نوشته‌ی: جلیل جوکار

فراکتال و فراکتال‌گرایی در هنر

«آن‌که می‌پندارد در حرکت ابرها، رودخانه‌ها و شکل‌های خیال انگیزی که انسان در آن‌ها می‌بیند، نظم و قاعده‌ای وجود ندارد و آن‌ها را مواردی اتفاقی می‌داند، یک نادان است.»

لئوناردو داوینچی

پیش‌گفتار: دیر زمانی است که بشر در فکر یافتن فرمولی واحد برای کل هستی است تا به کمک آن قاعده‌ی کل، حرکت و رفتار ریزترین اجسام میکروسکوپی و بزرگ‌ترین جرم‌های سماوی را تجزیه و تحلیل و پیش‌بینی کند. به صراحت می‌توان گفت که کشف هندسه ی فراکتالی در سده ی بیستم نخستین گام عملی در این زمینه بوده است. نوشته‌ی حاضر به هنرمند کمک می‌کند تا شعور و آگاهی بیش‌تری را با حس سلیم خود همگام کند و به خلق آثاری بدیع بپردازد و از این رهگذر رازهای نوینی از رموز خلقت را آشکار سازد. بدیهی است که همواره در طول تاریخ آن‌چه را هنرمند از راه حس دریافته است، دانش سده‌های بعد به آن دست یافته است. اما این دلیل خوبی برای بی‌بهره ماندن از دانش زمان خویش نیست. بنابراین این نوشته کوششی است برای آشنا ساختن هنرمندان با یکی از پرکاربردترین دانش عصر حاضر. امیدوارم که صاحب نظران این‌جانب را از نقطه نظرات ارزشمند خویش بی‌بهره نگذارند. لازم می‌دانم از زحمات تمامی عزیزانی که در خلق این اثر مرا یاری فرمودند تشکر کنم.

نظم و بی‌نظمی

نمونه‌های زیادی از تطبیق موجودات با شرایط آب و هوایی یک منطقه وجود دارد. برای نمونه پوست حیوانات به منطقه‌ای که در آن زندگی می‌کنند وابسته است. خرس‌های مناطق گرمسیر، سیاه یا قهوه‌ای هستند، درحالی‌که خرس‌های مناطق قطبی سفیدند. هر چیز در طبیعت باید دست‌کم با یک چیز دیگر، خودش را هماهنگ کند. به‌همین دلیل همه جای جهان مانند حلقه‌های زنجیر به یک دیگر وابسته‌اند و کشف این هماهنگی، کار دشوار و در عین حال جذاب است.

زمانی در یونان باستان عده‌ای از بهترین ریاضی‌دانان و فیلسوفان به دور هم جمع شدند تا راز هماهنگی شگفت‌آور جهان را کشف کنند. رهبر این گروه، ریاضی‌دان برجسته‌ای به‌نام فیساغورس بود. نفوذ او در افراد دیگر چنان بود که شاگردان و دوستانش همه کشف‌های خود را به او نسبت می‌دادند. به این ترتیب مکتب فیساغورسیان به‌وجود آمد. آن‌ها در گوشه و کنار طبیعت جست‌وجو می‌کردند و بین پدیده‌های مختلف، روابط عددی می‌یافتند. تنظیم گام‌های موسیقی به هفت بخش مختلف از کارهای آن‌هاست. آن‌ها آسمان را به هفت لایه یا طبقه تقسیم کردند و هر یک از لایه‌ها را به یک نت موسیقی نسبت دادند: سی، لا، سُل، فا، می، رِ، دو

۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱

فیساغورسیان معتقد بودند که سرنوشت انسان‌ها را می‌توان از حرکت ستارگان و روابط عددی موجود در آن‌ها پیش‌بینی کرد. اگرچه امروزه ممکن است این نوع کارها خرافه‌پرستی و جادوگری به نظر بیاید، ولی کار آن‌ها خیلی هم بی‌معنا و بی‌محتوا نبود. زیرا آن‌ها تلاش می‌کردند در جهان به ظاهر بی‌نظم، نوعی نظم و هماهنگی پیدا کنند. علت این موضوع هم رابطه‌های جالبی است که بین عددها وجود دارد.

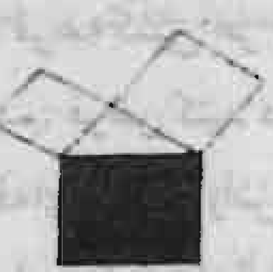
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۹ = ۱۱۱,۱۱۱,۱۱۱
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۱۸ = ۲۲۲,۲۲۲,۲۲۲
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۲۷ = ۳۳۳,۳۳۳,۳۳۳
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۳۶ = ۴۴۴,۴۴۴,۴۴۴
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۴۵ = ۵۵۵,۵۵۵,۵۵۵
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۵۴ = ۶۶۶,۶۶۶,۶۶۶
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۶۳ = ۷۷۷,۷۷۷,۷۷۷
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۷۲ = ۸۸۸,۸۸۸,۸۸۸
۱۲,۳۴۵,۶۷۹ × ۸۱ = ۹۹۹,۹۹۹,۹۹۹

اما جالب‌ترین این است که بدانیم رابطه‌ی میان عددها، بیش‌تر عموم منشای هندسی دارد. یعنی رابطه‌ای که میان بخش‌های مختلف یک شکل هندسی موجود است به‌صورت عددی در آمده‌اند. تمام اتحادهای جبری که در دوره‌ی دبیرستان می‌خوانیم، معانی هندسی دارند. به‌طور نمونه اتحاد اول: $(a+b)^۲=a^۲+۲ab+b^۲$

در کتاب اصول هندسه‌ی اقلیدس به این معناست که: «اگر خط راستی به دو قسمت دلخواه تقسیم شود، مربع ساخته شده روی تمام خط برابر است با مجموع مربعات ساخته شده روی دو قسمت، به علاوه دو برابر مستطیلی که اضلاع آن از این دو قسمت تشکیل می‌شوند.»

همه‌ی شما ممکن است نقشه‌های قدیمی را که از ستارگان آسمان کشیده‌اند، دیده باشید. ستاره‌شناسان باستان،چند ستاره را در یک قالب می‌ریخته‌اند و شکلی فرضی برای آن در نظر می‌گرفته‌اند. نام‌هایی که آن‌ها برای این شبکه‌های ستاره‌ای وضع کرده‌اند هنوز هم به کار می‌رود. برای

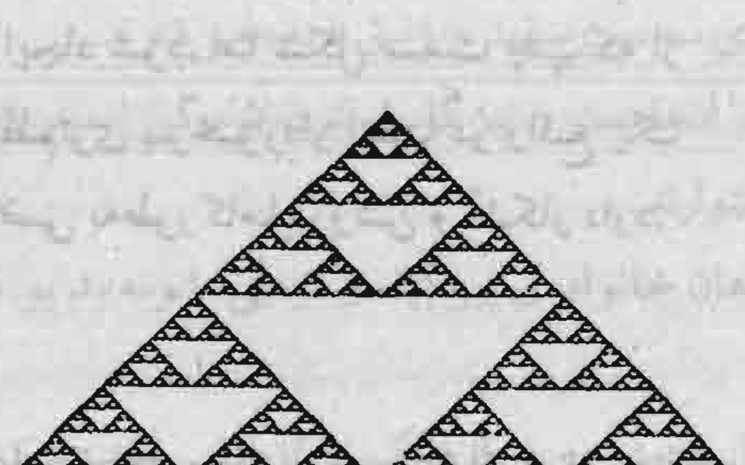
نمونه دب اکبر و دب اصغر که به‌ترتیب به‌معنای خرس بزرگ و خرس کوچک است. همچنین سحابی‌های شکارچی، شیر (اسد)، لاک‌پشت، ماهی و عقرب.

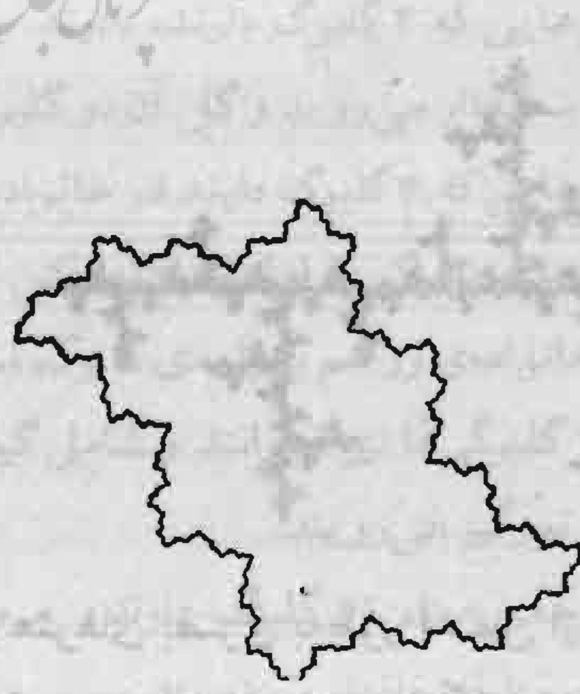


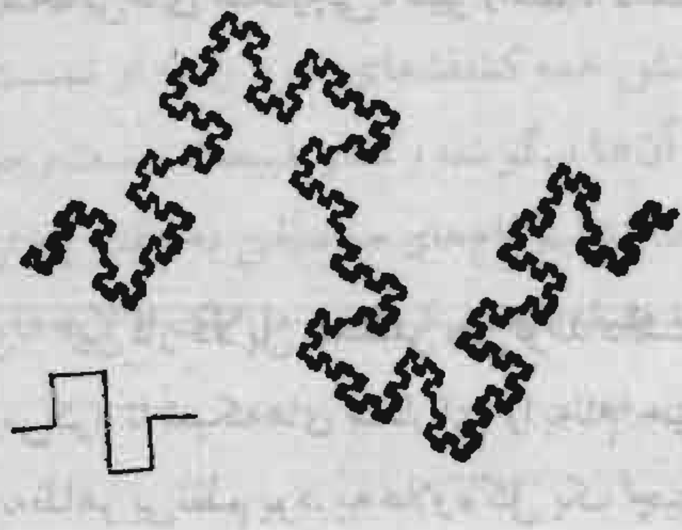
این کار دلایل مختلفی می‌تواند داشته باشد، اما شاید یکی از مهم‌ترین دلایلی که انسان‌ها را وادار می‌کرد تا شبکه‌های ستاره‌ای را به‌نام حیوانات نام‌گذاری کنند، پیدا کردن نوعی نظم در یک پدیده‌ی به‌ظاهر بی‌نظم بود. به‌علاوه کل یک چیز همیشه می‌تواند آگاهی‌های مفیدی در اختیار ما قرار دهد، در حالی‌که رابطه‌ی عددی ممکن است در نگاه اول چندان گویا نباشند، برای نمونه رابطه‌ی مشهور فیساغورس که با فرمول: $a^2=b^2+c^2$ بیان می‌شود، زمانی چهره‌ی واقعی خود را نشان می‌دهد که مطابق این شکل در نظر گرفته شود.

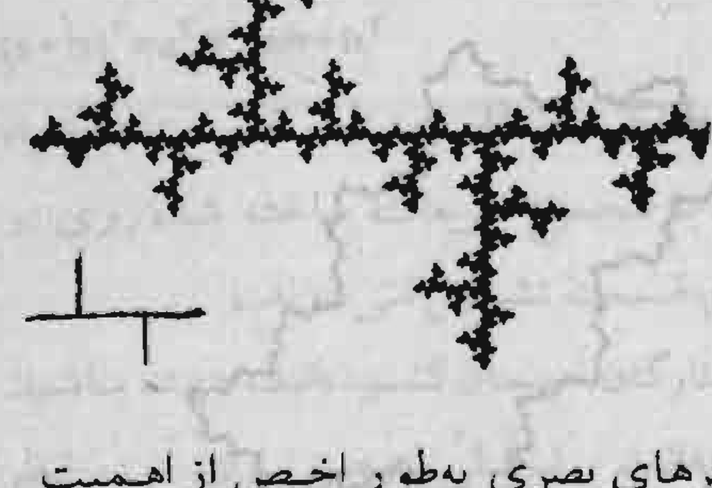
این شکل می‌گوید: «در یک مثلث راست گوشه، مساحت مربعی که روی وتر رسم می‌شود (مربع سیاه رنگ) برابر است با مجموع مساحت‌های دو مربعی که روی دو ضلع دیگر مثلث رسم شدند.» با این حال تصور پیشینیان ما از مفهوم نظم بسیار محدود بود. خود ما هم ممکن است بین این دو شکل، یکی را منظم و دیگری را نامنظم بدانیم. اما مفهوم نظم، امروزه خیلی فرق کرده است. به طور نمونه می‌توان شکل سمت راست را با روشی که به‌ظاهر نامنظم است به‌دست آورد:

ابتدا سه نقطه‌ی غیرواقع بر یک خط راست را درنظر می‌گیریم و به آن‌ها شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ می‌دهیم. به این ترتیب یک مثلث دلخواه به‌وجود می‌آوریم. حالا یک نقطه‌ی دلخواه دیگر درون مثلث را درنظر می‌گیریم و آن را P_1 می‌نامیم.









روی سه ورق عددهای ۱ و ۲ و ۳ را می‌نویسیم. مانند قرعه‌کشی هر بار یکی از آن‌ها را انتخاب می‌کنیم. فرض کنید دو نوبت اول عدد ۲ آمده باشد. از نقطه‌ای P_1 به راس دو مثلث وصل می‌کنیم و وسط این پاره‌خط را P_2 می‌نامیم. دوباره قرعه می‌کشیم تا یکی دیگر از عددهای ۱ و ۲ و ۳ بیاید. فرض کنید این عمل را به‌دفعات بسیار تکرار کنیم شکلی همانند شکل سمت راست حاصل می‌شود. با این‌که همه چیز در این کار اتفاقی و دلخواه است با این‌حال حاصل کار، یک شکل کامل منظم است. با روش هندسی هم می‌توان این شکل راکه به مثلث سرپینسکی مشهور است تولید کرد. برای این کار یک مثلث دلخواه می‌کشیم، سپس وسط اضلاع آن را به‌هم وصل می‌کنیم و مثلث میانی را حذف می‌کنیم. اکنون سه مثلث کوچک از مثلث اصلی باقی‌مانده است. وسط اضلاع آن را به‌هم وصل و مثلث میانی را حذف می‌کنیم. اکنون سه مثلث کوچک از مثلث اصلی باقی‌مانده است. وسط اضلاع هر یک از آن‌ها را به‌هم وصل می‌کنیم و مثلث‌های میانی را در آن‌ها برمی‌داریم این کار را به دفعات زیاد تکرار می‌کنیم تا دوباره مثلث سرپینسکی ایجاد شود. اما شکل سمت چپ که از ظاهر بی‌نظم‌تری برخوردار است در واقع یک معادله‌ی ریاضی به‌طور کامل روشن و آشکار دارد.

تناسب

مفهوم تناسب اغلب یک مفهوم ریاضی است که در هنرهای بصری به‌طور اخص از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. هنرمندان در دوره‌های مختلف تاریخ هنر به‌صورت خودآگاه یا ناخودآگاه

بر پایه‌ی شکل‌های هندسی و رابطه‌های بین این شکل‌ها خلق اثر کرده‌اند. استفاده خودآگاه یا ناخودآگاه هنرمند از شکل‌های هندسی تا حد زیادی نشات گرفته از فرهنگ و تمدن حاکم بر جامعه بوده است.

تقسیم پاره خط به دو قسمت متناسب و زیبا ابتدا به‌وسیله‌ی اقلیدس صورت گرفت و «نسبت طلایی «Golden Rat» » خوانده شد. بعدها هنرمندان مصر و یونان و هنرمندان دوره‌ی رنسانس عنوان‌های تناسب لاهوتی - ایزدی را بر انواع خاصی از تقسیمات هندسی و ریاضی اطلاق کردند. در سده‌ی سیزدهم میلادی در شهر پیزا، تاجر ثروتمندی به‌نام لئوناردو داپیزا (معروف به فیبوناچی) زندگی می‌کرد. وی مجذوب مساله‌های ریاضی بود و هنگامی که برای تجارت به دور دنیا سفر می‌کرد، در اوقات فراغتش پیرامون ریاضیات به مطالعه می‌پرداخت. سرانجام وی فرصتی یافت تا درباره‌ی مشاهده‌های ریاضی خود چند کتاب علمی بنویسد. فیبوناچی در یکی از این کتاب‌ها به‌نام (شمارش) توالی یک سری از عددها را توضیح داد که خود کشف کرده بود. این عددها در ارتباط با طبیعت، ویژگی بسیار عجیب و جالبی دارند. در نتیجه‌ی این کشف، نام فیبوناچی به خاطر مانده است و اکنون این سری به (سری فیبوناچی) معروف است.

توالی اعداد فیبوناچی ...،۵۵، ۳۴، ۲۱، ۱۳، ۸، ۵، ۳، ۲، ۱، ۱، ۰. در این سری اعداد پس از دو عدد اول، هر عددی از این سری، حاصل جمع دو عدد قبلی است. به این صورت:

۰+۱=۱ ۱+۱=۲ ۱+۲=۳ ۲+۳=۵ ۳+۵=۸ ۵+۸=۱۳

سری فیبوناچی، یک قضیه‌ی ریاضی نیست، بلکه یک الگوی عددی است که اغلب به‌طور غیرمنتظره در طبیعت وجود دارد. برای نمونه هر نوع گلی که در طبیعت وجود دارد، تعداد گلبرگ‌هایش در سری فیبوناچی مشاهده می‌شود. به‌عنوان نمونه می‌توان به این موردها اشاره کرد:

۱. گل‌هایی که ۲ گلبرگ دارند، نادرند. یکی از انواع این گیاهان، خانواده تاجریزی است که در محل‌های سایه‌دار می‌روید و گل آن دو گلبرگ دارد

۲. گل‌هایی که ۳ گلبرگ دارند در خانواده‌ی سوسن سفید و زنبق دیده می‌شوند.

۳. گل‌های ۵ برگی فراوانند. آلاله یکی از آن‌هاست و نیز گل نسترن ۵ برگی است. تعداد گلبرگ گل‌های خانواده‌ی رز هم بر پایه‌ی ۵ برگ استوارند.

۴. ۱۳ گلبرگی‌ها نیز فراوانند و شامل گیاهان خانواده‌ی پیرگیاه و نوعی بابونه بد بو می‌شوند که در مناطق نورگیر می‌رویند.

۵. گل‌های مینا، ۲۱ گلبرگ دارند و مروارید مزرعه و بارهنگ از گل‌هایی هستند که ۳۴ گلبرگ دارند و در مناطق علفزار می‌رویند.

سری فیبوناچی همچنین در طریق رویش برگ‌ها بر روی ساقه‌های گیاه و ترتیب قرار گرفتن غنچه‌های جوان بر روی یک شاخه نیز دیده می‌شود. به‌عنوان نمونه به غنچه پایینی روی شاخه یک گل بیدمشک کرک‌دار نگاه کنید. اگر این غنچه را صفر بنامیم و سپس غنچه‌های دیگر آن‌قدر بشماریم تا مستقیم به غنچه‌ی بالایی برسیم؛ عددی که به‌دست می‌آید در سری فیبوناچی قرار می‌گیرد. در سری عددهای فیبوناچی هر عدد عبارت است از مجموع دو عدد پیش از خود. حال چنان‌چه هر کدام را مخرج عدد پیش قرار دهیم به این صورت:

۱/۱, ۱/۲, ۲/۳, ۳/۵, ۵/۸, ۸/۱۳, ۱۳/۲۱, ۲۱/۳۴, ۳۴/۵۵, ۵۵/۸۹, ۸۹/۱۴۴, ...

می‌بینیم که عددهای اعشاری این نسبت‌ها از $\frac{۱}{۲}$ مساوی ۰.۵۰۰ به عدد ۸۹/۱۴۴ مساوی ۰.۶۱۸۰۵ نزدیک می‌شود. به عبارت دیگر این نسبت‌ها بین دو جمله متوالی این رشته عددی است که هرچه جلو برویم مرتب به نسبت طلایی (ϕ) فی نزدیک‌تر می‌شویم. این نسبت از قدیم در بین هنرمندان و معماران شناخته شده و در اثر خود از آن استفاده می‌کرده‌اند. نظیر ساختمان معبد پارکنون که در آن نسبت عرض به ارتفاع ساختمان برابر ۱/۰.۶۱۸ است.

با مدارک به‌دست آمده از ۲۰۰۰ سال پیش از میلاد در یکی از اهرام (هرم ممفیس)، در یکی از اتاق‌ها تصویرهایی به‌دست آمده که حاکی از بررسی این نسبت روی اجزای بدن انسان است و در سال‌های اخیر نیز معمار فرانسوی لوکور بوزیه، نسبت‌های طلایی را بر روی بدن انسان بررسی کرد و جدولی معروف را به‌دست آورد، که با استفاده از آن علم نسبت‌ها را در ساختمان وارد کرده است. این تناسبات که خود عدد گنگی هستند و از رابطه‌ی بین خطوط با ویژگی‌های معینی به دست می‌آیند (یعنی اگر نسبت طول یک خط به قطعه بزرگ‌تر مساوی باشد با نسبت طول قطعه بزرگ‌تر به طول قطعه‌ی کوچک‌تر) مورد توجه دانشمندان ریاضی است به عدد (ϕ) معروف است و کاربرد زیادی در کارهای هنری و معماری دارد.

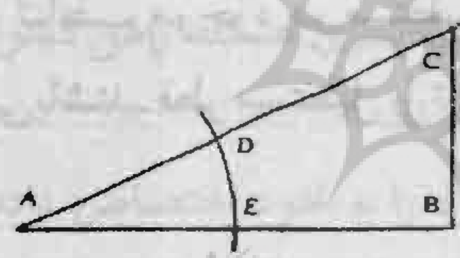
در قدیم این نسبت به‌نام نسبت ذات وسطین و طرفین معروف بوده و روش به دست آوردن آن چنین بوده است که طول قطعه‌ی کوچک‌تر را واحد فرض می‌کردند و در نتیجه طول کل خط عبارت خواهد بود از طول قطعه‌ی بزرگ‌تر به اضافه واحد و نسبت به‌صورت معادله‌ای درجه دوم درآمده است و طول قطعه‌ی بزرگ‌تر مساوی می‌شود با $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ که معادل اعشاری آن ۱.۶۱۸۰۳۳۹۸۰۰۰ خواهد بود که این عدد همان عدد فی است و یکی از خواص آن، این است که اگر یک واحد از آن کسر کنیم مقدار آن برابر با عکس خودش می‌شود.

این نسبت همانند سری عددهای فیبوناچی در طبیعت فراوان دیده می‌شود نظیر فاصله برگ‌های روی ساقه و ساقه روی شاخه و شاخه روی تنه در بسیاری از گیاهان که بین هر دو زوج سومی به

تقریب در جای طلایی قرارگرفته است و برگ‌های مجاور روی یک مارپیچ واقع شده است که نسبت آن‌ها روی برگ‌های روی‌هم قرار گرفته ترتیب گلبرگ‌ها و دانه‌های بعضی از گل‌ها که از این عددها پیروی می‌کنند. تمام فرم‌های حلزونی (اسپیرال) که .ر طبیعت یافت می‌شوند، دارای تناسب طلایی هستند. در سده‌ی نوزدهم تقسیم‌های طلایی به‌عنوان یکی از عناصر مهم در خلق زیبایی در آثار هنری مطرح شد. تقسیم طلایی، یعنی نسبت جز کوچک‌تر به جز بزرگ‌تر برابر است با نسبت جز بزرگ‌تر به کل و این جمله به‌معنای پیروی جز و کل از یک نسبت و تناسب یکسان است برای فهم بهتر تقسیم‌های طلایی به این نمونه‌ها توجه کنید:

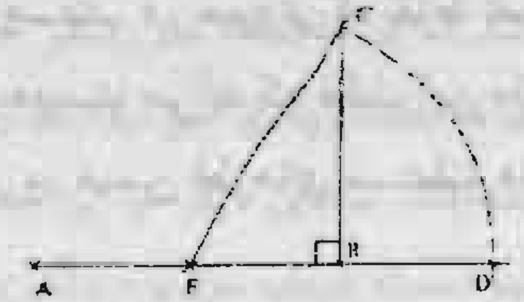
تقسیم طلایی در یک خط مستقیم این‌گونه است که ما پاره‌خط AB را در نظر می‌گیریم برای پیدا کردن نقطه‌ی طلایی بر روی این پاره خط از نقطه‌ی B خط عمودی اخراج می‌کنیم. خط AB را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم و به اندازه‌ی خط AB را از خط عمود جدا می‌کنیم تا نقطه‌ی C به‌دست آید. مثلث ABC به‌دست می‌آید. حال سوزن پرگار را بر روی نقطه‌ی A می‌گذاریم و به‌شعاع CB (که مساوی با پاره‌خط AB است) قوسی ترسیم می‌کنیم. نقطه‌ی D بر روی ضلع AC به‌دست می‌آید. اندازه‌ی CD را از طرف نقطه‌ی A بر روی خط AB جدا می‌کنیم تا نقطه‌ی E به‌دست آید. نقطه‌ی E همان نقطه‌ی طلایی مورد نظر خواهد بود زیرا:

$$\frac{EB}{AE}=\frac{AE}{AB}$$

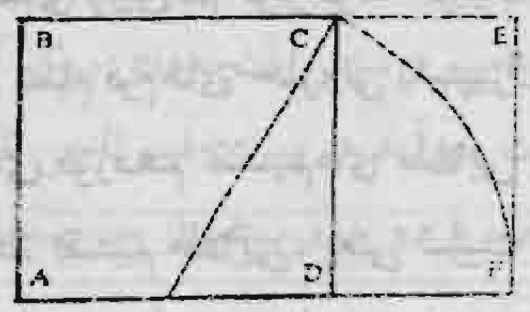


اگر نقطه‌ی تقسیم طلایی را روی خط AB داشته باشیم و بخواهیم امتداد تقسیم طلایی را به دست آوریم، از نقطه‌ی B عمودی به‌طور AB اخراج می‌کنیم، تا نقطه‌ی C به‌دست آید. AB=CB را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم، نقطه‌ی E به‌دست می‌آید نقطه‌ی C را به E وصل می‌کنیم سپس سوزن پرگار را بر روی نقطه‌ی E قرار داده و به شعاع EC قوسی ترسیم می‌کنیم، این قوس. امتداد خط AB را در نقطه‌ی C قطع خواهد کرد پاره خط BD تناسب طلایی با پاره‌خط AB دارد.

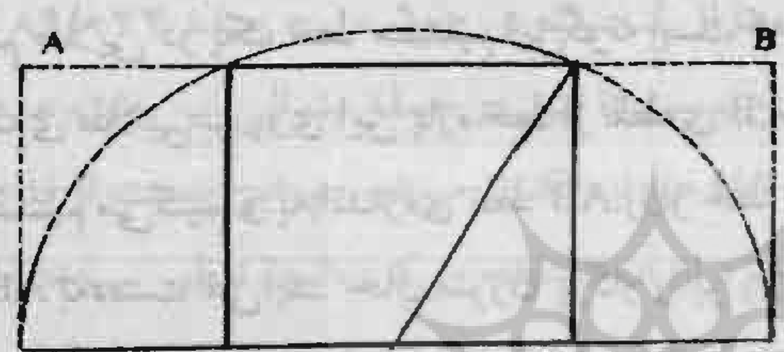
$$\frac{BD}{AB}=\frac{AB}{AD}$$



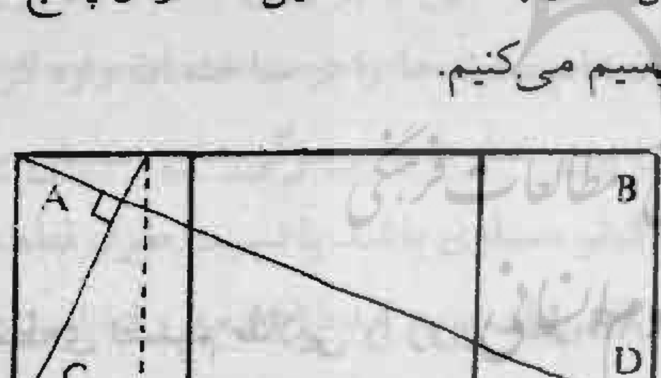
با استفاده از شکل فوق می‌توانیم یک مستطیل طلایی که متشکل از یک مربع و یک مستطیل کوچک‌تر است به‌دست آوریم.



چنان‌چه قوس FC را امتداد دهیم، این شکل به‌دست می‌آید.



شکل فوق در واقع دو مستطیل تقسیم طلایی است که هر یک از آن دو مستطیل در مربع وسط مشترک هستند. مستطیل حاصل را می‌توان به پنج مستطیل مساوی تقسیم کرد، به صورتی که هر یک از آن‌ها دارای همان تناسب موجود در مستطیل مادر باشند. مستطیل مادر و پنج مستطیل کوچک‌تر به این شرح می‌باشند. قطر مستطیل را ترسیم می‌کنیم.



از نقطه‌ی C به قطر AD خط عمودی ترسیم می‌کنیم تا ضلع AB را قطع کند. قطر CE، قطر بزرگ یک مستطیل ۷۵ کوچک است که نسبت بین اضلاع آن برابر با نسبت بین اضلاع مستطیل ۷۵ مادر است دوباره این تقسیم را می‌توان در مورد مستطیل AEFC نیز تکرار کرد و تا بی‌نهایت مستطیل‌های ۷۵ کوچک‌تر در داخل یک دیگر ترسیم کرد. هر کدام نسبت به دیگری و نسبت به مستطیل مادر دارای تناسب زیبا هستند. در صورتی‌که نقاط تقسیم را به یک‌دیگر وصل کنیم یک مارپیچ حلزونی با نسبت طلایی به‌دست می‌آید که قطب این مارپیچ بر روی نقطه‌ی تلاقی دو قطر مستطیل اول و دومی قرار دارد و در ضمن قطرهای مستطیل‌های دیگر نیز بر روی همین دو قطر منطبق هستند.