پرویز شهریاری

از تاریخ دانش و فن

● رازی از هندسه

حتا در میان بسیاری از کسانی که با ریاضیات عالی آشنا هستند، این اعتقاد به‌طور جدی وجود دارد که موضوع هندسه‌ی سه بعدی اقلیدسی به‌اندازه‌ی کافی بررسی شده و به‌سرحد کمال رسیده است. در هندسه‌ی دبیرستانی و هندسه‌ی تحلیلی تنها شکل‌های ساده‌ای از نوع صفحه‌ها، چندوجهی‌ها، جسم‌های کروی، هیپربولوئیدها و دیگر جسم‌های هندسی که دارای شکل ساده‌ای هستند، بررسی می‌شود. در حالی که دانش‌های مختلف، ریاضی‌دانان را واداشته است تا شکل‌های فضایی پیچیده‌تری را بررسی کنند.

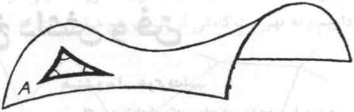
بررسی منظم ویژگی‌های سطح‌هایی که دارای انحنای مختلف هستند، از میانه‌های سده‌ی هجدهم آغاز شد، ولی نظریه‌ی عمومی این سطح‌ها در هندسه‌ی سه بُعدی اقلیدسی، کامل نبود. هر سال در کشورهای مختلف ده‌ها کار تازه انجام می‌شد که به‌روشن شدن این مساله‌ی پیچیده یاری می‌رساند. در بعضی حالت‌ها، اندیشه‌ها و نظرهای تازه‌ای پیشنهاد می‌شد و در برخی حالت‌ها، این و یا آن مساله به‌بخش‌های کوچکتری تقسیم می‌شد. اما گاه به‌گاه هم خبرهای جالبی به‌گوش می‌رسید: در برابر خرد انسانی مساله‌ی بغرنجی قرار می‌گرفت و راز دیگری از هندسه‌ی فضایی کشف می‌شد، هندسه‌ای که با آن آشنا هستیم و به‌آن خو گرفته‌ایم.

اگر دو نقطه از یک سطح غیر مشخص را، به‌یاری خطی که روی سطح رسم شده است، به‌هم وصل کنیم، به‌گونه‌ای که کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین دو نقطه را معین کند خط «ژئودزیک» نامیده می‌شود. خط ژئودزیک روی سطح دارای همان نقشی است که خط راست روی صفحه به‌عهده دارد (به‌عنوان خط ژئودزیک می‌توان نخی را در نظر گرفت که روی سطح منحنی، محکم کشیده شده باشد).

شکل ۱

اگر سه نقطه از سطح را با خط‌های ژئودزیک به‌هم وصل کنیم، یک مثلث به‌دست می‌آید. برخلاف مثلث روی صفحه، مجموع زاویه‌های چنین مثلثی، همیشه برابر ۱۸۰ درجه نیست. اندازه‌ی مجموع زاویه‌های این مثلث، بستگی به‌انتخاب سطح و مثلث دارد. (شکل ۱ و شکل ۲ را ببینید). اختلاف بین مجموع زاویه‌های

مثلث را با ۱۸۰ درجه «مقدار اضافی» مثلث گویند. «مقدار اضافی» مثلث ممکن است مثبت یا منفی یا برابر صفر باشد، در شکل ۱، مقدار اضافی، مثبت، در شکل ۲ منفی و در مثلث روی صفحه برابر صفر است.

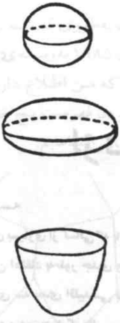


شکل ۲

روی سطح، نقطه‌ای مانند A را انتخاب می‌کنیم. به‌راس مثلث‌های کوچک و مختلفی می‌سازیم که ضلع‌های آن‌ها از خط‌های ژئودزیک تشکیل شده باشد. اگر زاویه‌ها و مساحت‌های این مثلث‌ها را محاسبه کنیم، دیده می‌شود که «مقدار اضافی» مثلث‌ها به‌تقریب با مساحت‌های آن‌ها متناسب است و هر قدر این مثلث‌ها کوچکتر باشند، این نسبت‌ها درست‌تر است. ضریب این نسبت (یا دقیق‌تر، حد نسبت «مقدار اضافی» مثلث به‌سطح آن، وقتی مثلث به‌سمت نقطه‌ی A میل کند)، انحنای «گاوس»ای سطح در نقطه‌ی A نامیده می‌شود. این انحنا را به‌این دلیل به‌نام گاوس، ریاضی‌دان بزرگ آلمانی، نامیده‌اند که در ابتدای سده‌ی نوزدهم، گاوس برای نخستین بار، ضمن بررسی‌های خود درباره‌ی تقسیم نقشه‌ی جغرافیایی، آن را بررسی کرده بود.

صفحه، سطح مخروطی و سطح استوانه‌ای در هر نقطه‌ی خود دارای انحنای گاوسی برابر صفر هستند. در شکل ۳ سطح‌هایی نشان داده شده است که دارای انحنای مثبت‌اند: کره، بیضوی (الیپسوئید)، سهموی (پارابولوئید) دوار. انحنای کره در همه‌ی نقطه‌های آن مقدار ثابتی است و برابر است با عکس مجذور شعاع آن.

سطح‌های با انحنای گاوسی منفی در نزدیکی هر نقطه‌ی خود شکلی همانند شکل زین اسب دارند (شکل ۲).



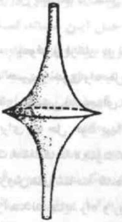
شکل ۳

از یک صفحه‌ی کاغذ به‌سادگی می‌توان سطح‌هایی با انحنای صفر به‌دست آورد (مانند سطح مخروطی یا استوانه‌ای).

اگر سطح‌هایی دارای انحنای گاوسی مختلف باشند، نمی‌توان از یکی، دیگری را به‌دست آورد (آن طور که از یک صفحه‌ی کاغذ، بدون آن که پاره شود یا چروک بخورد، می‌توان یک سطح مخروطی درست کرد). اگر کوشش کنیم یک صفحه‌ی کاغذ را روی سطح کره قرار دهیم، به‌ناچار صفحه‌ی کاغذ دچار چین‌خوردگی می‌شود (به‌همین مناسبت است که تصویر کره‌ی زمین را روی نقشه‌ی جغرافیایی تغییر شکل می‌دهند)، همچنین اگر صفحه‌ی کاغذ را روی سطح زینی شکل قرار دهیم، دچار پارگی می‌شود.

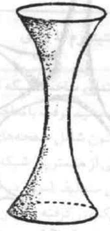
سطح‌های با انحنای منفی زیادی را می‌توان در فضای سه بعدی پیدا کرد: شبه کره (شکل ۴)، پارابولوئید هیپربولیک (شکل ۲) و هیپربولوئیدگاو (شکل ۵) و غیره.

شبه‌کره از این جهت جالب است که انحنای آن در همه‌ی نقطه‌ها برابر است و از این جهت شبیه‌کره است



شکل ۴

(به‌همین مناسبت هم «شبه‌کره» نام دارد). ولی شبه‌کره به‌طور جدی با کره فرق دارد. کره راس یا ضلع ندارد و به‌همین دلیل آن را جسمی یک‌نواخت گویند. ولی شبه‌کره دارای ضلع است و از دو نیمه تشکیل شده است که به‌هم چسبیده‌اند.



شکل ۵

ولی آیا می‌توان سطح دیگری ساخت که در همه جا انحنای منفی داشته باشد، در ضمن مثل کره یک‌نواخت باشد؟ این پرسش، وقت ریاضی‌دانان را پس از کار اولیه‌ی «بلترام» به‌خود جلب کرد.

بلترام هندسه‌دان ایتالیایی، در سال ۱۸۶۸ میلادی ثابت کرد، سطح‌هایی که در همه جا دارای انحنای منفی باشند، دارای خاصیت‌های جالبی هستند: شکل‌هایی که روی چنین سطح‌هایی رسم شوند، از قانون‌های هندسه‌ی لباچوسکی پیروی می‌کنند، تنها با این تفاوت که در این جابه‌جایی خط‌های راست باید خط‌های ژئودزیک را در نظر گرفت. اهمیت کشف بلترام در این بود که برای نخستین بار هندسه‌ی لباچوسکی را تعبیر می‌کرد و تفسیری از واقعی بودن آن را به‌دست می‌داد. درواقع، این کشف هرگونه تردیدی را درباره‌ی وجود هندسه‌های نااقلیدسی، به‌طور قطع، برطرف کرد. به‌این ترتیب روشن شد، بین «هندسه‌ی تخیلی» ریاضی‌دان بزرگ روس و واقعیت‌های موجود در جهان ما، ارتباطی ناگسستنی وجود دارد.

ولی تفسیری که بلترام از هندسه‌ی لباچوسکی داد، از برخی جهت‌ها کامل و قانع‌کننده نبود. مطلب در این است که برای نمونه، شبه‌کره، نمونه‌ای از یک سطح کامل لباچوسکی نیست، بلکه تنها بخش کوچکی از آن است. روی شبه‌کره نمی‌توان خط راست ژئودزیک بی‌پایان رسم کرد که از دو طرف تا بی‌نهایت امتداد داشته باشد: یا یکی از دو انتهای آن و یا حتا دو طرف آن به‌ناچار به‌ضلع شبه‌کره ختم می‌شود. بنابراین در روی شبه‌کره برای این پدیده‌ی اساسی هندسه‌ی لباچوسکی نمی‌توان نمونه‌ای پیداکرد که: از یک نقطه بی‌نهایت خط می‌توان رسم کرد که خط مفروض را قطع نکند. همین دشواری درباره‌ی سایر سطح‌های مشهور و شناخته شده‌ای که در همه‌ی نقطه‌های خود انحنای منفی دارند، نیز مطرح است: در هر یک از آن‌ها انحرافی از نظم دیده می‌شود، یا به‌صورت ضلع در شبه‌کره یا به‌صورت مرزی که سطح نمی‌تواند از آن عبور کند.

برای این که سطحی پیدا شود که قابل تطبیق با صفحه‌ی لباچوسکی باشد، باید ریاضی‌دانان سطحی را پیدا می‌کردند که در همه‌ی نقطه‌های خود انحنای

منفی داشته باشد، بدون آن که در نظم آن انحرافی پیدا شود.

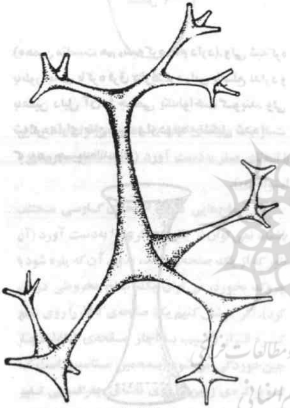
سال‌ها بود این پرسش که «آیا در فضای ما سطحی وجود دارد که روی آن همه‌ی قانون‌های هندسه‌ی مسطحه‌ی لباچوسکی صادق باشد، یا آن طور که هندسه‌دانان می‌گویند: آیا صفحه‌ی لباچوسکی می‌تواند در فضای اقلیدسی جا بگیرد؟» در برابر ریاضی‌دانان قرار داشت. پاسخ به‌این پرسش تنها در سال ۱۹۰۹ به‌وسیله‌ی هیلبرت ریاضی‌دان بزرگ آلمانی داده شد. او توانست ثابت کند، همه‌ی سطح‌های با انحنای منفی ناگزیر دارای «انحراف از نظم» هستند. به‌این ترتیب روشن شد، «نقص» شبه کره استثنایی نیست و معرف ویژگی گروهی از سطح‌هاست: هیلبرت نشان داد، صفحه‌ی لباچوسکی را نمی‌توان در فضای اقلیدسی جا داد.

در این جا به‌طور طبیعی پرسش دیگری پیش آمد: در فضای لباچوسکی، به‌جز صفحه، سطح‌های دیگری هم وجود دارد؛ آیا هیچ کدام از این سطح‌ها، می‌توانند در فضای اقلیدسی «غرق» شوند؟

همین مساله است که در میانه‌های سال‌های سی سده‌ی بیستم، علاقه‌ی پروفسور نیکلا ولادیمیروویچ یفیموف ریاضی‌دان شوروی را به‌خود جلب کرد. مساله به‌زبان ریاضی این گونه بیان می‌شود: آیا در فضای سه بعدی اقلیدسی، سطح‌های یک‌نواختی با انحنای منفی وجود دارد که بدون مرز و شکستگی باشد و انحنای آن (با این که در نقطه‌های مختلف فرق دارد)، هرگز به‌سمت صفر میل نکند؟

مساله‌ای بی‌اندازه دشوار بود. با این که نظریه‌ی سطح‌های با انحنای منفی وجود داشت، از نظر اهمیت عملی آن‌ها، کار زیادی انجام نشده بود. حتا این مساله هم حل نشده بود که چگونه می‌توان شکل‌های مختلف این سطح را تعریف کرد؟ هندسه‌دانان هنوز هم هر روز گونه‌های تازه‌ای از این سطح‌ها را کشف می‌کنند (بخشی از یکی از این سطح‌ها در شکل ۶ داده شده است).

دشواری راه، یفیموف را از کار باز نداشت. او با نیروی فوق‌العاده جست و جوی راه حل این مساله را ادامه داد. تلاش‌های نخستین به‌نتیجه‌ای نرسید، او حتا نتوانست مسیری برای راه حل خود پیدا کند. آن چه به‌وسیله‌ی هیلبرت استفاده شده بود، کافی به‌نظر نمی‌رسید و سایر روش‌های شناخته شده هم ناتوان و بی‌اثر از آب درآمدند. باید راه و روش تازه‌ای



شکل ۶

جست‌وجو شود. به‌نظر می‌رسید که باید از حمله‌های مستقیم و جبهه‌ای دست برداشت و به‌محاصره‌ی طولانی و پرحوصله پرداخت.

جست‌وجو و تفکر، ناامیدی و امید، ناکامی و موفقیت‌های موضعی، نزدیک به‌سی سال به‌طول انجامید. دانشمند تازه‌کار، به‌استاد عالی مقامی با شهرت

جهانی تبدیل شده بود، ولی آرزوی دوران جوانی، یعنی راه حل این مساله، تسلیم نمی‌شد. نیکلا ولادیمیروویچ بارها و بارها حل مساله را از سر گرفت و در این راه نتیجه‌های هندسی جالب و پرارزش تازه‌ای هم به‌دست آورد، ولی هدف اصلی، همچنان غیرقابل دسترس باقی ماند.

به‌تدریج تجربه‌ها روی هم جمع می‌شد، همه‌ی راه‌حل‌های ممکن مورد بررسی قرار می‌گرفت و اعتماد و اطمینان به‌کار بیش‌تر می‌شد: دیگر هدف در محاصره‌ی کامل بود! و بعد از گذشت زمانی، یفیموف دوباره حمله را آغاز کرد.

و این بار موفق شد! کار سخت، صدها صفحه محاسبه و پژوهش پیچیده‌ی ریاضی بی‌ثمر نماند و در بهار سال ۱۹۶۳، نتیجه‌ی دیرانتظار به‌دست آمد: وجود شکستگی یا مرز در این گونه سطح‌ها، اجتناب‌ناپذیر است. یعنی گونه‌های بسیاری از سطح‌های منفی را نمی‌توان از فضای لباچوسکی به‌فضای اقلیدسی انتقال داد. مساله‌ای که نزدیک به‌صد سال قبل از آن، به‌وسیله‌ی بلترام و سپس هیلبرت طرح شده بود، در حالت کلی خود به‌وسیله‌ی یفیموف حل شد.

در ضمن پژوهش‌های یفیموف رازی از سطح‌های با انحنای منفی را نیز برملا ساخت. سطح‌هایی که در دور و بر خود در هر گام با آن‌ها مواجه می‌شویم (پره‌های تاب‌دار پروانه‌ی چرخ‌بال (هلیکوپتر)، شکاف توربین‌ها و برخی از بخش‌های چرخ‌ها) دارای سطح‌هایی با انحنای منفی هستند. بنابراین بررسی عمیق این گونه سطح‌ها، از لحاظ نظریه، اهمیت ویژه‌ای دارند.

پیشرفت این نظریه، برای مطالعه‌ی آن بخش از هندسه‌ی لباچوسکی هم که در مساله‌های مربوط به‌دنیای بی‌نهایت کوچک‌ها و فضای بی‌پایان، مورد استفاده قرار می‌گیرد، سودمند است.

▣ از آکتینیوم تا روی

برگردان: نوشا کبگانی

در ابتدای ساخت شبکه اینترنت، مارک وینتر (Mark Winter) شیمیدانی از دانشگاه شفیلد انگلیس تصمیم گرفت با ساخت سایتی یک صفحه‌ای حاوی جدول تناوبی، HTML را یاد بگیرد. این سایت اکنون شامل صفحه‌های بیشماری است که در سایت WebElements وینتر آورده شده است. شاید یکی از مهمترین شبکه‌ها درباره‌ی جدول تناوبی شناخته شده است.

کاش مندلیف امروز در قید حیات بود: شما می‌توانستید همه چیز را درباره‌ی عناصر بدانید، از ئیدروژن‌کم‌وزن‌گرفته تاآن‌آن‌بیوم(ununbium)عجیب وغریب‌که نامی موقتی برای عنصر ۱۱۲ است. روی یک عنصر در جدول تناوبی کلیک کنید تا به‌مهم‌ترین چیزها از جمله نقطه‌ی ذوب، طیف نوری، رادیوایزوتوپ، شعاع، انرژی شبکه و غیره دست یابید. علاوه بر این‌ها تاریخچه‌ی مواد و مکان آن در کیهان را می‌توانید بیابید. در سرتاسر آن عامل‌های جالبی وجود دارد: برای نمونه گوگرد (به‌شکل اکسید گوگرد) باعث رنگ‌های زرد آیو، ماه مشتری می‌شود. از میان دیگر ویژگی‌های سیبرنتیک تصاویر سه بعدی اتم‌ها در ساختار بلوری روی صفحه رایانه است.

شبکه‌های عناصر ـ فرهنگ لغات Winter's chemdex به‌بیش از ۳۵۰۰ سایت شیمی متصل است.

www.shef.ac.uk/chemistery/web-elements/SCIENCE/19 Jeune 1998