# تاریخ دانش و فن ـ سرگذشت عدد پی

پرویز شهریاری

در «عهد عتیق»، [کتاب مقدس تورات، باب هفتم، آیه‌ی بیست و سوم] روایت شده است که حضرت سلیمان، دستور داد جامی برای او بسازند که قطر دهانه‌ی آن ۱۰ ارش و محیط دهانه‌ی آن ۳۰ ارش باشد. به‌این ترتیب، عدد $\pi$ (پی)، یعنی نسبت محیط دایره به‌قطر آن برابر ۳ می‌شود.

در سرزمین باستانی بابل، هوشمندان زیرک هم‌عصر حضرت سلیمان، که به‌کار محاسبه می‌پرداختند، محیط دایره را با محیط شش‌ضلعی محاط در آن، برابر می‌گرفتند. هرضلع شش‌ضلعی برابر است با شعاع دایره‌ی محیطی و بنابراین، محیط شش‌ضلعی برابر $6R$ می‌شود. [$R$ را طول شعاع دایره گرفته‌ایم] و قطر آن برابر $2R$ می‌شود. بنابراین، نسبت محیط دایره به‌قطر آن، برابر ۳ خواهد شد. نماد $\pi$ برای عدد پی، در نتیجه‌ی کارهای «لئونارد اویلر» همگانی شد. او در سال ۱۷۳۶ میلادی از این نماد استفاده کرده است [البته، پیش از او در سال ۱۷۰۶ میلادی، «ژونس» این نماد را به‌کار برده بود].

رومی‌های باستان با محاسبه‌ی تجربی، عدد ۳/۱۲ را برای $\pi$ به‌دست آوردند و حساب‌گران اعجوبه‌ی مصری، محیط دایره را برابر محیط مربعی می‌دانستند که قطر آن برابر $\frac{8}{9}$ قطر دایره باشد و درنتیجه به‌عدد ۳/۱۶ برای $\pi$ می‌رسیدند.

شاید بتوان ارشمیدس را نخستین کسی دانست که، با ذهن پرنبوغ خود، توانست روشی منطقی و ریاضی، برای محاسبه‌ی عدد $\pi$ بیابد. او هم شش‌ضلعی منتظم محاطی و هم شش‌ضلعی منتظم محیطی را در نظر گرفت و، به‌طور طبیعی، طول محیط دایره را، عددی بین محیط‌های این دو شش‌ضلعی به‌شمار آورد. بعد به‌جای شش‌ضلعی‌ها، دوازده‌ضلعی‌ها و سپس بیست و چهار ضلعی‌ها را در نظر گرفت و برای عدد $\pi$ تقریب خوب $3\frac{1}{7}$ را به‌دست آورد و محمد فرزند موسا خوارزمی، در سده‌ی سوم هجری نوشت، «برای محاسبه‌ی محیط دایره، بهترین راه این است که قطر دایره را در $3\frac{1}{7}$ ضرب کنیم.» درواقع، ارشمیدس، عدد $\pi$ را بین $3\frac{10}{71}$ و $3\frac{1}{7}$ می‌دانست:

$$3\frac{10}{71}<\pi<3\frac{1}{7}$$

ابوالوفای بوزجانی (بوزجان، در نزدیکی تربت‌جام و مرز افغانستان است) محیط ۷۲۰ ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی، و ابوریحان بیرونی در «قانون مسعودی»، ۱۸۰ ضلعی‌های منتظم

محاطی و محیطی را محاسبه می‌کنند و میانگین حسابی آن‌ها را به‌جای محیط دایره می‌گیرند و از آن‌جا، عدد $\pi$ را محاسبه می‌کنند.

و اما کار بزرگ و محاسبه‌ی طولانی جمشید کاشانی دیدنی است. کاشانی در پیش‌گفتار کتاب «رسالة المحیطیه» (رساله‌ای درباره‌ی دایره) می‌گوید: باید نسبت محیط دایره به‌قطر آن (یعنی عدد $\pi$) را طوری انتخاب کنیم که اگر دایره‌ای به‌قطر شش هزار برابر قطر زمین بگیریم، اختلاف آن چه به‌دست می‌آوریم با مقدار واقعی آن، کم‌تر از ضخامت یک مو باشد. او ضخامت یک مو را $\frac{۱}{۶}$ ضخامت یک جو متوسط می‌داند.

کاشانی در پیش‌گفتار «رساله‌ای درباره‌ی دایره» می‌نویسد: «ستایش سزاوار خداوندی است که از نسبت طول قطر دایره به‌محیط آن آگاه است.» و درواقع در این‌جا کاشانی به‌عدد $\frac{۱}{\pi}$ نظر دارد. و در «مفتاح‌الحساب» (رازگشای محاسبه) می‌نویسد: «هیچ کس جز پروردگار، از مقدار واقعی نسبت محیط دایره به‌قطر آن، آگاه نیست.» و در این‌جا خود عدد $\pi$ را در نظر دارد.

توجه داشته باشیم: کاشانی در سده‌های چهاردهم و پانزدهم میلادی می‌زیسته و از کاشان بنا به‌فرمان «الغ‌بیگ»، نوه‌ی تیمور، برای ساختمان رصدخانه‌ای به‌سمرقند می‌رود و در ربع اول سده‌ی پانزدهم (۱۹ ماه رمضان سال ۸۳۲ هجری قمری) در بیرون شهر سمرقند، و به‌احتمالی به‌دستور «الغ‌بیگ» کشته شد و یا خود از دنیا رفت. در سده‌ی ۱۴ و ۱۵ میلادی، هیچ وسیله‌ای برای محاسبه، به‌جز قلم و کاغذ، نبوده است و کاشانی عمل‌های خود را به‌صورتی طولانی و شاید سال‌ها انجام داده است.

کاشانی هم از شش‌ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی آغاز، سپس ۱۲ ضلعی، ۲۴ ضلعی و... را در نظر می‌گیرد و هربار محیط دایره را، میانگین حسابی محیط‌های $۳\times۲^n$ ضلعی محاطی و $۳\times۲^n$ ضلعی محیطی به‌شمار می‌آورد تا خود را به $۳\times۲^{۲۴}$ ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی، یعنی ۸۰۵۳۰۶۳۶۸ ضلعی‌ها می‌رساند و عدد $\pi$ را تا ۱۶ رقم درست بعد از ممیز به‌دست می‌آورد:

$$\pi=۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۲۲$$

بعدها «رودُلف»، ریاضی‌دانی اهل لیدن، ۳۵ رقم بعد از ممیز را برای $\pi$ به‌دست آورد.

بیست سال تمام از سال ۱۸۵۳ تا سال ۱۸۷۳ طول کشید که ۷۰۷۱ رقم بعد از ممیز برای عدد $\pi$ به‌دست آمد. کسی که شجاعت این محاسبه را پیدا کرده بود، «ویلیام شانکز» نام داشت. پیش از آن که بشر به‌رایانه دست یابد، کسی شهامت آن را پیدا نکرده بود که آزمایش ویلیام شانکز را تکرار و درستی یا نادرستی آن را تایید کند. بیش از ۷۰ سال گذشت تا در سال ۱۹۳۵ روشن شد که ۵۲۷ رقم نخستین محاسبه‌ای که شانکز انجام داده بود، درست است و همه‌ی بقیه‌ی رقم‌ها از رقم ۵۲۸ به‌بعد، نادرست. «فرگوسن»، از دانشگاه منچستر، در سال ۱۹۴۷ تا ۸۰۸ رقم بعد از ممیز را پیدا کرد.

در سال ۱۹۴۹، عدد $\pi$ را تا ۱۱۲۰ رقم به‌یاری رایانه به‌دست آوردند و بعد از آن، وقتی با تکمیل رایانه‌ها، «نیروی» محاسبه‌ی بیش‌تری پیدا شد، برای نمونه در ژانویه‌ی سال ۱۹۵۸ تا ۱۰۰۰۰ رقم (در ۱۰۰ دقیقه) در ژوئیه‌ی ۱۹۶۱ تا ۱۰۰۲۶۵ رقم (با ۸ ساعت و ۴۳ دقیقه، وقتی که رایانه صرف کرد) به‌دست آوردند محاسبه‌ی اخیر، به‌وسیله‌ی «جون رنچ»، و «دانیل شنکس»، (که از نزدیکان ویلیام شنکس بود)، انجام شد.

دانشمندان، روی ۱۶۰۰۰ رقم نخستین عدد $\pi$ بررسی‌هایی کرده‌اند و نتوانسته‌اند هیچ‌گونه وضع

غیرعادی، برای یک یا چند رقم از ۱۰ رقم موجود پیدا کنند در این «دنباله» هر کدام از رقم‌های ده‌گانه، به‌اندازه‌ی ۱۰ درصد کل رقم‌ها تکرار شده‌اند. یکی از ویژگی‌های بسیار جالب رقم‌ها، این است که بارها و بارها، ۳ یا ۴ و حتا ۶ رقم برابر، به‌دنبال یک‌دیگر می‌آیند.

عدد $\pi$ نمی‌تواند ریشه‌ی معادله‌ای با ضریب‌های درست باشد، ولی اگر عدد $\pi$ را به‌جای

$$\pi=۳/۱۴۱۵۹۲۶۵...$$

برابر $\pi=۳/۱۴۱۶۵$ بگیریم، ریشه‌ای از معادله‌ی درجه دوم

$$۱۵x^{۲}-۷۸x+۹۷=۰$$

و اگر $\pi=۳/۱۴۱۵۸۸۰۵$ به‌شمار آوریم، ریشه‌ای از معادله‌ی درجه دوم

$$۱۹x^{۲}-۳۹x-۶۵=۰$$

خواهد شد.

این موضوع را یادآوری می‌کنیم که حتا برای دقیق‌ترین محاسبه‌های ریاضی و علمی، نیازی به‌این همه رقم‌های عدد $\pi$ نداریم. اگر دایره‌ای به‌قطر دایره‌ای خط استوا در نظر بگیریم، کافی است عدد $\pi$ را تا ۹ رقم بعد از ممیز به‌حساب آوریم تا بتوانیم محیط آن را با دقت تا یک سانتی‌متر محاسبه کنیم. اخترشناس، فیزیک‌دان و فعال سیاسی فرانسه، دمی‌نیک فرانسوا آراگو (۱۷۸۱-۱۸۵۳) که از سال ۱۸۰۹ عضو فرهنگستان علوم پاریس بود، حق داشت که یادآوری کند: «اگر نسبت محیط دایره به‌قطر آن، عددی با دقت ریاضی وجود داشت، از لحاظ دقت محاسبه، سودی به‌ما نمی‌رسید».

برای به‌خاطر سپردن رقم‌های نخستین عدد $\pi$ می‌توان این شعر را به‌خاطر سپرد:

خرد و بینش و آگاهی دانشمندان

۳ ۱ ۴ ۱ ۵ ۹

ره سرمنزل توفیق بما آموزد

۲ ۶ ۵ ۳ ۵

مساله‌ی تربیع دایره (تبدیل دایره به‌مربعی که مساحتی برابر مساحت دایره داشته باشد)، سرانجام به‌رسم پاره‌خط راستی برابر $\pi$ منجر می‌شود. عدد $\pi$ عددی است گنگ، یعنی نمی‌توان آن را به‌صورت نسبت دو عدد درست نشان داد. این مطلب، یعنی گنگ بودن عدد $\pi$ را، در نزدیکی‌های پایان سده‌ی هجدهم، «لامبرت» و لژندار براساس کارهای اولر ثابت کردند، ولی ثابت شده است که عددهای گنگی مانند $\sqrt{۲}$ یا را $\sqrt{۳-\sqrt{۲}}$ می‌توان به‌پاره‌خط راست تبدیل کرد، زیرا این عددها، عددهای جبری‌اند، یعنی می‌توانند ریشه‌ی معادله‌ای با ضریب‌های درست باشند ولی $\pi$ عددی جبری نیست و جزو عددهای «غیرجبری» است. عدد غیرجبری را نمی‌توان به‌یاری خط‌کش و پرگار رسم کرد. «لیندمان» ریاضی‌دان آلمانی در سال ۱۸۸۲، توانست غیرجبری بودن عدد $\pi$ را ثابت کند و روشن کرد که رسم پاره‌خطی به‌طول $\pi$ به‌یاری خط‌کش و پرگار، ممکن نیست.

سده‌های ۱۷ و ۱۸، شاهد گونه‌های مختلف «تربیع دایره» بود و در سراسر اروپای غربی چه ریاضی‌دانان و چه غیرریاضی‌دانان، مشغول پیدا کردن مربعی هم‌مساحت با دایره، یعنی «تربیع دایره»، بودند تا این که فرهنگستان پاریس در سال ۱۷۵۵ اعلام کرد از آن پس، مطلبی درباره‌ی «تربیع دایره» نمی‌پذیرد. ولی کار به‌پایان نرسید و هنوز هم کسانی هستند که بدون اطلاع از اثبات «لیندمان»، یا با اطلاع از آن، به‌این کار عبث مشغول‌اند و حتا درباره‌ی مقدار تقریبی عدد $\pi$ که برابر ۳/۱۴ است، تردید می‌کنند و معمول است، با آزمایش و تجربه ثابت می‌کنند، عدد $\pi$ گویا برابر ۳/۱۵ است.

یک روش عجیب درباره‌ی پیدا کردن عدد $\pi$: رها

کردن سوزن (آزمایش بوفون).

«بوفون» راهی تقریبی برای پیدا کردن عدد $\pi$ پیشنهاد کرده است. یک سوزن فلزی دوسانتی‌متری که سر آن را قطع کرده باشیم، تا سوزن ضخامتی یکسان داشته باشد، انتخاب می‌کنیم. سپس روی کاغذ خط‌های موازی با فاصله‌ی ۴ سانتی‌متری رسم می‌کنیم. بعد از فاصله‌ای دلخواه، سوزن را به‌طرف کاغذ رها می‌کنیم، دو حالت اتفاق می‌افتد: سوزن خط‌های موازی را قطع می‌کند یا قطع نمی‌کند. حالتی که آغاز یا انتهای سوزن، روی یکی از خطوط موازی قرار گرفته است، حالت برخورد سوزن با خط‌های موازی به‌شمار می‌آوریم. در این صورت

$$\pi = \frac{\text{تعداد سوزن هایی که روی صفحه انداخته‌ایم}}{\text{تعداد تلاقی سوزن با یکی از خط‌ها}}$$

البته، این آزمایش باید به‌صورت‌های زیاد تکرار شود (۱۰۰۰ بار یا بیش‌تر) تا عدد $\pi$ دقیق‌تر محاسبه شود.

«رودولف وُلف» (Wolff ۱۸۱۶-۱۸۹۶) اخترشناس سویسی، پنج هزار بار سوزن را انداخت و برای عدد $\pi$ عدد ۳/۱۵۹۰۰۰ را به‌دست آورد که در ضمن، از عدد ارشمیدس، یعنی $۳\frac{۱}{۷}$ دقتی کم‌تر دارد.

«فیلیپ دیویس» در نوشته‌ی خود زیر نام «دانش عددهای بزرگ» می‌نویسد: «عدد جادویی $\pi$ همچون آبی است که «رایانه‌ها» گلوی خود را با آن صاف می‌کنند. و «برتراند راسل» در «کابوس ریاضی‌دانان» می‌گوید: صورت $\pi$ با حجابی پوشانده شده بود و این طور به‌نظر می‌رسید که هیچ کس نمی‌تواند آن را ببیند. ولی از پشت این حجاب، چشمانی نافذ، بی‌رحم، سرد و مرموز، دیده می‌شد.»

## چرا او را بزرگ می‌دانند؟

شبی اینشتین و «هانس آیسلر» آهنگساز در مجلسی بودند. میزبان درخواست کرد که این دو با هم نغمه‌ای را بنوازند. آهنگساز پشت پیانو نشست و اینشتین ویولون را کوک می‌کرد. چند بار آهنگساز شروع کرد، ولی اینشتین نتوانست خود را با او هماهنگ کند. سرانجام طاقت «آیسلر» طاق شد. پیانو را بست و بلند شد:

ـ نمی‌فهمم چطور همه، مردی را بزرگ می‌دانند که نمی‌تواند تا سه بشمارد!



## دستبند طلا

در نمایشی «سارا برنار» نقش گدا را بازی می‌کرد. تک‌گویی تراژیکش این‌گونه تمام شد:

ـ دیگه نای راه رفتن ندارم، از گرسنگی می‌میرم!

همان لحظه که این حرف‌ها را ادا می‌کرد متوجه شد که یادش رفته دستبند طلا را از دستش درآورد. از سالن نمایش یکی فریاد زد:

ـ دستبند را بفروش!

هنرپیشه خود را نباخت. رو به‌او کرد و صمیمانه گفت:

ـ می‌خواستم بفروشم گفتند بدلی است!