا ضروری است شاخص‌های مربوط به برازش مدل را به صورت زیر بررسی کرد:

عنوان شاخص	مقدار	دامنه مورد قبول	نتیجه
$\frac{x^2}{df}$	۰/۵۴۸	$\frac{x^2}{df}$	تأیید مدل
p -value	۰/۶۴۹	$p > 0.05$	تأیید مدل
RMSEA	۰/۰۰۰	$RMSEA < 0.05$	تأیید مدل
RMR	۰/۰۰۴	$RMR \geq 0$	تأیید مدل
GFI	۰/۹۷۹	$GFI > 0.09$	تأیید مدل
AGFI	۰/۹۳۱	$AGFI > 0.85$	تأیید مدل
NFI	۰/۹۵۹	$NFI > 0.90$	تأیید مدل
CFI	۱	$CFI > 0.9$	تأیید مدل
IFI	۱	$IFI > 0.9$	تأیید مدل

جدول شماره (۴): شاخص‌های مربوط به برازش مدل

تمام شاخص‌های تناسب بکار رفته نشانگر این است که مدل ترسیمی دارای تناسب قابل قبولی می‌باشد. نمودار متغیرهای پنهان با توجه به میانگین متغیرهای اصلی ترسیم می‌شود، مدل عامل مدیریتی به صورت مسیری در شکل صفحه بعد نشان داده شده است.

¹⁶. Cronbach's Alpha Index



شکل شماره (۱): نمودار مسیری

در این مدل متغیرهای وابسته (درونی) یعنی متغیرهایی که تحت تأثیر متغیرهای دیگر مدل قرار می گیرند، عبارتند از:

- ۱- عملکرد
- ۲- منابع انسانی
- ۳- طرح استراتژیک

متغیرهای مستقل (بیرونی) یعنی متغیرهایی که تحت تأثیر متغیرهای دیگر قرار نمی گیرند که در مدل فوق عامل مدیریت یک متغیر مستقل میباشد. در تحقیق حاضر از طریق استناد به مدل مفهومی و در راستای مدل یابی معادلات ساختاری و بهره گیری از نرم افزار AMOS مدل مفهومی ارائه شد. این مدل مسیری که در شکل ۱ آمده است می تواند با ارائه یک تحلیل بیان شود. در یک مدل آماری خطی که به طور همزمان متغیرهای وابسته و مستقل وارد مدل می شوند را می توان با رابطه (۳) نشان داد:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

متغیرهای y_1 و y_2 و y_3 متغیرهای مستقل را نشان می دهند مانند منابع انسانی، طرح استراتژیک و عملکرد. ماتریس پیش بینی شده یک ماتریس کلی به شکل ماتریس قطری که هر قطر از این ماتریس دارای ۴۰ ردیف (بر اساس مشاهدات) می باشد. ماتریس X_1 شامل سه ستون که نمایانگر متغیرهای مدیریت، منابع انسانی و طرحهای استراتژیک می باشد.

ماتریسهای X_1 و X_2 یک ستون داشته که هر یک از این ماتریسها اشاره به متغیر مدیریت دارند. همچنین بردار β ضریب رگرسیونی است که تأثیر خطی هر یک از محورها را نسبت به هر متغیر مستقل بر روی متغیر وابسته خود آن محور نشان میدهد. ماتریس کوواریانس $\phi = E(\varepsilon \varepsilon')$ نیز یک ماتریس قطبی است که این ماتریس را به صورت رابطه شماره (۴) در صفحه بعد نشان می دهیم.

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3 \end{pmatrix} \quad (۴)$$

از طرفی در این مدل معادله، فرضیه توزیع نرمال را بر روی خطاها و محدودیتی درباره کوواریانس بین متغیرها و خطاها وجود ندارند به این معنی که متغیرهای X به غیر از متغیر X_3 متغیرهایی هستند که در مدل مربوطه جزء متغیرهای درونی محسوب میشوند.

آنتروپی اطلاعات را برای اولین بار فردی به نام (Shannon, 1948) معرفی نمود. در این روش احتمالات و میزان پراکندگی آنها در نظر گرفته شده و نوعی روش بدیعی برای اندازه گیری میزان عدم قطعیت (نادرستی) اطلاعات جمع آوری شده است. اگر متغیر تصادفی X را در نظر بگیریم، نتایج آن $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ باشد و احتمالات آن برابر با $p = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$ باشد و در این روند شرط $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ برقرار است. معادله ای که شانون برای آنتروپی داده ها با در نظر گرفتن احتمالات پراکندگی ارائه می دهند با رابطه شماره (۵) تعریف می گردد.

$$H(p) = -k \sum_{i=1}^k p_i \log p_i \quad (۵)$$

در این معادله k برابر صفر یا برابر با یک میباشد. $p_i \log p_i$ داده های خودپرداز برای آنتروپی شانون میباشد و میانگین بدست آمده از آن یک آنتروپی میباشد. $H(p)$ را آنتروپی شانون می نامند. روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته یک روش نیمه پارامتریک است که بر پایه پارامترهای از نو ساخته شده و فرمولهای دوباره بازنویسی شده در یک مدل خطی قرار می گیرد. این پارامترهای دوباره بازنویسی شده بر طبق اصول MEP^{17} توسط فردی به نام (Jaynes, 1957) برای اولین بار به ثبت رسیده است. این روش نوعی ابزار برای برآورد پراکندگی احتمالات در یک محدوده به حساب می آید که به وسیله داده های موجود ایجاد می گردد و در قالب میزان پیش بینی بیان می شود. با در نظر گرفتن متغیر تصادفی X با تابع ناشناخته پراکندگی احتمالات تحت عنوان p_1, p_2, \dots, p_s می توان از MEP برای محاسبه این عامل استفاده نمود. محدوده پایایی با تعریف تابع $[f_1(x_i), f_2(x_i), \dots, f_k(x_i)]$ بیانگر محدوده یا اطلاعاتی است که داده ها را در برمی گیرد. مقادیر قابل اندازه گیری $[y_1, y_2, \dots, y_k]$ به وسیله دانش قبلی و یا از طریق داده ها ایجاد می گردند آنگاه می توان مقادیر قابل اندازه گیری شده را در قالب معادله شماره (۶) قابل آرایه است.

$$\sum f_i(x_i) p_i = y_t \quad (۶)$$

$$t : 1, 2, \dots, T$$

¹⁷. Maximum Entropy Principle (MEP)

جمع بندی محدوده های نرمال با رابطه شماره (۷) معنی می یابد که در آن:

$$\sum p_i = 1 \quad (7)$$

با استفاده از قضیه تابع لاگرانژ^{۱۸} و شرایط موجود در بالا می توان احتمال پراکندگی p_i را برآورد نمود. تعمیم MEP از (A. Golan, 1996) به دست آمده است و شکل کاربردی آن برای روشهایی بکار می رود که در آن بتوان مشکلات مسأله را به صورت عملی برطرف نمود.

روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته بر اساس مدل قابل پارامترسازی شده است که نوعی برآورد با قالب مؤثر برای MEP به حساب می آید. بررسی یک مدل خطی با مشاهدات m و مقادیر توضیحی n را می توان با رابطه شماره (۸) به صورت زیر نشان داد:

$$y_{(n,1)} = X_{(n,m)} \beta_{(m,1)} + \varepsilon_{(n,1)} \quad (8)$$

پارامترهای رگرسیونی، ضریب ها و مقدار خطا به عنوان یک ترکیب از موجودیتهای قابل پارامترسازی می باشند که به عنوان ترکیب محدودی از نتیجه دلخواه در متغیر تصادفی دیده می شوند. روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته خطا و پارامترهایی را تخمین میزند که با توزیع احتمالی مجموعه متغیرهای تصادفی مجزا امکان داشته باشد. آنگاه می توان رابطه بالا را به شکل زیر در قالب رابطه شماره (۹) بازنویسی کرد:

$$y_{(n,1)} = x_{(n,m)} z_{(m,mM)} p_{(mM,1)} v_{(n,nN)} w_{(nN,1)} \quad (9)$$

ماتریسهای z و v ماتریسهای خطا هستند که میتوان این ماتریسها را به وسیله بردارهای زیر تعریف کرد:

$$z'_k = \left[-c \quad -\frac{c}{2} \quad 0 \quad \frac{c}{2} \quad c \right] \quad \text{و} \quad v'_k = \left[-b \quad -\frac{b}{2} \quad 0 \quad \frac{b}{2} \quad b \right]$$

این بردارها را نقاط ثابت^{۱۹} می نامند و معمولاً با $M=N=5$ عنصر $(M=N=5)$ به طور کاملاً یکسان و متقارن در اطراف صفر آورده می شود. بر اساس یافته های (Al-Nasser & Golan, 2005) چنین به نظر می رسد که بهبود کامل یک روش و دقت کافی در آن با به کارگیری نقاط پنجگانه خطا امکان پذیر است. بنابراین تعداد مقادیر ثابت را برابر با ۵ در نظر می گیرند و اینکه انتخاب V برای فاصله گذاری براساس اطلاعات تجربی و مفهومی در برابر خطا مشخص شده است و اگر این اطلاعات تجربی و مفهومی موجود نباشد V ممکن است به صورت متقارن و یکسان حول صفر قرار گیرد. برای بدست آوردن فواصل V میتوان از نامساوی چیپشیف^{۲۰} و قانون سه سیگما^{۲۱} استفاده کرد.

محورهای P و W احتمالاتی هستند که با ضرائب رگرسیونی β و ε ارتباط دارند عامل k نیز در این محورها وجود دارد که این عوامل را به صورت رابطه شماره (۱۰) تعریف می کنیم:

$$p'_k = [p_{k1} \quad p_{k2} \quad p_{k3} \quad p_{k4} \quad p_{k5}] \quad (10)$$

$$w'_k = [w_{k1} \quad w_{k2} \quad w_{k3} \quad w_{k4} \quad w_{k5}]$$

که در آن $M=N=5$ ثابت شده است.

¹⁸. Lagrangian function

¹⁹. Fixed points (FPs)

²⁰. Chebychev's Inequality

²¹. Three Sigma Rule

هدف، برآورد احتمالات با بالاترین میزان یعنی همان ماکزیمم آنتروپی شانون می باشد که می توان این برآورد را به شکل زیر به صورت رابطه شماره (۱۱) می توان به تصویر کشید:

$$H_{(p,w)} = -p'_{(1,mM)} \ln p_{(mM,1)} - w'_{(1,nN)} \ln w_{(nN,1)} \quad (11)$$

و در معرض محدودیتهای پایایی، که نشان دهنده اطلاعاتی است که داده را در بر می گیرد بنابراین در رابطه شماره (۱۲) داریم:

$$y_{(n,1)} = x_{(n,m)} z_{(m,mM)} p_{(mM,1)} v_{(n,nN)} w_{(nN,1)} \quad (12)$$

در محدوده نرمال در قالب رابطه شماره (۱۳) داریم:

$$\begin{aligned} (I_{(m,m)} \otimes I'_{(1,M)}) p_{(mM,1)} &= 1_{(m,1)} \\ (I_{(n,n)} \otimes I'_{(1,N)}) w_{(nN,1)} &= 1_{(n,1)} \end{aligned} \quad (13)$$

در فرمول بالا ماتریس I ماتریس واحد و ۱ بردار یکه می باشند. این ماتریسها بیانگر محدوده نرمال هستند که تحت شرایط زیر با رابطه شماره (۱۴) تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} \sum p_{kj} &= 1 \\ \{j : 1, 2, \dots, M, k : 1, 2, \dots, N\} \\ \sum w_{hj} &= 1 \\ \{j : 1, 2, \dots, N, h : 1, 2, \dots, n\} \end{aligned} \quad (14)$$

سیستم غیر خطی را می توان با فرمول سازی برای تابع لاگرانژ و یا روش تکراری گوس نیوتن پردازش نمود که یک پایه و اساس برای حل این معادله به حساب می آیند، برآوردها در این حالت نزدیک به هم نمی باشند و برای رسیدن به مقدار نهایی و محاسبه احتمالات می توان از یک تکنیک با حداکثر بهره وری به صورت عددی استفاده نمود.

در این تحقیق سعی داریم که برای اندازه گیری میزان شدت عاملهای مدیریتی بر روی نتایج اجرایی از روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته استفاده نماییم. در این مدل سه متغیر درونی (وابسته) که عبارت است از متغیرهای: منابع انسانی، عملکرد و طرحهای استراتژیک و یک متغیر بیرونی (مستقل) به نام مدیریت وجود دارد که قصد داریم مقدار ارتباط هر یک از این متغیرها را بر دیگری و مقدار هر کدام از متغیرها را بر عامل (وابسته) عملکرد با توجه به روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته بسنجیم. این مدل شامل $m=3$ و $n=1$ می باشد. همانطور که قبلا دیدیم می توانیم مدل رگرسیونی زیر را با توجه به n مشاهده و m متغیر توضیحی به صورت رابطه شماره (۱۵) بیان نماییم:

$$y_{(1,1)} = X_{(1,3)} \beta_{(3,1)} + \varepsilon_{(1,1)} \quad (15)$$

در این روش پارامترهای رگرسیونی و خطاها را دوباره پارامترسازی می کنیم و این پارامترها را در فرمول جدیدی به شکل رابطه شماره (۱۶) بیان می کنیم:

$$y_{(1,1)} = x_{(1,3)} z_{(3,3M)} p_{(3M,1)} - v_{(1,N)} w_{(N,1)} \quad (16)$$

در این مدل بردارهای V و Z را به عنوان متغیرهای حمایتی که به نقاط ثابت شده معروف هستند بیان می شوند؛ به طور معمول این نقاط ثابت را برابر با $M=N=5$ که به طور متقارن حول نقطه صفر در فاصله معین و یکسانی از یکدیگر انتخاب می شوند.

$$z'_k = \begin{bmatrix} -c & -\frac{c}{2} & 0 & \frac{c}{2} \end{bmatrix} \quad v'_k = \begin{bmatrix} -b & -\frac{b}{2} & 0 & \frac{b}{2} \end{bmatrix}$$

غالباً این مقادیر ثابت از طریق قانون سه سیگما بدست می آیند.

محورهای W و P احتمالاتی می باشند که با ضرائب رگرسیونی β و خطای \mathcal{E} ارتباط دارند. هدف، برآورد احتمالات بر اساس ماکزیمم سازی تابع آنتروپی شانون می باشد که توسط فرمول شماره (۱۷) به تصویر کشیده می شود:

$$H_{(p,w)} = -p'_{(1,15)} \ln p_{(15,1)} - w'_{(1,10)} \ln w_{(10,1)} \quad (17)$$

حال با تجدید پارامترسازی و فرمول بندی این معادله می توان معادله شماره (۱۸) را نوشت:

$$y_{(1,1)} = x_{(1,3)} z_{(3,15)} p_{(15,1)} - v_{(1,10)} w_{(10,1)} \quad (18)$$

همچنین می توان این ماتریس را در محدوده نرمال به شکل رابطه شماره (۱۹) به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} (I_{(3,3)} \otimes I'_{(1,5)}) p_{(15,1)} &= 1_{(3,1)} \\ (I_{(1,1)} \otimes I'_{(1,5)}) w_{(5,1)} &= 1_{(1,1)} \end{aligned} \quad (19)$$

در این حالت باید شرایط زیر برقرار باشد:

$$\begin{aligned} \sum p_{kj} &= 1 \\ \{j : 1, 2, \dots, M, k : 1, 2, \dots, N\} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \sum w_{hj} &= 1 \\ \{j : 1, 2, \dots, N, h : 1, 2, \dots, n\} \end{aligned}$$

خواص ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته به عبارتی از مزیت های این روش می باشد که به صورت خلاصه در زیر آنها را بیان می کنیم:

- ۱- در روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته احتیاجی به گشتاورها یا فرضیاتی در مورد خطا نمی باشد به عبارتی می توان گفت: نسبت به روشهای برآوردی دیگر این روش در مورد خطاها بسیار قویتر عمل می کند.
- ۲- روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی هنگامی مورد استفاده قرار می گیرد که نمونه کوچک باشد و متغیرهای مشترک زیادی که به یکدیگر ربط دارند در مدل وجود داشته باشد.
- ۳- با استفاده از روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته بهتر می توان از محدوده های غیرخطی و نامساوی بهره گرفت.
- ۴- روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته یک روش نیمه پارامتریک است که بر پایه پارامترهای از نو ساخته شده و فرمولهای تجدید شده در مدل خطی قرار می گیرد.
- ۵- روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته یک اندازه برای شاخص آنتروپی فراهم می کند که به ماکزیمم کردن سطح اطلاعات در داده ها می انجامد تا یک اندازه کلی برای ایجاد رابطه درست فراهم آورد و فرضیه را در مدل خطی قرار دهد.
- ۶- این روش برآوردی در برابر موقعیت های نابرابر انعطاف خوبی دارد به همین دلیل می توان گفت: روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته در مقابل رفتارهای نامناسب یعنی داده های ضعیف موجود در این مدل نسبت به روشهای دیگر به خوبی عمل می کند.

حال چندین روش برآوردی دیگر را در مدل معادله های همزمان تعریف و خواص این روشها را کاملاً بیان می کنیم. روش حداقل مربعات می تواند برای برآورد پارامترهای مدل رگرسیون خطی بدون توجه به در نظر گرفتن شکل توزیع خطای \mathcal{E} مورد استفاده قرار می گیرد و حداقل مربعات برآوردگرهای نا اریب β_0 و β_1 را تولید می کند، در دیگر مسأله های آماری همچون فرضیه ها و ساختن فواصل اطمینان فرض می شود که خطاها دارای توزیع نرمال هستند، اگر شکل توزیع خطاها مشخص و معلوم باشد روش دیگر برآورد ماکزیمم نسبت درستنمایی بکار می رود. اگر فرض کنیم که خطای مدل رگرسیون $NID(0, \sigma^2)$ باشد در این صورت مشاهدات در نمونه متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 می باشد. تابع درستنمایی ماکزیمم از توزیع توأم مشاهدات بدست می آید و برای مدل رگرسیونی خطی ساده با خطاهایی با توزیع نرمال می توان از این روش استفاده نمود. در این تحقیق با توجه به بررسی که بر روی داده های موجود انجام داده ایم توانسته ایم مقادیر برآورد شده به روش ماکزیمم نسبت درستنمایی را برای نشان دادن روابط بین متغیرهای وابسته و مستقل نشان دهیم.

همانطور که گفتیم حداقل مربعات جزئی نمی تواند یک شاخص ارزیابی را فراهم کند، بنابراین یک معیار کلی به نام بهترین اندازه^{۲۲} را برای بررسی شاخص ارزیابی معرفی می کنند.

ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته یک اندازه برای شاخص آنتروپی نرمال فراهم می آورد که به کمی سازی سطح اطلاعات در داده ها می انجامد و یک اندازه کلی برای ایجاد رابطه درست فراهم می نماید و فرضیه آنرا در یک معادله خطی قرار می دهد که به صورت رابطه شماره (۲۱) تعریف می شود:

$$s(\tilde{p}_k) = \frac{-p'_k}{k \ln M} \quad (21)$$

شاخص نرمال اندازه کاهشی در اطلاعات نادرست است که در آن $-p' \ln p$ یک تابع آنتروپی شانون است و تنها برای احتمالات پیش بینی شده قابل بکارگیری میباشد. k به معنای تعداد پارامترهای پیش بینی شده و m تعداد FP هاست و مقدار $k \ln M$ بیانگر حداکثر اطلاعات نادرست است.

اگر $S(P)$ تقریباً برابر با صفر باشد اطلاعات نادرست (عدم قطعیت) وجود ندارد.

اگر $S(P)$ تقریباً برابر با یک باشد به این معنی است که اطلاعات کاملاً درستی وجود دارد.

اندازه آنتروپی نرمال را می توان به عنوان یک روش برای انتخاب متغیرهای صریح و واضح بکار برد.

به علاوه برای ارزیابی میزان صحت اطلاعات می توان به محاسبه لگاریتم نسبت درستنمایی به صورت رابطه شماره (۲۲) پرداخت:

$$W(ME) = 2k \ln M [1 - s(p)] \quad (22)$$

R^2 یک مقیاس سنجشی می باشد که برای ارزیابی صحت اطلاعات کاربرد دارد این مقیاس سنجشی را می توان به صورت رابطه شماره (۲۳) تعریف کرد:

$$R^2 = 1 - S(P) \quad (23)$$

زمانی که مقدار $R^2 \cong 0$ باشد یعنی اینکه اشاره به هیچ اطلاعات و ارزش داده ای نمی کند.

زمانی که مقدار $R^2 \cong 1$ باشد آنگاه نمونه کامل و اشاره به اطلاعات کاملاً درستی در مورد داده ها دارد.

²². Goodness of fit

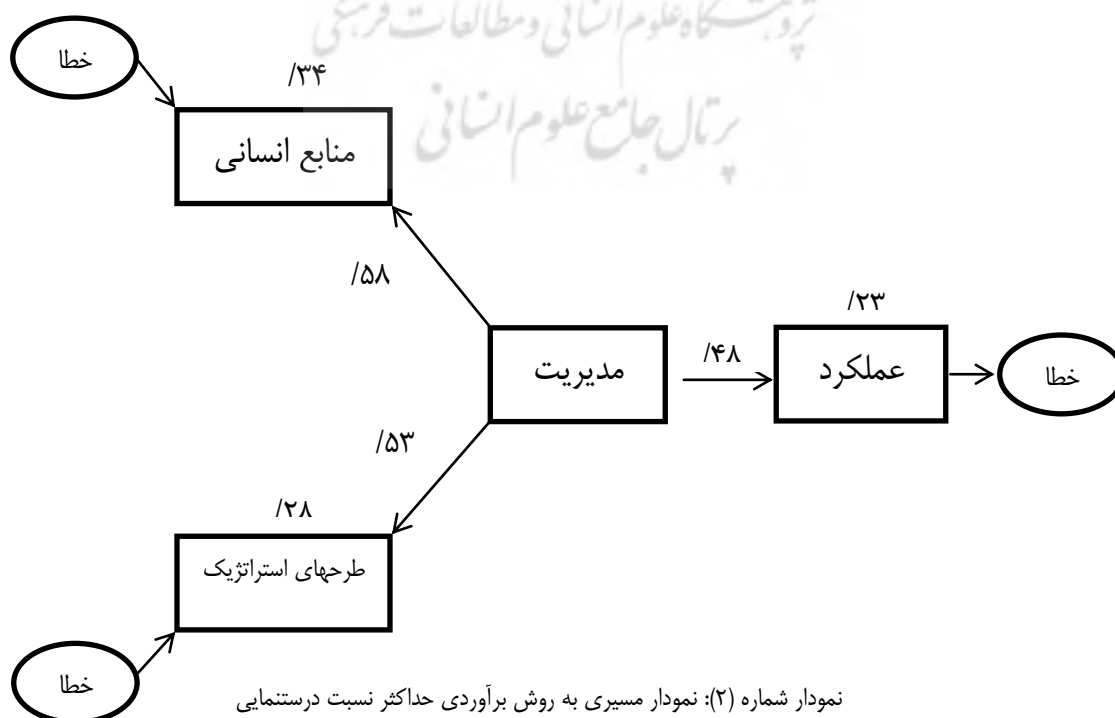
در این تحقیق با توجه به بررسی که بر روی داده ها انجام شده است مقدار $S(p)=0.481$ آنگاه مقدار $R^2=0.519$ که به سمت یک میل می کند، بنابراین با توجه به شرایط گفته شده نمونه کامل و اشاره به اطلاعات درست در مورد داده ها دارد.

۳- نتایج و بحث

این تحقیق بر روی رابطه بین مدیریت، منابع انسانی، برنامه استراتژیک و تأثیر این متغیرها بر روی نحوه عملکرد سرمایه گذاری کارخانجات تولیدی تأکید دارد. تحلیل داده ها به روش حداکثر درستی نتایج جالبی را در مورد رابطه بین عوامل نشان می دهد. موضوع مورد بحث بیانگر این است که مدیریت رابطه مستقیمی بر روی عملکرد سرمایه گذاری شرکت های ایرانی دارد همچنین نشان می دهد که منابع انسانی و طرح های استراتژیک تأثیر بسیار ناچیزی بر روی عملکرد سرمایه گذاری شرکتها دارند، بنابراین می توانیم این مسیرها را از نمودار مسیری حذف نماییم. با توجه به نمودار شماره یک می توان پی برد که عامل مدیریت بر روی منابع انسانی تأثیر مستقیمی دارد. در درجه بعد مدیریت بر روی طرحهای استراتژیک مؤثر می باشد. در برآورد مسیرها به روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته نیز نتایج مشابه نتایج بدست آمده از روش ماکزیمم نسبت درستی بدست می آیند اما به دلیل وجود شرایط ذکر شده در بالا روش ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته دقیقتر از روش ماکزیمم نسبت درستی عمل می کند. در این روش متغیر مدیریت بیشترین تأثیر را بر روی عملکرد سرمایه گذاری کارخانجات تولیدی دارد. این امر به این معنی نیست که متغیرهای دیگر بر روی عملکرد تأثیر ندارند بلکه روابط میان این دو متغیر با عملکرد به صورت مستقیم نمی باشد. ابتدا مدیریت بیشترین تأثیر را بر عملکرد دارد و در مرحله بعد متغیر مدیریت بر روی منابع انسانی و در آخر بر روی طرحهای استراتژیک تأثیر می گذارد، که می توان به وضوح در نمودار شماره ۲ این نتایج را مشاهده نمود. همچنین با توجه به جداول ۱، ۲، ۳ و ۴ که در زیر آمده است می توان نتایج مربوطه را مشاهده کرد:

		برآورد	
$f1$	<---	$f2$	۰/۲۲۲
$f3$	<---	$f2$	۰/۹۹۹
$f4$	<---	$f2$	۰/۷۷۷

جدول شماره (۵): برآورد مسیرها به روش برآوردی ماکزیمم نسبت درستی



برآورد	
$f4$	۰/۲۶۸
$f3$	۰/۳۳۶
$f1$	۰/۲۳۳

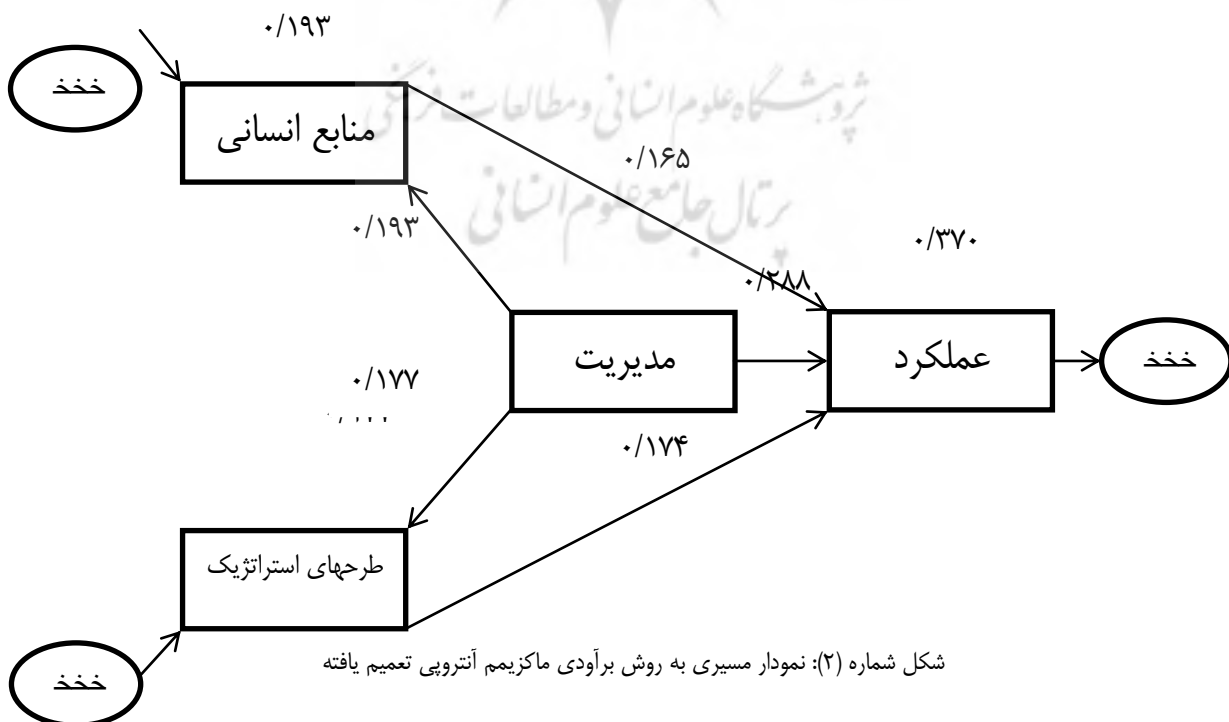
جدول شماره (۶): مربوط به برآورد متغیرهای وابسته به روش برآوردی ماکزیمم نسبت درستنمایی

برآورد			
$f1$	←	$f2$	۰/۲۸۸
$f3$	←	$f2$	۰/۱۹۳
$f4$	←	$f2$	۰/۱۷۷
$f3$	→	$f1$	۰/۱۶۵
$f4$	→	$f1$	۰/۱۷۴

جدول شماره (۷): مربوط به برآورد مسیر ها روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته

برآورد	
$f4$	۰/۱۷۷
$f3$	۰/۱۹۳
$f1$	۰/۳۷۰

جدول شماره (۸): مربوط به برآورد متغیرهای وابسته به روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته



شکل شماره (۲): نمودار مسیری به روش برآوردی ماکزیمم آنتروپی تعمیم یافته

۴- منابع

- 1- A., D., Al-Nasser. (2003). Customer satisfaction measurement models: generalized maximum entropy approach, Pak J. Stat (19), 213–226.
- 2- Al-Nasser, A., D. (2005). Entropy type estimator to simple linear measurement error models, Austrian J. Stat. 34(3).
- 3- Ciavolino, E., & Dahelgard, J., J. (2007). ECSI – Customer satisfaction modeling and analysis: A case study, Total Quality Management. Bus. Excel. 18(5), 545–554
- 4- Golan, A., George, G., & Miller., D. (2003). Maximum Entropy Econometrics, Wiley, London.
- 5- Golan, A., Judge, G., & Karp, L., S. (1996). A maximum entropy approach to estimation and inference in dynamic models or counting fish in the sea using maximum entropy, J. Econom. Dyn. Control (20), 559–582G.
- 6- Jaynes, A., E., T. (1957). Information theory and statistical mechanics, Physical Rev. (106), 620–630.
- 7- Jaynes, E., T. (1957). Information theory and statistical mechanics II, Phys. Rev. (108), 171–190.
- 8- Jöreskog, K., G. (1973). A general method of estimating a linear structural equation System, in Structural Equation Models in the Social Sciences, S.A. Goldberg and D.O. Duncan, eds., New York: Seminar Press.
- 9- Portoso, G. (2003). The indirect scaling into the customer satisfaction: an approach based on the alternative use of the exponential and the normal distribution, Del Dipartimento SEMEQ, dell Università del Piemonte Orientale, 1–14.
- 10- Pukelsheim, F. (1994). The Three Sigma Rule, Amer. Stat. (48), 88–91.
- 11- Shannon, C., E. (1948). A mathematical theory of communications, Bell Syst. Tech. J. (27), 37-94.
- 12- Soofi, E., S. (1992). Generalizable formulation of conditional logit with diagnostics, J. Amer. Stat. Assoc. (87), 812–816
- 13- Wold, H. (1965). A fixed-point theorem with econometric background I-II, Arkiv for Matematik (6), 209–240.
- 14- Wold, H. (1981). The Fixed Point Approach to Interdependent Systems, North-Holland, Amsterdam.

