

## توسعه یک کران بالا و الگوریتم حل ابتکاری برای مسأله زمانبندی

### سفارش‌ها با هدف کمیته‌سازی زمان بیکاری ماشین‌ها

هادی مختاری<sup>۱</sup>، عیسی نخعی کمال‌آبادی<sup>۲\*</sup>، و سیدحسام‌الدین ذگردی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس

۳- دانشیار مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس

#### چکیده

در این تحقیق، مسأله زمانبندی تولید سفارش‌های یک سازنده، با معیار کمیته‌سازی زمان بیکاری ماشین‌ها، مدل‌سازی شده و سپس یک رویکردی تحلیلی به منظور حل آن طراحی شد. در مسأله پیشنهادی، تولیدکننده تعدادی سفارش را در ابتدای افق برنامه‌ریزی از مشتریان دریافت می‌نماید، که هر کدام از آنها به دو مرحله عملیات مجزا برای تکمیل نیاز دارند. در راستای کاهش هزینه موجودی هنگام ساخت، محدودیت عدم انتظار بین عملیات بین دو مرحله تولیدی لحاظ شده است. پس از اثبات معادل بودن زمانبندی ناشی از کمیته‌سازی زمان کل بیکاری ماشین‌ها، با زمانبندی حاصل از معیار حداکثر زمان تکمیل کارها، مفهومی با عنوان «زوج سفارش» تعریف، و الگوریتمی به منظور تعیین زوج سفارش‌های بهینه بر مبنای مدل مسأله تخصیص متقارن ارائه شد. بر اساس زوج سفارش‌های تشکیل شده، کران بالایی بر مبنای سهم کل زوج سفارش‌های از زمان کل بیکاری ماشین‌ها استخراج شد. همچنین حالات مختلف بهبود کران بالای توسعه داده شده، در ۱۲ وضعیت بالقوه که در تعیین توالی دو زوج سفارش ممکن است، بررسی و میزان بهبود کران بالا، در هر حالت اثبات شد. در نهایت، یک الگوریتم حل ابتکاری، بر اساس نتایج حاصل از بهبودهای زوجی توسعه داده شد و همچنین، یک مثال عددی در راستای اثبات کاربرد رویکرد پیشنهادی بررسی و تحلیل شد.

واژه‌های کلیدی: زمانبندی سفارش‌ها، رویکرد حل تحلیلی، کران بالا، مسأله تخصیص متقارن

## ۱ - مقدمه

زمانبندی فرآیندی است که در آن تخصیص منابع به منظور انجام مجموعه‌ای از کارها در یک دوره زمانی انجام می‌گیرد (بیکر<sup>۱</sup>، ۱۹۷۴). در سالیان اخیر توسعه‌ی مدل‌های ریاضی که به ارائه تکنیک‌های حل و کاربردهای عملیاتی زمانبندی در صنایع مختلف منجر می‌شوند، به عنوان پل و ارتباطی بین تئوری و اجرا مطرح شده‌اند. رویکردهای تئوری مدل‌سازی و حل مسائل زمانبندی با ساختارهای پیچیده، حجم زیادی از مسائل کمی را شامل می‌شود. این رویکردهای ریاضی با یک توصیف اولیه از منابع در دسترس و کارهایی که باید انجام شوند، شروع شده و در نهایت به مدل‌سازی این شرایط در مجموعه‌ای از محدودیت‌ها و توابع هدف منجر می‌شوند. در بهترین حالت، تابع هدف مسأله زمانبندی باید کلیه هزینه‌های تصمیمات زمانبندی را در برگیرد، اما در عمل، اندازه‌گیری و مدل‌سازی چنین هزینه‌ای بسیار دشوار است. نوعاً سه دسته کلی از توابع هدف در مسائل زمانبندی قابل به کارگیری هستند: دسته اول شامل توابع هدف مبتنی بر زمان تکمیل<sup>۲</sup> هستند که در آنها زمان مورد نیاز برای تکمیل کارها ارزیابی می‌شوند، در حالی که دسته دوم توابع هدف مبتنی بر موعد تحویل<sup>۳</sup> هستند که در این دسته معیار ارزیابی یک زمانبندی، عملکرد آن زمانبندی در برآورده سازی موعد مقرر تحویل کار به مشتری است. علاوه بر نوع توابع هدف، عوامل مختلف

دیگری نیز همچون پیکربندی منابع تولیدی (ماشین‌آلات، وسائل حمل و نقل، نیروی انسانی و غیره) و ماهیت کارها (سفارش‌ها) در دسته‌بندی مسائل زمانبندی دخیل هستند. برای نمونه، یک مدل زمانبندی ممکن است شامل یک یا چندین ماشین باشد. در حالت تک ماشین، نوعاً کارها نیز تنها به یک عملیات تولیدی برای پردازش نهایی نیاز دارند، در حالی که مدل‌های با چند ماشین، شامل کارهایی با چندین مرحله عملیات هستند. همچنین، در حالت اول، ماشین‌های مشابه قابلیت چینی‌ش به صورت موازی را دارا هستند. علاوه بر این دسته‌بندی، اگر مجموعه کارهای دریافت شده توسط سازنده برای پردازش، در طول زمان تغییری نداشته باشند، مدل زمانبندی، استاتیک نامیده می‌شود و در حالی که اگر در طول زمان کارهای جدیدی نیز وارد شوند، به چنین مدلی، مدل زمانبندی پویا اطلاق می‌گردد. مدل‌های استاتیک نسبت به مدل‌های پویا، حجم بیشتری از ادبیات زمانبندی را به خود تخصیص داده‌اند. علاوه بر این، اگر همه پارامترهای مؤثر بر مدل زمانبندی از قبل مشخص و قطعی باشند، مدل‌های قطعی زمانبندی مطرح می‌شوند و در نقطه مقابل این مدل‌ها، مسائل تصادفی زمانبندی با عدم قطعیت در پارامترها دسته‌بندی می‌شوند. معمولاً دو دسته از محدودیت‌ها در مسائل زمانبندی مطرح هستند: دسته اول مربوط به محدودیت در ظرفیت منابع تولیدی شامل ماشین‌آلات هستند و دسته دوم

به عبارت دیگر، تفاوت بین زمان تکمیل همه کارها و زمان شروع آنها باید دقیقاً برابر با مجموع زمان کلیه فرآیندهای آن باشد. در ادبیات مسائل زمانبندی، عموماً مسائلی زمانبندی در حالت عدم انتظار با تابع هدف حداکثر زمان تکمیل کارها در نظر گرفته شده است و همچنین، نشان داده شده است که این مسأله حتی با دو ماشین، یک مسأله قویاً NP-Hard است. هال<sup>۵</sup> و سیریسکانداراجاه<sup>۶</sup> (۱۹۹۶) ادبیات مسائل در حالت عدم انتظار را مرور کرده و همچنین نشان دادند که مسأله فوق مخصوصاً برای ابعاد بزرگ مسأله، جزو مسائل سخت بهینه‌سازی محسوب می‌شود. ادبیات مربوط به این مسأله قابل تقسیم به دو حیطه است: (۱) پیچیدگی محاسباتی مسأله؛ (۲) رویکردهای حل مسأله. بر اساس اطلاعات نویسنده این تحقیق، فقط تعداد محدودی تحقیق، مرتبط با روش‌های حل برای این مسأله ارائه شده است. در مورد روش‌های دقیق حل، تنها یک الگوریتم شاخه و کران در ادبیات توسعه داده شده است (ماسکیس<sup>۷</sup> و پاسپارلی<sup>۸</sup>، ۲۰۰۲). علاوه بر این، چندین روش فراابتکاری مانند شبیه‌سازی تبرید (رایامارکار<sup>۹</sup> و هوگون<sup>۱۰</sup>، ۲۰۰۰)، جستجوی ممنوعه (ماسچیارولی<sup>۱۱</sup> و همکاران، ۱۹۹۶ و اسکوستر<sup>۱۲</sup>، ۲۰۰۶)، جستجوی همسایگی متغیر (اسکوستر و فرامینان<sup>۱۳</sup>، ۲۰۰۳)، الگوریتم ژنتیک (بریزولا<sup>۱۴</sup> و همکاران، ۲۰۰۱)، جستجوی محلی (ژو و همکاران، ۲۰۰۹)، ترکیب الگوریتم ژنتیک و گدازش شبیه‌سازی شده (ونگ<sup>۱۵</sup> و

محدودیت‌های توالی تکنولوژیکی انجام کارها را نمایش می‌دهند. به طور کلی، مسائل زمانبندی شامل دو نوع تصمیم: «تخصیص منابع تولیدی به کارها» و «تعیین توالی انجام کارها» هستند.

یکی از مدل‌های خاص زمانبندی، مدل‌های زمانبندی در شرایط عدم انتظار<sup>۴</sup> است که مربوط به نحوه انجام کارهاست. مسأله زمانبندی در حالت عدم انتظار یک مسأله زمانبندی را معرفی می‌نماید که در آن یک محدودیت جدید به مسأله عمومی زمانبندی اضافه شده است. این محدودیت جدید که در صنایعی همانند صنعت چاپ و نشر مشاهده می‌شود، بیان می‌نماید که هیچ کدام از کارها نمی‌توانند هیچ زمان انتظاری را تحمل کنند، مگر روی ماشین اول. یک مجموعه از  $n$  کار  $(J_1, J_2, \dots, J_n)$  و  $m$  ماشین  $(M_1, M_2, \dots, M_m)$  داده شده است، به گونه‌ای که هر کار باید مسیر خاص و از پیش تعیین شده‌ای را از میان ماشین‌ها طی نماید. علاوه بر این، یک ماتریس  $n \times m$  که بیانگر زمان فرآیندهای کارهاست، به عنوان ورودی به مسأله داده شده است. به منظور برقراری محدودیت عدم انتظار در این مسأله، به محض اینکه اولین فرآیند هر کار شروع شد، باید کلیه فرآیندهای آن بدون هیچ انتظاری بین ماشین‌ها و هیچ انقطاعی حین فرآیندها، به اتمام برسد. در واقع، مسأله زمانبندی در حالت عدم انتظار، حالت خاصی از مسأله عمومی زمانبندی است که در آن هیچ زمان انتظار و انقطاعی برای کارها مجاز نیست.

$E_{ik}$  مجموعه زوج عملیات سفارش های  $O_i$  و  $O_k$  که روی ماشین های یکسان انجام می شوند

$P_{ij}$  زمان تجمعی فرآیندهای سفارش  $O_i$  شامل فرآیند نام  $(\sum_{k=1}^j p_{ik})$

$M$  یک عدد مثبت بزرگ

متغیرهای تصمیم:

$t_{ij}$  زمان شروع  $O_{ij}$

$CT$  حداکثر زمان تکمیل سفارش های

$Z_{ikjl}$  متغیر صفر و یک که روابط پیش نیازی عملیات  $O_{ik}$  و  $O_{jl}$  را نشان می دهند.  $(O_{jl})$  پیش نیاز  $O_{ik}$  خواهد بود، اگر  $Z_{ikjl}$  برابر صفر باشد و برعکس)

مدل ریاضی مسأله با توجه به پارامترهای تعریف شده و به منظور کمینه کردن  $CT$  بصورت زیر فرمول بندی می شود:

$$\min CT \quad (1)$$

Subject to

$$t_{ij} + p_{ij} = t_{i(j+1)} \quad (2)$$

for  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n_i - 1$

$$t_{kl} - t_{ij} \geq p_{kl} - M \times (1 - Z_{ijkl}) \quad (3)$$

$$\text{for } k < i \text{ for all } (l, k) \in E_{il} \\ t_{ij} - t_{kl} \geq p_{ij} - M \times (1 - Z_{ijkl})$$

for  $k < i$  for all  $(l, k) \in E_{ik}$

$$t_{in_i} + p_{in_i} \leq CT \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$CT \geq 0 \quad t_{ij} \geq 0 \quad Z_{ijkl} = 0, 1$$

ژنگ<sup>۱۶</sup>، (۲۰۰۱)، جستجوی همسایگی (فرامینان و اسکوستر، ۲۰۰۶) و الگوریتم ژنتیک ترکیبی (پن<sup>۱۷</sup> و هوانگ<sup>۱۸</sup>، ۲۰۰۹ و مختاری<sup>۱۹</sup> و همکاران، ۲۰۱۱) برای مسأله موضوع این تحقیق ارائه شده است. همچنین، ردی<sup>۲۰</sup> و رامومورسی<sup>۲۱</sup> (۱۹۷۳) با ارائه یک رویکرد تحلیلی مبتنی بر حد پایین، الگوریتم شاخه و کرانی را برای مسأله زمانبندی تولید در حالت دو مرحله ای توسعه دادند.

## ۲- مدل سازی ریاضی

مدل ریاضی ای که از این مسأله قابل ارائه است، بسته به نوع تعریف متغیرها قابل فرمول بندی است. در این قسمت، ابتدا پارامترها را تعریف نموده و سپس مدل بندی آن را ارائه می دهیم.

### پارامترهای مسأله:

$n$  تعداد سفارش های دریافتی

$m$  تعداد ماشین ها

$O_i$  سفارش شماره  $i$ ام

$M_k$  ماشین شماره  $k$ ام

$n_i$  تعداد فرآیندهای  $J_i$  (در مسأله مورد بحث در این تحقیق داریم  $n_i = 2$ )

$O_{ij}$   $j$ -امین فرآیند سفارش  $O_i$

$p_{ij}$  زمان فرآیند  $O_{ij}$

«زوج سفارش» را تعریف می‌کنیم. و سپس بر اساس برنامه‌ریزی ریاضی زوج سفارش‌های بهینه را تعیین نموده، مقداری اولیه برای کران بالای تابع هدف تعیین می‌کنیم. سپس حالات مختلف توالی زوج سفارش‌ها را به صورت ریاضی استخراج می‌نماییم.

### ۳-۱- تعریف زوج سفارش

در این قسمت مفهومی با عنوان زوج سفارش و همچنین، نقش آن در الگوریتم پیشنهادی توصیف می‌شود.

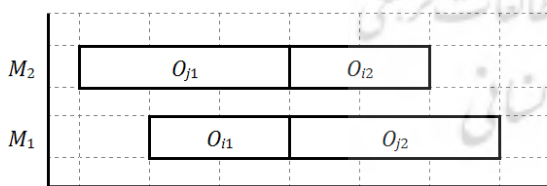
**تعریف ۱:** مجموعه  $[O_i, O_j]$  که از دو سفارش  $O_i$  و  $O_j$  تشکیل شده‌اند، یک زوج سفارش تعریف می‌شوند، اگر و تنها اگر:

(۱) توالی تکنولوژیکی انجام کار برای دو سفارش

عکس هم باشند  $(M_1 \rightarrow M_2, M_2 \rightarrow M_1)$ .

(۲)  $O_{i2}$  بلافاصله پس از  $O_{j1}$  و همچنین  $O_{j2}$  بلافاصله بعد از  $O_{i1}$  آغاز شوند.

شکل (۱) زیر نمونه‌ای از زوج سفارش تشکیل شده را نمایش می‌دهد.



شکل ۱. نمایش زوج سفارش  $[O_i, O_j]$

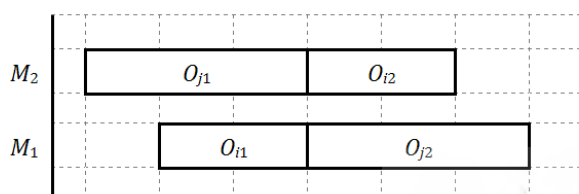
چنانچه در شکل مشاهده می‌شود، توالی انجام سفارش  $O_i$  به صورت  $M_1 \rightarrow M_2$  و سفارش  $O_j$  به صورت  $M_2 \rightarrow M_1$  بوده و همچنین  $O_{i2}$  بلافاصله پس از  $O_{j1}$  و  $O_{j2}$  بلافاصله بعد از  $O_{i1}$  آغاز می‌شوند. همان طوری که قابل استنباط است، تشکیل زوج سفارش‌ها منجر می‌شود که محدودیت عدم

به طوری که در آن تابع هدف، کمینه کردن زمان تکمیل کل کارهاست. مجموعه محدودیت‌های (۲) تضمین می‌نماید که کلیه کارها بدون هیچ زمان انتظاری از شروع تا تکمیل پیش بروند. محدودیت‌های (۳) از ایجاد تداخل<sup>۲۲</sup> بین فرآیندهای جفت کارهایی که باید روی یک ماشین صورت گیرند، جلوگیری می‌نماید. همچنین، مجموعه محدودیت‌های (۴) کارها را محدود می‌نمایند به طوری که زمان تکمیل آنها از حداکثر زمان تکمیل سفارش‌های CT تجاوز ننماید. در ادامه، نشان خواهیم داد که مسأله فوق، با مسأله زمانبندی سفارش‌های با هدف کمینه‌سازی زمان بیکاری ماشین‌ها معادل است.

### ۳-۲ استخراج ویژگی‌های ساختاری مسأله

در این قسمت تعدادی از ویژگی‌های ساختاری مسأله و همچنین، حالات مختلفی از آن را در قالب روابط ریاضی استخراج می‌نماییم. در ابتدا تعدادی از نمادهای مسأله دو ماشینه را تعریف می‌کنیم. مسأله پیشنهادی، کمینه‌سازی زمان تکمیل کل کارها در حالتی است که تولیدکننده در ابتدای افق برنامه‌ریزی، تعدادی سفارش از مشتریان دریافت می‌نماید. هر کدام از سفارش‌ها دارای یک زمان تحویل مطلوب بوده و برای تکمیل شدن به دو عملیات متفاوت نیاز دارند. به دلیل ساختار برخی از سفارش‌ها در صنعت چاپ، انتظار بین دو عمل از هر سفارش مجاز نیست. برای ساده‌سازی، زمان پردازش اولین عمل از هر سفارش  $O_i$  را با  $a_i$  و دومین عمل را با  $b_i$  نمایش می‌دهیم. در ادامه، در راستای در نظر گرفتن محدودیت عدم انتظار سفارش‌ها، مفهومی با عنوان

به عنوان نتیجه حاصل از قضیه ۱، تعیین ترکیب بهینه زوج سفارش‌ها برای کمینه‌سازی معیار  $I$ ، مسلماً معیار  $C_{max}$  را نیز بهینه خواهد نمود. در همین راستا، مفهوم «سهم زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  از زمان بیکاری ماشین‌ها» رادر ادامه تعریف می‌نماییم. همان طوری که از شکل (۲) مشخص است، زمان بیکاری ماشین‌ها متناظر با زوج سفارش نمایش داده شده، برابر خواهد بود با مجموع  $s_{ij}$  و  $l_{ij}$ .



شکل ۲: سهم زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  از زمان بیکاری ماشین‌ها

در این صورت سهم زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  از زمان بیکاری ماشین‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$D_{ij} = s_{ij} + l_{ij} = |a_i - a_j| + |b_i - b_j| \quad (۸)$$

زوج سفارش‌های بهینه، ترکیبی از سفارش‌ها خواهند بود که به کمترین مقدار  $D_{ij}$  منجر شوند. در راستای تعیین این ترکیب، الگوریتم زیر بر اساس مدل مسأله تخصیص متقارن<sup>۲۴</sup> ارائه می‌شود:

**گام نخست:** مقدار سهم هر زوج سفارش بالقوه  $[O_i, O_k]$  از زمان بیکاری ماشین‌ها  $D_{ik}$  را محاسبه کنید.

را مجموعه سفارش‌هایی که  $P_1$  گام دوم: مجموعه را  $P_2$  شروع می‌شوند و مجموعه  $M_1$  از ماشین

انتظار تضمین شود. در ادامه، رویکردی را برای تشکیل مناسبترین زوج سفارش‌ها توسعه می‌دهیم. برای اختصار زوج سفارش  $ik$  را با  $OP_k$  نمایش می‌دهیم. ایده به کارگیری زوج سفارش‌ها در تحقیقات مشابهی در ادبیات نیز مطرح شده است (لیا<sup>۳</sup>، ۲۰۰۸).

### ۲-۳- تعیین زوج سفارش‌های بهینه

بهترین ترکیب برای تشکیل زوج سفارش‌ها، ترکیبی است که در آن تابع هدف مسأله که همان زمان تکمیل کارهاست، بهینه شود.

**قضیه ۱:** اگر زمانبندی  $S$  زمان تکمیل کل کارها  $(C_{max})$  را حداقل نماید، زمان بیکاری ماشین‌آلات نیز توسط  $S$  حداقل خواهد شد.

**اثبات:** اگر زمان بیکاری متناظر با ماشین  $M_j$  را با  $I_j$  نمایش دهیم، زمان کل بیکاری ماشین‌ها برابر خواهد بود با:

$$I = \sum_{j=1}^m I_j, \quad (۵)$$

که در آن

$$I_j = C_{max} - \sum_{i=1}^n P_{ij} \quad (۶)$$

و همچنین  $P_{ij}$  زمان پردازش سفارش  $O_i$  را روی ماشین  $M_j$  نشان می‌دهد. بنابراین رابطه (۵) را می‌توان مجدداً به صورت زیر بازنویسی نمود:

بر اساس رابطه (۷)، از آنجایی که  $P_{ij}$  و  $m$  مقادیر ثابتی هستند، بنابر این اثبات می‌شود که معیار  $I$  معادل با معیار  $C_{max}$  است.

محدودیت سری (۱۱) تضمین می‌نماید که هر سفارش عضو  $P_1$  نیز تنها با یک سفارش از مجموعه  $P_2$  زوج شود.

**۳-۳- کران بالا برای زمان بیکاری ماشین‌ها**  
همان طوری که در بخش قبل مطرح شد، مدل (۹-۱) مربوط به یک مسأله تخصیص متقارن است که در آن باید در راستای تشکیل بهینه زوج سفارش‌ها، هر عضو از مجموعه  $P_1$  تنها به یک عضو از مجموعه  $P_2$  تخصیص یابد و بالعکس. زمانی که دو سفارش یک زوج سفارش را تشکیل می‌دهند، سهم زوج سفارش تشکیل شده از زمان بیکاری ماشین‌ها را می‌توان زمان بیکاری بالقوه ماشین‌ها لحاظ نمود. لذا مقدار بهینه تابع هدف مدل تخصیص (۹-۱)، کران بالایی برای تابع هدف مسأله، زمان بیکاری ماشین‌ها، محسوب می‌شود.

(۱۲)

$$UpperBound(UB) = Z^* = \sum_{i \in P_1} \sum_{j \in P_2} D_{ij} X_{ij}^*$$

مسئله زمان بیکاری ماشین‌ها از UB محاسبه شده بیشتر نخواهد شد، ولیکن این حد، حاصل از جمع کران بالای متناظر با زوج سفارش‌هاست، زمانی که هر کدام از زوج سفارش‌ها به طور مستقل و به صورت زمانبندی جزئی<sup>۲۵</sup> لحاظ شده‌اند. بدیهی است قرارگرفتن این زوج سفارش‌ها به ترتیبی در کنار هم، به پوشش زمان بیکاری یک زوج سفارش توسط زوج سفارش دیگر منجر شود. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که UB محاسبه شده نیز در شرایطی قابل بهبود است. شکل (۳) نمونه‌ای از بهبود حاصل

آغاز  $M_2$  مجموعه سفارش‌هایی که از ماشین می‌شوند، قرار دهید. بدیهی است که:  
 $|P_1| + |P_2| = n$ .

گام سوم: اگر  $|P_1| \neq |P_2|$ ، به تعداد  $||P_1| - |P_2||$  سفارش مجازی  $O'_d$  با  $a_d = b_d = 0$  تولید نموده و به مجموعه با کمترین عضو اضافه نمایید. پس از افزودن سفارش‌های مجاری، تعداد اعضای دو مجموعه  $P_1$  و  $P_2$  برابر خواهد شد.

**گام چهارم:** برای تعیین بهترین زوج سفارش‌هایی که دارای کمترین سهم از زمان بیکاری ماشین‌ها هستند، مسأله تعیین زوج سفارشات را به صورت یک مسأله تخصیص فرمول‌بندی می‌کنیم.

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i \in P_1} \sum_{j \in P_2} D_{ij} X_{ij} \quad (9)$$

Subject to

$$\sum_{i \in P_1} X_{ij} = 1 \quad \text{for all } j \in P_2 \quad (10)$$

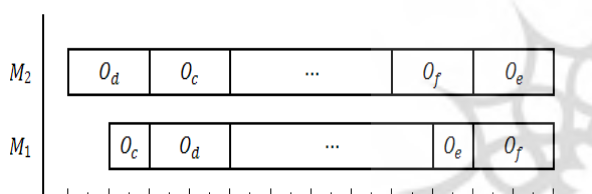
$$\sum_{j \in P_2} X_{ij} = 1 \quad \text{for all } i \in P_1 \quad (11)$$

$$X_{ij} = 0, 1 \quad \text{for } i \in P_1, j \in P_2$$

تابع هدف (۹) مقدار کل سهم زوج سفارش‌های تشکیل شده را از زمان بیکاری ماشین‌ها تعیین می‌کند و در آن متغیر تصمیم صفر و یک است و تعیین می‌نماید که آیا زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  تشکیل شود یا خیر. محدودیت سری (۱۰) الزام می‌نماید که هر سفارش عضو مجموعه  $P_2$  تنها با یک سفارش از مجموعه  $P_1$  زوج شود. همچنین،

سفرش‌ها در کنار هم رخ می‌دهد، اثبات مقدار کاهش در زمان بیکاری ماشین‌ها در هر حالت و میزان بهبود در UB می‌پردازیم. در این راستا مجموعه  $t$  زوج سفارش‌های برنامه‌ریزی شده را در لحظه‌ای که قرار است زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  برنامه‌ریزی شود،  $A_t$  می‌نامیم. فرض می‌کنیم نخستین زوج سفارش برنامه‌ریزی شده در مجموعه  $A_t$  زوج سفارش  $[O_c, O_d]$  و آخرین زوج سفارش  $[O_e, O_f]$  باشند. شکل (۴) مجموعه سفارش‌های برنامه‌ریزی شده  $A_t$  را نمایش می‌دهد.

$$A_t = \{[O_c, O_d], \dots, [O_e, O_f]\}$$



شکل ۴. مجموعه زوج سفارش‌های برنامه‌ریزی شده  $A_t$  در لحظه ورود زوج سفارش کاندید  $[O_i, O_j]$

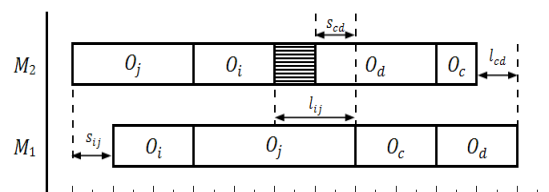
دو حالت برای زوج سفارش کاندید ورود  $[O_i, O_j]$  امکان‌پذیر است:

(۱) زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  به ابتدای مجموعه زوج سفارش‌های برنامه‌ریزی شده  $A_t$  اضافه شود.

(۲) زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  به انتهای مجموعه زوج سفارش‌های برنامه‌ریزی شده  $A_t$  اضافه شود.

ابتدا به بررسی حالت اول می‌پردازیم. در این حالت بر اساس ویژگی‌های زوج سفارش کاندید ورود  $[O_i, O_j]$  و زوج سفارش  $[O_c, O_d]$ ، شش وضعیت

از قرار گرفتن دو زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  و  $[O_c, O_d]$  در کنار هم را نشان می‌دهد.



شکل ۳. زمانبندی ناشی از توالی دو زوج سفارش  $[O_c, O_d]$  و  $[O_i, O_j]$

در حالت استقلال زوج سفارش‌ها، مقدار بیکاری متناظر با ماشین‌ها که برابر با مجموع زمان بیکاری زوج سفارش‌های  $[O_i, O_j]$  و  $[O_c, O_d]$  است، به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$I_1 + I_2 = s_{ij} + l_{ij} + s_{cd} + l_{cd}$$

اما همان طوری که بیان شد و در شکل نیز مشخص است، با توالی دو زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  و  $[O_c, O_d]$ ، زمان بیکاری ماشین‌ها به عدد  $s_{ij} + l_{cd}$  به اضافه نوار هاشور زده شده، کاهش پیدا کرد. به طوری که:

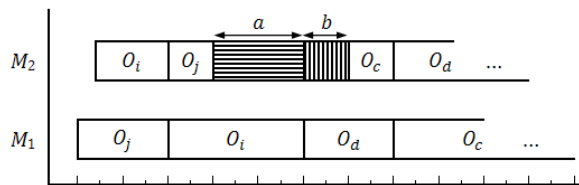
$$I'_1 + I'_2 = s_{ij} + l_{cd} + l_{ij} - s_{cd}$$

که در آن  $I'_1$  و  $I'_2$  به ترتیب زمان بیکاری متناظر با ماشین  $M_1$  و  $M_2$  است. بر این اساس، در ادامه به بررسی حالات مختلفی که در توالی زوج سفارش‌ها رخ می‌دهد و همچنین، اثبات مقدار کاهش در کران بالا در هر یک از این حالات می‌پردازیم.

پس از تعیین زوج سفارش‌های بهینه در بخش قبل (مدل تخصیص)، در این قسمت به بررسی حالات مختلفی که در تعیین ترتیب قرار گرفتن زوج



شکل (۶)، نمایی از این وضعیت را نمایش می‌دهد.



شکل ۶. ورود زوج سفارش کاندید  $[O_i, O_j]$  به ابتدای مجموعه  $A_T$  در وضعیت (۲) از حالت اول

که در آن داریم:

$a$ : سهم زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  از زمان بیکاری

ماشین‌ها قبل از ورود

$b$ : زمان بیکاری مجموعه  $A_T$  متناظر با زوج

سفارش  $[O_c, O_d]$  قبل از ورود  $[O_i, O_j]$

همان طوری که در شکل مشخص است، در این وضعیت نیز بیکاری ماشین‌ها کاهش نیافته، لذا میزان بهبود در  $UB$  برابر با صفر است.

$(\text{بهبود در زمان بیکاری کاندید } [O_i, O_j] \text{ بعد از ورود}) +$

$$(A_T \text{ بهبود در زمان بیکاری}) = 0 + 0 = 0$$

• وضعیت (۳) از حالت اول:

$$(b_j - b_i) < 0 \quad \& \quad (a_c - a_d) > 0$$

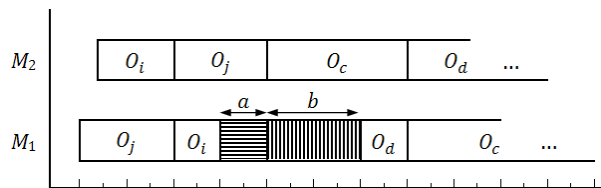
$$\& \quad |b_j - b_i| > |a_c - a_d|$$

مختلف امکان‌پذیر است که هر یک از این وضعیت‌ها در ادامه بررسی می‌شوند.

• وضعیت (۱) از حالت اول:

$$(b_j - b_i) \geq 0 \quad \& \quad (a_c - a_d) \geq 0$$

شکل (۵)، نمایی از این وضعیت را نمایش می‌دهد.



شکل ۵: ورود زوج سفارش کاندید  $[O_i, O_j]$  به ابتدای مجموعه  $A_T$  در وضعیت (۱) از حالت اول

که در آن، داریم:

$a$ : سهم زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  از زمان بیکاری ماشین‌ها

قبل از ورود

$b$ : زمان بیکاری مجموعه  $A_T$  متناظر با زوج سفارش

$[O_c, O_d]$

همان طوری که در شکل مشخص است، از آنجایی

که در این وضعیت بیکاری ماشین‌ها کاهش نیافته،

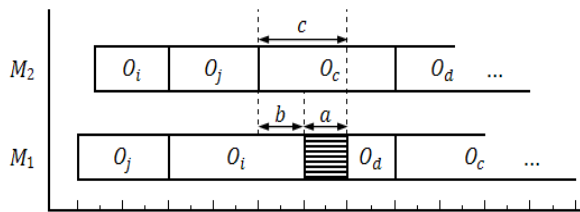
لذا میزان بهبود در  $UB$  برابر با صفر است.

$(\text{بهبود در زمان بیکاری کاندید } [O_i, O_j] \text{ بعد از ورود}) +$

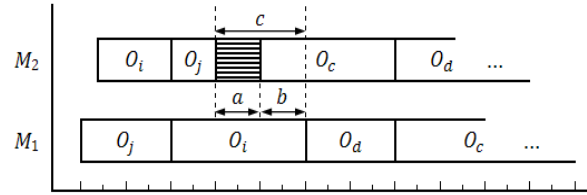
$$(A_T \text{ بهبود در زمان بیکاری}) = 0 + 0 = 0$$

• وضعیت (۲) از حالت اول:

$$(b_j - b_i) \leq 0 \quad \& \quad (a_c - a_d) \leq 0$$



شکل ۸. ورود زوج سفارش کاندید  $[O_i, O_j]$  به ابتدای مجموعه  $A_t$  در وضعیت (۴) از حالت اول



شکل ۷. ورود زوج سفارش کاندید  $[O_i, O_j]$  به ابتدای مجموعه  $A_t$  در وضعیت (۳) از حالت اول

که در آن داریم:

$a$ : زمان بیکاری مجموعه  $A_{t+1}$  (مجموعه حاصل

$b$ : زمان بیکاری مجموعه  $A_t$  متناظر با زوج

$b$ : زمان بیکاری زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  قبل از ورود

$c$ : زمان بیکاری زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  قبل از ورود

$c$ : زمان بیکاری مجموعه  $A_t$  متناظر با زوج

میزان بهبود در کران بالای بیکاری ماشین‌ها ناشی از ورود زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  به صورت زیر خواهد بود:

میزان بهبود در کران بالای بیکاری ماشین‌ها ناشی از ورود زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}
 & \left( \text{بهبود در زمان بیکاری کاندید } [O_i, O_j] \text{ بعد از ورود} \right) + \left( \text{بهبود در زمان بیکاری کاندید } [O_i, O_j] \text{ بعد از ورود} \right) \\
 & \left( \text{بهبود در زمان بیکاری } A_t \right) = |b_j - b_i| + |b_j - b_i| = \left( \text{بهبود در زمان بیکاری } A_t \right) = |a_c - a_d| + |a_c - a_d| \\
 & 2|b_j - b_i| = -2(b_i - b_j) \qquad \qquad \qquad = 2|a_c - a_d| = 2(a_c - a_d)
 \end{aligned}$$

• وضعیت (۵) از حالت اول:

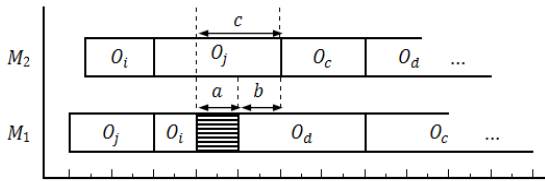
• وضعیت (۴) از حالت اول:

$$\begin{aligned}
 & (b_j - b_i) > 0 \quad \& \quad (a_c - a_d) < 0 \\
 & \& \quad |b_j - b_i| < |a_c - a_d|
 \end{aligned}$$

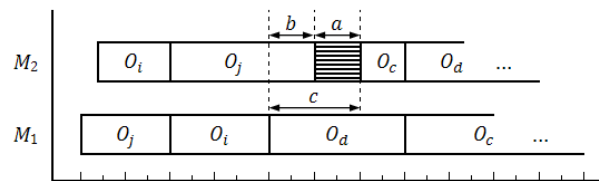
$$\begin{aligned}
 & (b_j - b_i) < 0 \quad \& \quad (a_c - a_d) > 0 \\
 & \& \quad |b_j - b_i| < |a_c - a_d|
 \end{aligned}$$

شکل (۹)، نمایی از این وضعیت را نمایش می‌دهد.

شکل (۸)، نمایی از این وضعیت را نمایش می‌دهد.



شکل ۱۰. ورود زوج سفارش کاندید  $[O_i, O_j]$  به ابتدای مجموعه  $A_t$  در وضعیت (۶) از حالت اول



شکل ۹. ورود زوج سفارش کاندید  $[O_i, O_j]$  به ابتدای مجموعه  $A_t$  در وضعیت (۵) از حالت اول

که در آن داریم:

بیکاری مجموعه  $A_{t+1}$  (مجموعه حاصل  $a$ )

$a$ : از ورود زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  به مجموعه  $A_t$

$b$ : زمان بیکاری زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  قبل از ورود

زمان بیکاری مجموعه  $A_t$  متناظر با زوج سفارش

$c$ :

$[O_c, O_d]$  قبل از ورود  $[O_i, O_j]$

$a$ : بیکاری مجموعه  $A_{t+1}$  (مجموعه حاصل

از ورود زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  به مجموعه  $A_t$ )

$b$ : زمان بیکاری مجموعه  $A_t$  متناظر با زوج

سفارش  $[O_c, O_d]$  قبل از ورود  $[O_i, O_j]$

$c$ : زمان بیکاری زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  قبل از ورود

میزان بهبود در کران بالای بیکاری ماشین‌ها ناشی از ورود زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  به صورت زیر خواهد بود:

میزان بهبود در کران بالای بیکاری ماشین‌ها ناشی از ورود زوج سفارش  $[O_i, O_j]$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} & \left( \text{بهبود در زمان بیکاری کاندید } [O_i, O_j] \text{ بعد از ورود} \right) + \left( \text{بهبود در زمان بیکاری کاندید } [O_i, O_j] \text{ بعد از ورود} \right) \\ & \left( \text{بهبود در زمان بیکاری } A_t \right) = |a_c - a_d| + |a_c - a_d| = \left( \text{بهبود در زمان بیکاری } A_t \right) = |b_j - b_i| + |b_j - b_i| = \\ & 2|a_c - a_d| = -2(a_c - a_d) \qquad 2|b_j - b_i| = 2(b_j - b_i) \end{aligned}$$

به طریقی مشابه، می‌توان به بررسی وضعیت‌های مختلفی که در حالت دوم رخ می‌دهد، پرداخت. در این حالت نیز بر اساس ویژگی‌های زوج سفارش کاندید ورود  $[O_i, O_j]$  و زوج سفارش انتهایی مجموعه  $A$ ؛ یعنی  $[O_e, O_f]$ ، شش وضعیت مختلف امکان‌پذیر است که به طریقی مشابه قابل اثبات است.

• وضعیت (۶) از حالت اول:

$$(b_j - b_i) > 0 \quad \& \quad (a_c - a_d) < 0$$

$$\& \quad |b_j - b_i| > |a_c - a_d|$$

شکل (۱۰)، نمایی از این وضعیت را نمایش می‌دهد.

#### ۴- الگوریتم ابتکاری برای بهبود کران بالا

با توجه به نتایج حاصل از تعیین توالی زوج سفارش‌ها در بخش قبل، در این قسمت الگوریتمی ابتکاری برای بهبود کران بالای استخراج شده و براساس ویژگی‌های اثبات شده در بخش قبل ارائه می‌شود. در فاز آغازین این الگوریتم، مجموعه زوج سفارش‌های برنامه‌ریزی شده تنها شامل یک زوج سفارش ( $A_{t=1}$ ) است. در راستای رسیدن به کمترین مقدار از حداکثر زمان تکمیل کارها، زوج سفارشی برای ورود انتخاب می‌شود که به بیشترین مقدار بهبود در کران بالای زمان بیکاری ماشین‌ها

منجر شود. در هر تکرار الگوریتم، بر اساس (۱۲) وضعیت اثبات شده در بخش قبل، زوج سفارشی که دارای چنین ویژگی‌ای بوده، انتخاب شده و برنامه‌ریزی می‌شود. از آنجایی که خروجی الگوریتم پیشنهادی به نخستین زوج سفارش انتخاب شده حساس است، لذا سه سیاست مختلف در فاز شروع برای انتخاب اولین زوج سفارش پیشنهاد می‌شود. این رویه تا زمانی که تمامی زوج سفارش‌ها برنامه‌ریزی شوند، ادامه می‌یابد. در ادامه، مراحل الگوریتم ابتکاری پیشنهادی ارائه می‌شود.

عضو  $s$ -ام از  $A'_t$  در ابتدای  $A_t$  محاسبه و آن را  $F_f(s)$  نامگذاری کنید.

(۲-۲-۵) مقدار بهبود در  $UB$  را بر اساس (۶) وضعیت اثبات شده در بخش (۳-۴) و برای برنامه‌ریزی عضو  $s$ -ام از  $A'_t$  در انتهای  $A_t$  محاسبه و آن را  $F_b(s)$  نامگذاری کنید.

(۳-۵) قرار دهید

$$s_f^* = \{s \mid F_f(s) = \min F_f(s) \quad \forall s = 1, 2, \dots, |A'_t|\}$$

(۴-۵) قرار دهید

$$s_b^* = \{s \mid F_b(s) = \min F_b(s) \quad \forall s = 1, 2, \dots, |A'_t|\}$$

(۵-۵) حداکثر بهبود در کران بالا را از طریق  $F^* = \max\{F_f(s_f^*), F_b(s_b^*)\}$  محاسبه کنید.

(۶-۵) زوج سفارش متناظر با حداکثر بهبود در کران بالا  $s^*$  و همچنین موقعیت بهینه برنامه‌ریزی آن را (ابتدای  $A_t$  یا انتهای آن) تعیین نمایید.

(۱) زوج سفارش‌های تشکیل شده بر اساس مدل مسأله تخصیص متقارن (۹-۱۱) را به عنوان ورودی دریافت کنید.

(۲) قرار دهید  
(تعداد زوج سفارش‌ها  $h$ )،  $A = \phi$  و  $A' = \{OP_l, l = 1, 2, \dots, h\}$

(۳) زوج سفارش اول را انتخاب و مجموعه  $A_1$  را تشکیل دهید.

(۴) مجموعه زوج سفارش‌های برنامه‌ریزی نشده  $A'_1$  را بروز کنید و قرار دهید  $t = 1$ .

(۵) تا زمانی که  $t \leq h$  مراحل زیر را تکرار کنید:

(۱-۵) قرار دهید  $s = 1$ .

(۲-۵) تا زمانی که  $s \leq |A'_t|$  مراحل زیر را تکرار کنید:

(۱-۲-۵) مقدار بهبود در  $UB$  را بر اساس (۶) وضعیت اثبات شده در بخش (۳-۴) و برای برنامه‌ریزی

$$(۸-۵) \quad \text{قرار دهید } t = t + 1.$$

(۶) مقدار کران بالای بهبود یافته متناظر با مجموعه  $A_h$  را محاسبه نموده و  $UB^{new}$  بنامید.

(۷-۵) زوج سفارش  $s^*$  را برنامه‌ریزی نموده، مجموعه‌های  $A_{t+1}$  و  $A'_{t+1}$  را از روز رسانی دو مجموعه  $A_t$  و  $A'_t$  تشکیل دهید.

## ۵- ارزیابی عملکرد

اطلاعات است که شامل سه زیر فرآیند اصلی؛ یعنی پیش از چاپ<sup>۲۶</sup>، چاپ<sup>۲۷</sup> و پس از چاپ<sup>۲۸</sup> است. عامل اتصال پیش از چاپ و چاپ پلیت بوده و چاپ و پس از چاپ نیز با فرم‌های چاپی به یکدیگر مربوط می‌شوند.

پیش از چاپ، به آن دسته از فرآیندهایی از تولید محصول چاپی اطلاق می‌گردد که برای تبدیل یک تصویر و یا طرح اعم از فایل الکترونیکی و یا غیر الکترونیکی به یک پلیت و یا فیلم فیزیکی، انجام می‌گیرند. منظور از پلیت فیزیکی یک نمونه ساخته شده از تصویر بر روی یک جسم صلب فیزیکی به عنوان مهر است که بعداً در فرآیند چاپ به عنوان قالب برای تکثیر محصول چاپی استفاده می‌شود. مراحل را که در یک چاپخانه به صورت پیش از چاپ انجام می‌گیرد، به صورت زیر می‌توان دسته‌بندی نمود.

- زیرفرآیند نشر رومیزی
- زیرفرآیند کنترل کیفیت و تست نمونه
- زیرفرآیند تهیه فیلم یا پلیت

همچنین، چاپ عبارت است از باز آفرینی عینی مجموعه‌ای از اطلاعات (شامل متن، تصویر و یا گرافیک) بر روی یک محمل تصویر، مانند کاغذ و در نسخه‌های متعدد. همان طوری که قبلاً مطرح شد، عنوان چاپ به فرآیند پس از تهیه پلیت و یا فیلم

یکی از صنایعی که مقوله برنامه‌ریزی و زمانبندی تولید و تحویل بموقع سفارش‌ها به مشتریان در آن اهمیت خاصی پیدا کرده است، صنعت چاپ و نشر است. به طور کلی، چاپ عبارت است از انتقال یک متن یا تصویر اولیه به روی کاغذ و یا هر جسم فیزیکی دیگر برای تولید انبوه و یا سفارشی. یکی از صنایعی که امروزه درصد بالایی از حجم تولیدات را به خود اختصاص داده است، صنعت چاپ است. تنوع تولید محصولات چاپی به اندازه‌ای است که این صنعت به عنوان یک صنعت جانبی، در کنار اکثر صنایع دیگر مشاهده می‌شود.

همانند بسیاری از صنایع دیگر، صنعت چاپ نیز تحت تأثیر تغییرات شدید تکنولوژیک قرار دارد. رایانه و تکنولوژی‌های جدید، فرآیندهایی را که محصول چاپی از طریق آنها تولید می‌شود، دگرگون کرده‌اند. بسیاری از فرآیندهای چاپی که قبلاً به صورت دستی انجام می‌شدند، امروزه به سمت غیردستی شدن پیش رفته‌اند و تأثیر تکنولوژی بر تمامی مراحل چاپ مشاهده می‌شود. در این میان، با افزایش پیچیدگی‌های صنعت چاپ و افزایش رقابت در بازار، زمانبندی و برنامه‌ریزی در زنجیره تأمین صنعت چاپ اهمیت خاصی پیدا کرده است. بطور کلی، فرآیند تولید چاپ، جریانی از مواد اولیه و

اطلاق می‌شود. در مرحله چاپ، پلیت یا فیلم تهیه شده باید روی دستگاه چاپ نصب شده و به تعداد مورد نیاز از آن روی کاغذ چاپ می‌شود. این فرآیند بسته به نوع محصول چاپی، با استفاده از یک و یا چندین دستگاه چاپ انجام می‌گیرد که هر کدام می‌توانند از تکنولوژی‌های تولید گوناگونی استفاده نمایند که بنا بر هدف این تحقیق فرصت بحث آنها نیست. خروجی این مرحله، فرم‌های چاپی هستند که نیاز به عملیات خاصی دارند که در بخش پس از چاپ توضیح داده می‌شوند. پس از چاپ فرآیند آخر در صنعت چاپ محسوب می‌شود که ورودی آن، فرم‌های چاپ شده به صورت ورقه یا رول، متناسب با کاربرد نهایی‌شان هستند. عملیات پس از چاپ به دو گروه عمده تکمیلی<sup>۲۹</sup> و تبدیلی<sup>۳۰</sup> تقسیم می‌شوند که هر کدام از محصولات چاپی بنابر نوعشان، به تعدادی از این مراحل نیاز دارند.

در این قسمت، در راستای بررسی کاربرد و اعتبارسنجی رویکرد پیشنهادی برای زمانبندی سفارش‌ها، تعدادی از سفارش‌های رسیده به یک واحد تجاری که به تولید محصولات چاپی اشتغال دارد بررسی شده‌اند. همان طوری که قبلاً مطرح شد، مراحل تولید محصولات چاپی به سه دسته پیش از چاپ، چاپ و پس از چاپ دسته‌بندی می‌شود.

معمولاً فرآیندهای تکمیلی و تبدیلی که شامل عملیات پوشش‌کاری، طلاکاری، برجسته‌سازی، صحافی، برش، پانچ کردن، بریدن، سوراخ کردن، تا زدن و غیره هستند، در آماده‌سازی پیش از چاپ و عملیات نهایی پس از چاپ به کار می‌روند. لذا به طور کلی می‌توان فرض نمود که فرآیند زمانبندی سفارش‌ها در چاپخانه‌ها به دو مرحله تکمیلی/آماده‌سازی و چاپ نیاز دارد. جدول (۱) فهرستی از سفارش‌های رسیده به یک واحد چاپی و همچنین زمان‌های برآورد شده برای پردازش آنها را نمایش می‌دهد.

بر اساس توالی پردازش عملیات سفارش‌ها، دو مجموعه  $P_1$  و  $P_2$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$P_1 = \{O_1, O_3, O_6, O_9\}$$

$$P_2 = \{O_2, O_4, O_5, O_7, O_8, O_{10}\}$$

از آنجایی که تعداد اعضای دو مجموعه برابر نیستند، لذا به تعداد اختلاف بین تعداد اعضای آنها، زوج سفارش مجازی با  $a_d = b_d = 0$  تولید می‌کنیم. تعداد زوج سفارش‌های مجازی برابر با  $|P_2| - |P_1| = 2$  خواهد بود. مقدار سهم زوج سفارش‌ها بالقوه از زمان بیکاری ماشین‌ها با استفاده از  $D_{ij} = |a_k - a_l| + |b_k - b_l|$  محاسبه شده و نتایج آن در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول ۱: مشخصات سفارش‌های دریافتی توسط واحد تولید محصولات چاپی

ردیف	عنوان سفارش	زمان‌های پردازش (ساعت)		مرحله دوم
		آماده‌سازی/تکمیلی	چاپ	
۱	جلد مجله مظهر آئینه...	۵	۱۰	$M_2$
۲	جلد کتاب قمقمه‌های...	۱۵	۵	$M_1$
۳	جلد کتاب فانوس	۲۰	۵	$M_2$
۴	کاتالوگ کویر جیبی	۵	۱۵	$M_1$
۵	کاتالوگ کویر رحلی	۱۵	۱۵	$M_1$
۶	کاور کاتالوگ کویر	۵	۲۰	$M_2$
۷	کاتالوگ پتروشیمی	۱۵	۱۰	$M_1$
۸	تجدید چاپ کاتالوگ	۵	۵	$M_2$
۹	پیک برتر	۱۰	۲۰	$M_2$
۱۰	آگهی سررسید پوراطب	۵	۲۰	$M_1$

جدول ۲: سهم زوج سفارش‌های بالقوه  $[O_i, O_j]$  در زمان بیکاری ماشین‌ها

سفارش	$O_2$	$O_4$	$O_5$	$O_7$	$O_8$	$O_{10}$
$O_1$	۱۵	۵	۱۵	۱۰	۵	۱۰
$O_3$	۵	۲۵	۱۵	۱۰	۱۵	۳۰
$O_6$	۲۵	۵	۱۵	۲۰	۱۵	۰
$O_9$	۲۰	۲۰	۱۰	۱۵	۲۰	۵
$O'_{11}$	۲۰	۲۰	۳۰	۲۵	۱۰	۲۵
$O'_{12}$	۲۰	۲۰	۳۰	۲۵	۱۰	۲۵

زوج سفارش‌ها  $(O_9, O_5), (O_1, O_4), (O_3, O_7), (O_6, O_{10}), (D_{12}, O_2)$  و  $(D_{11}, O_8)$ ، به عنوان زوج سفارش‌های بهینه تشکیل شدند.

بر اساس اطلاعات جدول (۲)، مدل مسأله تخصیص متقارن (۹-۱۱) برای تعیین زوج سفارش‌های بهینه را تشکیل داده و با حل بهینه مدل با استفاده از بسته بهینه‌سازی نرم‌افزار MATLAB،

$$\text{Upper Bound (UB): } Z^* = \sum_{i \in P_1} \sum_{j \in P_2} D_{ij} X_{ij}^* = 55$$

این عدد به عنوان مقدار اولیه‌ای برای کران بالای مسأله بوده که در فاز تعیین توالی زوج سفارش‌ها با استفاده از حل ابتکاری پیشنهادی بخش قبلی قابل بهبود است. ترتیب نهایی به دست آمده از زوج سفارش‌ها به صورت

$$\{(O_1, O_4), (O_9, O_5), (O_3, O_7), (O_6, O_{10}), (D_{12}, O_2), (D_{11}, O_8)\}$$

است که مقدار بیکاری

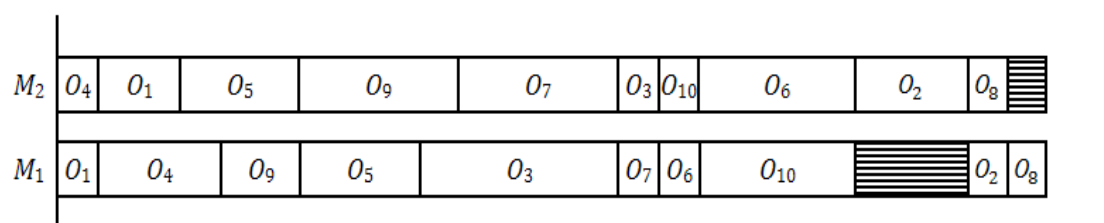
ماشین‌ها در آن به عدد ۴ کاهش یافته است. بر اساس قضیه (۱) متناظر با این مقدار از زمان بیکاری ماشین‌ها، حداکثر زمان تکمیل کارها نیز به حداقل خود کاهش یافته که برابر با ۱۲۵ ساعت است. شکل (۱۱) توالی نهایی به دست آمده برای زوج سفارش‌ها را نمایش می‌دهد.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق مدلی برای زمانبندی بهینه سفارش‌های تولید و با هدف کمینه‌سازی حداکثر زمان تکمیل سفارش‌ها، ارائه شد. در راستای حل بهینه مدل ارائه شده، رویکردی تحلیلی مبتنی بر ویژگی‌های ریاضی و ساختاری مسأله پیشنهاد شد. در این رویکرد، مفهوم زوج سفارش‌های بهینه، برای کمینه‌سازی زمان بیکاری کل ماشین‌آلات و در نتیجه کمینه‌سازی حداکثر زمان تکمیل سفارش‌های، توسعه داده شد. همچنین مدلی ریاضی منطبق بر مسأله تخصیص متقارن، برای تعیین زوج سفارش‌های بهینه استخراج و بر اساس ویژگی‌های استخراج شده از ساختار زوج سفارش‌های، یک کران بالا برای تابع هدف و الگوریتمی ابتکاری برای بهبود این کران ارائه گردید. بررسی و تحلیل ریاضی وضعیت‌های مختلف که در

تعیین توالی زوج سفارش‌های ممکن است، و اثبات میزان بهبود در کران بالا در هر حالت منجر شد که الگوریتم ابتکاری پیشنهادی به بهترین ترکیب از توالی زوج سفارش‌ها منجر شود. همان طوری که اشاره شد، مسأله ارائه شده به کلاس مسائل NP-hard تعلق داشته که طراحی رویکرد حل (بهینه) که در زمان چندجمله‌ای قادر به حل آن باشد، بعید است. لذا رویکردهای حلی که تا کنون در ادبیات برای مسائلی از این خانواده ارائه شده مبتنی بر روش‌های هوشمند و محاسباتی همانند رویکردهای فرا ابتکاری است که اساساً به ویژگی‌ها و ساختار ریاضی خاص مسأله ورود پیدا نمی‌کنند. لذا ویژگی اصلی رویکرد حل پیشنهادی ما در این تحقیق، ارائه یک الگوریتم ابتکاری بر اساس ویژگی‌های ریاضی خاص مسأله است که در ۱۲ حالت برای بهبود کران بالا (جواب موجه اولیه) توسعه داده شد. همچنین، کاربرد مدل و رویکرد حل پیشنهادی در صنعت چاپ محصولات تجاری مورد تحقیق قرار گرفت. امروزه صنعت چاپ به عنوان یکی از صنایعی که برنامه‌ریزی و زمانبندی تولید در آن اهمیت خاصی پیدا کرده، مطرح است. در این مطالعه زمانبندی تعدادی سفارش چاپی که در یک دوره برنامه‌ریزی یک ماهه توسط یکی از چاپخانه‌های تجاری دریافت شده بود، مورد توجه قرار گرفت. فرآیند چاپی شامل یک مرحله، آماده‌سازی، یک مرحله چاپ طرح بر روی بستر چاپ و یک مرحله عملیات تکمیلی و تبدیلی بوده است که برای هر سفارش دو مرحله از این مراحل بسته به ماهیت آن مورد تیاژ است. نتایج حاصل از این مطالعه، کاربرد رویکرد پیشنهادی را جهت زمانبندی محصولات چاپی نشان می‌دهد.





شکل ۱۱. زمانبندی نهایی زوج سفارشات

and cybernetics, Tucson, Arizona, USA, 2001.

- Zhu, J., Li, X., & Wang, Q. (2009). "Complete local search with limited memory algorithm for no-wait job shops to minimize makespan.", *European Journal of Operational Research*, 198, 378-386.
- Wang, L., & Zheng, D. (2001). "An effective hybrid optimization strategy for job-shop scheduling problems.", *Computers & Operations Research*, 28, 585-96.
- Framinan, J.M., & Schuster, C. (2006). "An enhanced timetabling procedure for the no-wait job shop problem.", *A complete local search approach. Computers & Operations Research*, 331, 1200-1213.
- Pan, J. C.-H., & Huang H.-C. (2009). "A hybrid genetic algorithm for no-wait job shop scheduling problems.", *Expert Systems with Applications*, 36, 5800-5806.
- Mokhtari, H., Nakhai Kamal Abadi, I., & Zegordi, S.H. (2011). "Production capacity planning and scheduling in a no-wait environment with controllable processing times.", *An integrated modeling approach, Expert Systems with Applications*, 38, 12630-12642.
- Reddi, S., & Ramamoorthy, C. (1973). "A scheduling problem.", *Operational Research Quarterly*, 24, 441-446.
- Yang, Y., Wu, W.W., Liang, D.P. and Yu, B., (2010), "Strategic planning for management of technology of China's high technology enterprises", *Journal of Technology Management in China*, 5, 6-25.

منابع:

- Baker, K.R. 1974. Introduction to sequencing and scheduling. NY: Wiley.
- Hall, N. G., & Sriskandarajah, C. (1996). "A survey of machine scheduling problems with blocking and no-wait in process", *Operations Research*, 44, 510-525.
- Liaw, C.-F. (2008). "An efficient simple metaheuristic for minimizing the makespan in two-machine no-wait job shops", *Computers & Operations Research*, 35, 3276-3283.
- Mascis, A., & Pacciarelli, D. (2002). "Job-shop scheduling with blocking and no-wait constraints", *European Journal of Operational Research*, 143, 498-517.
- Raaymakers, W. H. M., & Hoogeveen, J. A. (2000). "Scheduling multipurpose batch process industries with no-wait restrictions by simulated annealing", *European Journal of Operational Research*, 126, 131-151.
- Macchiaroli, R., Molè, S., Riemma, S., & Trifiletti, L. (1996). "Design and implementation of a tabu search algorithm to solve the no-wait job-shop scheduling problem", *In Proceeding of the CESA'96 Lille* (pp. 467-472).
- Schuster, C. (2006). "No-wait job shop scheduling: Tabu search and complexity of subproblems", *Mathematical Methods of Operations Research*, 63, 473-491.
- Schuster, C., & Framinan, J.M. (2003). "Approximative procedures for no-wait job shop scheduling", *Operations Research Letters*, 31, 308-18.
- Brizuela, C. A., Zhao, Y., and Sannomiya, N., "No-wait and blocking job-shops: Challenging problems for GA's". *In IEEE international conference on systems, man,*

پی نوشت:

- 1 Baker
- 2 Completion Time
- 3 Delivery Time
- 4 No-wait Jobs Shop
- 5 Hall
- 6 Sriskandarajah
- 7 Mascis
- 8 Pacciarelli
- 9 Raaymakers
- 10 Hoogeveen
- 11 Macchiaroli
- 12 Schuster
- 13 Framinan
- 14 Brizuela
- 15 Wang
- 16 Zhang
- 17 Pan
- 18 Huang
- 19 Mokhtari
- 20 Reddi
- 21 Ramamoorthy
- 22 Overlap
- 23 Liaw
- 24 Symmetric Assignment Problem
- 25 Partial Schedule
- 26 Prepress
- 27 Printing/ Press
- 28 Postpress/ Finishing
- 29 Finishing
- 30 Converting

