

## مطالعه تطبیقی قابلیت انتشار حرارتی خاک در دو حالت دماهای بالای صفر و زیر صفر تحت شرایط رطوبتی مختلف\*

علی خلیلی<sup>۱</sup>، یونس خوشخو<sup>۲</sup>، حسن رحیمی<sup>۳</sup>، پرویز ایران نژاد<sup>۴</sup>

\* این تحقیق برگرفته از پایان نامه دانشجویی کارشناسی ارشد رشته هواشناسی کشاورزی دانشگاه تهران با عنوان «بررسی قابلیت انتشار حرارتی خاک های مختلف تحت شرایط متغیر بافت و رطوبت با استفاده از تکنیک محاسبات عددی» است.

۱- ۳- استادگروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

۲- دانشجوی دکتری هواشناسی کشاورزی دانشگاه تهران

۴- استادیار موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

### چکیده

قابلیت انتشار حرارتی خاک ( $\alpha$ ) یکی از مهم ترین ویژگی های حرارتی آن است که در علوم کشاورزی، مهندسی و خرد اقلیم شناسی از اهمیت ویژه ای برخوردار می باشد. حالت آب در خاک به لحاظ وقوع یخبندان یا عدم وقوع آن، جزء اثرگذارترین عوامل روی تغییرات  $\alpha$  در خاک به حساب می آید. بر این اساس در این تحقیق به بررسی تغییرات  $\alpha$  تحت شرایط متغیر رطوبت در دو حالت دماهای بالای صفر و زیر صفر در یک خاک با بافت ماسه ای پرداخته شد و روند تغییرات  $\alpha$  در دو حالت فوق مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفت. برای برآورد  $\alpha$  از حل عددی معادله انتشار حرارت در خاک به روش کرانک- نیکلسون بهره گرفته شد. برای سنجش مقادیر خطا و قضاوت در مورد میزان تطابق مقادیر محاسباتی و مقادیر مشاهداتی، از معیار جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده شد. اعمال دماهای بالای صفر و زیر صفر به سطح خاک توسط یک سیستم گرمایش- تبرید که قابلیت ایجاد حرارت در محدوده دمایی ۱۵+ الی ۱۸- درجه سلسیوس را داشت به انجام رسید. جمع آوری داده های مورد نیاز معادله انتشار حرارت در خاک، به کمک هفت حسگر دمایی که در اعماق مختلف خاک کار گذاشته شدند، صورت گرفت. نتایج بدست آمده حاکی از کم بودن مقادیر RMSE در هر دو حالت دماهای بالای صفر و زیر صفر و عملکرد مطلوب مدل بود. در هر دو حالت دماهای بالای صفر و زیر صفر، با افزایش رطوبت به خاک تا حد رطوبتی ۱۰٪، قابلیت انتشار حرارتی خاک روند افزایشی و سپس روند کاهشی از خود نشان داد. برای کلیه درصدهای رطوبتی مقدار  $\alpha$  در حالت دماهای زیر صفر نسبت به حالت بالای صفر مقادیر بیشتری را به خود اختصاص داد که این امر به بالا بودن قابلیت انتشار حرارتی یخ نسبت به آب مایع نسبت داده شد.

**کلمات کلیدی:** قابلیت انتشار حرارتی خاک، رطوبت، بافت خاک، روش کرانک- نیکلسون.

### مقدمه

می توان منشأ بیشترین و مهم ترین اثر در تغییرات  $\alpha$  در خاک به حساب آورد [۲ و ۷]. نظر به اینکه قابلیت انتشار حرارتی آب مایع و یخ به طرز قابل توجهی با یکدیگر متفاوت است، لذا اثرپذیری قابلیت انتشار حرارتی از تغییرات رطوبتی خاک در دو حالت وقوع و عدم وقوع یخبندان در خاک به میزان مؤثری با یکدیگر تفاوت دارد. تاکنون روش های متعددی برای برآورد قابلیت انتشار حرارتی خاک ارائه شده است. در برخی از این روش ها ابتدا قابلیت هدایت حرارتی و ظرفیت حرارتی خاک به صورت جداگانه برآورد گردیده و از حاصل تقسیم آنها قابلیت انتشار حرارتی خاک حاصل می شود. در زمره مهم ترین این روش ها می توان به مدل دی ورایس<sup>۱</sup> (۱۹۷۵) اشاره کرد [۳]. برخی روش های دیگر بر مبنای حل یک معادله انتشار حرارت در خاک پایه ریزی شده اند و

برآورد ویژگی های حرارتی خاک در علوم مختلف کشاورزی، مهندسی و خرد اقلیم شناسی از اهمیت ویژه ای برخوردار است. ویژگی های حرارتی خاک شامل ظرفیت حرارتی (C)، قابلیت هدایت حرارتی (K) و قابلیت انتشار حرارتی ( $\alpha$ ) می باشند. قابلیت انتشار حرارتی خاک که از تقسیم K بر C بدست می آید مهم ترین ویژگی حرارتی خاک به شمار می رود که بیانگر توانایی خاک در عبور دادن حرارت از نقطه ای به نقطه دیگر است. از آنجایی که خاک محیطی مرکب از فازهای جامد، مایع و گاز می باشد و قابلیت انتشار حرارتی این اجزاء به طور معنی داری با یکدیگر متفاوت است، لذا هر گونه تغییر در نسبت حجمی اجزاء تشکیل دهنده خاک، منجر به تغییر در مقدار  $\alpha$  خواهد شد. تغییرات رطوبتی خاک را

می‌باشد. هدف از انجام این تحقیق بررسی و مقایسه روند تغییرات قابلیت انتشار حرارتی خاک تحت رطوبت‌های مختلف در دو حالت دماهای بالای صفر و زیر صفر با استفاده از حل عددی معادله انتشار حرارت در خاک و تحلیل و تفسیر نتایج حاصله می‌باشد.

### مواد و روش‌ها

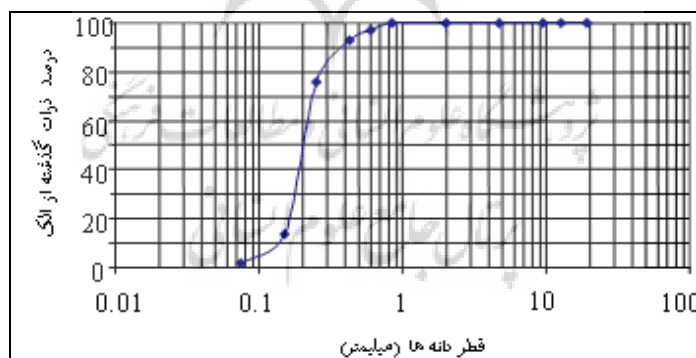
#### - تجهیزات آزمایشگاهی

خاک مورد مطالعه دارای بافت ماسه‌ای بود که در رطوبت‌های وزنی ۵، ۱۰، ۱۵، و ۲۰ درصد تغییرات قابلیت انتشار حرارتی آن مورد بررسی قرار گرفت. منحنی دانه بندی خاک ماسه‌ای مورد مطالعه در شکل ۱ نشان داده شده است. محفظه‌ای که برای قراردادی نمونه خاک تهیه شد از جنس پلاکسی گلاس به شکل معکب مستطیلی به ابعاد ۲۰×۴۰×۸۰ سانتیمتر بود که کلیه وجوه آن به استثنای سطح فوقانی خاک از عایقی از جنس پلاستوفوم به ضخامت ۱۰ سانتیمتر پوشانده گردید. این امر با هدف حصول به شرط یک بعدی بودن جهت جریان (از سطح خاک به اعماق آن) که یکی از فرضیات بنیادی مورد نیاز معادله انتشار حرارت در خاک است، انجام شد.

در این دسته روش‌ها قابلیت انتشار حرارتی خاک به صورت مستقیم برآورد می‌گردد که این روش‌ها فقط برای خاک‌های همگن قابل استفاده می‌باشند [۱، ۸ و ۱۰]. معادله یک بعدی انتشار حرارت در خاک به صورت زیر قابل بیان است:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1)$$

که در آن  $T$  دما برحسب درجه سلسیوس،  $t$  زمان برحسب ثانیه،  $Z$  عمق بر حسب متر و  $\alpha$  قابلیت انتشار حرارتی برحسب مترمربع بر ثانیه می‌باشد. برای حل معادله (۱) روش‌های متعددی ارائه شده است که حل عددی یکی از کاربردی‌ترین روش‌ها به حساب می‌آید. در زمره مهم‌ترین مطالعاتی که در آنها از روش عددی جهت حل معادله (۱) استفاده شده است، می‌توان به تحقیقات هورتون<sup>۱</sup> و همکاران [۶] و پرنگا<sup>۲</sup> و همکاران [۱۱] ژانگ و استرکمپ<sup>۳</sup> [۱۲] و روگریو<sup>۴</sup> و همکاران [۹] اشاره کرد. بکارگیری معادله یک بعدی انتشار حرارت در خاک مستلزم رعایت برخی فرضیات و شرایط مورد اقتضای آن است که این فرضیات شامل همگنی کامل خاک به لحاظ کلیه عوامل اثرگذار روی مقدار  $\alpha$ ، تک بعدی بودن جهت جریان حرارت (از سطح خاک به اعماق آن) و عدم وجود انتقال گرما به طریق نهان در پروفیل خاک



شکل ۱- منحنی دانه بندی خاک ماسه‌ای

لایه‌ای از پلاستیک پوشانده شد. تجهیزات آزمایشگاهی بکار گرفته شده شامل یک سیستم مجهز به حسگرهای

برای به حداقل رساندن عمل تبخیر از لایه‌های فوقانی و جلوگیری از ناهمگنی خاک در اثر آن، سطح خاک توسط

واسطه وجود یک مدار ارتباطی، قابلیت اندازه گیری و ثبت دمای خاک را به صورت خودکار در فواصل زمانی ۱ دقیقه‌ای، دارا بود. سیستم تبرید نیز طوری طراحی شده بود که قابلیت ایجاد دما در بازه زمانی ۱۵+ الی ۱۸- درجه سلسیوس را دارا باشد. بررسی قابلیت انتشار حرارتی در شرایط دمایی بالای صفر با اعمال حرارت در محدوده ۲+ الی ۱۵+ درجه سلسیوس و در شرایط دمایی زیر صفر در محدوده ۲- الی ۱۸- درجه سلسیوس انجام شد. شکل ۲ نمای کلی از سیستم گرمایش-تبرید را نشان می‌دهد.

حرارتی جهت ثبت اتوماتیک دمای اعماق مختلف خاک در زمان‌های مختلف و یک سیستم تولید گرما-سرما جهت ایجاد حرارت در دماهای بالای صفر (عدم وجود پدیده یخبندان در خاک) و زیر صفر (وجود پدیده یخبندان در خاک) بود. در این سیستم از خاصیت تبخیر ماده سرمازا (در این تحقیق فرئون ۲۲) در اثر تقلیل فشار برای پایین آوردن دمای محیط بهره گرفته شد. سیستم اندازه گیری دمای سطح و اعماق مختلف آن در برگیرنده هفت حسگر حرارتی بود که در سطح خاک و اعماق ۵، ۱۱، ۱۷، ۲۵، ۳۵ و ۵۰ سانتیمتری از سطح آن کار گذاشته شدند. این سیستم به



شکل ۲- نمای کلی سیستم گرمایش-تبرید همراه با اتاقک کنترل آن

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1}^{n+1/2} - 2T_i^{n+1/2} + T_{i-1}^{n+1/2}}{(\Delta z)^2} \quad (۲)$$

$$T_i^{n+1/2} = \frac{T_i^{n+1} + T_i^n}{2} \quad \text{و} \quad T_{i+1}^{n+1/2} = \frac{T_{i+1}^{n+1} + T_{i+1}^n}{2}$$

در رابطه فوق، نمایه‌های  $n$  و  $i$  به ترتیب معرف فواصل زمانی و مکانی است. یکی از مزایای استفاده از روش کرانک-نیکلسون این است که به ازای تمام مقادیر  $\Delta t$  و  $\Delta z$  پایدار است. با این وجود هر چقدر این فواصل ریزتر باشند حل معادله از دقت بالاتری برخوردار خواهد بود [۴].

**- تعیین قابلیت انتشار حرارتی خاک ( $\alpha$ )**  
برای استخراج مقادیر  $\alpha$  در رطوبت‌های مختلف برای دو حالت وقوع یخبندان و عدم وقوع آن در خاک، از حل عددی معادله انتشار حرارت در خاک با استفاده از روش کرانک-نیکلسون استفاده شد. کاربرد این روش مستلزم معلوم بودن شرایط اولیه و شرایط مرزی است که شرایط اولیه به معنی معلوم بودن دما در کلیه اعماق خاک در لحظه شروع ( $t=0$ ) و شرط مرزی به معنی معلوم بودن مقادیر دما یا گرادیان آن در مرز لایه‌های میدان حل مسئله در حالت  $t>0$  می‌باشد معادله انتشار حرارت در خاک با استفاده از روش کرانک-نیکلسون به شرح زیر قابل انفصال است [۴]:

رطوبت‌های مختلف برآورد گردید. در جدول ۱ مقادیر قابلیت انتشار حرارتی خاک ( $\alpha$ ) در دو حالت مذکور همراه با مقادیر RMSE متناظر با آنها نشان داده شده است. با مدنظر قرار دادن مقادیر  $\alpha$  در جدول ۱ مشاهده می‌شود که روند تغییرات  $\alpha$  با افزایش رطوبت در محدوده رطوبتی ۵ الی ۱۰ درصد افزایشی بوده و در رطوبت‌های بالاتر از ۱۰ درصد، افزایش رطوبت با کاهش  $\alpha$  همراه است که این وضعیت در هر دو حالت دماهای بالای صفر و زیر صفر رخ داده است. دلیل وقوع این امر به ماهیت تغییرپذیری اجزای سازنده قابلیت انتشار حرارتی خاک در رابطه  $\alpha = K/C$  (K قابلیت هدایت حرارتی و C ظرفیت حرارتی است) نسبت به تغییرات رطوبت مربوط می‌شود. افزایش رطوبت در خاک سبب جایگزین شدن هوا توسط آب (که هادی قوی تری نسبت به هوا است) از یک طرف و ارتباط بیشتر ذرات خاک با یکدیگر از طرف دیگر گردیده و این امر افزایش قابلیت هدایت حرارتی در اثر افزایش رطوبت را به همراه خواهد داشت که این رابطه به صورت غیرخطی است. از سوی دیگر، افزایش رطوبت با افزایش ظرفیت حرارتی خاک نیز همراه است زیرا با افزایش رطوبت خاک، آب در خاک به تدریج جایگزین هوا می‌شود و چون ظرفیت حرارتی آب به طرز معنی داری از ظرفیت حرارتی هوا بیشتر است، لذا در اثر افزایش رطوبت به خاک ظرفیت حرارتی خاک نیز افزایش می‌یابد که این رابطه به صورت خطی است. بر این اساس، تعامل بین K و C نسبت به تغییرات رطوبت، تعیین کننده روند تغییرات  $\alpha$  با افزایش رطوبت خواهد بود. به این معنی که اگر با افزایش رطوبت خاک، K با نرخ بیشتری نسبت به C افزایش یابد، روند تغییرات  $\alpha$  با افزایش رطوبت، روندی افزایشی خواهد بود. اما در صورتی که C با نرخ بیشتری نسبت به K افزایش یابد این روند برعکس شده و  $\alpha$  با افزایش رطوبت کاهش خواهد یافت. همانطور که از جدول ۱ مشاهده می‌شود، این آستانه رطوبتی در بافت ماسه‌ای در رطوبت ۱۰٪ به وقوع

در این تحقیق برای حل عددی معادله از فاصله زمانی ۱ ثانیه ( $\Delta t=1s$ ) و فاصله مکانی ۱ سانتیمتر ( $\Delta z=1cm$ ) استفاده شده است. با توجه به اینکه برای محاسبه دمای جدید  $T_i^{n+1}$  در معادله (۲) علاوه بر مقادیر معلوم دما در گام زمانی قبلی، از مقادیر دما در سایر نقاط مجاور در همان گام زمانی که مقادیر آنها مجهول است نیز بهره گرفته می‌شود، لذا در هر گام زمانی یک دستگاه معادلات تشکیل خواهد شد که این دستگاه معادلات را می‌توان به روش‌های مختلفی حل کرد که در این تحقیق از روش ماتریس سه قطری برای حل دستگاه معادلات استفاده گردید. برای استخراج مقدار  $\alpha$  در هر حالت آزمایشی، ابتدا به کمک مقادیر اندازه گیری شده دما در اعماق مختلف خاک در لحظه شروع آزمایش ( $t=0$ ) و مقادیر اندازه گیری شده دما در لایه‌های مرزی (سطح خاک و عمق ۵۰ سانتیمتری خاک) در حالت  $t>0$  معادله (۱) به روش کرانک-نیکلسون برای  $\alpha$ های فرضی مختلف حل گردید. در نتیجه مقدار دمای خاک برای فواصل زمانی ۱ ثانیه و فواصل مکانی ۱ سانتیمتری برآورد شد. سپس به روش سعی و خطا بهترین مقدار  $\alpha$  که دارای حداقل اختلاف بین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی بود استخراج و به عنوان  $\alpha$  بهینه منظور گردید. مقادیر مشاهداتی دربرگیرنده دماهای اندازه گیری شده در اعماق ۵، ۱۱، ۱۷، ۲۵ و ۳۵ سانتیمتری از سطح خاک مربوط به فواصل زمانی ۱ دقیقه بودند. برای تشخیص  $\alpha$  بهینه از معیار جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده شد که از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (C_i - M_i)^2}{n}} \quad (3)$$

که در آن،  $C_i$  و  $M_i$  به ترتیب مقادیر  $i$ ام برآورد شده و اندازه گیری شده و  $n$  تعداد جفت داده‌های مورد استفاده می‌باشد.

## نتایج و بحث

با بکارگیری الگوریتم کلی فوق، مقدار بهینه  $\alpha$  در دو حالت وقوع یخبندان و عدم وقوع آن در خاک برای

جدول ۱ مشاهده می‌شود که در شرایط دمایی بالای صفر، مقادیر RMSE در محدوده ۰/۳۲ الی ۰/۷۸ درجه سلسیوس و در شرایط دمایی زیر صفر در محدوده ۰/۴۵ الی ۰/۷۸ درجه سلسیوس در نوسان بوده است که مقادیر قابل قبولی جهت ارزیابی مطلوب مدل به حساب می‌آید. نظر به اینکه مقادیر خطای RMSE حاصله در هر درصد رطوبتی معین، یک مقدار متوسط گیری شده از کل اختلافات بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی بوده است، لذا برای ارزیابی بهتر عملکرد مدل، در جدول ۲ توزیع مقادیر خطا (اختلاف جبری بین مقادیر محاسباتی با مقادیر مشاهداتی) برحسب درصد در محدوده‌های مختلف ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، درصد بالایی از مقادیر خطا در محدوده ۱+ الی ۱- درجه سلسیوس بوده است که نشانگر عملکرد مطلوب مدل می‌باشد. منابع دخیل در مقادیر RMSE ایجاد شده بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی را می‌توان در ارتباط با عوامل مختلفی دانست. بخشی از آن به خطای ذاتی حسگرهای حرارتی در اندازه گیری دما ارتباط پیدا می‌کند. بخش دیگری از خطا به خطاهای آزمایشی که وقوع آنها در هر آزمایشی اجتناب ناپذیر است مربوط می‌شود که در زمره این دسته خطاها می‌توان به وقوع اجتناب ناپذیر عمل تبخیر از لایه‌های فوقانی خاک، هر چند به میزان کم و عدم همگنی کامل پروفیل خاک به لحاظ میزان تراکم و مقدار رطوبت در آن اشاره کرد. همچنین از آنجایی که روش عددی مبتنی بر یک سری تقریب‌هایی در تبدیل مشتقات مراتب مختلف به کمیت‌های جبری است، این تقریب‌ها نیز می‌توانند منبع بخشی از خطای RMSE باشند.

می‌پيوندند به این معنی که در رطوبت بیش از ۱۰٪ ظرفیت حرارتی با آهنگ بیشتری نسبت به قابلیت هدایت حرارتی افزایش یافته و این امر کاهش  $\alpha$  را در پی داشته است. به لحاظ ماهیت تغییرات  $\alpha$  نسبت به تغییرات رطوبت، تفاوت‌هایی بین شرایط دمایی بالای صفر با شرایط دمایی زیر صفر قابل مشاهده است. همانگونه که از جدول ۱ مشاهده می‌شود، در تمام درصدهای رطوبتی، مقدار  $\alpha$  در شرایط دمایی زیر صفر که در آن پدیده یخبندان حاکم بوده است نسبت به شرایط دمایی بالای صفر، مقادیر بیشتری را به خود اختصاص داده است. منشأ این اختلافات را می‌توان به تفاوت ویژگی‌های حرارتی آب و یخ نسبت داد. قابلیت انتشار حرارتی یخ به طور معنی داری نسبت به قابلیت انتشار حرارتی آب بیشتر است، به گونه‌ای که مقدار آن برای آب مایع و یخ صفر درجه به ترتیب برابر با ۰/۰۱۴۲ و ۰/۰۱۲۱ سانتیمتر مربع بر ثانیه می‌باشد [۵]. با اضافه شدن رطوبت به خاک تحت شرایط دمایی زیر صفر، منافذ اشغال شده توسط هوا به تدریج توسط کریستال‌های یخ جایگزین می‌شوند. پس از وقوع انجماد در خاک، کریستال‌های یخ با ارتباط دادن ذرات خاک به یکدیگر، سبب تماس بیشتر ذرات خاک می‌گردند و چون یخ از قابلیت انتشار حرارتی بالاتری نسبت به آب مایع برخوردار است، تبادل حرارت بین ذرات خاک در دماهای زیر صفر (وقوع یخبندان در خاک) با سرعت بیشتری نسبت به دماهای بالای صفر (عدم وقوع یخبندان در خاک) صورت می‌گیرد. همچنین وقوع انجماد با افزایش حجم آب به میزان ۱/۰۹٪ همراه است و این امر نیز سبب تماس حرارتی بیشتر بین ذرات خاک در دماهای زیر صفر خواهد شد. با مدنظر قرار دادن مقادیر RMSE در

جدول ۱- مقادیر بهینه  $\alpha$  برحسب سانتیمتر مربع بر ثانیه در دماهای بالای صفر و زیر صفر در رطوبت‌های مختلف

درصد رطوبت وزنی	شرایط دمایی بالای صفر	RMSE	شرایط دمایی زیر صفر	RMSE
۵	۰/۰۶۶	۰/۵۴	۰/۱۲	۰/۵۴
۱۰	۰/۰۱۴	۰/۷۲	۰/۱۵	۰/۷۸
۱۵	۰/۰۱۳	۰/۳۲	۰/۱۴	۰/۷۰
۲۰	۰/۰۱۱	۰/۷۸	۰/۱۳	۰/۴۵

جدول ۲- توزیع مقادیر خطا (اختلاف جبری بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی) در محدوده های مختلف بر حسب درصد

۱/۵- الی +۱/۵ درجه سلسیوس		۱- الی +۱ درجه سلسیوس		۰/۵- الی +۰/۵ درجه سلسیوس		محدوده خطا
زیر صفر	بالای صفر	زیر صفر	بالای صفر	زیر صفر	بالای صفر	شرایط دمایی درصد رطوبت
٪۱۰۰	٪۹۹	٪۹۲	٪۸۸	٪۷۲	٪۶۴	۵
٪۱۰۰	٪۹۳	٪۷۶	٪۸۷	٪۴۶	٪۶۱	۱۰
٪۱۰۰	٪۱۰۰	٪۸۱	٪۱۰۰	٪۴۹	٪۸۶	۱۵
٪۱۰۰	٪۹۴	٪۹۵	٪۸۲	٪۷۱	٪۵۸	۲۰

### نتیجه گیری

در این تحقیق قابلیت انتشار حرارتی خاک ( $\alpha$ ) با بافت ماسه‌ای در دو حالت شرایط دمایی بالای صفر و زیر صفر برای درصدهای رطوبتی مختلف مقایسه شده است. نتایج نشان داد که در هر دو حالت مذکور، با افزایش رطوبت تا آستانه رطوبتی ۱۰٪ قابلیت انتشار حرارتی خاک افزایش و سپس کاهش می‌یابد. مقایسه مقادیر  $\alpha$  در دو حالت مذکور نشان داد برای کلیه درصدهای رطوبتی، مقدار  $\alpha$  تحت شرایط دمایی زیر صفر که در آن خاک دچار یخبندان می‌شود، دارای مقادیر بیشتری نسبت به شرایط دمایی بالای صفر است.

### منابع

- Gerald, Curtis, F. and O., Patrick, Wheatley, 1989, Applied Numerical Analysis. Publisher: Addison-Wesley.
- Hillel, D., 1980, Fundamental of Soil Physics, Academic Press, INC. PP. 287-317.
- Horton, R., P.J., Wierenga and D.R., Nielsen, 1983, Evaluation of Methods for Determining the Apparent Thermal Diffusivity of Soil Near the Surface, Soil Sci. Am. J. 47:25-32.
- Lipiec, J., B., Usowicz, A., Ferrero, 2007, Impact of Soil Compaction and Wetness on Thermal Properties of Sloping Vineyard Soil, International Journal of Heat and Mass Transfer, 50:3837-3847.
- Nerpin, S. V. and A. F., Chudnovskii, 1967, Physics of the Soil, Keter Press, Jerusalem.
- Rogério, C., Elimoel, A., Elias and Quirijn de Jong van Lier, 2004, Testing a Finite-difference Model for Soil Heat Transfer by Comparing Numerical and Analytical Solutions, Environmental Modelling & Software 19: 495-506.
- Van Wijk, W. R., 1963, Physics of Plant Environment, North Holland Publishing Co., Amsterdam.
- Wierenga, P. J., D. R., Nielsen, R.M., Hagan, 1969, Therma Properties of a Soil Based upon Field and Laboratory Measurements, Soil. Sci. Soc. Am. Proc. Vol. 33, 354-360.
- Zhang, T. T. E., Osterkamp, 1995, Considerations in Determining Thermal Diffusivity from Temperature Time Series Using Finite Difference Methods, Cold Regions Science and Technology, 23: 333-341.
- Asrar, G. and E. T., Kanemasu, 1983, Estimating Thermal Diffusivity near the Soil Surface Using Laplace Transform: Uniform Initial Conditions, Soil. Sci. Soc. Am. J. Vol. 47, 397-401.
- Bachmann, J., R., Horton, T., Ren and R., van der Ploeg, 2001, Comparison of the Thermal Properties of Four Wetttable and Four Water-repellent Soils, Soil Sci. Soc. Am. J. 65:1675-1679.
- De Vries, D. A., 1975, Heat Transfer in Soils, In "Heat and Mass Transfer in the Biospher", pp. 5-28, Scripta Book Co., Washington, D.C.