روش خواجه نصیر در محاسبهٔ تابع میل (درنجوم)

جواد همدانی زاده
استاد سابق دانشگاه صنعتی شریف
ترجمهٔ جعفرآقایانی چاوشی
پژوهشگر تاریخ و فلسفه ریاضیات و عضو هیئت علمی
دانشگاه صنعتی شریف

مقدمه

شرحی بر مثلثات کروی در زیج ایلخانی[۱] تألیف دانشمند بلند آوازه طوس خواجه نصیر، می‌تواند برای تاریخ نجوم در قرون وسطی مفید فایده باشد. ما در این مقاله تنها به تشریح مطالب بخش‌های سوم و چهارم از فصل سوم این زیج اکتفا می‌کنیم و امیدواریم بتوانیم جزء ناچیزی از این اثر سترک را روشن نمائیم ـ اثری که هنوز مورد تحقیق و تدقیق قرار نگرفته است.

پیش از ورود به مطلب یادآور می‌شویم که ما ترجمه‌ای مقدماتی از تمام زیج ایلخانی را انجام داده‌ایم که در انتظار ویرایش نهائی و آماده سازی برای چاپ می‌باشد. در بخش‌های مورد پژوهش، دستوراتی بوسیله کلمات مطرح گردیده‌است، بدون آنکه برایشان برهانی آورده شود ـ دستوراتی که مشابه آنهارا غیاث الدین جمشید کاشانی در زیج خاقانی خود نیز آورده است.

زیج اخیر همانطوریکه می‌دانیم بوسیله استاد ادوارد کندی مورد تحلیل قرار گرفته است.[۲]

---

۱. خواجه نصیر، زیج ایلخانی،میکروفیلم شماره ۱۴۱۸/۲ کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران

2. Kennedy, E.S,"Spherical Astronomy in Kashi's Khaqani Zij." *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften,2(1985)1-46.*

بنابراین ما نیز از ارائه برهان برای این دستورات معذوریم و خوانندگان علاقمند را به مقاله کندی حواله می‌دهیم.

متن مورد استناد ما، نسخه خطی شماره ۱۴۱۸ موجود در کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران است که ما میکرو فیلمی از آن را در اختیار داریم. شایسته است که این نسخه برای اطمینان بیشتر با نسخه‌های موجود دیگری همچون نسخهٔ کتابخانه سپهسالار و نسخ موجود در کتابخانه آستان قدس مورد مقایسه قرار گیرد.

در قسمت دوم مقاله حاضر مطالب سومین بخش از فصل سوم زیج ایلخانی باعلائم جدید مورد بررسی قرار می‌گیرد.

این بخش شامل تعریف‌هائی از توابع مربوط به میلِ نقاطی از «دایرةالبروج» و نیز روشهائی برای تعیین این میل‌ها می‌باشد.

سرانجام در قسمت سوم، مباحث چهارمین بخش از فصل سوم زیج مذکور را که به توابع میل نقاطی دلخواه از کرهٔ آسمانی مربوط است، از نظر گذرانده و دو فرمول مثلثاتی برای تعیین این توابع ارائه می‌گردد.

شایان ذکر است که اصطلاح «میل» را منجمین برای نقاط دلخواهی از «دایرة البروج» وضع کرده‌اند و کلمه «بُعد» نیز بوسیله آنها برای نقاط دلخواه دیگری در نظر گرفته شده است.

علائم بکارگرفته دراین مقاله، همان علائم نجومی روز می‌باشند. در متن اصلی فارسی، شکل وجود ندارد، ولی ما برای فهم درست مطالب این متن، اشکال لازم را ترسیم کرده‌ایم.

نیر صفحات و سطرهای متن مورد استفاده را در داخل پرانتزها قرار داده‌ایم. مثلاً ۱۹۴ و (۲۰-۲ می‌باشد.,۱۹۴r) نشان دهندهٔ آنست که شماره صفحهٔ متن rسطرهای آن ۲-۲۰

توابع مثلثاتی بکاررفته در قرون وسطی، با آنچه که ما امروزه با آن سروکارداریم فرق اندکی دارند. از اینرو، حرف اول توابع مثلثاتی قدیم را با حروف بزرگ لاتینی نشان می‌دهیم تا بتوانیم آنها را از توابع جدید مثلثاتی تمیز دهیم.

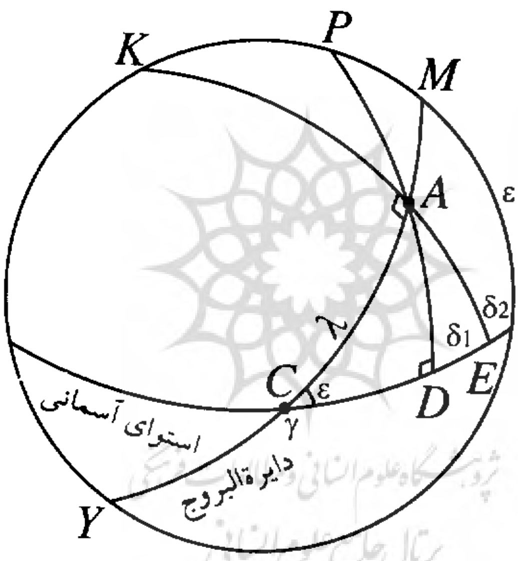
رابطه زیر بین یک جیب قدیم و سینوس جدید موجود است.

$$\mathrm{Sin}\ a = R \sin a$$

که در آن R شعاع دایره مثلثاتی می‌باشد که معمولاً آنرا برابر با ۶۰ درنظر می‌گرفتند. این مطلب آشکار شدن R را در فرمولهای زیر مدلل می‌کند.

میل‌های نقاطی از دایرة البروج (۱۹۴r.۲-۲۰)

«میل کلی» یا «غایت میل» که آنرا به ε نمایش می‌دهیم، کمانی از یک دایره عظیمه می‌باشد که از چهار قطب می‌گذرد. اینها قطب‌های شمالی و جنوبی دایرةالبروج و و استوای آسمانی می‌باشند. کمان محصور بین «انقلاب تابستانی» نقطه و M استوا، «میل شمالی» نامیده می‌شود. کمانی که بین «انقلاب زمستانی» نقطه Y استوا می‌باشد «میل جنوبی» خوانده می‌شود.



شکل ۱

اندازه ε بوسیله رصد تعیین می‌شود(سطر ۴).

بنابه گفته طوسی در زیج ایلخانی، بطلمیوس مقدارε رابرابر ۵۱و°۲۳ تعیین کرده است، حال آنکه اکثر منجمین اسلامی آنرا برابر با ۳۵و°۲۳ میگرفته‌اند. برخی از منجمان اسلامی متأخر آن را ۳۳و°۲۳ در نظر گرفته‌اند. طوسی، خود مقداری برابر با ۳۰و°۲۳=ε را ملحوظ نظرداشته است. گذشته از میل کلی، «میل‌های جزئی» نیز برای نقاط دلخواه A روی «دایرة البروج» تعریف شده‌اند. (سطرهای ۱۰-۶)

«میل اول» که ما آنرا با δ_1 نشان می‌دهیم دایره عظیمه‌ای است که از A عبور کرده و

بر «استوای آسمانی» عمود باشد. (شکل ۱)

A این دایره را «دایره میل» نیر می‌گویند که از قطب شمال یعنی نقطه P مـی‌گذرد. «میل ثانی» که ما آنرا δ_2 می‌نامیم، نقطه‌ای از دایره عظیمه‌ای است که مثل «میل اول» از می‌گذرد، و لی بر خلاف این یکی، از قطب‌های دایرةالبروج نیز عبور می‌کند.

این دایره را «دایره عرض» می‌نامند، به این جهت که عرض آسمانی ستاره‌ای در کره آسمانی یعنی فاصله آن ستاره تا دایرة البروج در امتداد این دایره قرار دارد.

طبق مطالب متن حاضر (سطرهای ۱۱-۸) بعضی از منجمین قرون وسطی «میل اول» را «غایت میل» و «میل ثانی» را میل نقطه A از دایرةالبروج خوانده‌اند.

مطالب متن را (سطرهای ۱۳-۱۱) می‌توان بشکل زیر با علائم جدید نمایش داد.

$$\delta(\lambda) = \delta(180^\circ - \lambda) = -\delta(\lambda + 180^\circ) = -\delta(-\lambda)$$

من باب مثال آغاز بروج ثور، حوت، سُنبله، و عقرب دارای میل یکسان می‌باشند، با این تفاوت که علامت منفی و مثبت در آنها تغییر می‌کند.

میل‌های ثور و سُنبله «شمالی» هستند و آن دوی دیگر جنوبی می‌باشند. تذکر ایـن مطلب ضروری است که روابط فوق تنها برای تـعیین مـیل‌هائی از نـقاطی از رُبـع اول دایرةالبروج کفایت می‌کنند (که در سطر سیزدهم متن ما آشکار هستند). حال به سراغ فرمولهای طوسی برای تعیین میل‌ها می‌رویم:

با معلوم بودن λ و ε، طوسی، مثلث کـروی قـائم الزاویـه ADC را بـرای تـعیین δ_1 بکارمی‌برد. طوسی فرمول مربوطه را با کلمات آورده است (سطرهای ۱۵-۱۴) که بـا استفاده از علائم جدید چنین می‌شود

$$\sin\lambda \,.\, (\sin\varepsilon) / R = \sin\delta_1$$

$$\delta_1 = \sin^{-1}[\sin\lambda.(\sin\varepsilon) / R] \qquad (1)$$

که می‌توان مقدار δ_1 را با استفاده از جدول سینوس‌های همین زیج بدست آورد. با معلوم بودن همان مقادیر سـابق، طـوسی مـثلث قـائم الزاویـه کـروی EAC را در نـظر می‌گیرد و با استفاده از روابط مثلثاتی زیر (سطر ۱۶)

$$\sin\lambda \,.\, (\tan\varepsilon) / R = \tan\delta_2 \qquad (2)$$

مقدار δ_2 را به شرح زیر بدست می‌آورد:

$$\delta_2 = \tan^{-1}[\sin\lambda.(\tan\varepsilon) / R]$$

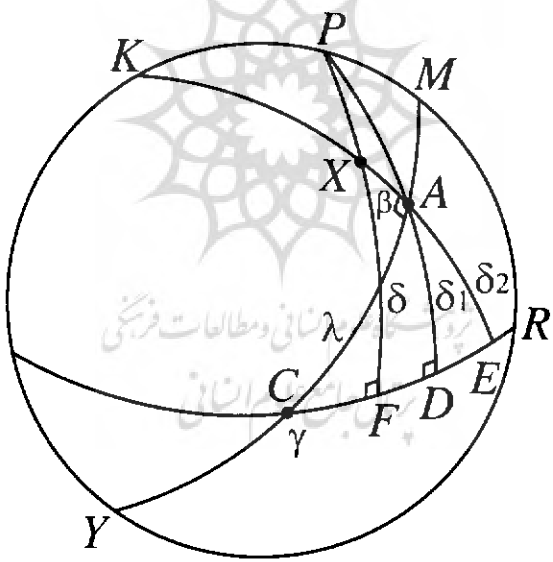
بعد با استفاده از همان مثلث، نخست زاویه AEC را (سطر ۱۸-۱۷) از فرمول $\mathrm{Cos}\delta_2=(\mathrm{Sin}\varepsilon)/R=\mathrm{Cos}A\hat{E}C$ تعیین می‌کند و با در دست داشتن $\mathrm{Cos}\ \delta_2$ را به یعنی: $\mathrm{Cos}\ \delta_2=\dfrac{\mathrm{Cos\ AEC}}{(\mathrm{Cos}\ \varepsilon)\ /\ R}$ مقدار δ_2 شکل زیر بدست می‌آورد:

۳- محاسبه میل نقاط دیگر (۲۷-۲۱ :۱۹۴r)

فاصله (=بُعد) یا به بیان امروزی میل δ یک نقطه دلخواه مانند X روی کره آسمانی، کمانی است که از نقطهٔ X خارج شده و بر استوای آسمانی عمود باشد. (شکل ۲)

برای تعیین فاصله δ=XF طوسی چنین عمل می‌کند (سطرهای ۲۴-۲۲):

مجموع عرض دایرة البروجی β و میل ثانی δ_2 نقطه هم طول X یعنی A راکه حصّه می‌نامد تعیین می‌کنیم.



شکل ۲

سپس میل اول δ_1 از نقطهٔ A را یافته و آن را میل معکوسِ نقطهٔ X می‌نامد. سرانجام برای تعیین δ فرمول زیر استفاده می‌کند:

$\mathrm{Sin}\ (\beta+\ \delta_2).\ \mathrm{Cos}\ \delta_1\ /\ R\ =\ \mathrm{Sin}\ \delta$

از اینجا با استفاده از «سینوس معکوس» می‌توان δ را تعیین کرد. او همچنین فرمول دیگری را نیز برای محاسبهٔ δ عرضه می‌کند:

$$\frac{\text{Sin } (\beta + \delta_۲) \text{ Cos } \varepsilon}{\text{Cos } \delta_۲} = \text{Sin } \delta$$