برگردان: ژاله صمدی

منطق فازی چیست؟

منطق فازی ابرمجموعه‌ی منطق قراردادی «بولی» است که مفهوم حقیقت جزیی را مطرح می‌کند یعنی حقیقت چیزی بین «به‌تمامی درست» و «به‌تمامی نادرست» است. این منطق در سال ۱۹۶۰ به‌عنوان ابزاری برای ساختن مدل برای عدم قطعیتِ زبانِ طبیعی، توسط دکتر لطفی‌زاده از دانشگاه برکلی مطرح شد.

دکتر لطفی‌زاده معتقد است که پیش از در نظر داشتن نظریه‌ی فازی به‌عنوان یک نظریه‌ی مستقل، باید فرآیند «فازی بودن» را به‌عنوان روشی برای تعمیم هر نظریه از حالت قطعی (گسسته) به‌حالت پیوسته (فازی) در نظر بگیریم. بنابراین پژوهشگران به‌تازگی مفهوم‌هایی چون «حسابان فازی»، «معادله‌های دیفرانسیل فازی» و مانند آن را مطرح کرده‌اند.

زیرمجموعه‌های فازی:

همان‌طور که ارتباط محکمی که بین منطق بولی و مفهوم زیرمجموعه وجود دارد، میان منطق فازی و نظریه‌ی زیرمجموعه‌ی فازی ارتباط مشابه‌ای نیز برقرار است.

در نظریه‌ی کلاسیک مجموعه‌ها، زیرمجموعه‌ی U از مجموعه‌ی S به‌عنوان نگاشتی از مجموعه‌ی S روی مجموعه‌ی {۱ و ۰} تعریف می‌شود.

$$U:S \rightarrow \{۱ و ۰\}$$

این نگاشت را می‌توان با مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب نمایش داد که به‌ازای هر عضو مجموعه‌ی S یک زوج مرتب وجود دارد. عنصر اولِ زوج مرتب، یکی از اعضای مجموعه‌ی S و عنصر دوم آن از اعضای مجموعه‌ی {۱ و ۰} است. مقدار «صفر» برای نشان دادن عدم عضویت و مقدار «یک» برای نشان دادن عضویت کامل به‌کار می‌رود. درست یا نادرست بودن گزاره‌ی «x عضوی از U است» به‌وسیله‌ی پیدا کردن زوج مرتبی که عنصر اول آن «x» است، مشخص

می‌شود. اگر عنصر دوم زوج مرتب «یک» باشد، عبارت درست است و اگر «صفر» باشد، عبارت نادرست است.

به‌همین ترتیب، زیرمجموعه‌ی فازی F از مجموعه‌ی S به‌عنوان مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب تعریف می‌شود که عنصر اول آن‌ها از مجموعه‌ی S و عنصر دوم‌شان به‌بازه‌ی [۰ , ۱] تعلق دارد و هر زوج مرتب نماینده‌ی یکی از اعضای مجموعه‌ی S است. این زوج‌ها نگاشتی از مجموعه‌ی S روی بازه‌ی [۰ , ۱] را تعریف می‌کنند. مقدار «صفر» عدم عضویت مطلق را نشان می‌دهد، مقدار «یک» برای نشان دادن عضویت مطلق به‌کار می‌رود و مقدارهای «بین صفر و یک» درجه‌های میانی عضویت را مشخص می‌کنند. مجموعه‌ی S، مجموعه‌ی آغاز[1] زیرمجموعه‌ی فازی F است. اغلب این نگاشت به‌صورت یک تابع که تابع عضویت[2] F نام دارد، تعریف می‌شود. درجه‌ی درستی عبارت «x عضوی از F است» با پیدا کردن زوج مرتبی که عنصر اول آن x است، مشخص می‌شود. درجه‌ی درستی عبارت، عنصر دوم زوج مرتب است.

در عمل، مفاهیم «تابع عضویت» و «زیرمجموعه‌ی فازی» می‌توانند به‌جای یکدیگر به‌کار روند.

در این زمینه، نمونه‌های ریاضیِ فراوانی وجود دارد: برای نمونه اجازه دهید راجع به‌آدم‌ها و «بلندی قد» صحبت کنیم. در این باره مجموعه‌ی S (مجموعه‌ی آغاز)، مجموعه‌ی آدم‌هاست. بگذارید. یک زیرمجموعه‌ی فازی به‌نام بلندی تعریف کنیم که پاسخ پرسش «میزان بلندی فرد x چقدر است؟» را خواهد داد. دکتر لطفی‌زاده بلندی را یک متغیر زبان‌شناسی می‌داند که معرف همان شناخت ما از بلند بودن است.

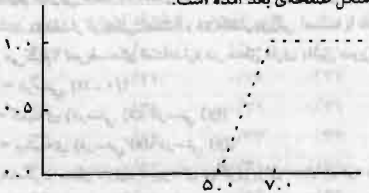
برای هر فرد در مجموعه‌ی آغاز، باید درجه‌ی عضویتی در زیرمجموعه‌ی فازی بلندی تعریف کنیم. آسان‌ترین روش انجام این کار استفاده از یک تابع عضویت بر مبنای بلندی قد فرد است.

$$\text{tall}(x) = \begin{cases} 0 & \text{اگر } 5\,ft > \text{بلندی قد } (x) \\ (x - 5ft)/2ft & \text{اگر } 7\,ft > \text{بلندی قد } (x) > 5ft \\ 1 & \text{اگر } 7\,ft < \text{بلندی قد} \end{cases}$$

۱. «universe of discourse» که شاید بهتر بود «عالم گفتمان» ترجمه می‌شد اصطلاحی در منطق است و به‌مجموعه‌ای اشاره می‌کند که همه‌ی چیزهایی را که در گفتار یا استدلالی خاص به‌کار برده می‌شود در بر دارد [ویراستار].

2. membership function

نمودار این تابع در شکل صفحه‌ی بعد آمده است:



با این توضیح، چند نمونه‌ی عددی می‌آوریم.

فرد	بلندی قد	درجه‌ی بلندی قد	
Billy	۳′ ۲″	۰/۰۰	(به‌نظر من)
Yoke	۵′ ۵″	۰/۲۱	
Drew	۵′ ۹″	۰/۳۸	
Erik	۵′ ۱۰″	۰/۴۲	
Mark	۶′ ۱″	۰/۵۴	
Kareem	۷′ ۲″	۱/۰۰	(بستگی دارد از چه کسی بپرسید)

عبارت‌هایی مانند «A همان x است» می‌تواند با درجه‌های درستی تعبیر شود. برای نمونه «Drew بلند قد است» = ۰/۳۸.

توجه: توابع عضویتی که اغلب به‌کار می‌روند، هیچ وقت به‌سادگی تابع tall(x) نیستند. در ساده‌ترین شرایط، آن‌ها به‌شکل مثلثی رو به‌بالا هستند. یا حتا امکان دارد پیچیده‌تر باشند.

به‌نظر می‌رسد توابع عضویت همیشه به‌یک متغیر وابسته‌اند اما با وجود معمول بودنِ این مورد، همیشه این طور نیست. از جمله ممکن است کسی بخواهد تابع عضویتی برای بلندی قد داشته باشد که هم به‌قد افراد و هم به‌سن آن‌ها بستگی داشته باشد (او نسبت به‌سنش، قدبلندی دارد) این معقول است و در صورت نیاز در عمل هم به‌کار می‌رود. این نوع توابع، توابع عضویت دوبعدی یا «رابطه‌ی فازی» هستند. حتا امکان دارد متغیرهای بیش‌تری داشته باشیم یا تابع عضویت به‌عناصری از دو مجموعه‌ی آغازِ متفاوت، بستگی داشته باشد.

عملیات منطقی:

حال که می‌دانیم عباراتی مانند «x مقدار کوچکی است» در منطق فازی دارای چه مفهومی است، عباراتی مانند «x مقدار کوچکی است» و «y مقدار بزرگی است» یا نفیِ «z متوسط است» را چگونه تفسیر می‌کنیم؟ تعریف‌های استاندارد در منطق فازی به‌این صورت است:

درستیِ (نفیِ x) = درستیِ (x) - ۱/۰

درستیِ (y و x) = کمینه‌ی (درستیِ (x)، درستیِ (y))

درستیِ (x یا y) = بیشینه‌ی (درستیِ (x)، درستیِ (y))

برخی از پژوهشگران منطق فازی، تعبیرهای دیگری برای عملیات «و» و «یا» کشف کرده‌اند اما تعریف عمل «نفی» صحیح به‌نظر می‌رسد.

توجه کنید که اگر شما مقدارهای صفر و یک را در این تعریف‌ها قرار دهید، به‌جدول‌های درستیِ مشابهی که از منطق برلی انتظار داشتید، می‌رسید. این را «اصل تعمیم» می‌گویند که بر اساس آن، نتیجه‌ای قدیمی منطق برلی توسط عملیات منطق فازی هنگامی که مقداری عضویت فازی محدود به‌مجموعه‌ی {۱ و ۰} باشند، به‌دست می‌آیند. این موضوع ثابت می‌کند که زیرمجموعه‌های فازی و منطق فازی، تعمیم درستی برای نظریه‌ی کلاسیک مجموعه‌ها و منطق کلاسیک هستند. در حقیقت، با این استدلال تمامی زیرمجموعه‌های مطلق (معمولی) زیرمجموعه‌های فازیِ از نوع خاص هستند و هیچ تناقضی بین روش‌های فازی و مطلق وجود ندارد.

چند نمونه:

تعریفی مشابه نمونه‌ی پیش را برای تابع بلندی قد در نظر بگیرید. در ضمن فرض کنید یک زیرمجموعه‌ی فازی «پیری» داریم که به‌وسیله‌ی این تابع عضویت مشخص می‌شود:

$$\text{Old}(x) = \begin{cases} 0 & \text{اگر سن شخص} < ۱۸ \text{ سال} \\ ۴۲ \text{ سال} / (۱۸ \text{ سال} - \text{سن شخص}) & \text{اگر } ۶۰ \text{ سال} > \text{سن شخص} > ۱۸ \text{ سال} \\ ۱ & \text{اگر سن شخص} > ۶۰ \text{ سال} \end{cases}$$

و برای اختصار فرض کنید:

x بلندقد و پیر است = a

x بلندقد یا پیر است = b

x بلندقد نیست = c

سپس می‌توانیم این مقدارها را محاسبه کنیم:

c	b	a	x پیر است	x بلند قد است	سن	قد
۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۰۰	۱/۰۰	۰/۰۰	۶۵	۳′ ۳″
۰/۷۹	۰/۲۹	۰/۲۱	۰/۲۹	۰/۲۱	۳۰	۵′ ۵″
۰/۶۲	۰/۳۸	۰/۲۱	۰/۲۱	۰/۳۸	۲۷	۵′ ۹″
۰/۵۸	۰/۴۲	۰/۳۳	۰/۳۳	۰/۴۲	۳۲	۵′ ۱۰″
۰/۴۶	۰/۵۴	۰/۳۱	۰/۳۱	۰/۵۴	۳۱	۶′ ۱″
۰/۰۰	۱/۰۰	۰/۶۴	۰/۶۴	۱/۰۰	۴۵	۷′ ۲″
۱/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۴	۳′ ۴″

برای آن دسته از شما که با سیستم متریک راحت‌تر هستید، این جدول خلاصه را ارایه می‌دهیم:

متر= m	اینچ in	+ فوت ft
۰/۹۶۵۲	۲″	۳′
۱/۰۱۶۰	۴″	۳′
۱/۶۵۱۰	۵″	۵′
۱/۷۵۲۶	۹″	۵′
۱/۷۷۸۰	۱۰″	۵′
۱/۸۵۴۲	۱″	۶′
۲/۱۸۴۴	۲″	۷′

پرتال جامع علوم انسانی

همکار

روزی یک فیزیکدان ضعیف، انشتین را «همکار» خطاب کرد. انشتین فریاد زد:

-اوه! خدای نکرده، مگر شما هم روماتیسمی هستید؟