تکمله‌ای بر رسم گره

مهندس محمد حسین اسلام‌پناه

در مقاله‌ای در «فرهنگ ایران‌زمین» جلد ۲۹ با عنوان «گره‌سازی به روایت استاد غلامرضا» گفته‌ام که از شمسهٔ دایره‌ای که به ده قسمت مساوی تقسیم شده است و قسمتها دو در میان به هم وصل شده‌اند «آلتهای» گره «تندده» را می‌توان استخراج کرد. (شکل ۱).

در اینجا می‌خواهم به اندازهٔ پاره‌خطهای هر آلت اشاره نمایم. برای این کار ضمن مشاهدهٔ شکل ۱، جدول ۱ را تشکیل داده‌ام که برحسب اینکه طول کدام پاره‌خط را واحد بگیریم پاره‌خطهای دیگر به‌نسبت آن به دست می‌آیند.

این جدول را جدول $\sqrt{۵}$ نامیده‌ام و دارای مشخصات منحصر به فردی به صورت زیر است: (برای سهولت عدد هر خانه را با حرف a، ردیف افقی (سطرها) را x و ردیف عمودی (ستونها) را y می‌نامیم بطوری که $a\ (x , y)$ حالت کلی و مثلاً $a\ (۲ , ۳)$ نمایش عددی در سطر دوم و ستون سوم می‌باشد).

۱ـ ردیفهای افقی و عمودی یک تصاعد هندسی با قدر نسبت $\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲} = ۰/۶۱۸۰۰۰۰$ می‌باشد. مثال:

$$a\ (۳ , ۴) = a\ (۴ , ۴) \times ۰/۶۱۸$$

$$a\ (۴ , ۲) = a\ (۴ , ۱) \times ۰/۶۱۸$$

۲ـ هر خانه جدول حاصل مجموع یا تفاضل دو خانه مجاور است. مثال:

$$a\ (۴ , ۳) = a\ (۴ , ۵) + a\ (۴ , ۶)$$

$$a\ (۴ , ۳) = a\ (۴ , ۱) - a\ (۴ , ۲)$$

$$a\ (۳ , ۴) = a\ (۱ , ۴) + a\ (۲ , ۴)$$

$$a\ (۳ , ۴) = a\ (۵ , ۴) - a\ (۴ , ۴)$$

۳ـ اعداد هر خانه جدول نسبت به مرکز جدول مزدوج‌اند و حاصل ضرب آنها واحد می‌باشد. مثال:

$$a(۱,۶)\times a(۶,۱)=۱$$
$$a(۳,۴)\times a(۴,۳)=۱$$
$$a(۵,۲)\times a(۲,۵)=۱$$
$$a(۲,۴)\times a(۵,۳)=۱$$

یا به‌طور کلی:

$$a(x,y)\times a(۷-x,۷-y)=۱$$

پاره‌ای از خصوصیات عدد $\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$:

a) $\frac{۱}{۰/۶۱۸}=۱/۶۱۸$

b) $۱/۶۱۸\times ۰/۶۱۸=۱$

c) $۱/۶۱۸\times ۱/۶۱۸=۲/۶۱۸$

d) $۰/۶۱۸\times ۰/۶۱۸=۰/۳۸۲$ (خانه مجاورِ ۰/۶۱۸ در جدول)

e) $۰/۶۱۸^{۳}=۰/۲۳۶$ (خانه مجاورِ ۰/۳۸۲ در جدول)

f) $۰/۶۱۸^{۴}=۰/۱۴۶$ (خانه مجاورِ ۰/۲۳۶ در جدول)

....

....

اگر روابط a تا c به صورت جبری نوشته شوند داریم:

a_1: از رابطهٔ a) $\frac{۱}{x}=۱+x$

یا

$$x^{۲}+x-۱=۰ \qquad x=\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}=۰/۶۱۸$$

a_2: از رابطهٔ a) $\frac{۱}{\sqrt{x_1}}=۱+\sqrt{x_1}$

یا

$$x_1^{۴}-۲x_1^{۳}-x_1^{۲}-۲x_1+۱=۰ \qquad x_1=\frac{۳-\sqrt{۵}}{۲}=۰/۳۸۲$$

همان رابطهٔ a_1 $\quad$ b) $(1 + x)(x) = 1$ یا $x^2 + x - 1 = 0$

همان رابطهٔ a_1 $\quad$ c) $(1 + x)(1 + x) = 2 + x$ یا $x^2 + x - 1 = 0$

بنابراین عدد مثبت $0/618 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ است که فقط و فقط دارای خصوصیات فوق است.

غیاث‌الدین جمشید کاشانی در مفتاح الحساب در مبحث مقرنس عدد $\sqrt{2} - 1$ را معرفی می‌نماید که دارای خصوصیات زیر است:

$x = \sqrt{2} - 1$ یا $x^2 + 2x - 1 = 0$ یا $\alpha)\ \frac{2}{1+x} = 1 + x$

همان معادلهٔ α $\quad$ $x^2 + 2x - 1 = 0$ یا $\beta)\ \frac{1}{x} = 2 + x$

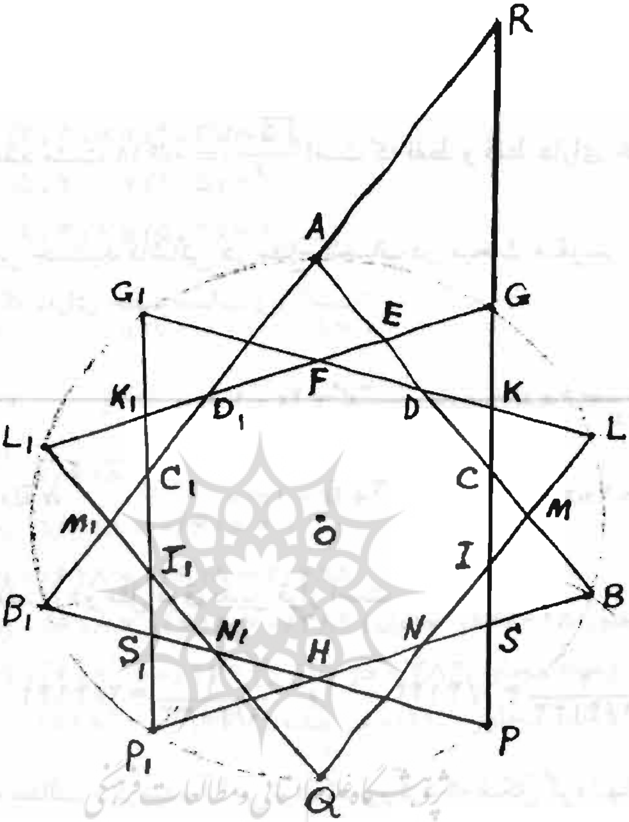
صورت عددی دو مثل فوق بدین قرار است:

$$\frac{2}{1/4142} = 1/4142 \quad \text{و} \quad \frac{1}{0/4142} = 2/4142$$

با توجه به مطالب ذکرشده آیا می‌توان تصورکرد که شکل گره تنها شبکهٔ هندسیِ منظم درهم‌بافتهٔ متوازن نیست، بلکه در پس این ظاهر چشم‌نواز مجموعه‌ای از اعداد «اصم» را به نمایش می‌گذارد که دارای خواص مخصوصی بوده و تشکیل‌دهندهٔ رشته‌های تصاعد هندسی با قدر نسبتی که خالی از اعجاب نیست، می‌باشند. این قدر نسبت را اگر معکوس نمائیم یک واحد به آن اضافه می‌گردد (a) و اگر آن را باضافهٔ واحد مجذور نمائیم ۲ واحد به آن اضافه می‌شود (c) و ... خاصیتی که غیاث‌الدین جمشید کاشانی به نمونه‌ای از آن اشاره کرده است.

همچنین این اعداد نمایش ریشهٔ معادلات جبری درجهٔ ۳ و ۴ و ... می‌باشند (a_2). معادلاتی که هنوز هم امکانی برای حل آنها وجود ندارد.

آیا پایه‌گذاران این هنر اصیل قدیمی به این مراتب وقوف داشته‌اند یا نه، به عهدهٔ پژوهشگران و کوشندگان رشتهٔ هنرهای تزئینی در معماری، درودگری، کاشیکاری و کتاب‌آرایی است.



شکل (۱)

تقسیم دایره به ده قسمت مساوی با اتصال نقاط به صورت دو در میان، و پاره‌خطهای نمایش طول اضلاع آلات مختلف

آلات تند ده:

پاباریک: RGEA

لوزه یا ترنج: GKDE

شش بند: $ACSHS_1C_1A$

دانه بلوط: $AEGIQI_1G_1E_1A$

پابزی: $ACPHP_1C_1A$

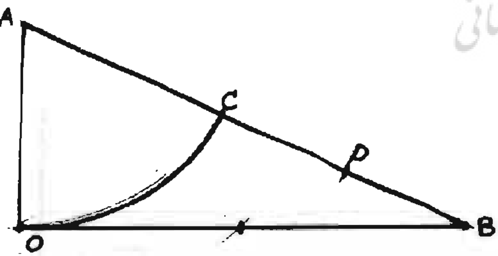
برگ چنار: $AEGKLNHN_1L_1K_1G_1E_1A$

شمسه ته بریده: $AEGKLMBHB_1M_1L_1K_1G_1E_1A$

AB	AO=R	AD=AG	AE=DF	EF	
۱	$\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ (۰/۶۱۸)	$\frac{۳-\sqrt{۵}}{۲}$ (۰/۳۸۲)	$\sqrt{۵}-۲$ (۰/۲۳۶)	$\frac{۷-۳\sqrt{۵}}{۲}$ (۰/۱۴۶)	$\frac{۵\sqrt{۵}-۱۱}{۲}$
$\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ (۱/۶۱۸)	۱	$\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ (۰/۶۱۸)	$\frac{۳-\sqrt{۵}}{۲}$ (۰/۳۸۲)	$\sqrt{۵}-۲$ (۰/۲۳۶)	$\frac{۷-۳\sqrt{۵}}{۲}$ (۰/۱۴۶)
$\frac{\sqrt{۵}+۳}{۲}$ (۲/۶۱۸)	$\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ (۱/۶۱۸)	۱	$\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ (۰/۶۱۸)	$\frac{۳-\sqrt{۵}}{۲}$ (۰/۳۸۲)	$\sqrt{۵}-۲$ (۰/۲۳۶)
$\sqrt{۵}+۲$ (۴/۲۳۶)	$\frac{۳+\sqrt{۵}}{۲}$ (۲/۶۱۸)	$\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ (۱/۶۱۸)	۱	$\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ (۰/۶۱۸)	$\frac{۳-\sqrt{۵}}{۲}$ (۰/۳۸۲)
$\frac{۷+۳\sqrt{۵}}{۲}$ (۶/۸۵۴)	$\sqrt{۵}+۲$ (۴/۲۳۶)	$\frac{\sqrt{۵}+۳}{۲}$ (۲/۶۱۸)	$\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ (۱/۶۱۸)	۱	$\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ (۰/۶۱۸)
$\frac{۵\sqrt{۵}+۱۱}{۲}$ (۱۱/۰۹۱)	$\frac{۷+۳\sqrt{۵}}{۲}$ (۶/۸۵۴)	$\sqrt{۵}+۲$ (۴/۲۳۶)	$\frac{\sqrt{۵}+۳}{۲}$ (۲/۶۱۸)	$\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ (۱/۶۱۸)	۱

جدول (۱) طول پاره‌خطهای هر آلت نسبت به طول واحد

تبصره ـ با توجه به شکل (۲) می‌توان دایره را به ده قسمت مساوی تقسیم نمود:



شعاع دایره $OA = R$

$OB = ۲R$

$AC = R$

$CB = ۲AG$

مطابق شکل(۱) پاره‌خط مطلوب: $CD = AG$

توضیح ضروری ـ حدود پنج ماه بعد از نگارش این مقاله آقای بابک بازرگان دانشجوی دانشگاه فریبورگ سویس نظر مرا به عدد ۱/۶۱۸۰۰۰۰۰ در صفحهٔ ۶۹ کتاب *Analysis by its history* جلب نمود که از این عدد به اسم Golden mean «متوسط طلایی» یاد شده بود، و بعداً ذیل همین عنوان و همچنین Golden Ratio «نسبت طلایی»

در اینترنت* به منابع و مقالات متعددی اشاره شده است که در بعضی از آنها گفته شده است که نسبت بین قطر پنج ضلعی منتظم به ضلع آن و یا شعاع دایره‌ای که ده ضلعی منظمی در آن محاط شده باشد به نسبت ضلع ده ضلعی همین «نسبت طلایی» می‌باشد. ولی هیچ‌کدام اشاره‌ای به اندازهٔ پاره‌خطهای نقش گره (آلات گره) و اینکه نسبت هر پاره‌خط به خط کوچکتر بعد از خود همین نسبت طلایی (رجوع شود به جدول ۵ مقاله) می‌باشد، ننموده است. و احتمالاً مقالهٔ حاضر اولین باری است که این شرح و توضیح را بیان می‌دارد.

* $\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ که آن را تا میلیاردها! رقم اعشار حساب نموده‌اند و ما در این مقاله برای سهولت فقط سه رقم اعشار آن را ذکر کرده‌ایم.