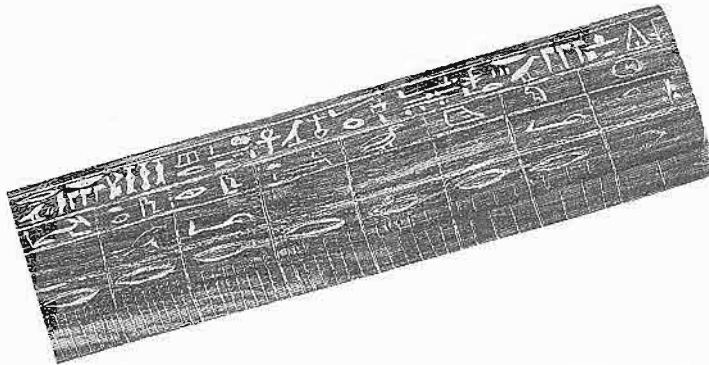


منشأ اعداد

بین‌النهرین و مصر باستان

جیمز ریتر



دستگاههای اعداد

هزاره سوم پیش از میلاد چه در بین‌النهرین و چه در مصر شاهد ظهور تدریجی مفهومی انتزاعی از عدد بود. در آغاز، هر عددی به یک دستگاه آحاد مفروض منتسب است. مثلاً «چهار» در «چهار گوسفند» و «چهار پیمانۀ گندم» با نماد واحدی نوشته نمی‌شود.

همچنین، دستگاههای گوناگون آحاد در میان خودشان به هم مربوط نیستند. مثلاً واحدهای سطح هیچ رابطه ساده‌ای با واحد طول ندارند، زیرا ارتباط آن دو (اینکه سطح را می‌توان از ضرب طول و عرض حساب کرد) هنوز در عمل معلوم نشده بود.

اما صرف نوشتن چیزها، که باعث ثبت و ضبط دائمی سنجها می‌شود، امکان مشاهده قواعد و الگوهای را فراهم می‌آورد. در دو جامعه مزبور، در دوره‌ای حدوداً هزار ساله، از این امکان استفاده شد. و در پایان هزاره سوم پیش از میلاد، کاتبان مصری و سومری طرز محاسبه سطح و حجم از طول، تقسیم مواجیب بین کارگران، محاسبه زمان لازم هر کار از حجمها، تعداد انسانها، و نرخهای کار را فرا گرفته بودند. شواهد بعدی نشان می‌دهد که چگونه به سطح جدیدی از انتزاع رسیدند و مفهوم عدد از زمینه سنجشی‌اش جداتر و جداتر شد.

ریاضیات و کتابت با یکدیگر رابطه‌ای نزدیک و مستقابل دارند. کشفهای جدید باستان شناختی نشان می‌دهد که نیاز جوامع به اندازه‌گیری، تقسیم و توزیع ثروت مادی بود که به پیدایش نخستین سیستمهای کتابت منجر شد.

برای جامعه‌ای که بخواهد ریاضیاتی فراتر از شمارش ساده به وجود آورد، مصالح مادی به نحوی از انحاء لازم است. بدون کتابت، محدودیتهای حافظه بشری چنان است که فقط به درجه معینی از بفرنجی عددی می‌توان رسید. با ردیابی پیدایش دو سیستم کتابت، یکی در جنوب بین‌النهرین در اواسط هزاره چهارم پیش از میلاد و دیگری در نواحی اطراف شوش در ایران در زمانی اندک دیرتر، کشفهای باستان شناختی در چند دهه اخیر نشان داده است که عکس مطلب فوق نیز صادق است: برای جامعه‌ای که بخواهد کتابت پدید آورد، نیازهای مادی و به خصوص نیاز به ثبت و ضبط اهمیت اساسی دارد.

در این جوامع، وسیله مادی عبارت بود از رس که عملاً از بین نرفتنی است، و نخستین مدارک همان شمارش‌هایند. بخصوص کتابت میخی (گوه‌ای شکل) بین‌النهرین در طی ۳۰۰۰ سال بعدی رواج بسیار یافت. این شیوه کتابت هم برای نوشتن زبانهای سومری و اکدی به کار می‌رفت و هم بعداً برای نوشتن حتی، عیلامی، حسوری و بسیاری از زبانهای دیگر خاورمیانه باستان، و فقط در آغاز دوران ما از بین رفت.

در همین حال، تمدن مستقلی در اواخر هزاره چهارم پیش از میلاد به سرعت در مصر تکوین و تکامل یافت. در اینجا وضع کتابت ناروشن‌تر است. اولاً، وسیله مادی برای دستنوشته‌های غیر یادمانی کلاً پاپیروس بود که به نی شباهت داشت و در کنار نیل و در دلتای آن می‌روید و جزئاً مواد کم دوام دیگر. بدین گونه مصر مدارک کمتری نسبت به بین‌النهرین باقی گذاشته است — شاید یک هزارم.

بالا، قسمتی از یک خط کش که در مصر باستان برای سنجش ذراع (واحد طولی معادل ۵۲۵ میلیمتر) به کار می‌رفت.

چپ، منظره‌هوائی محل حفاری اور (عراق) با زیگورات (بالای منظره).



در آغاز هزارهٔ دوم پیش از میلاد، هر دو تمدن توانسته بودند دستگاههای شمارشی که به یکسان انتزاعی بودند پدید آورند، هر چند که برای نمایش اعداد راههای متفاوتی در پیش گرفته بودند. مصریان، مانند اکثر جوامع مدرن، دستگاه اعداد مکتوبی بر پایهٔ ده داشتند؛ یعنی نه تا از هر واحد را می‌شمرند و بعد به واحد بالاتر می‌رفتند - بعد از نه تا «یک» نوبت می‌رسد به «ده» و بعد از نه تا «ده» نوبت می‌رسد به «صد» و الی آخر. اما برخلاف دستگاههای امروزی، کتابت اعداد «افزایشی» بود، یعنی برای یکان و دهگان و صدگان علائم جداگانه‌ای به کار می‌رفت که در صورت لزوم تکرار می‌شدند.

مردم بین‌النهرین برای محاسبه‌های ریاضی‌شان از پایهٔ شصت استفاده می‌کردند، و نخستین دستگاه شناخته شدهٔ مرتبه‌ها [ارزشهای مکانی] را به وجود آوردند. علائم اعداد، پس از پنجاه‌ونه تکرار می‌شود و مقدار واقعی با توجه به ارزش مکانی رقم در کل عدد مشخص می‌شود.

آموزش کاتب

فراگیری کار با چنین دستگاههای اعدادی مستلزم آموزشهای اختصاصی بود و تأسیس مدارس را تا همان هنگام اختراع کتابت می‌توان پی گرفت. ضمناً می‌دانیم که یادگیری ریاضیات در اوایل کودکی، به همراه خواندن و نوشتن، آغاز می‌شد و ریاضیات در آن زمانها هم «سخت‌ترین» درس به حساب می‌آمد.

در حدود ۲۰۰۰ سال پیش از میلاد، شوگلی، یکی از شاهان امپراطوری سوم اور در بین‌النهرین، موضوع یک سرود لفظی بود که متن الگوی مدارس برای مشق و تمرین در طسی نیمهٔ اول هزارهٔ دوم پیش از میلاد شد. او

بایین، در کاتب در حال ثبت غنایم جنگی شاه آشور در طراحی یک دیوار نگاشتهٔ مفقود نو آسوری.



در این سند به موفقیت‌های علمی‌اش می‌بالد و بسا غرور و افتخار می‌گوید: «تفریق و جمع را کاملاً می‌دانم و شمارش و محاسبه را بلدم.»

بیش از هزار سال بعد، آشور بانی پال شاه آشور در یکی از سرودهایش تقریباً همین سخن را تکرار می‌کند: «من می‌توانم معکوسهای دشوار و حاصل ضربهایی را که در جدولها نیستند پیدا کنم.»

کاتب جوانی که در مصر یا بین‌النهرین می‌خواست «ریاضیدان» شود چه سرگذشتی داشت؟ این افراد معمولاً پسر بودند. دختران منعی نداشتند اما در اسناد هیچ ذکری از آنها نیامده است. کاتب جوان البته در ابتدا به مدرسه می‌رفت. پسران اغنیاء و اقسویا دوشادوش جوانان تنگدست‌تر درس می‌خواندند و تنگدستان در تحصیل بخت نادری برای صعود از پلکان اجتماع می‌جستند.

در مدرسه که دوره‌اش دست کم ده سال طول می‌کشید کاتب چه می‌آموخت؟ از هر دو تمدن نمونه‌هایی از مشق مدارس در اختیار داریم که شامل متون ریاضی است و جزئی از زندگی تحصیلی را در جریان «جدلهای کاتبانه» نشان



بالا، نقشی از گور آختوتب (سلسله پنجم مملکت قدیم، ۲۲۹۰ - ۲۴۵۰ پیش از میلاد) که کاتبان مصری را در حال تنظیم حسابهای یک محدوده خاکسپاری نشان می‌دهد.

«شبه‌ای، ۷۳۰ ذراع [طول] و ۵۵ ذراع بهتا، با ۱۲۰ قسمت پر از نی و تیر، باید ساخته شود؛ نوک آن ۶۰ ذراع ارتفاع دارد، در وسط ۳۰ ذراع؛ شیب آن ۱۵ ذراع است؛ با قاعده‌ای ۵ ذراعی. مقدار آجرها به تقاضای فرمانده سربازان. «کاتبان همه جمع می‌شوند، اما هیچکس نمی‌داند چه کند. همه به تو امید می‌بندند و می‌گویند «دوست من! تو کاتب زیرکی هستی.» می‌ادا بگویند: «چیزی هست که او نمی‌داند.» مقدارش را به آجر بدهید. ببینید، اندازه‌گیریهایش پیش روی شماست؛ هر کدام از قسمت‌ها ۳۰ ذراع [طول] و ۷ ذراع [عرض] دارد.»

اما این متون بیشتر جنبه ادبی دارند تا جنبه ریاضی. در واقع، تعدادی متن درسی ریاضی از هر تمدن در اختیار داریم که تقریباً همه آنها به دو دوره مشخص مربوط می‌شوند: نیمه اول هزاره دوم پیش از میلاد و دوره تسلط یونان و روم در پایان هزاره اول پیش از میلاد. این متون دو گونه‌اند، متون جدولی و متون مسئله‌ای.

نمونه شاخص یک متن جدولی، یک جدول جذر از اوایل هزاره دوم پیش از میلاد در بسایل است. کتابت

می‌دهد. در نمونه‌ای از بین‌النهرین، کاتبی در برابر کاتب دیگر به دستاوردهایش می‌بالد:

«می‌خواهم الواح بنویسم:

الواحی [از سنج‌ها] از ۱ گور جو تا ۶۰۰ گور؛

الواحی [از اوزان] از ۱ شیکل تا ۲۰ مینا نقره؛

با قراردادهای ازدواجی که ممکن است برایم بیاورند، قراردادهای تجاری...

فروش خانه‌ها، مزرعه‌ها، برده‌ها،

گروه‌هایی به نقره، قراردادی برای اجاره مزرعه‌ها،

قراردادی برای کاشتن درختهای نخل...

حتی الواح اختیار فرزند؛ من نوشتم همه اینها را می‌دانم.»

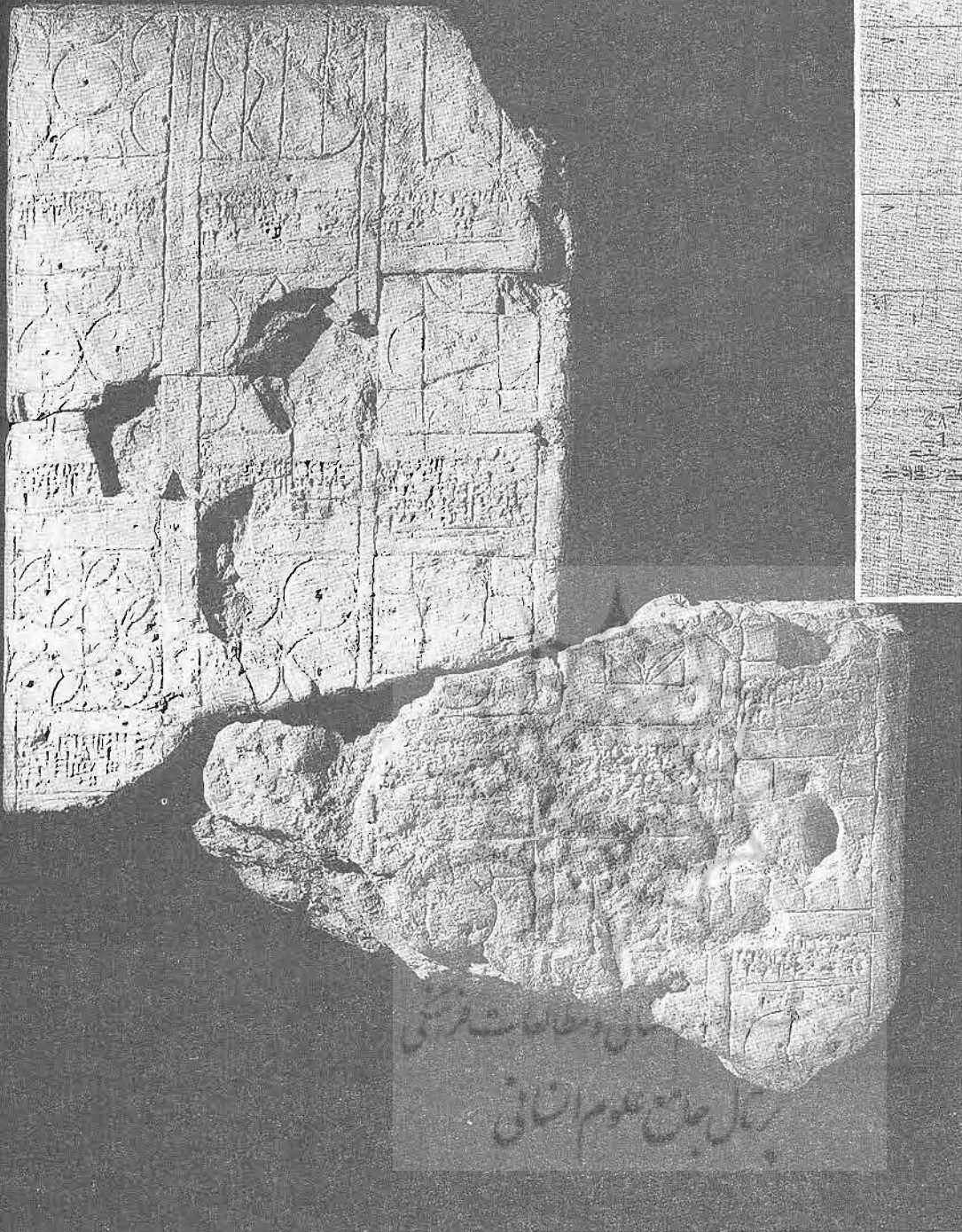
در متن نمونه‌واری از مصر، کاتبی کاتب دیگر را چنین شماتت می‌کند:

«به اینجا می‌آیی و جای مرا می‌گیری. وقتی کاری به تو

مخول شود رفتار لافزنانه‌ات را فاش خواهم کرد. وقتی

بگویی «من کاتبم، سر دستم کاتبان دیگر» تکبرت را برملا

خواهم کرد...



بابیروس ریاضی ریند، طوماری
مربوط به حوالی سال ۱۶۵۰
پیش از میلاد که از روی یک اثر
قدیمی تر نسخه برداری شده و
متبع اطلاعات بسیار درباره
ریاضیات مصر باستان است. بالا،
جزئیات آن، بخشی از جدول دو
برابر کردن کسرهای فرد را نشان
می دهد.

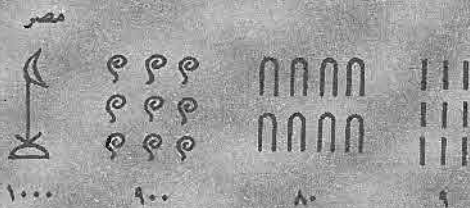
جب، تکه هایی از یک لوح
بین النهرین مربوط به اوایل
هزاره دوم پیش از میلاد.

«یک هرم. وجه آن ۱۴۰ [ذراع] و شیب آن ۵ و جب و ۱
انگشت [در هر ذراع]. ارتفاع آن چقدر است؟»
در این مسئله، دانسته ها به شکل اعداد مشخص بیان
شده اند نه به شکل متغیرهای مجرد؛ پس از صورت مسئله،
حل آن به روش مرحله به مرحله ارائه می شود و در پایان
جواب به دست می آید. در هر مرحله از نتیجه مرحله قبلی یا
از یکی از داده های آغاز مسئله استفاده می شود.
هیچ برهانی برای تبیین این روش داده نمی شود. و هیچ
توضیحی برای شکل آن نمی آید. اما حتی با همین مقادیر
عددی، ماهیت این شکل عمل کاملاً روشن است. لذا

سیستماتیک و منظم جدول نشان دهنده میزان انتزاعی است
که بدان دست یافته بودند. اگر کاتبی به ریشه دوم نیاز پیدا
کند، چه می کند؟ اگر در جدول موجود نباشد، به راحتی از
مقادیر دو طرف قابل محاسبه است. این روش تقریباً در همه
فرهنگها، از جمله فرهنگهای غربی، مرسوم بود (در واقع تا
این اواخر) و بابلیان و مصریان از جدولهای ضرب، جذر و
جمع کسرها به این طریق استفاده می کردند. از متون مسئله ای
نیز به همین طریق استفاده می کردند. نمونه شاخص آن یک
بابیروس مصری مربوط به نیمه هزاره دوم پیش از میلاد
است که با صورت مسئله شروع می شود.

اعداد مصریان و بابلیان

این دو دسته نماد نشان می‌دهد که کاتبان مصر باستان و بابلی عدد ۱۹۸۹ را در دستگاهای اعدادشان چگونه می‌نوشتند.



دستگاه اعداد مصری که در اینجا به خط هیروگلیف آمده است، بر مبنای ۱۰ بود. یک علامت برای هزارگان، نه علامت برای صدگان، هشت علامت برای دهگان، و نه علامت برای یکان می‌بینیم.

بابلی



دستگاه اعداد بابلی بر مبنای ۶۰ بود. یا مبنای ۶۰، هزار و نوبصد و هشتاد و نه را باید به صورت سی و سه شصت قابی و نه یکی نوشت. محل نه در سمت راست نشان می‌دهد که شامل یکها است، و ۳۳ در طرف چپ نشان دهنده شصتها است.

دانشجو می‌تواند هر مسئله مشابه دیگری را حل کند. وانگهی، این مسئله‌ها غالباً به طریقی دسته‌بندی می‌شوند که تکنیکهای آموخته شده را می‌توان فوراً در موارد دیگر به کار برد. مسئله بالا به عنوان مثال، از نوع مسئله‌ای است که در آن شیب هرم را با استفاده از طول و ارتفاع محاسبه می‌کنند، که این به نوبه خود از نوع مسئله‌ای است که به محاسبه شیب مخروط مربوط می‌شود.

اما همه مسائل ریاضی به این وضوح جنبه کاربردی نداشتند. هدف اصلی تمرینهای درسی ریاضی، تعلیم دادن تکنیکهای ریاضی مورد استفاده در حل مسائل به کاتب جوان بود. مشق تکنیکها، و نه کاربرد مستقیم، نکته اصلی بود. به این دلیل، بسیاری از مسائل ظاهراً «عملی» در این متون، از زندگی حقیقی بسیار فاصله دارند: در یک لوح بابلی مسئله‌ای طرح شده که در آن از یک وسیله اندازه‌گیری شکسته برای سنجش زمین استفاده می‌شود. در یک مدرک مصری از کاتبی می‌خواهند اندازه اولیه یک گله گاو را بر اساس تعداد گاوهایی که برای پرداخت مالیات گله به کار رفته حساب کنند...

هدف آموزشی همه اینها واضح است. به علاوه، ساختمان متون مسئله‌ای و جدولی امکان برخورد دیگری را به انتزاع و تعمیم در ریاضیات فراهم می‌آورد. برخورد مصریان و بابلیان صرفاً افزایش تعدادها با سلسله مراتب «سطوح عمومیت» نیست، بلکه ایجاد شبکه‌ای از مثالهای نمونه‌وار است که در آن هر مسئله جدیدی را می‌توان (به شکلی از درون یابی) به مسئله‌های قبلاً معلوم ارتباط داد. دقیقاً همین برخورد را در سایر زمینه‌های تفکر قدیم، مانند طب، الهیات و تجیم، می‌توان دید. تمام این موضوعات را مصریان و بابلیان جزو قلمرو خاصی از «روش عقلی» می‌دانستند.

نبودن لفظ برای «ریاضیدان»

منابع مستند فراوان (متون حساب و کتاب، فهرست حرفه‌ها، مراجع متون ادبی و تاریخی، حتی نقاشی و پیکره) به ما امکان می‌دهد که زندگی حرفه‌ای کاتب را پس از تکمیل تحصیلاتش دنبال کنیم. البته اگر به دنبال لغت «ریاضیدان» به معنی امروزی‌اش بگردیم (کسی که در میان جمع شناخته شده‌ای از محققان درباره خواص اعداد و اشکال هندسی کار می‌کند)، به جایی نمی‌رسیم. در هیچ کدام از زبانهای مصر و بین‌النهرین به لفظ «ریاضیدان» برخورد نمی‌کنیم.

کاتب جوان دو راه در پیش داشت. عده‌ای خودشان معلم ریاضیات می‌شدند و احتمالاً به مسائل دیگری می‌پرداختند که می‌شد به محصلان نسل بعدی ارائه کرد. با گذشت زمان، از این طریق تکنیکهای ریاضی موجود در این دو جامعه زرفتر و گسترده‌تر شد.

عده‌ای از فارغ التحصیلان هم حسابدار می‌شدند (محاسبه‌کننده کار، جیره خوار و بار، زمین و محصول). کاتبان همه چیزدان هستند و زحمات طاقت فرسای آنها در فرسکوهای دیواری مصری و نقوش برجسته کاخهای آمشوری در حال سختکوشی و تلاش به تصویر درآمده است. اربابان ایشان یا زمینداران بودند یا دولت. ظاهراً از امتیازات ولو نه چندان چشمگیری هم برخوردار بودند. ایشان همچون همکاران معلم خود، محرک جامعه باستانی نبودند بلکه به آنهايي که محرک بودند خدمت می‌کردند - و بر دیوارهای حامیانشان همچون نمادهای زنده تمرکز قدرت و ثروت، همان ثروتی که زحمت می‌کشیدند تا محاسبه‌اش کنند، جاودانه می‌شدند.

ترجمه رضا رضائی ساروی

جیمز ریتر،

امریکایی استاد ریاضیات و تاریخ علم در دانشگاه پاریس VIII است. علائق پژوهشی او به نظریه نسبیّت و تاریخ آن، و کاربردهای استدلال در مصر باستان و بین‌النهرین معطوف است. در کار گروهی بزرگی به نام مبانی تاریخ علم (انتشارات بوردا، پاریس، ۱۹۸۹)، که به سرپرستی میشل سوره انجام شد، شرکت داشته است.