رضوان مقدم

نگاهی به‌نظریه‌ی فازی[1]

وقتی برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ پروفسور لطفی عسگری‌زاده در مقاله‌ای با نام fuzzy sets نظریه‌ی خود را بیان کرد، بسیاری بر آن خرده گرفتند که بحث زیادی در جامعه‌ی علمی برانگیخت تا جایی که پروفسور عسگری‌زاده را مورد استهزاء و تمسخر قرار دادند. در آن زمان کمتر کسی می‌توانست تصور کند که این مقاله زمینه‌ی یک تفکر و جهان‌بینی نو در عرصه‌ی ریاضیات، علوم مهندسی و علوم انسانی را فراهم کند. این نظریه بدیع و سازگار با طبیعت انسان است. تحولی که به‌واسطه‌ی بیان نظریه‌ی فازی توسط لطفی عسگری‌زاده، دانشمند ایرانی در علوم ایجاد شده بی‌گمان با نظریه‌ی نسبیت اینشتین برابری می‌کند و این یک گام علمی بزرگ جهت تحقق بخشیدن به‌نحوه‌ی استدلال و توجه به‌وجه‌های مختلف و فراغت از یک بعدی‌نگری است. منطق فازی دید انسان را نسبت به‌پدیده‌های پیرامونش از حالت دووجهی خارج کرده است و او را متوجه ابعاد گسترده و چندوجهی جهان و پدیده‌های موجود در آن می‌کند. بنا به‌نظریه‌ی فازی پدیده‌های واقعی تنها سیاه یا تنها سفید نیستند. بلکه تا حدی خاکستری‌اند در منطق فازی رویدادها به‌صورتی درجه‌بندی شده، توصیف و تشریح می‌شوند. اگرچه تا اواخر دهه‌ی ۸۰ مبحث فازی و پروفسور عسگری‌زاده (بنیان‌گذار نظریه‌ی فازی) با مخالفت صریح و آشکار جمع کثیری از ریاضی دان‌ها و دانشمندان و حتا مهندسین رو به‌رو شد با این حال نظریه‌ی فازی به‌سرعت رشد و گسترش چشمگیری در تمام سطوح علمی پیدا کرد. تولید محصولات صنعتی به‌ویژه در زمینه‌ی الکترونیک کنترل و سیستم‌های عصبی رو به‌گسترش نمود و مهندسین ژاپنی اولین محصولات تجاری فازی باهوش را طراحی کردند. در زمینه‌ی آمار و احتمال نیز نظریه‌ی فازی آن‌چنان رشد کرد که بسیاری از نظریه‌های احتمال کلاسیک را تحت‌الشعاع قرار داد. این نظریه در فرهنگ و فلسفه نیز به‌اندازه‌ی علوم و ریاضیات گسترش یافت. منطق کلاسیک و به‌تبع آن ریاضیات کلاسیک در مواردی که با جهان دو ارزشی روبه‌رو باشیم ابزار مناسبی برای بیان مفهوم‌ها است اما در آن‌جا که انسان با مفهوم‌های پیچیده‌تری روبه‌رو می‌شود، ابزار مناسب‌تری نیاز است که منطق فازی پاسخی منطقی به‌این

1. Fuzzy

نیاز بشری و راهی است برای بیان مفهوم‌های چندارزشی به‌جای دو ارزشی، برای بیان واقعیت‌های جهان آن‌گونه که هستند به‌جای بیان پدیده‌های جهان در قالب‌هایی که چندان تناسبی با طبیعت و سرشت آن پدیده‌ها ندارند.

در منطق صریح (کلاسیک) ارزش یک گزاره به‌صورت درست یا نادرست تعیین می‌شود. هم‌چنین در مجموعه‌های کلاسیک یک شیئی یا متعلق به‌یک مجموعه هست یا نیست. ولی آیا به‌واقع همواره چنین است؟ برای نمونه هرگاه مجموعه‌ی دانش‌آموزان یک کلاس را در نظر بگیریم آیا فرد متعلق به‌مجموعه‌ی دانش‌آموزان موفق کلاس هست یا نه؟ اگر به‌این نکته توجه کنیم که موفقیت یک امر کیفی است و نسبی و یک طیف است دیگر نمی‌توان به‌دو پاسخِ بله یا نه، اکتفا کرد و این همان چیزی است که در منطق فازی به‌آن پرداخته می‌شود. نظریه‌ی فازی مجموعه‌ی فازی را به‌صورت عضوهای آن به‌اضافه‌ی درجه عضویت هر عضو در نظر می‌گیرد. نظریه‌ی مجموعه‌های فازی در حقیقت گسترش یافته نظریه‌ی مجموعه‌های کلاسیک است. تعریف‌های قضیه‌ها و رابطه‌های مجموعه‌های کلاسیک اغلب درباره‌ی مجموعه‌های فازی نیز صادق است. اگرچه سیستم‌های فازی پدیده‌های غیرقطعی و نامشخص را توصیف می‌کنند، اما خود نظریه‌ی فازی یک نظریه‌ی دقیق است. در نظریه‌ی کلاسیک مجموعه‌ها به‌صورت تعدادی عضو به‌صورت $n \in x$ تعریف می‌شود. هر n می‌تواند عضو x باشد یا نباشد تابع عضویت آن را به‌صورت:

$$Mn=\begin{cases} ۱ & n\in x \\ ۰ & n\notin x \end{cases}$$

برای نمونه اگر مجموعه‌ی x را به‌عنوان مجموعه‌ی درختان معرفی کنیم که بیان نمادی آن به‌صورت

$x=\{n|$ یک درخت است $\}$

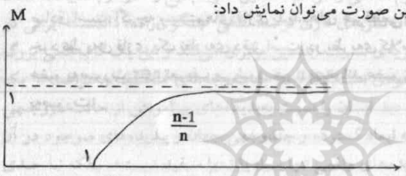
حال اگر بخواهیم رده‌ی درختان بلند را درنظر بگیریم، ممکن است پرسیده شود منظور از بلند چه ارتفاعی است؟ ۳ متر، ۵ متر یا ۶ متر و یا از نظر بلندبودن بین ۵ متر و ۶ متر چه تفاوتی است؟ در واقع بسیاری از گروه‌هایی که در جهان عینی با آن‌ها سروکار داریم، به‌این صورت هستند و با تعریف ریاضی معمول و به‌طور دقیق قابل بیان نیستند. با تکیه بر اصل‌های اولیه‌ی مربوط به‌منطق صریح و مجموعه‌های صریح می‌توان به‌تعریف منطق و مجموعه‌های فازی پرداخت. مجموعه‌ی فازی دسته‌ای از اشیاء است که هر عضو آن می‌تواند عضویت جزیی در مجموعه داشته باشد. به‌طوری که اگر Ω مجموعه‌ی مرجعی باشد که هر عضو آن را با n نمایش دهیم، مجموعه فازی $\bar{A}$ در Ω به‌وسیله‌ی زوج‌های مرتبی به‌صورت زیر بیان می‌شود $\bar{A}=\{n,\ M\bar{A}(n)\ |\ n\in\Omega\}$ که در آن $M\bar{A}(n)$ تابع عضویت یا درجه‌ی عضویت است که میزان

تعلق n به‌مجموعه فازی $\tilde{A}$ را نشان می‌دهد و برد این تابع عددهای حقیقی نامنفی است که یک مقدار ماکزیمم برای آن در نظر گرفته می‌شود و برای سهولت و در حالت نرمال فرض می‌کنیم $M_{\tilde{A}(n)}$ دربازی صفر و یک قرار دارد صفر نشان‌دهنده‌ی عدم عضویت و یک، نشان‌دهنده‌ی عضویت کامل است. تخصیص تابع عضویت به‌مجموعه‌ی فازی، ماهیتی است ذهنی و به‌طور کلی منعکس‌کننده‌ی زمینه‌ی مساله که بررسی می‌شود.

اما باید توجه داشت که تابع عضویت اگرچه ذهنی است ولی اختیاری نیست و باید دربازی [۱ و ۰] قرار گیرد. برای نمونه نمایش مجموعه‌ی عددهایی که خیلی بزرگ‌تر از یک هستند به‌صورت $\tilde{A}=\{n|n\in R \quad n>1\}$ مناسب نیست بلکه این مجموعه را می‌توان با استفاده از تابع عضویت زیر تعریف کرد:

$$M\tilde{A}(n)=\begin{cases} 0 & n\leq 1 \\ \dfrac{n-1}{n} & n>1 \end{cases}$$

که نمودار این مجموعه را به‌این صورت می‌توان نمایش داد:



نمودار تابع عضویت $\tilde{A}$

باید توجه داشت که $M\tilde{A}(n)$ می‌تواند حد بالایی به‌جز یک داشته باشد ولی در حالت نرمال حد بالایی $M\tilde{A}(n)$ را برابر یک درنظر می‌گیریم و این حالت را مجموعه فازی نرمال می‌نامیم. مجموعه فازی غیرنرمال را می‌توان با تقسیم $M\tilde{A}(n)$ به‌حد بالای مجموعه غیرنرمال به‌یک مجموعه فازی نرمال تبدیل کرد. ویژگی‌هایی که یک مجموعه فازی برای مشخص کردن عضوها استفاده می‌کند، اغلب فازی هستند، مانند عددهای نزدیک به‌صفر با مجموعه‌ی فازی «افراد جوان» و مجموعه فازی افراد پیر بنابراین می‌توانیم از توابع تعلق (عضویت) مختلف برای توصیف مشخصه‌ی یکسان استفاده کنیم. با این حال توابع عضویت خود فازی نیستند، بلکه توابع ریاضی دقیق هستند. به‌کمک نظریه‌ی فازی می‌توان بسیاری از مفهوم‌ها و متغیرهایی را که مبهم و غیردقیق هستند، قابل توصیف با الگوهای ریاضی کرد و زمینه‌ی استدلال کنترل و تصمیم‌گیری درشرایط عدم اطمینان را فراهم کرد. منطق فازی هنوز چه به‌لحاظ نظری و چه کاربردی در ابتدای راه پرپیچ و خم خود به‌سر می‌برد، با امید این که با تحقیق بیشتر راه بر آیندگان هموار شود.