

لیلاواتی

بانوی مهر بان حساب

فرانسیس زیرمن



بخشی از نسخه خطی (بدون تاریخ) یک متن سانسکریت که در ۷۵۰ میلادی تألیف و با شکل‌های هندسی زیرین شده است.

صفحه روبرو، ساعت آغازی در رصدخانه بنون سلفه چاپور (هند) که در سال ۱۷۲۸ ساخته شده است.

در قرن هشتم میلادی (دوم هجری) محققان مسلمانی که در هند به پژوهش در متون ریاضی سانسکریت اشتغال داشتند دو کشف مهم کردند که بعدها آن دو کشف را تکامل بخشیدند و به جهان غرب منتقل کردند. مفهوم ارزش مکانی ارقام با استفاده از دستگاه دهدهی که با کاربرد مفهوم «صفر» همراه بود، و نوعی مثلثات که شامل استفاده از جیب (سینوس) بود. تصادفی نیست که این پیشرفت‌های مهم که در حوزه‌های نوشتن و محاسبه و منت‌بندی رخ داد به دست ریاضیدان هندی انجام گرفته؛ بلکه این هر سه با موضوعاتی ارتباط می‌یافت که از قدیم مورد علاقه محققان هندی بود؛ محققانی که همواره از خود علاقه خاصی به صورت‌های دستوری نشان داده بودند.

در هند قدیم، ریاضیات نیز مانند همه رشته‌های علمی هم از فیوید اشکال زبان سانسکریت تبعیت می‌کرد، و هم تابع لوازم شعری بود، زیرا غالب متون علمی منظوم بود. کتابهای مهم ریاضی، که غالباً به دست برهمنان (یعنی افراد کاست روحانی که بالاترین کاستها بود) تألیف می‌شد، با عبارت بود از یک نوشته اصلی و غالباً مرمر، که مشتمل بر سوترها یا کلمات قصار بود، و با شعرهایی بود که باید به خاطر سپرده می‌شد. سلسله‌ای از شرح‌های مشهور، معانی پنهان این متون کهن را توضیح می‌دهند و مؤید این نکته‌اند که این متون به صورت کلمات قصارند و تمدا طوری تألیف شده‌اند که خلاصه‌ای از تعلیم استادان راه، به صورتی که از حافظه متعلمان زنده نشود، در بر داشته باشند.

شواهد کاربرد ارقام، به معنی نمادهای نوشتنی را در روزگاری‌های کهن باید در سنگ‌نوشته‌ها یا حکاکتبه‌های روی مس که مورد مطالعه باستان‌شناسان قرار گرفته‌اند، جست؛ از قبیل اعداد ۲ و ۶ که در کتیبه‌ای از آنوکا باقی مانده و تاریخش به قرن سوم قبل از میلاد می‌رسد. اما این ارقام به ندرت در متونی که شایسته نام متون ریاضی باشند باسقت می‌شوند. ارقام عربی در واقع اصل هندی دارند و به این دلیل عربی نامیده می‌شوند که نویسندگان عرب [= مسلمان] آنها را به سایر مردم جهان معرفی کرده‌اند. آسما معمولاً از این ارقام به ندرت در متون سانسکریت استفاده می‌شود، بلکه در عوض اعداد را به صورت کامل (و به صورت لفظی) با یا نمادهای رمزی القیابی می‌نویسند. به عبارت دقیقتر، نباید میان متون اصلی که غالباً منظوم‌اند و شرح‌های مشهور فریق گذاشت، به کمک دسته اخیر از آثار است که می‌توان درباره نحوه نوشتن واقعی اعداد در جریان عمل محاسبه اطلاعاتی به دست آورد.

اعداد را به صورت عمودی بالای چند خط می‌نوشتند، با دست کم از شرحی که بهسکره بزرگ در ۶۲۹ میلادی بر آریه‌طیبه نوشته، چنین معلوم می‌شود. مستأسفانه عمر دست‌نویسهای هندی کوتاه بود، و به طور متوسط از سه قرن تجاوز نمی‌کرد. این آثار چون بر کاغذ یا بر برگ نخل نوشته می‌شدند، از آسیب ششم یا حشرات در امان نبودند.

مسأله ساده‌ای مأخوذ از لیلاواتی

(حساب) اثر بهسکره ریاضیدان

هندی قرن دوازدهم

مدالی از مرخج مشترک گرفتن میان کمرها یک پنجم از یک فوج زنبور بهسست درخت کنار پرواز کردند و یک سوم آنها بهسست درخت موز. (عندی برابر با سه برابر تفاضل دو) (عدد قبلی)، آه سنجب کهر جسم من، بهسست درخت گسوداگا (Cudaga) پسر گسودندر سرانجام، یک زنبور دیگر، که فزاید بنوده و به یک بان مجلوب بری دلتشین باسکن و کسابق بود، این سو و آن سو پرواز می‌کرد. بگو ای دلدار که شمار زنبورها چند بوده است؟

فرض کنید که

$$x = \text{شمار زنبورها}$$

$$x = \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 2x \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + 1$$

با مرخج مشترک گرفتن داریم:

$$x = \frac{x}{5} + \frac{2x}{3} + 2x \left(\frac{5}{20} - \frac{4}{20} \right) + 1$$

$$x = 15$$

په یاد داشته باشید که این متن در قرن دوازدهم نوشته شده است.

په یاد داشته باشید که این متن در قرن دوازدهم نوشته شده است.



مشاهده علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
ریال جامع علوم انسانی

دستوشتهایی از بهسکره که به دست ما رسیده نسخه‌های جدیدی است و نمی‌توان به آنها به عنوان شواهد طرز نوشتن در روزگار کهن استاد کرد. در دستنویس بهکمالی که از قرن دوازدهم باقی مانده و شاید به این اعتبار کهنترین سند باشد، محاسباتی با ارقام عربی دیده می‌شود که چندین سطر را در برمی‌گیرد و درون چهار گوشه‌ها یا چیمه‌های، در داخل متن اصلی ریاضی که به سانسکریت است، گنجانده شده است.

فقدان اعداد و نمادهای نوشتاری در میان کلمات قصار و اشعار متون کلاسیک ریاضی به این معنی نیست که این متون به کلی از هر نوع نماد عاری‌اند، بلکه بدین معنی است که نمادهای به کار رفته ماهیت دستوری و لفظی دارد. به دلیل امکانات بی‌حد وحصری که در زبان سانسکریت از لحاظ مترادفات هست، اعداد با عبارات و تعبیرات ادبی نمایش داده می‌شوند. مثلاً نایانا (Nayana = چشم) و بهو (bahu = بازو) نام عدد دوهستند. اگنی (Agni = آتش) به معنی سه است (و در آن اشاره‌ای است به سه صورتی که آتش آیین در وداها دارد) و آدری (Adri = کوه) به معنی هفت است (که اشاره‌ای است به هفت کوه هندوستان در جغرافیای مقدس هندوان، و از معایب که در سانسکریت معنی «آسمان» یا «فضاء دارند نمابنده صفر است. ترتیب ارقامی که یک عدد را تشکیل می‌دهند عکس ترتیب امروزی است، مثلاً عدد ۳۳ را به صورت اگنی نایانا می‌نویسند.

به کمک این نمادهای می‌توان سلسله‌هایی از ارقام را که امروزه معمولاً در قالب جدول نیت و ضبط می‌شوند به صورت لفظی نوشت. در هند، مانند جاهای دیگر، داده‌های نجومی در تقویمها قر نهایست که به صورت ستون‌هایی از اعداد عرضه می‌شوند. اما این شیوه از ابداعات اعراب است و در متون کهن سانسکریت اعداد به صورت یک سطر یا یک بیت شعر نمایش داده می‌شد.

صورت دیگری از نمادهای عددی که در متون نجومی و ریاضی فراوان به کار رفته است، مسببتی بر الفبایی سانسکریت است. این نوع نظامها یا چند دسته‌اند. به کمک نظام کاتانایادی (Katanayadi)، که در جنوب هند بسیار رایج است، می‌توان اعداد بسیار بزرگ و جدولهای توابع مثلثاتی را به صورت الفاظ یا کلمات قصار یا انتعاری که به آسانی در یاد می‌مانند، بیان کرد. این نظام به قمری انطاف دارد که می‌توان با استفاده از آن این گونه ارقام را با عباراتی که بخود معانی دیگری دارند بیان کرد. مثلاً دستور روحانی آکاریاگک آبهیدا (Acaryangak abehida) که معنی تحت الفظی آن چنین است: «حرف پیر را نباید پیش ناخرم گفت»، صورت رمزی نوشتن عدد ۱,۳۳۴,۱۶۰ است، و این عدد خود نمایش ۱,۳۳۴,۱۶۰ مین روز از دور کالی (Kali) است. که در این روز فیلسوفی به نام سانکر آکاریا (Sankaracarya) اصلاحاتی را آغاز کرده است.



آیا این طرز بیان شاعرانه تأثیری بر استدلال ریاضی داشته است؟ آیا خصوصیت ویژه‌ای در شیوه تفکر یا منزلت اجتماعی ریاضیدانان هندی وجود داشته است که باعث شده است ایشان تعالیم خود را در قالب ادبی بریزند؟ در هند هیچگاه کاست ریاضیدانان، یا حتی یک مکتب ریاضی، وجود نداشته است. اگر بتوان کسانی را که متونی درهنده و حساب و جبر می‌نوشته یا از این متون استفاده می‌کردند ریاضیدان نامید، باید گفت که ایشان همکاری نزدیکی با کارشناسان شعائر برهنمی و وداپی داشته‌اند. این گروه که از برهمنان بودند، یعنی عضو کاست عالی و تبه‌ای بودند که در فرهنگ سانسکریتی تسخر داشت، در میان دانشمندان جیوتیروید (Jyotishid) یا «خوره» در کارستارگان نامیده می‌شدند. متون ریاضی معمولاً جزء متون نجومی بود، و مثلثات در جریان مطالعه قواعد زاویه‌ای میان ستارگان بود که تکامل یافت.

ریاضیات نیز مانند همه علوم برهنمی (یا ساستره)، در اصل برای مقاصد دینی به‌وجود آمده بود، و یادوی بود برای آنکه شعائر دینی درست انجام بگیرد. ما چیزی از زندگی ریاضیدانان بزرگ هندی نمی‌دانیم، اما می‌توانیم تصویر نسبتاً دقیقی از محیط کار آنها، که آمیخته با شعائر و بحث مدرسی بود، به‌دست دهیم؛ زیرا سبک متون سانسکریت رنگ شد این محیط را بر خود دارد. پس از آنکه شاگردان متنی را آنقدر لغت به لغت تکرار می‌کردند که در خطاطی ایشان نقش می‌یست» و آن را از بر می‌شدند، استاد شفاهاً

بیسکره شیوا، در مقام وینده ره
 Vinadhara = استاد علوم و
 فنون، از قرن بازدهم، در رمزهای
 عددی هندی، وازا سانسکریت
 رود راسا (Radrasya) پنج
 چهره شیوا، نشانه عدد است.

نسبت محیط دایره به قطر آن (π)

«چهار را به صد بیفزاد، در هفت ضرب کن، ۳۴۰۰۰ را بر آن بیفزاد، مقدار تقریبی (approx) محیط دایره‌ای با محیط ۲۰۰۰۰ به‌دست می‌آید»

این دستور که از آریههده ریاضیدان هندی قرن ششم است، کهنترین فرمول را برای مقدار عددی نسبی که بعداً «نام گرفت» به‌دست می‌دهد.

محیط	۳۱۴۱۵۹	۳۱۴۱۶۶
قطر	۲۰۰۰۰	

فرانسس زهرمن،
 فیلسوف و مرددشناس فرانسوی
 مدیر پژوهشها در مرکز ملی تحقیقات علمی (CNRS) است.

مثالها و اثباتها و محاسباتی را که در پشت آن متن قرار داشت بهایشان می‌آموخت. این کلیدی بود که درهای معرفت را بر روی ایشان می‌گشود و جامی بود که عطش روحی ایشان را می‌نشاند.

لیلاواتی، که انری است از ریاضیدان قرن دوازدهم بهسکرة دانشمند، معمولاً به این صورت برای آموزش حساب به‌کار می‌رفت، و به همین دلیل است که با پیش‌خانه می‌یابد که دارای دو معنی است؛ در این بیت بهسکرة «لیلاواتی» خود را (که هم «لطیفه» معنی می‌دهد و هم «حساب») به‌ساتوی تشبیه می‌کند که همه لطف جتی‌ها را داراست (جتی هم به معنی اشراق‌زاده است و هم، در کاربرد فنی، به معنی تحویل چند کسر به یک مخرج مشترک). «ذلت و سعادت روزافزون این جهان همواره نصیب کسانی خواهد بود که او را در آغوش بگیرند و بر سینه بپوشانند» (یعنی از راه تکرار به‌خاطر بسیرند).

از هندسه آیینی تا رساله بهسکرة

کهنترین این متون که به‌دست ما رسیده سولباسوتراها (Sulbasutra)، یا «قواعدی درباره طابعهای اندازه‌گیری» است که تاریخ تألیف آنها را بین قرن پنجم و قرن یکم قبل از میلاد می‌دانند. در این رساله‌ها قواعدی برای بسا کردن قربانگاههایی که آیینهای قربانی ودایی در آنها برگزار می‌شد، و از خشتهایی ساخته می‌شد که بر اساس صورتهای رمزی قالب‌ریزی می‌گشت، به‌دست داده می‌شود. ترسیمهای هندسیی که در این رساله‌ها تعلیم داده می‌شود مبتنی بر شناخت برخی از حالات خاص مثلث قائم‌الزاویه (مثلاً با اضلاع ۳، ۴، ۵ یا ۵، ۱۲، ۱۳ یا ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷ و غیره) است. همچنین در این رساله‌ها از این دو قضیه هم استفاده می‌شود که «قطر مستطیل (از راه بنا کردن مربعی بر روی آن) معادل [مجموع] حاصل ضرب عرض و طول مستطیل را [در خودشان] ایجاد می‌کند؛ و قطر مربع (از راه بنا کردن مربعی بر روی آن) دو برابر مساحت خود را ایجاد می‌کند». آشای این قضایا به‌صورت دستور بیان شده است که به‌صورت قضیه دستوری است برای آنکه شاعرایی درست انجام شود و نیز در کنار بنا کردن ساختمانها مورد استفاده قرار گیرد. واژه سوتره هم که در آغاز موجز و قصارگونه معنی می‌داد، در نوشته‌های بعدی به معنی «قاعده» و به مفهوم اصطلاحی قاعده‌ای که در کار ساختمان باید از آن استفاده شود، به‌کار رفته است.

در ریاضیات هندی قضیه وجود ندارد؛ فقط قواعدی هست که بر اساس استدلالاتی که ریشه در شهود دارند ساخته شده‌اند. قواعد و کلمات قصار و عبارات به‌یادسپردنی، که در متون اصلی به‌کار رفته، حاصل پرهان نیست، بلکه رهنمودهایی است تا شارح یا خواننده بتواند برخی ترسیمات هندسی را انجام دهد. حتی در جبر نیز، نحوه استدلال معمولاً طوری است که سطوحی را به‌حاصل ضرب



تعداد به‌دراغانه گرفته‌اند؛
منجمی مشورت می‌کنند
مینیاتور مکتب کانگرا (اواخر
قرن چهاردهم)

عوامل مربوط می‌کند، و بنا بر این مستلزم ترسیم یک شکل هندسی است.

بسیار گفته شده است که هندیان جیردان بوده‌اند نه اهل هندسه؛ با این حال، در همه شرحی که بر تحالیم آریستهطه (قرن ششم) برهه‌گویند (قرن هفتم) و بهسکرة (قرن دوازدهم) نوشته شده، هندسه همیشه مستقلاً کاربرد قواعد حساب و جبر بوده است. فضای هندسی و مجموعه عددی را دو وجه از یک واقعیت می‌دانستند، و راه‌حل جبری را به‌ترسیم هندسی پیوند می‌زدند. مفهوم اثبات این بود که راه‌حلی را پیش چشم به‌نمایش بگذارند و آن را به‌نمطور شهودی آشکار سازند. به‌گفته یکی از شارحان، «بسیاری باید اثباتی هم از طریق کمبات ارائه شود». همین طریقی در ریاضیات هندسی، کار استدلال توجیح دستاوردهای شهود است. ■ ترجمه حسین معصومی همدانی