

## آشیل به لاک پشت چه گفت؟

هومن محمد قربانیان\*

### چکیده

لوئیس کرول در مقاله «لاک پشت به آشیل چه گفت؟» یکی از بنیان‌های منطق را زیر سؤال می‌برد و در گفت‌وگویی خیالی این مسئله را مطرح می‌کند که اصولاً چرا باید از مقدمات یک استدلال به نتیجه رسید. آیا منطق به تنهایی می‌تواند توجیه‌کننده استفاده از منطق نیز باشد یا باید کاربرد منطق را در خارج از علم منطق توجیه کرد. در این مقاله، به دو رویکرد کلی در پاسخ به این سؤال توجه می‌شود. نخست، رویکردی کاملاً منطقی که از راسل با عنوان نماینده آن نام برده می‌شود و دوم، رویکردی اجتماعی - درون‌گرایانه که پیتر وینچ از آن دفاع می‌کند. این دو فیلسوف در برخی از کتاب‌های خود چندین بار به این مقاله کرول ارجاع داده‌اند. در رویکرد راسل بیان می‌شود که، تحلیل منطقی به تنهایی می‌تواند ضرورت حرکت از مقدمات به نتیجه را توضیح دهد و در مقابل وینچ و موافقان او می‌گویند هر حرکتی از جمله استنتاج نتیجه از مقدمات ریشه در بطن زندگی دارد و اگر حرکت فکری در استدلال از آن حذف شود، چیزی به نام منطق وجود نخواهد داشت. به هر دو رویکرد انتقاداتی وارد است که به تفصیل مطرح می‌شوند. راه حلی که در نهایت پیشنهاد می‌شود بازگشت به اساس منطق صوری است. وقتی منطق صوری فهمیده شد دیگر لازم نیست منطق دیگری، چه نظری چه عملی، عرضه شود که به ما بگوید منطق را چگونه بفهمیم. استدلال‌های معتبر منطق صوری معادل با منطقتانند و اگر کسی این استدلال‌ها را نقض کند، خارج از اساس منطق قرار دارد.

**کلیدواژه‌ها:** لوئیس کرول، قواعد استنتاج، رویکرد درون‌گرایانه، گزاره‌های اظهارشده/ اظهارنشده، منطق مادی/ صوری، اعتبار.

## مقدمه

چرا باید استدلال معتبر قیاسی<sup>۱</sup> را پذیرفت؟ چرا اگر مقدمات استدلالی صادق باشند، حتی بنابر فرض، باید نتیجه را هم پذیرفت؟ ضرورت منطقی که در استدلال‌های معتبر قیاسی برقرار است بر چه پایه‌ای است؟ آیا حذف این ضرورت از منطق قیاسی ممکن است یا باید آن را رکنی اساسی دانست؟

لوئیس کرول<sup>۲</sup> (Lewis Carroll) در مقاله «لاک‌پشت به آشیل چه گفت؟» (What the Tortoise Said to Achilles?) با بیانی زیبا و مخصوص به خود، زیرکانه این بنیان منطق را به بازی می‌گیرد. در آن مقاله لاک‌پشت معروف، یعنی همان لاک‌پشتی که در پارادوکس حرکت<sup>۳</sup> با آشیل<sup>۴</sup> مسابقه می‌داد، از آشیل شکست خورده است و سعی می‌کند در گفت‌وگویی منطقی شکست خود را تلافی کند.

در بخش اول مقاله حاضر ترجمه‌ای از مقاله لوئیس کرول عرضه می‌شود. در بخش دوم سعی می‌شود استدلال‌های بیان‌شده در این مقاله، با به‌کارگیری ادوات منطق جدید، منظم صورت‌بندی شود و مبنای آن روشن شود. در بخش سوم به برخی از راه‌حل‌های مطرح‌شده برای این پارادوکس اشاره می‌شود و در بخش آخر، تلاش می‌شود برای مسئله‌ای که کرول برای منطق‌دانان طرح کرده است راه حل مناسبی پیشنهاد شود.

## ۱. لاک‌پشت به آشیل چه گفت؟

آشیل بر لاک‌پشت غلبه کرده و بر پشت او به‌راحتی لم داده بود.

لاک‌پشت: «پس فکر می‌کنی که به انتهای مسیر مسابقه‌مان رسیده‌ای؟ اگرچه این مسیر مطمئناً شامل مجموعه‌ای از بی‌نهایت فاصله مکانی [کوچک] است؟ من گمان می‌کردم فرد خردمندی ثابت کرده است چنین کاری ممکن نیست!؟»

آشیل: «این کار شدنی است و همان‌طور که می‌بینی انجام شده است! وقتی امری در عمل انجام شد امکان وقوع نظری آن هم‌زمان اثبات می‌شود. همان‌طور که می‌بینی فواصل مرتباً کاهش یافتند و درنهایت ...»

لاک‌پشت وسط حرف او پرید: «اما اگر این فواصل مرتباً افزایش می‌یافتند، آن‌گاه چه می‌شد؟»

آشیل فروتنانه جواب داد: «آن وقت من دیگر نباید این‌جا می‌بودم؛ و تو باید تا به این لحظه چندین بار دور زمین را چرخیده بودی!»

لاک‌پشت پاسخ داد: «بسیار خوب، آیا اکنون دوست داری دربارهٔ مسابقهٔ دیگری بشنوی؟ مسابقه‌ای که بسیاری از مردم گمان می‌کنند با گذر از دو یا سه مرحله به انتهای آن می‌رسند، درحالی‌که این مسابقه به‌راستی شامل تعداد نامتناهی از مراحل است که هر کدام از دیگری طولانی‌تر است.

قضیهٔ اول و زیبای اقلیدس را به‌یاد داری؟! بیا استدلال کوچکی را از قضیهٔ اول او بررسی کنیم، یعنی فقط دو مقدمهٔ اول و نتیجه‌ای که از آن‌ها به‌دست می‌آید و برای آن‌که راحت‌تر به آن‌ها اشاره کنیم اجازه بده آن‌ها را  $A$ ،  $B$  و  $Z$  بنامیم، به‌شکل زیر:

(A) اشیائی که با شیء واحد دیگری برابرند با یکدیگر هم برابرند.

(B) دو ضلع این مثلث اشیائی‌اند که با شیء واحد دیگری برابرند.

(Z) دو ضلع این مثلث با هم برابرند.

گمان می‌کنم خوانندگان آثار اقلیدس تصدیق می‌کنند که  $Z$  منطقاً از  $A$  و  $B$  نتیجه شده است، بنابراین هر کسی که  $A$  و  $B$  را صادق بداند باید صدق  $Z$  را هم بپذیرد.

و اگر هم فردی درستی  $A$  و  $B$  را نپذیرد، گمان می‌کنم روند استدلال فوق را معتبر تلقی کند، چنین نیست؟»

آشیل: «او خواهد گفت: من گزارهٔ شرطی اگر  $A$  و  $B$  صادق باشند،  $Z$  هم باید صادق باشد را می‌پذیرم، هرچند  $A$  و  $B$  را صادق نمی‌دانم. چنین فردی اگر عاقل باشد، هندسهٔ اقلیدسی را رها خواهد کرد.»

لاک‌پشت: «و آیا نمی‌توان به همان طریق فردی را تصور کرد که بگوید: من  $A$  و  $B$  را صادق می‌دانم، اما گزارهٔ شرطی فوق را قبول ندارم؟»

آشیل: «بی‌شک می‌توان.»

لاک‌پشت ادامه داد: «و آیا چنین نیست که هیچ‌کدام از این افراد تحت هیچ ضرورت منطقی برای قبول درستی  $Z$  نیستند؟»

آشیل: «درست می‌گویی.»

لاک‌پشت: «بسیار خوب، اکنون از تو می‌خواهم که من را فردی از نوع دوم محسوب کنی و به روش منطقی من را مجبور کنی که درستی  $Z$  را بپذیرم.»

آشیل درحالی‌که با خود فکر می‌کرد گفت: «پس من باید تو را مجبور کنم  $Z$  را بپذیری و تو اکنون در جایگاهی قرار داری که  $A$  و  $B$  را قبول داری، اما گزارهٔ شرطی را قبول نداری ....»

۱۳۰ آشیل به لاک پشت چه گفت؟

لاک پشت اضافه کرد: «فرض کن این گزاره شرطی را C بنامیم.»  
«پس تو قبول نداری که:

(C) اگر A و B صادق باشند، Z باید صادق باشد.»

لاک پشت گفت: «موضع من چنین است.»

آشیل: «پس من باید از تو بخواهم که C را هم بپذیری.»

لاک پشت گفت: «به محض آن که تو این عبارات را در دفترچه خود یادداشت کنی  
چنین خواهم کرد. بنویس:

(A) اشیائی که با شیء واحد دیگری برابرند با یکدیگر هم برابرند.

(B) دو ضلع این مثلث اشیائی اند که با شیء واحد دیگری برابرند.

(C) اگر A و B صادق باشند، Z باید صادق باشد.

(Z) دو ضلع این مثلث با هم برابرند.»

آشیل گفت: «تو باید به جای Z آن را D می نامیدی، زیرا بعد از سه گزاره اول می آید.

چون اگر A و B و C را قبول داشته باشی، باید Z را هم قبول کنی.»

لاک پشت: «و چرا باید آن را قبول کنم؟»

آشیل: «زیرا به روش منطقی از آن‌ها حاصل می شود. اگر A و B و C درست اند پس Z

هم باید درست باشد.»

لاک پشت متفکرانه تکرار کرد: «اگر A و B و C درست اند، پس Z هم باید درست

باشد، اما این گزاره شرطی جدید دیگری است و اگر من آن را صادق ندانم، ممکن است A

و B و C را درست بدانم، اما همچنان Z را قبول نداشته باشم، چنین نیست؟»

آشیل تأیید کرد: «بله می توانی، پس باید از تو بخواهم که جمله شرطی دیگری را هم

پیش فرض بگیری.»

«از این به بعد این گزاره را به شرح زیر می نامیم:

(D) اگر A و B و C صادق باشند، Z هم باید صادق باشد.»

آشیل: «حالا که A و B و C و D را پذیرفته ای البته که Z را هم خواهی پذیرفت.»

لاک پشت گفت: «می پذیرم؟ اجازه بده موضع خود را برایت روشن کنم. من A و B و

C و D را می پذیرم، اما فرض کن که همچنان Z را انکار می کنم.»

آشیل جواب داد: «در این جاست که منطقی مجبورت می کند تا Z را تصدیق کنی! منطقی

به تو خواهد گفت: هیچ راهی نداری. حالا که A و B و C و D را قبول داری باید Z را هم قبول کنی!»

لاک پشت گفت: «از این به بعد E را چنین تعریف خواهیم کرد:

(E) اگر A و B و C و D صادق باشند، Z باید صادق باشد. تا وقتی که من مقدمات را فرض گرفته باشم لازم نیست Z را فرض کنم که صادق است. پس می بینی که این مرحله قدمی ضروری است. ... چند هفته بعد:

لاک پشت چنین می گفت: «آیا مرحله آخر را یادداشت کردی؟ اگر اشتباه نکرده باشم باید هزار و یکمی باشد. هنوز چندین میلیون دیگر هم مانده است.»

## ۲. بازنویسی استدلال های گفت و گوی میان لاک پشت و آشیل

گفت و گو میان آشیل و لاک پشت با استدلال منطقی زیر آغاز می شود:

(A) اشیائی که با شیء واحد دیگری برابرند با یکدیگر هم برابرند.

(B) دو ضلع این مثلث اشیائی اند که با شیء واحد دیگری برابرند.

بنابراین:

(Z) دو ضلع این مثلث با هم برابرند.

اگر a و b را دو ضلع مثلث فوق بنامیم، می توان استدلال فوق را به شکل زیر نمادین کرد:

$$(A) (\forall x)(\forall y)(\forall z)[(x=z \& y=z) \rightarrow (x=y)]$$

$$(B) (\exists x)(a=x \& b=x)$$

$$(Z) a=b$$

مسئله ای که لاک پشت مطرح می کند این است که آشیل باید او را منطقاً مجاب کند که این استدلال معتبر است؛ یعنی هر فردی که A و B را در حکم مقدمات می پذیرد منطقاً مجبور است Z را هم بپذیرد. مطمئناً لاک پشت قصد دارد آشیل را گیج کند، پس برای فرار از دام لاک پشت، استدلال فوق را دوباره بازنویسی می کنیم:

فرض کنید s همان شیء واحدی باشد که دو ضلع a و b با آن برابرند. (مطابق با مقدمه وجودی (B) می توانیم مطمئن باشیم چنین s ای یافت می شود.)

$$a=s \& b=s$$

۱۳۲ آشیل به لاک‌پشت چه گفت؟

$(a=s \ \& \ b=s) \rightarrow a=b$  (با استفاده از قاعده حذف سور کلی، یا تخصیص بر مقدمه اول)  
 $a=b$  (براساس قاعده وضع مقدم)

لاک‌پشت آشیل را به همین سادگی رها نمی‌کند و استدلال فوق را برای پذیرفتن (Z) ناکافی می‌داند. طبق نظر او از استدلال فوق فقط می‌توان جمله شرطی (C) را لزوماً پذیرفت:

$(C) \ (A) \ \& \ (B) \ \rightarrow \ (Z)$

آشیل سعی می‌کند استدلال دیگری را با کمک جمله‌ای که لاک‌پشت به صدق آن اقرار کرده است ترتیب دهد و او را مجاب به پذیرش (Z) کند:

(A) اشیائی که با شیء واحد دیگری برابرند با یکدیگر هم برابرند.

(B) دو ضلع این مثلث اشیائی‌اند که با شیء واحد دیگری برابرند.

$(C) \ (A) \ \& \ (B) \ \rightarrow \ (Z)$

بنابراین:

(Z) دو ضلع این مثلث با هم برابرند.

لاک‌پشت باز هم این استدلال را نمی‌پذیرد و فقط خود را به صدق (D) ملتزم می‌داند:

$(D) \ (A) \ \& \ (B) \ \& \ (C) \ \rightarrow \ (Z)$

بنابراین فهرست مقدمات استدلال آشیل مرتباً افزایش می‌یابد:

(A) اشیائی که با شیء واحد دیگری برابرند با یکدیگر هم برابرند.

(B) دو ضلع این مثلث اشیائی‌اند که با شیء واحد دیگری برابرند.

$(C) \ (A) \ \& \ (B) \ \rightarrow \ (Z)$

$(D) \ (A) \ \& \ (B) \ \& \ (C) \ \rightarrow \ (Z)$

....

$(n+1) \ (A) \ \& \ (B) \ \& \ (C) \ \& \ (D) \ \& \ \dots \ \& \ (n) \ \rightarrow \ (Z)$

بنابراین:

(Z) دو ضلع این مثلث با هم برابرند.

اما لاک‌پشت هیچ‌کدام از این استدلال‌ها را قبول نمی‌کند و آشیل را مجبور می‌کند

شکست خود را اعلام کند.

## ۱.۲ مشکل کجاست؟

آیا لاک پشت غیر منطقی فکر می‌کند؟ تعاریف متعددی از منطق عرضه شده است که یکی از معروف‌ترین آن‌ها تعریف علم منطق به استنتاج است:

منطق دانش بررسی ساختمان‌های استنتاجی درست است (موحد، ۱۳۸۰: ۹).

در استنتاج معتبر، محال است مقدمه‌ها صادق، اما نتیجه کاذب باشد. باید توجه داشت منطق مسئول صدق و کذب مقدمه‌ها نیست. کار منطق این است که ببیند اگر مقدمه‌ها صادق فرض شوند، نتیجه به اعتبار آن مقدمه‌ها، و نه امری بیرون از آن‌ها، صادق است یا نه (← همان: ۷).

تا این‌جا و بنابر تعریف فوق، لاک پشت غیر منطقی فکر نمی‌کند بلکه کاملاً به موارد فوق پایبند است و حتی می‌پذیرد که صدق مقدمات می‌تواند فرض شود. آنچه مورد اختلاف لاک پشت با آشیل است تعریف منطق یا استنتاج نیست، بلکه نتیجه استنتاج است و لاک پشت نتیجه واضح استدلال آشیل را نمی‌پذیرد، اما نتیجه استدلال از کجا حاصل می‌شود؟

در استنتاج درست، نتیجه استدلال بر اساس قواعد معینی که قواعد استنتاج (rules of inference) نام دارند به دست می‌آید؛ بدین معنی که با به‌کاربردن قواعد استنتاج نتیجه‌ای ضرورتاً از مقدمات به دست می‌آید. در گفت‌وگوی دو شخصیت خیالی فوق مشخص است که هر دو، مجموعه مقدمات واحدی را انتخاب می‌کنند و هر دو نیز تعریف واحدی از منطق دارند، اما به نتیجه متفاوتی از استدلال‌های خود می‌رسند. پس باید حدس زد که مسیری که این دو نفر از مقدمات به سمت نتیجه می‌روند متفاوت است و همین تفاوت در مسیر تفاوت در مقصد را هم توجیه می‌کند. این بدین معناست که قواعد استنتاج در نزد این دو متفاوت است.

لوئیس کرول در این گفت‌وگوی خیالی سعی دارد نکته مهم و پنهانی را در منطق روشن کند و نشان دهد فقط تعریفی دقیق یا بیان اصول موضوعی کامل برای حفظ صدق سیستمی منطقی کافی نیست؛ باید در انتخاب قواعد استنتاجی نیز بسیار دقت کرد. به بیانی دیگر، وقتی مقدمات استدلال بیان می‌شود، باید واضح بیان شود که چگونه نتیجه یا زنجیره‌ای از نتایج از آن مقدمات استخراج می‌شود.

همان‌طور که در بازسازی استدلال آشیل نشان دادیم، او برای رسیدن به نتیجه از قاعده استنتاجی مشهور «وضع مقدم» (modus ponens) استفاده می‌کند که می‌گوید: اگر گزاره P

و گزاره شرطی «اگر P، آن گاه Q» فرض شوند، یا درستی آن‌ها اثبات شده باشد، Q نتیجه منطقی این دو گزاره است و باید آن را نیز اثبات شده دانست. آشیل در انتهای گفت‌وگو پی می‌برد که باید لاک پشت را به قبول این قاعده مجبور می‌کرد و اسیر لفاظی‌های لاک پشت نمی‌شد، اما چگونه باید لاک پشتی را که می‌گوید به منطق وفادار است مجبور کرد به قواعد استنتاجی خاصی نیز ملتزم شود؟ همان‌طور که در استدلال، صدق مقدمات فرض می‌شود و در آن جای بحث نیست؛ چگونه باید مطمئن شویم قواعد استنتاجی نیز از همان ابتدا فرض می‌شود؟

## ۲.۲ برتراند راسل، تفاوت گزاره‌های اظهارشده با گزاره‌های اظهارنشده و تفاوت استلزام با استنتاج

مسئله‌ای که کرول در مقاله فوق مطرح می‌کند به اندازه‌ای مهم و بنیادی است که راسل، یکی از مبدعان منطق جدید، را نیز مجبور به پاسخ‌گویی و موضع‌گیری می‌کند. راسل در کتاب *اصول ریاضیات* (The Principles of Mathematics) نخست دو تفاوت ظریف را متذکر می‌شود و سپس به حل مسئله می‌پردازد.

بنابر نظر راسل قاعده ناگفته‌ای در منطق برقرار است که طبق آن اگر مقدم استلزام<sup>۶</sup> (گزاره شرطی) صادق باشد، می‌توان گزاره شرطی را نادیده گرفت و فقط به تالی بسنده کرد. فرض کنید این قاعده را K بنامیم.<sup>۷</sup> اگر این قاعده را به همین ترتیب و بدون روشن‌گری بیشتر رها کنیم و مشخص نکنیم این قاعده در چه مواردی استفاده می‌شود، مشکلات اساسی در منطق صوری نمایان می‌شود. این قاعده زمانی استفاده می‌شود که گزاره‌ای در منطق گزاره‌ها اثبات می‌شود. در این موارد با اندکی تسامح می‌گوییم مقدمات استدلال مستلزم نتیجه اثبات شده‌اند. پس می‌توان مقدمات را کنار گذاشت و با گزاره نتیجه پیش رفت. این قاعده گاهی نیز در منطق محمولات به همین شکل به کار می‌رود. اگر داشته باشیم به ازای هر  $x$ ،  $Fx$  مستلزم  $Gx$  است و  $a$  ثابتی است که  $Fx$  را اشباع می‌کند، می‌توان  $Fa$  را رها کرد و فقط  $Ga$  را بیان کرد. این قاعده در منطق بسیار کاربرد دارد و اصولاً هیچ استدلالی بدون آن ممکن نمی‌شود.

اما آیا این قاعده جزئی از منطق یا مفهوم استلزام است؟ آیا همین که مفهوم شرط (یا به زبان راسل، استلزام) را بفهمیم به درستی و قطعیت این قاعده هم اذعان می‌کنیم؟ راسل زیبایی مقاله «لاک پشت به آشیل چه گفت؟» را در این می‌داند که استقلال (independence)



این قاعده را از مفاهیم و اصول منطق نشان می‌دهد (Russell, 1903: 35). پس اولین گام در روشن‌سازی این قاعده همین است که آن را مستقل از مفهوم شرط بدانیم، زیرا لاک‌پشت با موفقیت و بدون نقض تعریف منطق آشیل را شکست می‌دهد و آشیل نمی‌تواند او را قانع کند که «اگر منطق را می‌پذیری، باید قاعده استنتاجی مورد نظر من را هم بپذیری».

تا به این جا سه نکته از نظر راسل برداشت می‌شود. نخست، این‌که قاعده فوق مستقل از مفهوم شرط است؛ دوم، این‌که بدون آن استنتاج ممکن نیست، پس نمی‌توان آن را حذف کرد و سوم این‌که، مطابق نظر کرول، مشخص نیست در چه جایی باید از آن استفاده کنیم و در چه جایی می‌توانیم مانند لاک‌پشت عمل کنیم و قاعده دیگری را جانشین آن کنیم. راسل در این باره پیشنهادی دارد که مبتنی بر نکته‌ای ظریف در مفهوم گزاره (proposition) است. از نظر راسل گزاره می‌تواند اظهارشده (asserted) یا اظهارنشده (unasserted) باشد و هر دو حالت آن در منطق کاربرد دارد. گزاره «الف از ب بزرگ‌تر است» را در نظر بگیرید. از لحاظ گرامری، اگر این گزاره اظهار شود، به شکل جمله «الف از ب بزرگ‌تر است» بیان خواهد شد، اما بیان اظهارنشده این گزاره به شکل «بزرگ‌تر بودن الف از ب» است. از لحاظ روان‌شناختی نیز، گزاره اظهارشده معادل یک حکم (judgment) است در حالی‌که گزاره اظهارنشده مفهوم مرکب (complex concept) است، اما تفاوت منطقی این دو شکل گزاره چیست؟

از نظر راسل گزاره اظهارشده یا صادق است یا کاذب و اطمینان در آن هست، اما گزاره اظهارنشده هنوز به مرحله تصدیق یا تکذیب نرسیده است و می‌توان درباره آن گفت «فرض کن این گزاره کاذب (یا صادق) باشد». از نظر راسل وقتی صدق یا کذب گزاره‌ای فرض می‌شود در واقع منظور گزاره اظهارنشده است. در واقع اظهارشدن کیفیت (quality) است که به گزاره الحاق می‌شود و به آن قطعیت می‌بخشد.

متأسفانه به نظر می‌رسد راسل نمی‌تواند با موفقیت این کیفیت اظهارپذیری را توضیح دهد. خود او هم تصدیق می‌کند که اگر این تفاوت درست درک نشود، ممکن است گمان رود گزاره در حین استدلال بارها کیفیت خود را عوض کند. حتی اگر این تفاوت را بپذیریم سؤال مهم این است که چگونه می‌توان در منطق نمادین میان گزاره اظهارشده با اظهارنشده تمایز گذاشت؟ نماد گزاره‌ای P نمایش‌دهنده گزاره اظهارشده است یا اظهارنشده؟

راسل اگرچه بیان دقیق‌تر تفاوت دو کیفیت اظهارشده با اظهارنشده را رها می‌کند، اما راه حلی عرضه می‌کند که بتوان میان دو کیفیت گزاره تفاوت گذاشت. این کار با توسل به

دو مفهوم متفاوت استلزام (یا همان شرط) و استنتاج (inference) انجام می‌شود. رابطه‌ای شرطی مانند «اگر P، آن گاه Q» همیشه میان دو گزاره اظهارنشده برقرار می‌شود، اما رابطه‌ای استنتاجی مانند «P، بنابراین Q (therefore)» همیشه میان دو گزاره اظهارشده برقرار می‌شود. بنابر نظر راسل قاعده K را که نخست بیان کردیم (یعنی رهاکردن مقدمات و پذیرفتن نتیجه در جایگاه جمله‌ای مستقل) فقط زمانی کاربرد دارد که گزاره‌ها اظهارشده باشند. یعنی قاعده K همان قاعده «وضع مقدم» است هرگاه گزاره‌ها اظهارشده باشند. سخن راسل را می‌توان این گونه نیز خلاصه کرد: زمانی استدلال «اگر P، آن گاه Q. P پس Q» درست است که جمله «اگر P، آن گاه Q» به معنای «P، بنابراین Q» باشد و نه «P مستلزم Q است».<sup>۸</sup>

از نظر راسل همه گزاره‌هایی که آشیل در استدلال خود می‌آورد گزاره‌هایی کامل و اظهارشده‌اند پس کاربرد قاعده وضع مقدم اشکالی ندارد. آیا باید این راه حل راسل را پذیرفت؟ البته خود او بیان می‌کند که این توضیحات فقط گام اول برای حل معمای کرول است!<sup>۹</sup>

به نظر نگارنده، چندین انتقاد به کار راسل وارد است که پذیرفتن آن را مشکل می‌کند. نخست آن که راسل اذعان می‌کند قواعد استنتاجی مستقل از اصول منطق و مفاهیم منطقی‌اند.<sup>۱۰</sup> اگر چنین باشد، راسل این گفته خود را آشکارا نقض کرده است، زیرا کاربرد مجاز قاعده وضع مقدم به کیفیت اظهارپذیری مرتبط است و همچنین او کیفیت اظهارپذیری را با مفهوم استلزام و شرط مرتبط کرده است؛ یعنی قاعده وضع مقدم در مواردی که استلزام برقرار است مجاز نیست و این نشان می‌دهد نسبتی میان مفهوم شرط (استلزام) و قاعده وضع مقدم برقرار است و این دو از هم مستقل نیست. ابهامی که راسل در هنگام ابداع و معرفی منطق جدید با وارد کردن مفهوم «استلزام» پدید آورد همچنان مسئله‌ساز است.

دوم آن که، همان‌طور که بیان شد، طبق نظر راسل، مشخص می‌شود در چه مواردی می‌توان از قاعده وضع مقدم استفاده کرد، اما مشکل آشیل در برابر لاک پشت مجبور کردن او به پذیرفتن نتیجه بود و نه صرف امکان پذیرفتن آن. لاک پشت در برابر راه حل راسل می‌تواند همچنان مقاومت کند و خود را ملتزم به نتیجه نداند بلکه فقط به گزاره‌ای شرطی اکتفا کند. در واقع راسل نمی‌تواند روشن کند چرا در موارد استنتاجی باید نتیجه را پذیرفت. سوم آن که، همان‌طور که ذکر شد، در بسیاری از استدلال‌ها، گزاره‌ای مانند P از مقدمات استنتاج می‌شود و سپس همان گزاره دوباره فرض گرفته می‌شود یا در گزاره‌ای شرطی

به کار می‌رود. ظاهراً در منطق نمادین نمی‌توان تمایز میان گزاره‌های اظهارشده با اظهارنشده را معین کرد.

### ۳.۲ تفسیر ویتگنشتاینی از قاعده

هرچند راسل و برخی از منطق‌دانان به پارادوکس کرول رویکردی منطقی دارند، اما بعضی از فلاسفه سعی کرده‌اند تفسیر جدیدی از مفهوم قاعده (rule) عرضه کنند و بدین ترتیب به بعضی از مسائل منطق صوری پاسخ دهند. پیتر وینچ در کتاب مشهور خود، *ایده علم اجتماعی و رابطه آن با فلسفه (The Idea of a Social Science and its Relation to Philosophy)* که از ۱۹۵۸ تا به حال بارها تجدید چاپ شده است، در ادامه خط فکری ویتگنشتاین نخست، پایه‌هایی از فلسفه جدید را در برابر پوزیتیویسم منطقی استوار می‌کند و سپس مفهوم قاعده را توضیح می‌دهد.

کلاً، وینچ در برابر نوشته‌ها و دیدگاه‌های پوزیتیویستی و منطقی‌ای. جی. ای.ر (A.J. Ayer) و همچنین در برابر دیدگاه‌های جان استوارت میل (John Stuart Mill)، ویلفردو پرتو (Vilfredo Pareto) و مکس وبر (Max Weber) موضع‌گیری می‌کند که رویکردی علم‌زده (scientific) به علوم اجتماعی دارند. او خود را بیشتر با ویتگنشتاین دوم (Ludwig Wittgenstein) و کالینگ‌وود (R. D. Collingwood) همراه و هم‌نظر می‌داند. خط فکری او را می‌توان به شکل زیر خلاصه کرد:

همان‌طور که ویتگنشتاین نشان داده، به کاربردن زبان مهارتی اجتماعی است و در این راه کاربران زبان با پیروی از قواعدی تلویحی و غیرمصرح (Implicit rules)، در بازی‌های زبانی مشارکت می‌کنند و این قواعد هم از اشکال گوناگون زندگی (forms of life) ما مشتق می‌شود. به بیان دیگر، این امر به دیگر تعاملات انسانی توسعه می‌یابد به نحوی که همه تعاملات تحت قواعد غیرمصرح از فرم زندگی ما استخراج شده‌اند. بدین ترتیب دیدگاه جان استوارت میل غلط خواهد بود که می‌گفت قوانین طبیعت (laws of nature) رفتارهای آدمی را از دیدگاه تئوریک کامل توضیح می‌دهد و مطالعه رفتارهای انسانی متفاوت با مطالعه پدیده‌های طبیعی نیست. از طرفی دیگر، مشاهده و ثبت رفتارهای انسانی هرگز نمی‌تواند روابط اجتماعی را کامل توضیح دهد؛ پس برخلاف نظر مکس وبر، آزمایش‌های آماری هرگز نمی‌تواند میان فرضیه‌ها و تأیید تجربی آن‌ها پل بزند (Winch, 1958: 113-115). آنچه در این باره لازم است «فهم» (understanding) و درک است، یعنی باید با رویکردی

درون‌گرایانه (Internalist approach)، هر رفتاری به منزله عملی بامعنا در متن زندگی دیده شود. اعمال و رفتارهای انسانی همگی دارای انگیزه و نیت‌اند و نمی‌توانند بدون درک ایده‌های آدمی فهمیده شوند، اما ایده‌های آدمی خارج از سیستم مفهومی‌شان نیست؛ بنابراین، پژوهشگری که روابط اجتماعی را مطالعه می‌کند باید درون جامعه مزبور قرار گیرد و شرایط و رفتارها را با توجه به متن جامعه تفسیر کند (ibid: 108).

وینچ از یک سو به تبعیت از کالینگ‌وود، مطالعه علوم اجتماعی و متافیزیک را معادل با مطالعه تاریخی می‌داند و از سوی دیگر قواعد حاکم بر زبان و متافیزیک را، مانند ویتگنشتاین، ساخته‌شده شرایط و شکل زندگی می‌داند. او استدلال‌های ویتگنشتاین را در کتاب پژوهش‌های فلسفی برای تبیین تبعیت از قواعد زبان و امتناع از زبان خصوصی را چنین بازسازی می‌کند:

باید ممکن باشد که وقتی قاعده‌ای به درستی رعایت می‌شود، دیگران بتوانند آن را درک کنند و درباره آن قضاوت نمایند ... نمی‌توان فرض کرد که انسانی که تا به حال تجربه زندگی در هیچ جامعه‌ای یا تبعیت از هیچ قاعده اجتماعی را نداشته است بتواند یک معیار شخصی برای رفتار وضع کند (ibid: 33).

بعد از بررسی دیدگاه ویتگنشتاینی پیترو وینچ، باید دید او چگونه با مسئله لوئیس کرول روبه‌رو می‌شود. طبق نظر وینچ، هرگز نمی‌توان شکل رفتارها و فعالیت‌ها و کلاً نحوه زندگی انسان را در مجموعه‌ای از مفهوم‌ها و گزاره‌های واضح و روشن (explicit) (مثلاً مجموعه اصول موضوعه و تعاریف در علوم اصل موضوعی (Axiomatic Sciences)) خلاصه کرد. برای مثال هر قاعده‌ای برای آن‌که حالت تجویزی به خود بگیرد و به دست آدمی انجام شود باید آدمی را به عمل به آن امر کرد، اما در سطحی بالاتر، قاعده دیگری باید این امرکردن را نشان دهد و همین‌طور باید در سطحی بالاتر (سطح سوم) به عمل به قاعده سطح دوم دستور داد. این نردبان سطوح می‌تواند تا بی‌نهایت ادامه یابد و همان بلایی که بر سر آشیل آمد بر سر محقق قاعده‌های انسانی هم بیاید. پس چگونه می‌توان از این دام دوری کرد؟ پاسخ این است که اصولاً چنین سلسله طبقاتی از اصول و دستورات و مفاهیم (که همگی تئوریک‌اند) برقرار نیست. قاعده‌های زندگی انسانی ترکیبی از مفاهیم نظری و اعمال عینی است. اعمال و رفتارهای عینی و اجتماعی انسان‌ها پیروی از قاعده‌ها را توجیه می‌کند. در مقام تمثیل می‌توان گفت در سطح اول اصول نظری کلی و غیرمصرح برقرار است و در سطح دوم عمل و رفتارهای انسان است که قواعد سطح اول را تجویز می‌کند.

حال همان‌طور که همه قواعد انسانی به رفتارهای عملی متکی است، منطق نیز مستثنی نیست. قواعد منطقی روش رسیدن به نتیجه استدلال از مقدمات را آموزش می‌دهند؛ اما این‌که این قاعده‌ها حالت تجویزی به خود بگیرند و آدمی خود را مجبور به قبول نتیجه کند امری منطقی نیست و قاعده منطقی دیگری آن را توجیه و تفسیر نمی‌کند.

«آموختن استدلال کردن به معنای آموزش قواعد منطقی روشن میان گزاره‌ها نیست، بلکه به معنای آموختن انجام دادن کاری است.»<sup>۱۱</sup>

درواقع باید گفت لوئیس کرول در همان ابتدای مقاله به زیرکی پاسخ مسئله خود را هم داده است! اگر به ابتدای مقاله بازگردیم، می‌بینیم که آشیل، برخلاف چیزی که پارادوکس حرکت زنون پیش‌بینی می‌کند، توانسته است مسابقه را از لاک‌پشت ببرد. رفتارها و اعمال انسان‌ها اگر جدا از افکار نظری آن‌ها لحاظ شوند، پارادوکس‌های بی‌شماری بدون پاسخ باقی می‌مانند. پایان یافتن مسابقه بی‌معنابودن پارادوکس حرکت است و این پارادوکس ناشی از آن است که سعی شده است رفتارهای انسانی فقط بر پایه مفاهیم نظری و اصول موضوعه‌ای مشخص و معین، توجیه شوند. پارادوکس میان آشیل و لاک‌پشت استدلال کردن نوعی رفتار اجتماعی است که نمی‌توان عمل به آن را فقط براساس مجموعه‌ای محدود از اصول منطق توجیه و تجویز کرد. اگر لاک‌پشت استدلال کردن را آموخته است، باید نتیجه‌ای را که قواعد منطقی از مقدمات استخراج می‌کنند بپذیرد، در غیر این صورت اصلاً استدلال کردن را بلد نیست.

اگرچه راه حل وینچ جالب و کامل به نظر می‌رسد، اما طرفداران دیدگاه‌های نظری و منطقی رویکرد اجتماعی و تاریخی وینچ را نمی‌پذیرند و قبول نمی‌کنند که منطق در طول تاریخ تکامل یافته است و ممکن است در آینده هم به واسطه تغییرات اجتماعی و تاریخی تغییر کند. این‌که دیدگاه‌های فلسفی و روش‌شناختی دیگر چگونه بر کالینگ‌وود و وینچ می‌تازند از حد این نوشته فراتر است، اما می‌توان از منظری دیگر به نظر وینچ انتقاد کرد:

اگر نتیجه استدلال در مقدمات آن برقرار باشد، آن‌گاه استدلال نوعی مصادره به‌مطلوب خواهد بود. در مغالطه مصادره به‌مطلوب (Fallacy of begging the question)، نتیجه دلخواه خود را در مقدمات پنهان کرده است و درواقع کسی که استدلال می‌کند از قبل درستی نتیجه را فرض می‌کند. مثلاً اگر به استدلال زیر توجه کنیم می‌بینیم که نتیجه از قبل در مقدمات وجود دارد: «آدمی باید آزادی بیان داشته باشد زیرا جامعه انسانی بر آزادی و برابری بنا شده است.» پیترو وینچ نیز در پاسخ خود به مسئله لوئیس کرول دچار همین

مغالطه شده است. وینچ می‌گوید: «استدلال کردن یعنی استخراج نتیجه از مقدمات براساس منطق؛ اگر کسی منطق بداند، باید بتواند نتیجه را از مقدمات استخراج کند؛ پس کسی که نتیجه را از مقدمات استخراج نمی‌کند منطق نمی‌داند.» احتمالاً وینچ این‌گونه از خود دفاع می‌کند که لاک‌پشت داستان در بخش نظری و تئوریک با منطق آشناست، اما آشنایی او کامل نیست زیرا در عمل آن را به‌کار نمی‌گیرد، اما به‌راستی این بازی با کلمات نخواهد بود؟ آدمی در زندگی روزمره خود در موقعیت‌های متعددی قرار می‌گیرد که قواعد اجتماعی بسیاری در آن موقعیت‌ها به‌کار می‌آید، اما گاهی هیچ‌کدام از آن قواعد را استفاده نمی‌کند. آیا این بدان معنی است که به فهم کاملی از آن قواعد نرسیده است؟ آیا قاتل فهم درستی از مفهوم قتل و این‌که کشتن انسان در عمل برای او اعدام به‌همراه می‌آورد ندارد (فرض کنید قاتل دیوانه نیست)؟ گاهی بیان می‌شود که سقراط هم چنین نظری داشته است مبنی بر این‌که اگر قاعده درست اخلاقی کاملاً فهم شود، تخطی از آن ممکن نخواهد بود، اما به‌راستی نمی‌توان به لاک‌پشت چنین پاسخی داد و او را قانع کرد که نتیجه استدلال را بپذیرد. اگر به لاک‌پشت بگوییم «اگر نتیجه این استدلال را نپذیری، به معنای این است که غیرمنطقی فکر می‌کنی و بحث با موجود غیرمنطقی بی‌معناست»، درواقع به جای حل مسئله آن را منحل کرده‌ایم.

کوآین در مقاله «صدق براساس قرارداد» با اشاره به این پارادوکس نشان داده است هر گونه تلاشی برای استخراج منطق از قراردادها منجر به مغالطه یا تسلسل می‌شود. کوآین در آن مقاله بیان می‌کند:

اگر ریشه‌های منطق را در قراردادها بدانیم، مسئله‌ای عام بدون پاسخ باقی می‌ماند. هر کدام از این قراردادها کلی و عام است به‌نحوی که صدق بی‌نهایت عبارتی را که به‌شکل و فرمی خاص باشد اعلام می‌کنند؛ اما استخراج صدق هر عبارتی از یک قرارداد کلی نیازمند یک استدلال منطقی است و بدین ترتیب تسلسلی بدون انتها به وجود می‌آید (Quine, 1936: 351).

کوآین نیز مانند پیتر وینچ به پوزیتیویست‌های منطقی، به‌خصوص آیر، انتقاد می‌کند که چرا می‌گویند منطق را می‌توان از قرارداد‌های زبانی استخراج کرد. هرگونه استخراج منطق از هر نوع قراردادی مستلزم به‌کارگیری منطق است. چنین نیست که بتوان از قراردادی زبانی قاعده‌ای منطقی را به‌درستی استخراج کرد مگر آن‌که از استدلال‌های منطقی استفاده شود. هر استدلال معتبری نخست منطق را فرض گرفته است. حال یا از منطق برای استخراج منطق استفاده می‌کنیم که همان مغالطه مصادره به مطلوب است، و یا سعی می‌کنیم منطق را

بدون منطق از قراردادهای زبانی استخراج کنیم که دچار تسلسلی می‌شویم که لاک‌پشت دام آن را چیده است؛ زیرا مجبوریم مرتباً گزاره‌های شرطی‌ای را فرض کنیم که هیچ‌گاه ما را به نتیجه نمی‌رسانند.

اگرچه به نظر می‌رسد در ابتدا کوآین با وینچ همراه است، اما انتقاد او از آیر به وینچ نیز وارد است اگر گمان کند می‌توان قواعد منطقی را از قراردادهای اجتماعی یا شکل زندگی استخراج کرد.

### ۳. برخی راه‌های ممکن برای حل معما

اما آیا هیچ پاسخ محکمی می‌توان به لاک‌پشت داد و از منطق دفاع کرد؟ در ادامه قصد دارم چندین راه حل که به نظر می‌رسند معرفی کنم و اشکالات آن‌ها را نیز بیان کنم، اما نخست اجازه دهید یک بار دیگر به سخنان لاک‌پشت بازگردیم. لاک‌پشت می‌گوید:

(i)  $P$  (مقدمه؛ مقدمات استدلال صادق فرض می‌شوند).

(ii) اگر  $P$ ، آن‌گاه  $Q$ . (مقدمه)

بنابراین  $Q$  (نتیجه؛ بنابر قاعده وضع مقدم)

استدلال کاملی نیست زیرا قاعده وضع مقدم فرض پنهانی دارد که در این استدلال آشکار نشده است. آن فرض چنین است:

(iii) اگر  $P$ ، و (اگر  $P$ ، آن‌گاه  $Q$ )، آن‌گاه  $Q$ .

اگر آشیل این ایراد را بپذیرد، بلافاصله لاک‌پشت می‌تواند بگوید که اضافه‌شدن این مقدمه نیز کافی نیست و باید مقدمه دیگری نیز اضافه شود. مقدمه چهارم لاک‌پشت چنین است:

(iv) اگر  $P$ ، و [اگر  $P$ ، آن‌گاه  $Q$ ] و [اگر  $P$ ، و [اگر  $P$ ، آن‌گاه  $Q$ ]]، آن‌گاه  $Q$ .

پس آشیل در دام تسلسلی بی‌نهایت می‌افتد و در نهایت هیچ‌گاه  $Q$  در جایگاه جمله‌ای منفرد حاصل نمی‌شود.

نخست باید فرض کنیم لاک‌پشت معنای وضع مقدم را می‌داند و عمل او هیچ تعریفی از منطق را نقض نمی‌کند، زیرا نمی‌خواهیم به تعریف سیستم منطق بپردازیم و لاک‌پشت هم به نظر می‌رسد با سیستم رایج منطق مشکلی ندارد.

راه حلی ساده چنین می‌تواند باشد که لاک‌پشت را به اصل طرد شق ثالث پایبند بدانیم و

فرض کنیم منطق او دوارزشی است. سپس از او بپرسیم که: چون هیچ‌گاه به نتیجه  $Q$  نمی‌رسی پس نمی‌توانی دربارهٔ صدق و کذب آن هم نظری داشته باشی، اما بنابر قانون دوارزشی بودن منطق  $Q$  یا صادق است یا کاذب. اگر  $Q$  صادق باشد، مطلوب آشیل برآورده شده است و ادامهٔ بحث بیهوده است، اما اگر  $Q$  کاذب باشد، آن‌گاه بنابر قاعدهٔ رفع تالی  $P$  کاذب خواهد شد و این خلاف فرض صدق  $P$  است (برهان خلف).  
ایراد این پاسخ چنین است که لاک‌پشت هم می‌تواند مقدمهٔ پنهانی را در قاعدهٔ رفع تالی این‌گونه بیان کند:

اگر  $Q$ ، و [اگر  $P$ ، آن‌گاه  $Q$ ]، آن‌گاه  $P$ .

مسئله این که چنین مقدمه‌ای در قاعدهٔ رفع تالی پنهان شده باشد به بداهت وجود مقدمه پنهان در قاعده برادر خود (یعنی قاعده وضع مقدم) نیست، اما نمی‌توان لاک‌پشت را از آشکار نمودن آن منع کرد.

راه حل پیشنهادی دیگر این است که از اهمیت قواعد بکاهیم و قواعد را به خود منطق، پسینی بدانیم. در این جا هم به نظر می‌رسد لوئیس کرول زیرکانه نام شخصیت‌های داستان خود را از پارادوکس حرکت زنون انتخاب کرده است زیرا پاسخی که برگسون به پارادوکس حرکت داده چنین است که:

این که می‌توان فاصلهٔ میان مبدأ و مقصد را به دو نیم تقسیم کرد به معنای آن نیست که این فاصله قبل از تقسیم ما هم شامل دو قسمت بوده است (Bergson, H., 1911:308).

به همین ترتیب و با کمک پاسخ برگسون می‌توان گفت: این که می‌توان استدلال‌های منطقی را به کمک قواعد توصیف کرد به معنای آن نیست که قبل از این توصیف، قواعد جزئی از منطق بوده یا در دل زبان و تعریف منطق پنهان شده است.

اما آیا این راه حل پذیرفتنی است؟ این که قواعد استنتاجی بخشی از سیستم منطق باشند امری کاملاً بدیهی است. پاسخ فوق زمانی می‌تواند مقبول باشد که بتوان سیستمی منطقی عرضه کرد که هیچ قاعده‌ای، حتی قاعدهٔ جانشینی نداشته باشد. همچنین راه حل فوق بیان می‌کند که اگر حتی هیچ قاعده‌ای برای توصیف استدلال منطقی عرضه نشود، مقدمات به‌تنهایی می‌توانند هر فردی را مجبور به قبول نتیجه کنند. اگر چنین باشد، باید گفت آموزش منطق امری صرفاً ابزاری و غیراصیل است و قواعد استنتاج مصنوعی است. به‌رغم این انتقادات و برای همدلی با راه حل فوق، یکی از تفسیرهای مشهور (مانس، ۱۹۸۹) از تراکتاتوس چنین پیشنهاد می‌کند که قواعد منطق اصیل نبوده و فقط برای تسهیل کار است.



#### ۴. بهترین راه حل: بازگشت به اساس منطق صوری

هرکدام از راه‌حل‌هایی که در بالا پیشنهاد شد، به‌رغم نقص‌هایی که داشت، نکته‌هایی کلیدی برای مبارزه با دام لاک‌پشت را به ما نشان می‌دهد. حال بهترین راه‌حل آن است که نشان دهیم هیچ مقدمه پنهانی در قاعده وضع مقدم برقرار نیست و به افزودن هیچ مقدمه اضافی نیازی نیست، اما برای این منظور لازم نیست مانند راسل به بنیادهای مفهومی منطق دست ببریم یا همانند وینچ منطق را به عملی اجتماعی فروبکاهیم. همچنین قواعد منطقی در بن‌مایه‌های قدرت استدلالی انسان جای دارند و نباید آن‌ها را پسینی و مصنوعی قلمداد کنیم. راه‌حلی که در این‌جا از آن دفاع می‌شود بازگشت به مفهوم صوری منطق است.

اما چرا صوری بودن منطق ما را از تسلسلی بی‌نهایت دور می‌کند؟ زیرا در منطق صوری می‌توانیم به روشنی تفاوت میان استدلال معتبر با قاعده استنتاجی را نشان دهیم. نخست مناسب است درباره منطق صوری توضیحی داده شود. اصولاً منطق را می‌توان به دو شاخه «منطق مادی» (material logic) و «منطق صوری» (formal logic) تقسیم کرد. در منطق مادی بحث می‌شود که چگونه محتوا و معنای جمله ما را به صدق جملاتی دیگر رهنمون می‌شود؛ منطق مادی همان چیزی است که «منطق انتقادی» (critical logic) یا صرفاً «نقادی» (criticism) می‌نامند، اما منطق صوری فرایند استدلال را مستقل از محتوای مقدمات و نتیجه بررسی قرار می‌دهد و آنچه در مقدمات یا نتیجه استدلال صوری‌سازی شده دیده می‌شود فقط نمادهایی توخالی است که هیچ معنایی برای آن‌ها فرض نشده است. اگر مقدمات استدلال صوری هیچ معنایی نداشته باشد، آن‌گاه اعتبار (validity) استدلال هیچ ارتباطی به معنای گزاره‌ها پیدا نمی‌کند و از جایی دیگر تأمین می‌شود (مثلاً از شهود زبانی یا ساختار زبان یا ساختار جهان عینی یا آرای دیگری که در این‌باره مطرح شده است)، اما این اعتبار از هر جایی تأمین شود مطلق است و چون و چرا ندارد. وقتی اعتبار استدلال صوری مشخص شد یگانه کار لازم آن است که جمله‌ها یا گزاره‌های مناسب جانشین نمادهای توخالی شوند. اگر به گفت‌وگوی آشیل و لاک‌پشت برگردیم، متوجه می‌شویم که استدلال مطرح‌شده صوری نیست و جملات کاملاً محتوای خاصی (محتوای هندسی) دارند. اگر آشیل صورت و فرم استدلال را به لاک‌پشت عرضه می‌کرد:

P

اگر P، آن‌گاه Q.

بنابراین Q

لاک‌پشت نمی‌توانست آن را انکار کند و بگوید که بیان فوق‌قاعده‌ای از منطق است زیرا چنین نیست. بیان فوق‌استدلال منطقی است که قاعده وضع مقدم در آن به‌کار رفته است. قواعد منطق در این استدلال، با توجه به ادبیات ویتگنشتاین در تراکتاتوس، درک می‌شود، اما نمی‌توان با انگشت به قسمتی از استدلال فوق‌اشاره کرد و گفت این‌جا قاعده وضع مقدم است، برخلاف آن‌که می‌توان مقدمه و نتیجه را نشان داد. پرکردن نمادهای فوق با جملاتی که لاک‌پشت در استدلال خود مطرح می‌کند ما را بدون درگیر شدن در تسلسل به نتیجه دلخواه می‌رساند.

مسئله کرول همان مسئله‌ای است که فرگه را درگیر کرد. فرگه زمانی که می‌خواست نشان دهد «مفهوم اسب یک مفهوم است» دچار این مسئله می‌شد که یک مفهوم را در جایگاه اسمی جمله قرار می‌داد، درحالی‌که طبق دیدگاه او مفهوم همیشه محمول است. فرگه با روش صوری‌سازی مسئله خود را حل کرد. «F محمولی یک موضعی است» یا «F- یک محمول است» راه نجات فرگه است. درباره کرول نیز صوری‌سازی منطقی هیچ نشانی از تسلسل در استفاده از قاعده به‌جا نمی‌گذارد. مشکل کرول آن است که می‌خواهد قواعد منطقی را به زبانی غیرصوری بیان کند. داگلاس هوفشتاتر در کتاب معروف *گودل، اشر، باخ* (Hofstadter, 1979: 170) بیان می‌کند برای درک معنای سخن مخاطب خود، نیازی نیست که سخن دیگری از طرف او بگوید چگونه پیام فهمیده شود. به همین صورت، وقتی منطق فهمیده شد دیگر لازم نیست منطق دیگری عرضه شود تا به ما بگوید منطق را چگونه بفهمیم. استدلال‌های معتبر منطق صوری معادل با منطق است و اگر کسی این استدلال‌ها را نقض کند، خارج از اساس منطق قرار دارد.

برای توضیح بیشتر می‌توان از مثال بازی شطرنج استفاده کرد. چپش مهره‌ها قبل از شروع بازی مانند مقدمات استدلال است. وقتی حرکتی انجام شد و مهره‌ها در مکان جدید قرار گرفتند مانند این است که نتیجه‌ای از مقدمات گرفته شده است، یعنی موقعیت جدید مهره‌ها معادل نتیجه استدلال است. در این بین، قواعد بازی شطرنج یعنی نحوه حرکت مهره‌ها را می‌توان به قواعد استنتاجی منطق تشبیه کرد، اما نکته مهم این است که قواعد بازی شطرنج یا قواعد استنتاجی منطق را چگونه تفسیر کنیم.

گاهی قواعد مانند توابعی دانسته می‌شوند که ورودی‌های متعددی را می‌توانند به خروجی‌های متناظری تبدیل کنند. یعنی بر طبق قواعد حرکت در شطرنج تعریف می‌شود یا نتیجه از مقدمات استدلال استخراج می‌شود. در این تحلیل، قواعد بازی بر چپش ابتدایی و

انتهایی مهره‌ها اولویت دارد زیرا این قواعد هر حرکت درستی را ممکن می‌کند. این دیدگاه را می‌توان با نظر وینچ تقریباً معادل دانست، اما تحلیل دیگری نیز از قواعد ممکن است. طبق این رویکرد دوم، قواعد اگرچه در حرکت مهره‌ها یا استدلال‌ها به کار می‌رود، اما فقط به واسطه مهره‌ها یا استدلال‌ها درک می‌شود. بدین ترتیب اعتبار استدلال‌ها بر قواعد تقدم و اولویت دارد. برای رسیدن به تصویری روشن‌تر به دو مورد زیر توجه کنیم:

P&Q

اگر P&Q، آن‌گاه R.

بنابراین R.

هر دو مورد فوق، استدلال‌های معتبری است، اما هیچ‌کدام از آن‌ها «قاعده وضع مقدم» نیست. استدلال با قاعده تفاوت دارد. صورت یک استدلال، و مقدمات و نتیجه آن را می‌توان در دو مثال فوق نشان داد، اما قاعده را فقط می‌توان درک کرد. در این رویکرد دوم، اعتبار استدلال مقدم بر درک قاعده است، اما لزومی ندارد از این تقدم نتیجه بگیریم که قواعد پسینی یا مصنوعی است؛ می‌توان تفسیری از اعتبار عرضه کرد که هم قواعد استنتاجی اصیل باشد و هم اعتبار استدلال مقدم بر درک قواعد دانسته شود. این تفسیر همان تفسیر صوری از منطق است.

اگرچه تفسیر اعتبار صوری در نظر ارسطو به قرار زیر است:

گزاره  $\Phi$  نتیجه مجموعه گزاره‌های  $\Sigma$  است اگر

۱.  $\Phi$  با همه گزاره‌هایی که در  $\Sigma$  برقرارند متفاوت باشد؛
  ۲.  $\Phi$  به ضرورت از دل گزاره‌های  $\Sigma$  نتیجه شود (زیرا این گزاره‌ها چنین‌اند)؛
  ۳. به هیچ گزاره‌ای که در مجموعه  $\Sigma$  برقرار نیست برای فراهم‌شدن این ضرورت نیاز نباشد.
- اما امروزه تعاریفی به شکل زیر مقبولیت بیشتری دارند:

(براساس سمانتیک فرمال)  $\Phi$  نتیجه منطقی  $\Sigma$  است اگر صدق اعضای  $\Sigma$  صدق  $\Phi$  را

با توجه به معنای ترم‌های منطقی تضمین کند.

(براساس جانشینی)  $\Phi$  نتیجه منطقی  $\Sigma$  است اگر هیچ نمونه جانشینی از ترم‌های

غیرمنطقی متحدالشکل در صورت استدلال برقرار نباشد که در آن همه اعضای  $\Sigma$  صادق،

اما  $\Phi$  کاذب باشد.

براساس تعاریف فوق می‌توان تعریف برهانی یا صوری از منطق را توجیه کرد:  
 (براساس برهان)  $\Phi$  نتیجه منطقی  $\Sigma$  است اگر  $\Phi$  طبق برهانی قیاسی، که زنجیره‌ای از استدلال با کمک قواعد منطقی و روشن و شهودی است، از  $\Sigma$  به دست آمده باشد.  
 در تعریف برهانی از نتیجه منطقی مفهوم قاعده منطقی بیان می‌شود. قواعد منطقی این ویژگی را دارد که بسیار روشن و شهودی است و اگر طبق این قواعد از مقدمات استدلال و در مسیر برهان به نتیجه‌ای برسیم، آن‌گاه غیرممکن خواهد بود که مقدمات صادق، اما نتیجه کاذب باشد. نکته مهم این است که قواعد منطقی فقط بر فرم صحیح مقدمات وضع می‌شوند و صحت و درک شهودی آن‌ها براساس معنایی است که از ترم‌های منطقی درک می‌شود. بدین ترتیب می‌توان تعریفی از نتیجه منطقی به تبع تعریف برهانی عرضه کرد که براساس آن اگر استدلالی طبق برهان معتبر بود، آن‌گاه طبق تعاریف دیگر نیز معتبر است. کواین نیز در همین زمینه می‌گوید اگر مرز میان ترم‌های منطقی و غیرمنطقی به درستی تعیین شده باشد و منابع مفهومی و اسمی زبان نیز به حد کافی گسترده باشد، آن‌گاه استدلال براساس برهان معتبر خواهد بود فقط اگر طبق تعریف جانشینی، که همان تعریف صوری از استدلال در این مقاله است، معتبر باشد.

بنابر توضیح فوق، فقط باید به دنبال زبانی باشیم که توانایی لازم برای بیان منطق را داشته باشد و ما را دچار سردرگمی نکند. تاریخ منطق نشان می‌دهد زبان طبیعی چنین توانایی را ندارد، اما زبان صوری می‌تواند ترم‌ها و استدلال‌های منطقی را بدون خلط مفاهیمی مانند قاعده و استدلال نمایش دهد، به شرط آن‌که درک درستی از صوری‌سازی داشته باشیم.<sup>۱۲</sup>

## پی‌نوشت

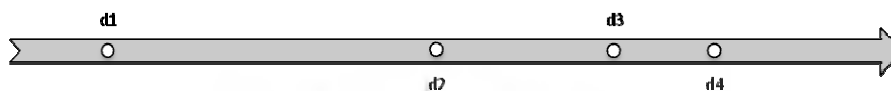
۱. استدلال را قیاسی می‌گوییم هرگاه حاوی و متضمن این گفته باشد که نتیجه با ضرورت از مقدمات استخراج شده است (استنتاج ضروری) و به عبارت دیگر، مقدمات استدلال زمینه قاطع و جامعی را برای استنتاج فراهم آورده‌اند (نبوی، ۱۳۸۴: ۳).

## 2. Lewis Carroll (/kærəl/, KA-rəl)

**چارلز دادسین** (Charles Lutwidge Dodgson, 1832 – 1898) متخلص به لوئیس کرول، نویسنده، ریاضی‌دان، منطق‌دان، خادم کلیسا، و عکاس نامدار انگلیسی بود. کتاب مشهور او، *آلیس در سرزمین عجایب* نوشته شده در ۱۸۶۵ م، بعد از یک قرن و نیم هنوز زبانزد اهالی ادبیات است.

۳. پارادوکس حرکت به زنون الثایی (۴۹۰ پ م) استناد داده می‌شود. روایت موجزی از این پارادوکس چنین است:

آشیل که از لاک‌پشت سریع‌تر می‌دوید به او اجازه داد در ابتدای مسابقه سبقت بگیرد، پس آشیل از نقطه  $d1$  و لاک‌پشت از  $d2$  مسابقه را آغاز می‌کنند. زمانی که آشیل به نقطه آغاز لاک‌پشت  $d2$  می‌رسد، لاک‌پشت به  $d3$  رسیده است. زمانی که آشیل به  $d3$  می‌رسد، لاک‌پشت به  $d4$  رسیده است. بدین ترتیب زمانی که آشیل سعی می‌کند فاصله را پر کند همیشه لاک‌پشت از او اندکی جلوتر است. حال چگونه آشیل می‌تواند به لاک‌پشت برسد درحالی که بی‌نهایت فاصله را باید طی کند؟ (Clark, 2002: 1).



ارسطو در کتاب فیزیک *Aristotle, Physics VI:9, 239b15* این پارادوکس را چنین توضیح می‌دهد:

در یک مسابقه دو، سریع‌ترین دوندۀ نمی‌تواند هیچ‌گاه از کندترین سبقت بگیرد، زیرا دوندۀ تعقیب‌کننده ابتدا باید به مکانی برسد که تعقیب شونده حرکت خود را آغاز کرده است؛ پس دوندۀ کندتر، همیشه اندکی جلوتر است.

۴. قهرمان افسانه‌ای یونان باستان Achilles.

۵. کرول در این جا از واژه لاتین *Solvitur ambulando* استفاده می‌کند که بدین معناست: این مسئله با راه رفتن حل شده است یا این که مسئله با تجربه‌ای عملی پاسخ داده شده است. مشهور است دیوگنس کلبی "Diogenes the Cynic" نیز به همین روش به پارادوکس حرکت جواب داده است؛ او برای آن که نشان دهد این پارادوکس غیرواقعی است از جای خود برمی‌خیزد و دور می‌شود.

۶. Implication همان‌طور که مشهور است راسل از واژه استلزام برای بیان رابطه شرط ( $p \rightarrow q$ ) استفاده می‌کند. بنابراین، ابهامی که درباره نسبت میان استلزام و «اگر... آن‌گاه...» مطرح می‌شود تاریخچه‌ای مهم از منطق نمادین به‌شمار می‌رود. برای جلوگیری از ورود این ابهامات به نوشته فعلی، می‌توان هر کجا راسل از استلزام صحبت می‌کند آن را معادل با گزاره شرطی دانست.

۷. اجازه دهید این قاعده را در این مرحله «وضع مقدم» نام‌گذاری نکنیم.

۸. مفهوم استلزام با استلزام مادی (یا استلزام تابع ارزشی) متفاوت است. به‌نظر می‌رسد در دیدگاه راسل، شرطی زبان طبیعی همان استلزام است و استلزام مادی هم همان ادات تابع ارزشی شرط منطقی.

۹. این که راسل همه این توضیحات را فقط گام اول برای حل این مسئله می‌داند نشان‌دهنده اهمیت و پیچیدگی آن است.

۱۰. حتی اگر قاعده وضع مقدم را به منزله یک اصل به مجموعه اصول منطق اضافه کنیم، این سؤال بجا خواهد بود که کدام گزاره‌ها را می‌توان طبق قاعده جانشینی وارد این اصل کرد. یعنی استقلال مورد بحث، از قاعده وضع مقدم به قاعده جانشینی منتقل می‌شود.

11. Learning to infer is not just a matter of being taught about explicit logical relations between propositions; it is learning *to do* something (Winch, 1958:57).

۱۲. باید در انتها متذکر شد که مقاله‌ای ژاپنی به نویسندگی (1999) Isashiki Takahiro نوشته شده است که در آن راه حلی قطعی برای مسئله بیان شده است. متأسفانه ترجمه‌ای از این مقاله در دسترس نیست و فقط چکیده‌ای چند سطری به زبان انگلیسی از این مقاله به دست آمد. در این چکیده بیان می‌شود که راه‌حلی‌هایی که تا به حال گفته شده اشکالاتی دارند و راه حل درست چنین است که: ۱. آنچه اتصال میان مقدمات و نتیجه را سبب می‌شود فعالیت‌های جزئی استدلال است و نه عرضه اصلی کلی برای استدلال. ۲. این فعالیت‌های جزئی از سنت‌هایی غیرمصرح پیروی می‌کنند. ۳. بدون دانش عملی ما از این سنت‌ها استدلال کردن ممکن نیست. به نظر می‌رسد راه حل این مقاله ژاپنی توسیعی از نظر وینچ باشد.

## منابع

مانس، هاوارد (۱۹۸۹). *درآمدی به رساله ویتگنشتاین*، ترجمه سهراب علوی‌نیا در ۱۳۸۰، تهران: طرح نو. موحد، ضیاء (۱۳۸۰). *درآمدی به منطق جدید*، تهران: علمی و فرهنگی. نبوی، ل (۱۳۸۴). *مبانی منطق و روش‌شناسی*، تهران: دفتر نشر آثار علمی دانشگاه تربیت مدرس.

Aristotle's (2006). "Physics" by Aristotle translated by R. P. Hardie and R. K. Gaye, *Physics*, Ebook edition Digireads.

Bergson, H. (1911). *Creative Evolution*, A. Mitchell (trans.), New York: Holt, Reinhart and Winston.

Carroll, Lewis (1895). "What the Tortoise said to Achilles", *Mind*, New Series, Vol. 4. Apr, No. 14.

Clark, M. (2002). *Paradoxes from A to Z*, Routledge.

Hofstadter, Douglas (1979). *Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid*, Basic Books Inc.

Quine, W.V. (1936). "Truth by Convention", in Benacerraf and Putnam (eds) *The Philosophy of Mathematics*.

Russell, B. (1903). *The Principles of Mathematics*, New York: Norton publisher.

Winch, P. (1958). *The Idea of a Social Science and its Relation to Philosophy*, London: Routledge & Kegan Paul.