

مدل سازی تغییرات مکانی عناصر اقلیمی مطالعه موردی: بارش سالانه استان اصفهان

چکیده

برهم کنش پدیده‌های اقلیمی باعث کاربرد روزافزون تکنیک‌های آماری چندمتغیره در بررسی‌های اقلیمی شده است. یکی از کاربردهای این روش بررسی تغییرات مکانی عناصر اقلیمی (مثلا بارش) است. کاربرد صحیح این تکنیک‌ها مدل‌بندی و شبیه‌سازی متقن‌تری را امکان‌پذیر می‌سازد. از این قبیل می‌توان به رابطه یک عنصر اقلیمی با عوامل یا عناصر دیگر اشاره نمود. در این نوشتار ضمن ارایه رهیافت بالا و به منظور تحلیل تجربی، تغییرات مکانی بارش سالانه استان اصفهان طی دوره آماری ۱۹۶۹-۲۰۰۰ براساس سه عامل طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع مورد بررسی قرار گرفت. از آنجا که بین طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع رابطه خطی وجود داشته است، لذا بخشی از واریانس بارش به طور مشترک به وسیله سه عامل توجیه می‌گردد. بنابراین برای دستیابی به واریانس همپوش و از بین بردن همخطی، از روش رگرسیون ریبج برای توجیه تغییرپذیری مکانی بهره گرفته شده است. بدین ترتیب روش قابل قبول‌تری نسبت به رگرسیون معمولی حاصل گردید و مدل نهایی از لحاظ بررسی فرض‌ها مورد آزمون و مقبولیت قرار گرفت.

کلید واژه‌ها: رگرسیون چند متغیری، همخطی (هم‌راستایی)، رگرسیون ریبج، کریگینگ عام، تغییرات مکانی.

مقدمه

تأثیر متقابل و همزمان عناصر و عوامل اقلیمی زمینه‌های به کارگیری روش‌های چند متغیری را در تفسیر پراکندگی زمانی- مکانی عناصر اقلیمی فراهم نموده است. یکی از

روش‌های چندمتغیری پر کاربرد، روش رگرسیون چند متغیری است. در حالت کلی رگرسیون چند متغیری با m متغیر مستقل به شکل زیر بیان می‌شود (Hasseler, 1999):

$$R = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i x_i + e_i \quad (1)$$

بر اساس این مدل و با تعمیم ایده بر عناصر اقلیمی می‌توان اذعان داشت که متغیر پاسخ (R) که در اینجا هر عنصر اقلیمی (مثلا بارش) ممکن است به m متغیر رگرسیونی (عامل یا عنصر اقلیمی دیگر) بستگی داشته باشد.

یک مدل چندمتغیره صفحه را در فضای چند برداری نشان می‌دهد. پارامتر β_i ارتفاع از مبدأ صفحه رگرسیون و معمولا فاقد تغییر فیزیکی است. پارامتر β_i حاکی از تغییر مورد انتظار برای R به ازای یک واحد تغییر در عامل i است به شرطی که بقیه پارامترها ثابت باشد. به طور کلی پارامتر تمام متغیرها، میزان تغییر مورد انتظار در $R\beta_i$ به ازای یک واحد تغییر در x_i است وقتی بقیه عوامل مستقل ثابت باشند. این قبیل رابطه را رگرسیون جزئی می‌نامند. مدل‌های رگرسیون خطی مشابه مدل بالا اغلب به صورت توابع تقریبی مورد استفاده قرار می‌گیرد. یعنی رابطه حقیقی بین متغیر وابسته و متغیرهای مستقل نامعلوم است. اما در دامنه‌های معینی از متغیرهای مستقل این مدل رگرسیون خطی تقریبا مناسب است. به این دلیل مقداری خطا در این قبیل مدلها وجود دارد که به وسیله e_i در معادله (۱) نشان داده شده است (Word Weather Organization (WMO), 1999).

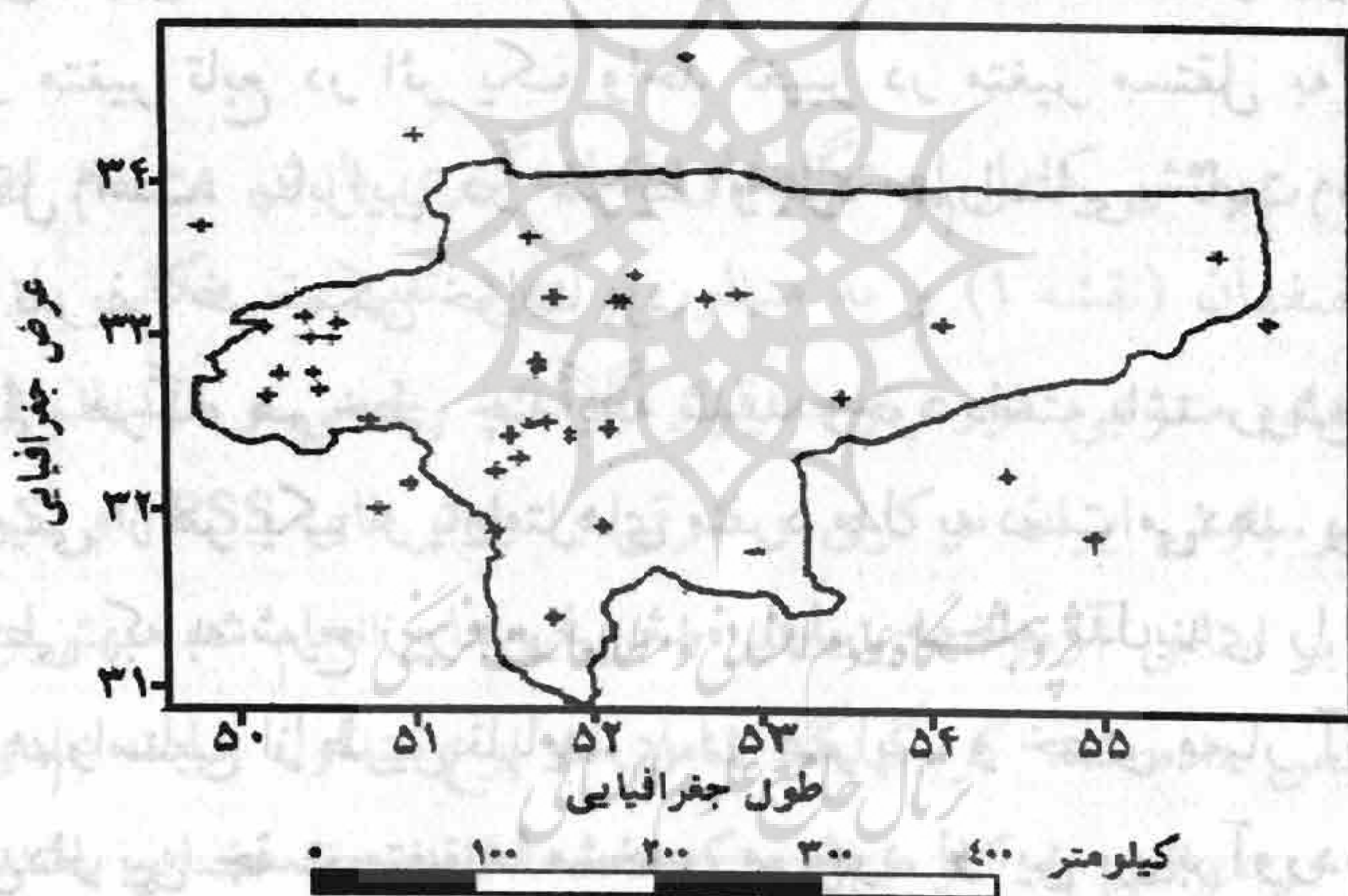
در زمینه مطالعه پراکندگی مکانی عناصر اقلیمی براساس رگرسیون چند متغیری می‌توان به مطالعات هانسن - لیدف (Hansen and Lebedeff, 1987) و جونس و همکاران (Jones et.al, 1986) اشاره نمود. در ایران نیز مطالعاتی در ارتباط با توصیف چند متغیری عناصر اقلیمی انجام شده است. در این زمینه بررسی‌های خلیلی (۱۳۷۵) و مسعودیان (۱۳۸۲) شایان توجه است. خلیلی (۱۳۷۵) نشان می‌دهد که گرادیان تغییرات دمای هوا یک بردار در فضای سه بعدی است که تغییرات مؤلفه‌های قائم، نصف‌النهاری و مداری آن را به وسیله مدل‌های رگرسیونی ساده خطی بیان نموده است. مسعودیان (۱۳۸۲) نیز تغییرات سه بعدی دما را به وسیله رگرسیون ساده خطی تشریح کرده است. دو مطالعه یاد شده در بالا نتایج کمابیش مشابهی را حاصل نموده‌اند. تفاوت‌های موجود، حاصل تفاوت سال‌های آماری مورد استفاده به وسیله دو محقق نامبرده است.

علیجانی (۱۳۸۱) براساس بررسی چند متغیره بارندگی اذعان می‌دارد که تغییرات

مکانی بارش ایران زمین با ارتفاع و عرض جغرافیایی رابطه معنی‌داری ندارد ولی رابطه بارش سالانه و تغییرات طول جغرافیایی به لحاظ آماری معنی‌دار بوده است. وی براساس مدلی نشان می‌دهد که کاهش بارش سالانه به ازای افزایش هر درجه طول جغرافیایی ۲۳/۹۷ میلی‌متر می‌باشد. در این تحقیق ضمن بکارگیری رگرسیون چند متغیره برای توجیه مکانی بارش، حساسیت مدل‌ها و نحوه برخورد با این قبیل حساسیت‌ها را مورد توجه قرار خواهیم داد. در این راستا تغییرات مکانی بارش استان اصفهان طی دوره زمانی ۱۹۶۹-۲۰۰۰ (سی سال) را با استفاده از رگرسیون چند متغیره توصیف خواهیم نمود. استان اصفهان با وسعتی حدود ۱۰۷۰۲۷ کیلومتر مربع با مختصات زیر مشخص می‌شود (نقشه ۱):

E: $49^{\circ} 40' 1'' - 55^{\circ} 19' 1''$

N: $30^{\circ} 50' 41'' - 34^{\circ} 30' 36''$



نقشه ۱ توزیع ایستگاه‌های اندازه‌گیری بارش در محدوده مورد مطالعه

طرح مسأله

عموماً تحلیل مکانی عناصر اقلیمی بر پایه سه عامل طول-عرض جغرافیایی و ارتفاع انجام می‌گرفته است (۱). در اینجا سه عامل یاد شده متغیرهای مستقل و عنصر اقلیمی متغیر پاسخ نامیده می‌شود. یکی از مواردی که در بررسی‌های توزیع مکانی کمتر مورد توجه قرار می‌گیرد، روابط بین متغیرهای مستقل است که در صورت احراز این ویژگی ناپایایی وزن‌های (ضرایب) رابطه رگرسیونی را در پی داشته، همچنین کاربرد و تفسیر وزن‌های رگرسیون مشکل و غالباً با اشتباه توأم خواهد بود (کرلینجر و پدهارز ترجمه سرایی، ۱۳۶۶). کاربرد و تعبیر یک مدل رگرسیون چندگانه به طور مستقیم به برآورد ضرایب رگرسیون بستگی دارد. توضیح اینکه اگر متغیرهای مستقل به طور معنی‌داری با

یکدیگر همبستگی داشته باشند، برآوردها غیر واقعی خواهد بود. چرا که بخشی از واریانس متغیر وابسته که توسط هر متغیر توضیح داده می‌شود تا حد قابل ملاحظه‌ای همان واریانسی است که به وسیله متغیرهای دیگر تبیین می‌شود. در واقع سهم هر متغیر مستقل، سهم مشترک یک یا چند متغیر همبسته با آن است (هومن، ۱۳۸۰). اگر بین متغیرهای مستقل در رگرسیون چندگانه رابطه خطی وجود داشته باشد، گفته می‌شود که بین متغیرهای مستقل هم‌راستایی (هم‌خطی) چندگانه^۱ وجود دارد. در این حالت برآورد متغیرها بر مبنای مدل رگرسیون گمراه‌کننده و استفاده از مدل رگرسیون را با اشکال مواجه می‌سازد. برآوردهای حداقل مربعات، ضرایب را بزرگ نشان می‌دهد. بنابراین همان‌گونه که در بالا نیز گفته شد، در شرایط وجود هم‌راستایی چندگانه تفسیر ضرایب رگرسیون جزئی قرین صحت نخواهد بود. چنان‌که اشاره شد، رگرسیون جزئی گویای میزان تغییر در متغیر تابع در اثر یک واحد تغییر در متغیر مستقل به شرط ثبات بقیه متغیرهای مستقل است. بنابراین در شرایط وجود هم‌راستایی، ثابت نگه داشتن سایر متغیرها از نظر تعریفی غیرممکن خواهد بود.

به طور کلی هرگاه هم‌خطی چندگانه شدید وجود داشته باشد روش حداقل مربعات، برآوردهای ضعیفی از هر یک از پارامترهای منفرد مدل به دست می‌دهد. بنابراین روش‌های تشخیص هم‌خطی که به شرح زیر معرفی شده، اولین مرحله مدل‌بندی را تشکیل می‌دهد:

- وجود هم‌راستایی از طریق ناپایداری در ضرایب و خطای معیار آنها و نیز ضرایب همبستگی معنی‌دار بین جفت متغیرها مشخص می‌شود. از این رو برآوردهای مدل ضعیف بوده، مقادیر ضرایب حساسیت زیادی نسبت به تغییر تعداد نمونه‌ها خواهد داشت.

- با توجه به آنچه که گفته شد هم‌راستایی قوی بین متغیرهای مستقل باعث واریانس‌های بزرگ برای ضرایب رگرسیون می‌گردد. می‌توان نشان داد که عناصر قطری ماتریس واریانس داده‌ها عبارت است از (هومن، ۱۳۸۰):

$$c_{ij} = (1 - r_j^2)^{-1} \quad (2)$$

که در آن r_j^2 ضریب تعیین چندگانه حاصل از رگرسیون X_i روی بقیه متغیرهای مستقل است. اگر هم‌راستایی چندگانه قوی وجود داشته باشد، در آن صورت r_j^2 به یک نزدیک خواهد شد. به تعبیر دیگر اگر X_i تقریباً بر متغیرهای رگرسیون متعامد باشد، r_j^2

کوچک و c_{ij} به واحد نزدیک می‌شود. در حالت عکس r_j^2 نزدیک به واحد و c_{ij} بزرگ می‌شود (مونتگمری و پک ترجمه پاریزی، ۱۳۸۲). از آنجا که واریانس β_j عبارت از $V(B_j) = c_{ij}\sigma^2 = (1 - r_j^2)\sigma^2$ است در هم‌راستایی چندگانه قوی σ^2 متأثر نشده بلکه r^2 بزرگ مقدار c_{ij} و در نتیجه واریانس β_j را افزایش می‌دهد. بدین سان می‌توان گفت c_{ij} فاکتوری است که توسط آن واریانس β_j به علت وابستگی‌های تقریباً خطی میان متغیرهای مستقل افزایش می‌یابد و به عامل تورم واریانس (VIF)^۲ معروف است. (رضائی و سلطانی، ۱۳۷۷) اگر VIF بین ۵ تا ۱۰ باشد مسایل هم خطی به طور کامل پیش خواهد آمد (هومن، ۱۳۸۰). ثابت شده است که ریشه دوم زامین VIF حاکی از این است که فاصله اطمینان زامین ضریب رگرسیون به لحاظ هم خطی چندگانه چه حد بزرگ‌تر است.

داده‌ها و روش‌ها

به دلیل عدم پوشش کامل ایستگاه‌های اندازه‌گیری بارش و عدم توزیع یکنواخت آنها در استان اصفهان (نقشه ۱) و به منظور برآورد تغییرات مکانی بارش مناطق بین ایستگاهی روش‌های متنوعی مورد توجه قرار گرفت. رحیمی و مهدیان (۱۳۸۲) بهترین روش برای مقادیر بارش ایران مرکزی و شرقی را روش‌های TPSS و کریگینگ درجه دوم می‌دانند. اما بر اساس آزمون‌های معتبر و بررسی‌های انجام شده بهترین روش، روش کریگینگ تشخیص داده شد. کریگینگ شامل سه نوع متداول ساده، عادی و عام است. کریگینگ عادی در مواقعی به کار می‌رود که داده‌ها فاقد روند فضایی باشند و در صورت وجود روند، روش کریگینگ عام استفاده می‌شود (محمدزاده و همکاران، ۱۳۸۱). برای بحثی مشابه و اطلاع از بنیادهای نظری به مدنی (۱۳۷۲) و رندو ترجمه خدایاری (۱۳۷۱) مراجعه کنید. چنان که بعداً خواهیم دید، بارش سالانه اصفهان حاوی روند فضایی است. یعنی در امتدادهای معینی مقادیر بارندگی کاهش و یا افزایش معنی‌داری نشان می‌دهند. این امر باعث انتخاب کریگینگ عام به عنوان روش میان‌یابی بارش استان اصفهان شد. در روش‌های برآورد نقطه‌ای مقادیر به وسیله مجموع حاصلضرب فاکتوری وزنی در مقادیر نقاط مجاور برآورد می‌شود. در روش کریگینگ فاکتور وزنی بر اساس تابع همبستگی مکانی نقاط محاسبه می‌گردد. چنان که می‌دانیم برای محاسبه اوزان مقادیر

مشاهده‌ای در روش کریگینگ به تحلیل تغییرنا نیاز است. این منحنی از طریق معادله زیر به دست می‌آید (Biau et.al, 1999):

$$\gamma(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z(x_i) - z(x_{i+h})]^2 \quad (3)$$

که در آن:

$\gamma(h)$: مقدار تغییرنا برای جفت نقاطی که به فاصله h از هم قرار دارند.

$n(h)$: تعداد زوج نقاطی است که به فاصله h از هم قرار دارند.

$z(x_i)$: مقدار مشاهده شده متغیر X

$Z(x_i + h)$: مقدار مشاهده شده متغیری که به فاصله h از X قرار دارد.

در واقع تغییرنا تابعی است که به وسیله آن تغییرپذیری فضایی متغیرها اندازه‌گیری می‌شود. در این پژوهش داده‌های بارش سالانه تعداد ۴۸ ایستگاه (۳۴ ایستگاه در داخل و ۱۴ ایستگاه در خارج از استان) طی سالهای ۱۹۶۹ تا ۲۰۰۰ (۳۰ سال) استفاده شده است. مجموعاً ۶۸۶ داده مربوط به بارش سالانه از ایستگاه‌های مورد بررسی جمع‌آوری شد. موقعیت ایستگاه‌های مورد بررسی که همگی ایستگاه‌های سینوپتیک و کلیماتولوژی با بازه آماری متفاوت می‌باشند، در نقشه ۱ ارائه شده است. بر اساس موقعیت و مقادیر این ایستگاه‌ها یک شبکه مختصاتی در چارچوب زیر تعریف شده است:

E: $49^{\circ} 35' 51'' - 56^{\circ} 55'$

N: $30^{\circ} 39' - 34^{\circ} 30' 55''$

محور طول‌ها در هر $4' 23''$ و محور عرض‌ها در هر $2' 40''$ با هم برخورد داشته و یک شبکه 100×50 (یاخته‌ای) ایجاد گردید. سپس با استفاده از روش‌های TPSS، کریگینگ ساده، کریگینگ عام و عادی و نیز روش کوکریگینگ نقشه‌های همباران ایجاد شد. بر اساس آزمون‌های استاندارد بر مانده‌ها بهترین روش میان‌یابی، روش کریگینگ عام تشخیص داده شد. بر این اساس برای بازه زمانی ۱۹۶۹ - ۲۰۰۰ تعداد ۳۰ نقشه بارش سالانه (mr_i) تهیه گردید. سپس با حذف سلول‌های شبکه در خارج از استان، پهنه‌های باقیمانده مبنای محاسبات و نیز پایه تهیه نقشه همباران سی ساله، و دیگر تحلیل‌ها گردیده است. مشخصه‌های آماری بارش اصفهان بر پایه اصول جبر نقشه و با توجه به رابطه‌های زیر انجام گرفت:

۱. نقشه میانگین بارش سالانه

$$\overline{mr} = \frac{1}{n} \sum_{i=1969}^{2000} mr_i$$

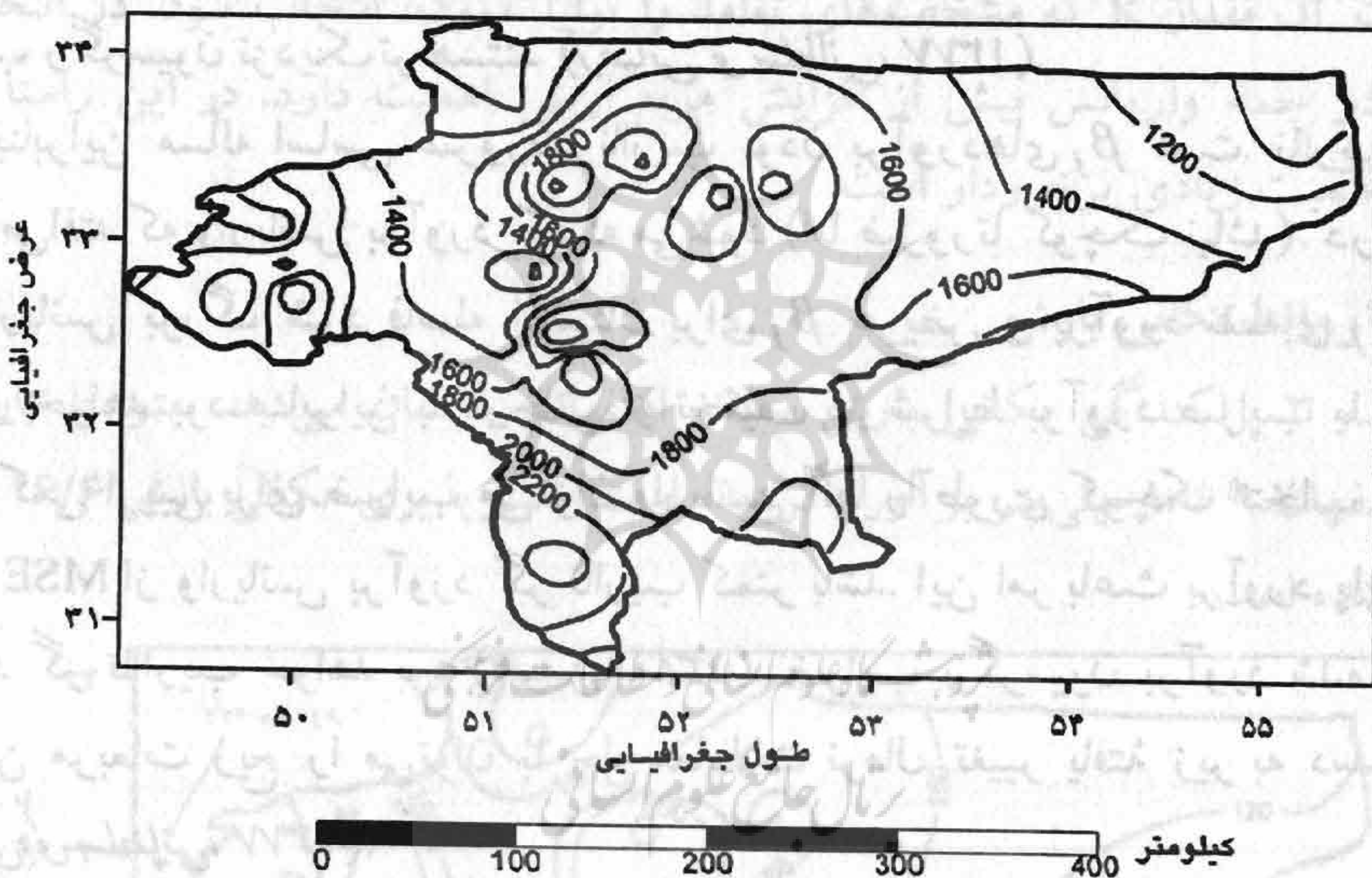
$$sr = \sqrt{\frac{\sum_{i=1969}^{2000} (mr_i - \overline{mr})^2}{n-1}}$$

۲. نقشه انحراف معیار پهنه‌ای بارش

$$CVr = \frac{sr}{\overline{mr}} \times 100$$

۳. ضریب تغییرات پهنه‌ای بارش

ضرورت تحلیل مکانی بارش در جهت سه بردار طول-عرض جغرافیایی و ارتفاع، ما را بر آن داشت که در بررسی تغییرات مکانی بارش، پارامتر ارتفاع را مورد توجه قرار دهیم. در این راستا نقشه ارتفاعی استان اصفهان نیز بر اساس روش‌های معرفی شده در بالا، تهیه و مورد توجه قرار گرفت (نقشه ۲).



نقشه ۲ توزیع ارتفاعی در استان اصفهان

(مرجع داده‌های ارتفاعی، موقعیت ایستگاه‌های هواشناسی مورد استفاده در مقاله است).

چنان که در نقشه ۲ دیده می‌شود طیف ارتفاعی استان از ۹۰۰ تا ۲۴۸۰ متر و میانگین ارتفاع استان ۱۶۶۰ متر است (۲). از مشخصات عمده ارتفاع در استان اصفهان فزونی آن در جهت شمال به جنوب و تراکم توده ارتفاعی در بخش غربی است. با استفاده از اطلاعات تولید شده یعنی میانگین بارش سالانه در هر یاخته و با توجه به مشخصه‌های مکانی (طول-عرض جغرافیایی و ارتفاع) هر یاخته، سعی در مدل‌سازی مکانی بارش در استان اصفهان خواهد بود. پیش از مدل‌سازی داده‌ها از لحاظ همخطی مورد

آزمون قرار گرفته‌اند. از آنجا که بین سه متغیر توضیحی (طول- عرض جغرافیایی و ارتفاع) همخطی وجود دارد. مدل رگرسیون معمولی برازش مناسبی بر داده‌ها نخواهد داشت. لذا در این رابطه از رگرسیون ریب^۳ استفاده خواهد شد. رگرسیون ریب روشی است برای برآورد ضرایب رگرسیون در مورد داده‌هایی که دارای همخطی (غیر متعامد) هستند. اگرچه در روش‌های رگرسیون ریب ضرایب برآورد شده نسبتاً اریب می‌باشد ولی در مقایسه با برآوردهای کمترین مربعات، خطای کوچکتر و پایداری بیشتری داشته، تحت تأثیر تغییرات جزئی در داده‌ها واقع نمی‌شود. در واقع برآورد ریب یک تبدیل خطی از برآورد حداقل مربعات است. از آنجا که میانگین مربعات خطا در روش ریب کوچکتر است. مقادیر برآورد شده با این روش در مقایسه با روش معمولی به مقادیر حقیقی ضرایب رگرسیون نزدیک‌تر هستند (رضائی و سلطانی، ۱۳۷۷).

بنابراین مسأله اساسی ضرورت نااریب بودن برآوردهای β_z است. نااریبی زمانی اتفاق می‌افتد که واریانس برآورد کمینه می‌شود (اما ضرورتاً کوچک نباشد). در صورتی که واریانس بزرگ شود فاصله اطمینان برای β_z عریض و برآورد نقطه‌ای β_z بسیار ناپایدار خواهد بود. بنابراین با درجاتی از تخفیف در شرایط برآورد ضرایب با پذیرفتن مقدار کمی اریبی برای ضرایب می‌توان واریانس آنها را طوری کوچک انتخاب نمود که میزان MSE از واریانس برآورد گر نااریب کمتر باشد. این امر باعث برآورد پایدارتر از برآورد گر نااریب خواهد بود (هومن، ۱۳۸۰). ضرایب رگرسیون برآورد شده با روش کمترین مربعات ریب را می‌توان با حل معادلات نرمال تغییر یافته زیر به دست آورد (رضائی و سلطانی، ۱۳۷۷):

$$(1+k)\beta_1 + r_{12}\beta_2 + \dots + r_{1p}\beta_p = r_{1R}$$

$$r_{12}\beta_1 + (1+k)\beta_2 + \dots + r_{1p}\beta_p = r_{2R}$$

(۴)

$$r_{1p}\beta_1 + r_{2p}\beta_2 + \dots + (1+k)\beta_p = r_{pR}$$

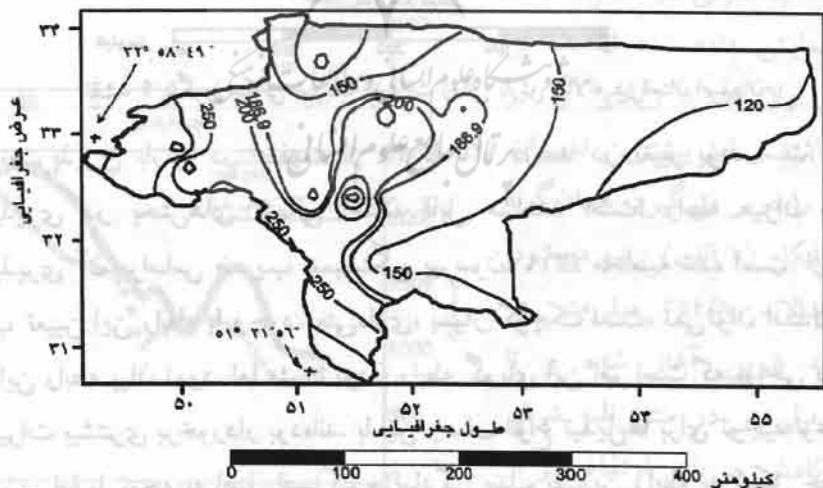
که در آن r_{ij} ضریب همبستگی ساده بین متغیرهای مستقل i و j است. r_{iR} ضریب همبستگی بین متغیر مستقل و متغیر تابع R می‌باشد. با حل معادلات بالا، $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$

برآورد می‌گردد (۳). در واقع حل رگرسیون ریبج از لحاظ محاسباتی آن است که همه همبستگی بین متغیرها را در کسر $\frac{1}{1+k}$ ضرب کرده، سپس مجموعه معادلات خطی را که پایه این همبستگی‌های جدید است، حل می‌کنیم. پارامتر k ، روش ریبج را از روش معمول متمایز می‌سازد. وقتی $k=0$ باشد، مقادیر ضرایب، برآوردهای حاصل از روش معمولی خواهد بود. معمولاً $0 \leq k \leq 1$ است. با افزایش k اریبی برآوردها افزایش می‌یابد و با افزایش بسیار زیاد آن ضرایب برآورد شده همگی به صفر میل می‌کنند.

در یک مقدار مثبت از k برآوردهای ریبج پایدار خواهد شد. از مهمترین گام‌های برازش رگرسیون ریبج، انتخاب مقدار k و ضرایب رگرسیون متناظر با آن است. معمولاً می‌بایست آن مقدار k که مشخصه‌های تعامد را تولید نموده، انتخاب شود. در انتخاب k کاهش در جمله واریانس بیش از افزایش مربع اریبی اهمیت دارد. در این راستا رفتار VIF از اهمیت زیادی برخوردار است.

توزیع و روابط مکانی بارش

نقشه ۳ پراکندگی مکانی بارش سالانه اصفهان را نشان می‌دهد. متوسط بارندگی استان اصفهان ۱۸۶/۹ میلی‌متر برآورد گردیده است. تغییرپذیری مکانی بارش ۴۶/۶ درصد محاسبه شده است.

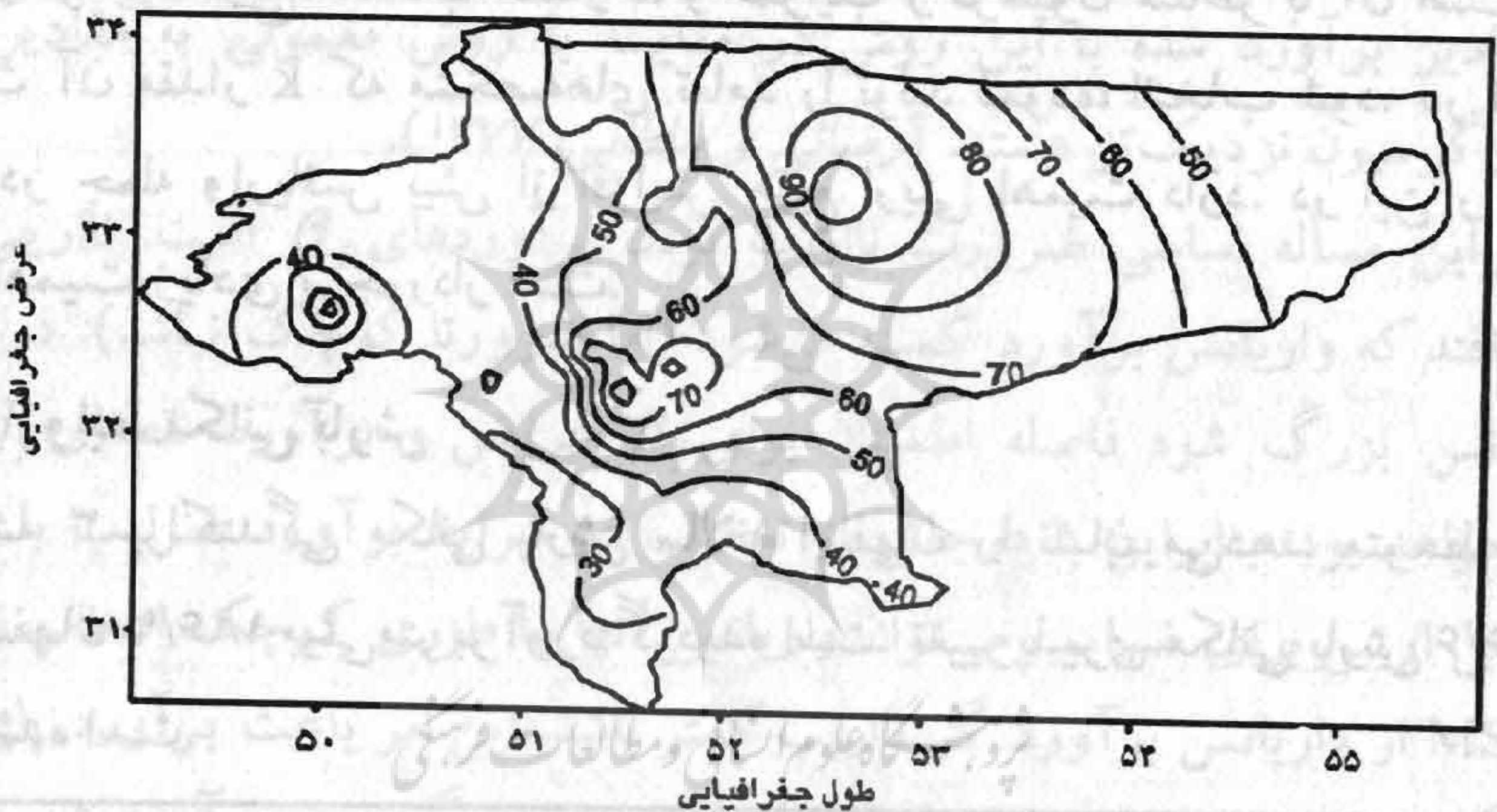


نقشه ۳ توزیع مکانی بارش سالانه در استان اصفهان

(همباران ۱۸۶/۹ بارش میانگین استان را نشان می‌دهد. مناطقی که با علامت + مشخص شده مختصات رسم نیمرخ بارش- ارتفاع است که در متن توضیح کامل آن ارائه شده است).

در واقع اختلاف نقاط مختلف از لحاظ میزان بارش دریافتی نسبتاً زیاد می‌باشد. با عنایت به نقشه همباران اصفهان طی دوره آماری مورد بررسی (۱۹۶۹-۲۰۰۰) بیشترین بارندگی (۳۷۷/۳ میلی‌متر) در مختصات $54^{\circ}49'54''$ شرقی و $33^{\circ}10'29''$ شمالی و کمترین بارندگی (۱۰۴/۶ میلی‌متر) در مختصات $51^{\circ}41'26''$ شرقی و $32^{\circ}39'26''$ شمالی رخ داده است (نقشه ۳).

در واقع مرطوب‌ترین نقطه استان اصفهان حدود $3/6$ برابر خشک‌ترین نقطه، بارش دریافت می‌کند. به نظر می‌رسد بارش سالانه استان در دراز مدت تغییرات زیادی متحمل شده است (نقشه ۴). نقشه ۴ تغییرپذیری زمانی بارش در استان اصفهان را نشان می‌دهد.



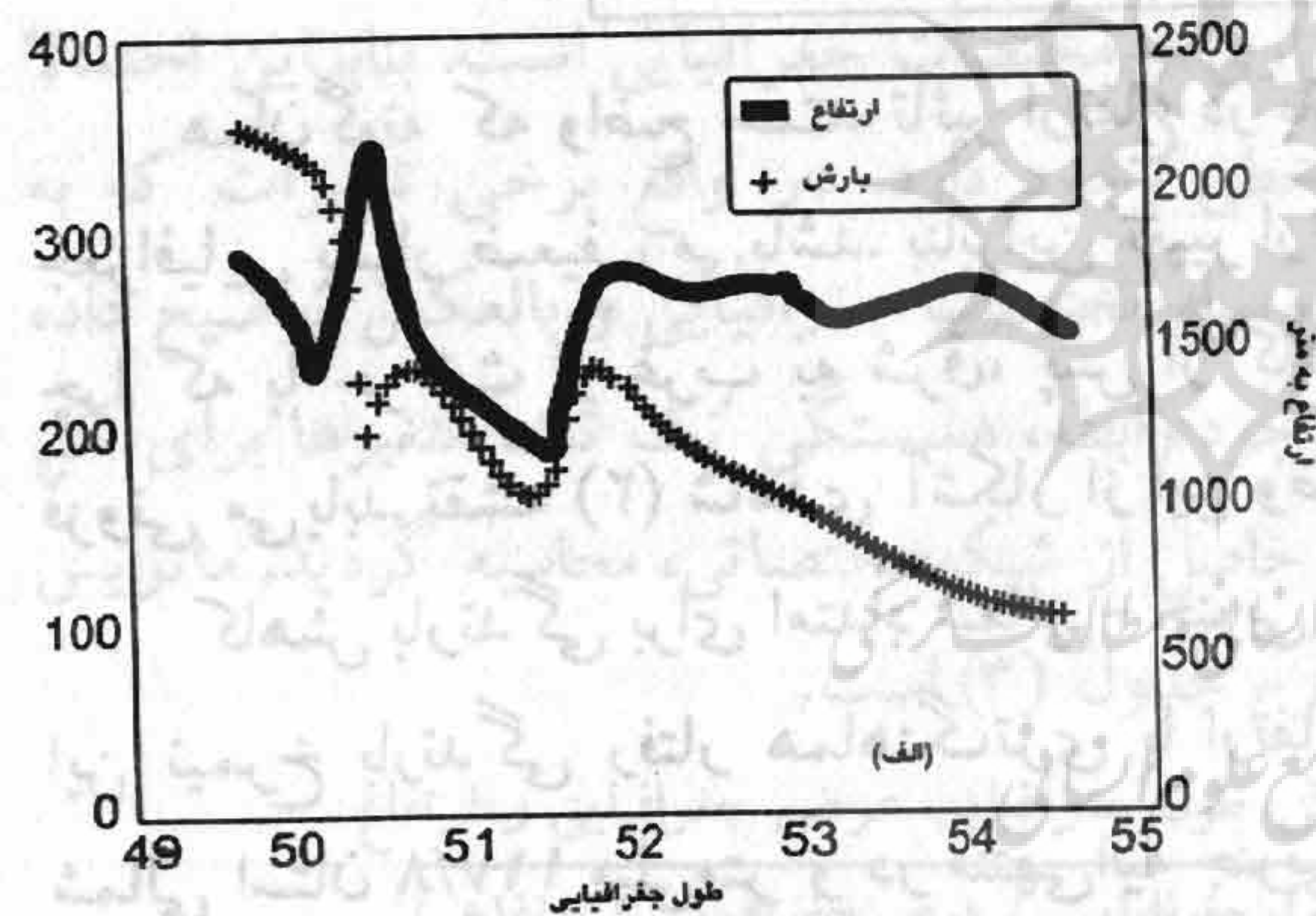
نقشه ۴ الگوی مکانی ضریب تغییرات زمانی بارش سالانه در استان اصفهان

تغییرپذیری بارش در اصفهان از ۲۵ تا ۱۲۵ درصد در تغییر بوده است. بیشترین تغییرپذیری در بخش‌های شمالی استان قابل مشاهده است. رابطه میزان بارش و تغییرپذیری آن براساس ضریب همبستگی پیرسون، $319/$ محاسبه شده است. از آنجا که ضریب تعیین این رابطه با وجود معنی‌داری، بسیار کوچک است، نمی‌توان استدلال قطعی برای این رابطه بیان نمود. اما مثبت بودن رابطه گویای این امر است که نواحی پرباران‌تر از تغییرات بیشتری برخوردار بوده‌اند. با این وصف انواع تبدیل‌ها برای توجیه نوعی رابطه انجام شد. اما با توجه به اصل امساک و سادگی مدل، بهترین رابطه به شکل خطی و به شرح زیر قابل ارایه است:

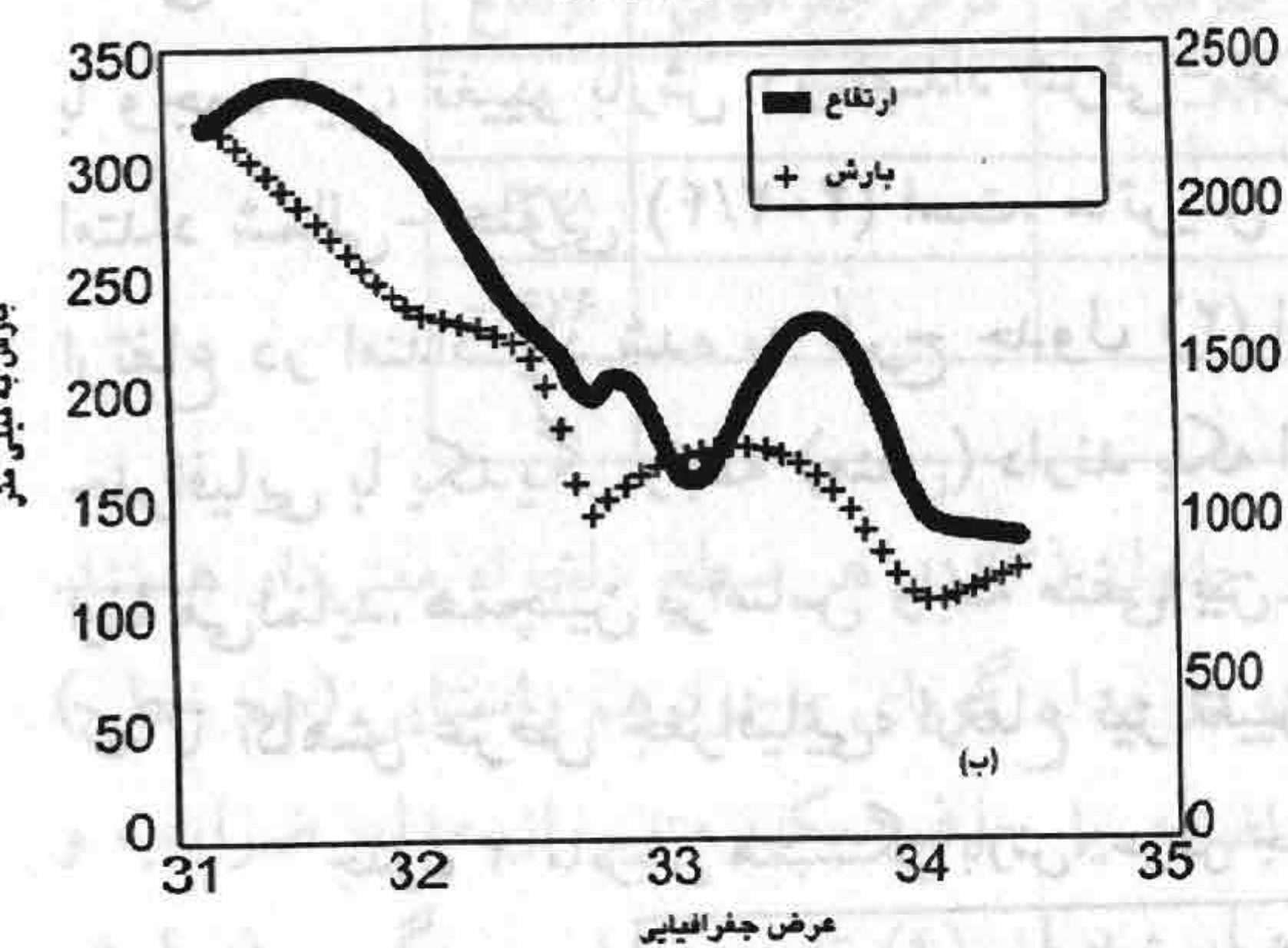
$$CV = 73.45 - 0.103R$$

با توجه به میزان ضریب همبستگی، رابطه بالا نشان می‌دهد که به ازای هر ۱۰ میلی‌متر افزایش بارندگی، حدود ۱ درصد ضریب تغییرات فزونی می‌یابد. با این وجود و به دلیل ضعف مدل از نقشه ۴ می‌توان دریافت که نواحی شمال مرکزی استان بیش از سایر نواحی، نوسانات را تجربه نموده‌اند.

با عنایت به نقشه ۳ می‌توان دریافت که مقدار بارندگی سالانه استان اصفهان از غرب به شرق و از جنوب به شمال کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر بیشترین مقدار بارندگی در مدخل بادهای غربی به استان در مناطق مرتفع غربی قرار دارد. اثر ارتفاع بر بارندگی‌های سالانه اصفهان از مشاهده و مقایسه نقشه همباران (نقشه ۳) و هم ارتفاع (نقشه ۲) قابل استنباط است. از این رو مراکز بارانی در بخش‌های غربی و جنوبی استان متمرکز است. با این وجود بیشترین بارش بر ستیغ کوه‌ها رخ نمی‌دهد. همچنین همان‌گونه که در بالا اشاره شد، تغییرات مکانی بارش تابعی از طول و عرض جغرافیایی نیز می‌باشد.



به منظور مجسم نمودن هرچه بیشتر تغییرات مکانی بارش، نیمرخ‌های تغییرات بارش سالانه در امتداد مدار $32^{\circ} 58' 49''$ شمالی و نصف‌النهار $51^{\circ} 21' 56''$ شرقی در شکل ۱ الف و ب نمایش داده شده است. این امتدادها اولاً امتداد زیادی را در استان داشته و نیز بیشترین تغییرات ارتفاعی را دربر می‌گیرد. همان‌گونه که در شکل (۱ الف) دیده می‌شود، بارش سالانه $354/8$ میلی‌متر در منتهی‌الیه غربی آغاز شده و تا $101/4$ میلی‌متر در منتهی‌الیه شرقی استان کاهش می‌یابد. ارتفاع نیز از حدود ۲۱۴۱ تا ۱۱۶۶ متری تغییر



شکل ۱ بارندگی در امتداد مدار $32^{\circ} 58' 49''$ شمالی (الف) و نصف‌النهار $51^{\circ} 21' 56''$ شرقی (ب)

می‌یابد.

چنان که واضح است میزان بارندگی با طول جغرافیایی رابطه معکوس دارد اما به نظر می‌رسد که از طول ۵۲ درجه به بعد بارش مستقل از ارتفاع کاهش می‌یابد. چه، در این موقعیت ارتفاع به سمت شرق از ثبات نسبی برخوردار است اما بارش به سمت شرق روند کاهشی نشان می‌دهد. علت این امر را می‌توان به نرسیدن رطوبت مدیترانه‌ای به داخل ایران (کاویانی، ۱۳۷۲) به دلیل دوری مسافت طی شده به وسیله سیستم‌های باران‌زا و اثر باد پناهی زاگرس نسبت داد (برای بحثی مشابه به علیجانی (۱۳۶۶) و علیجانی (۱۳۷۴) مراجعه کنید). ماتریس همبستگی برای بارش، طول جغرافیایی و ارتفاع در امتداد یاد شده به شرح جدول زیر است:

جدول ۱ ماتریس همبستگی بارش، طول جغرافیایی و ارتفاع در نیمرخ " ۳۲° ۵۸' ۴۹"

ارتفاع	طول جغرافیایی	بارش	
۱۱۱۶	-۹	۱	بارش
۱۰۶۲	۱		طول جغرافیایی

همان‌گونه که واضح است، تأثیر ارتفاع در بارش این نیمرخ و نیز رابطه ارتفاع-طول جغرافیایی بسیار ضعیف می‌باشد. بنابراین تغییر ارتفاع غرب-شرق سیستماتیک نمی‌باشد. چرا که با حرکت از غرب به شرق، پس از کاهش ارتفاع مجدداً ارتفاع در میانه استان فزونی می‌یابد. نقشه (۲) شاهدهی آشکار از این وضعیت است.

کاهش بارندگی برای امتداد شمالی-جنوبی نیز از شکل ۲ ب قابل استنباط است. در این نیمرخ بارندگی رفتار هماهنگ‌تری با ارتفاع نشان می‌دهد به طوری که منتهی‌الیه شمالی استان ۱۱۷/۸ میلی‌متر و در منتهی‌الیه جنوبی ۳۲۰/۲ میلی‌متر بارش دریافت می‌دارد. با وجود این، تغییر بارش در امتداد شرقی-غربی (۲۵۳/۴ میلی‌متر) بیش از تغییرات در امتداد شمالی-جنوبی (۲۰۲/۴) است. ماتریس همبستگی برای بارش، عرض جغرافیایی و ارتفاع در امتداد یاد شده به شرح جدول (۲) است. در این امتداد نه تنها بارش و عرض جغرافیایی با یکدیگر رابطه (منفی) دارند بلکه ارتفاع نیز نقش مؤثری در بارش‌های سالانه ایفا می‌نماید. همچنین براساس رابطه منفی بین ارتفاع و عرض جغرافیایی می‌توان دریافت که با کاهش عرض جغرافیایی، ارتفاع نیز تغییر می‌یابد.

جدول ۲ ماتریس همبستگی بارش، عرض جغرافیایی و ارتفاع در نیمرخ " ۵۱° ۲۱' ۵۶"

ارتفاع	عرض جغرافیایی	بارش	
۱۹۴۱	-۹۵۷	۱	بارش
-۹۱۶	۱		عرض جغرافیایی

وضعیت ارایه شده نشان می‌دهد که می‌توان برای روابط بارش، ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی و به منظور بیان توزیع مکانی بارش مدل رگرسیونی به شرح ذیل ارایه نمود:

$$R = \beta_0 + \beta_1\phi + \beta_2\lambda + \beta_3h \quad (6)$$

در این رابطه R بارش سالانه به میلی‌متر، ϕ عرض جغرافیایی به درجه، λ طول جغرافیایی به درجه و h ارتفاع محل به متر است. β_i ها پارامترهای مجهول مدل هستند که از طریق کمترین مربعات خطا قابل برآورد است. با استفاده از نرم افزار SPSS/Win مدل قیمت شده برای ۲۸۴۵ نقطه (که از میان‌سنجی داده‌ها در شبکه‌های ایجاد شده حاصل گردیده است) به شرح زیر به دست آمد:

$$R = 1765.578 - 27.789\phi - 6.254\lambda + 0.003921h \quad (7)$$

چنان که در جداول ۱ و ۲ واضح است و از نقشه توپوگرافی استان می‌توان دریافت، توده‌های ارتفاعی استان اصفهان در بخش‌های جنوبی و غربی واقع شده‌اند. بنابراین به نظر می‌رسد که ارتفاع (h) در مدل بالا تکراری از مختصات جغرافیایی است. بنابراین احتمالاً بین متغیرهای مستقل این مدل رابطه خطی وجود دارد. در واقع برخی تغییرات که به وسیله ارتفاع توجیه می‌گردد، مجدداً به وسیله مختصات جغرافیایی و بالعکس توضیح داده می‌شود. بدین دلیل و به منظور واریسی وجود رابطه، همبستگی تک تک متغیرها برای کل استان اصفهان و در ۲۸۴۵ یاخته (سلول) حاصل از شبکه مختصاتی، محاسبه گردید. ماتریس همبستگی پارامترهای مختلف مدل به شرح جدول (۳) است.

جدول ۳ ماتریس همبستگی بارش، طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی و ارتفاع

ارتفاع	عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی	بارش	
۱۵	-۰.۳۹۵	-۰.۷۳	۱	بارش
-۰.۳۷۸	۰	۱		طول جغرافیایی
-۰.۶۷۶	۱			عرض جغرافیایی
۱				ارتفاع

تمامی مقادیر همبستگی ارایه شده در جدول (۳) در هر سطح دلخواه معنی‌دار هستند. وجود همبستگی خطی بین متغیرهای وابسته در مدل گویای وجود هم راستایی (هم خطی) در داده‌ها است. در این حالت به هنگام اضافه یا حذف یک متغیر از مدل، ضرایب و خطای معیار آن تغییرات شدیدی نشان می‌دهد. جدول (۴) تغییر ضرایب رگرسیون بارش بر اساس حذف یا اضافه نمودن ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی به مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۴ تغییرات ضرایب رگرسیون و خطای معیار آنها در برازش های مختلف بارش و متغیرهای توضیحی دیگر

ضریب تعیین	ارتفاع		عرض جغرافیایی		طول جغرافیایی		رگرسیون
	(انحراف استاندارد)		(انحراف استاندارد)		(انحراف استاندارد)		
۰/۵۳۳					-۳۲/۲۵۷		۱
					(۰/۵۶۷)		
۰/۱۵۶			-۳۴/۵۲۲				۲
			(۱/۵۰۸)				
۰/۲۵	۰/۰۰۹۱۸۱						۳
	(۰/۰۰۳)						
۰/۵۷۱			-۱۷/۸۰۳		-۲۹/۷		۴
			(۱/۱۲۲)		(۰/۵۶۷)		
۰/۵۹۱	۰/۰۰۴۷۹۲				-۲۷/۸۹۴		۵
	(۰/۰۰۲)				(۰/۵۷۳)		
۰/۲۵۶	۰/۰۰۷۸۸۴		-۹/۱۳۹				۶
	(۰/۰۰۴)		(۱/۹۲۲)				
۰/۵۹۴	۰/۰۰۳۹۲۱		-۶/۲۵۴		-۲۷/۷۸۹		۷
	(۰/۰۰۳)		(۱/۴۲۲)		(۰/۵۷۲)		

دیده می شود که با تغییر تعداد متغیرهای توضیحی تغییر ضرایب ارتفاع در رگرسیون های متعدد بسیار زیاد و مقدار انحراف استاندارد پارامترهای دیگر نیز تغییر آشکاری داشته است. همچنین ضرایب مربوط به طول جغرافیایی با تغییرات محسوس قابل مشاهده می باشد. همچنین می توان دید که تغییر در تعداد متغیرهای مستقل، ضریب تعیین را دستخوش نوسان زیادی می سازد. اما در برخی موارد، افزایش و یا کاهش متغیرها قادر به تغییر فاحش در ضریب تعیین نیست. به هر حال سؤال مطرح این است که چرا براساس اصل امساک کمترین متغیرهای مستقل (مثلا رگرسیون ردیف ۱ یا ۴) در نظر گرفته نمی شود. در پاسخ باید گفت اولاً کاربرد یک متغیر مستقل در توجیه بارش خطای زیادی را در پی خواهد داشت. مثلاً برازش الگو براساس عامل طول جغرافیایی، منتج به همبازان های موازی با نصف النهارات و یا الگوسازی براساس عرض جغرافیایی منتج به همبازان های موازی با مدارات خواهد شد. از آنجا که رابطه بارش - ارتفاع نیز ضعیف است (ضریب تعیین بارش - ارتفاع ۰/۲۵ است)، نمی توان الگویی بر مبنای ارتفاع برازش داد. علاوه بر آنچه که گفته شد باید اذعان داشت که ضرایب حاصل شده از رگرسیون ۴ متغیری در

هر سطح دلخواه معنی‌دار است. یعنی سه متغیر مستقل همگی در تغییرات مکانی بارش سالانه نقش قابل توجهی دارند. از این رو و بنا به ضرورت تحلیل مکانی، لازم است که نقش تمامی ابعاد مکان (طول-عرض و ارتفاع) در تکوین پدیده بارش آشکار شود. با توجه به جدول ۴ و مباحث بالا هم‌راستایی متغیرهای مستقل محرز گردیده، مدل توزیع مکانی بارش (مدل شماره ۷) غیرقابل اعتماد به نظر می‌رسد. با این وصف در جهت آشکارسازی وجود هم‌راستایی آزمون دیگری به کار گرفته خواهد شد. در این آزمون این حقیقت آشکار که هر مدل رگرسیون خطی را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل متعامد آرایش داد و متغیرهای مستقل جدید به صورت ترکیباتی خطی از متغیرهای مستقل اولیه به دست آورد، ایده‌آسی برای تولید داده‌هایی موسوم به مؤلفه‌های اصلی است. مؤلفه‌های اصلی فاقد تفسیر ساده‌اند، چون هر کدام مخلوطی از متغیرهای اصلی هستند. با این وصف، این متغیرهای جدید روش مناسبی را برای دستیابی به اطلاعاتی درباره هم‌راستایی چندگانه مهیا می‌کنند. به منظور بسط روش مؤلفه‌های اصلی، نخست باید توجه داشت که مبنای هر تجزیه هم‌راستایی چندگانه در ساختار همبستگی‌های بین متغیرهای مستقل یافت می‌شود. چون همبستگی تحت تأثیر تغییر مقیاس داده‌ها واقع نمی‌شود، بنابراین ساده‌تر است که بحث روی متغیرهای استاندارد شده ادامه یابد. با توجه به آنچه که گفته شد و با استفاده از نرم‌افزار Spluse/Win ماتریس واریانس متغیرهای مستقل (طول-عرض جغرافیایی و ارتفاع) تبدیل یافته به مؤلفه‌های اصلی به شرح زیر حاصل شده است:

جدول ۵ ماتریس واریانس متغیرهای مستقل استاندارد شده

ارتفاع	عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی	
		۰/۹۹۹۹۸۲۸	طول جغرافیایی
	۰/۰۰۰۰۱۴۸۰۷۱۲		عرض جغرافیایی
۰/۰۰۰۰۰۲۳۹۱۵۱۹			ارتفاع

اگر واریانس‌های ارایه شده در قطر اصلی ماتریس که از مؤلفه‌های اصلی عوامل مورد بررسی حاصل شده، برابر یک باشد متغیرهای اصلی متعامد خواهند بود. اگر هر کدام از واریانس‌ها دقیقاً برابر صفر باشند، هم‌راستایی چندگانه بسیار قوی وجود دارد. اگر یکی از مقادیر مورد بحث خیلی کوچک‌تر از بقیه باشد، هم‌راستایی وجود دارد. بنابراین چنان که دیده می‌شود در دو مورد هم‌راستایی به وضوح آشکار است. در این شرایط آماردانان

حذف یک متغیر را پیشنهاد می‌کنند اما در بررسی‌های اقلیمی آشکارسازی نقش اجزا و مجموعه عوامل در دستیابی به قوانین حاکم بر پراکنش مکانی از اهمیت بنیادی برخوردار است. از این رو به جای حذف عامل همخطی، به آشکار سازی نقش آن خواهیم پرداخت.

مدل‌سازی توزیع مکانی بارش اصفهان

با توجه به یافته‌های بالا، رگرسیون معمولی با متغیرهای توضیحی طول-عرض جغرافیایی و ارتفاع قادر به توصیف مناسب پراکنش بارش در استان اصفهان نخواهد بود. لذا کاربرد رگرسیون ریبج برای توصیف پراکنش بارندگی می‌تواند تصویری صحیح‌تر از پراکنش مکانی ریزش‌های جوی در اصفهان ایجاد نماید. با عنایت به این مطالب و با بکارگیری روش‌های معرفی شده در بخش ۳ این مقاله (و با استفاده از معادله شماره ۴)، ضرایب رگرسیون ریبج برآورد شده با روش کمترین مربعات ریبج را می‌توان با حل معادلات نرمال تغییر یافته به دست آورد. معادلات نرمال برای روش ریبج به شرح زیر تنظیم شده است:

$$((1+k)\beta_1) + (0\beta_2) - (0.378\beta_3) = -0.73$$

$$(0\beta_1) + ((1+k)\beta_2) - (0.378\beta_3) = -0.395 \quad (۸)$$

$$-0.378\beta_1 - (0.676\beta_2) + ((1+k)\beta_3) = 0.5$$

با حل معادلات بالا به ازای مقادیر مختلف k برآورد ضرایب رگرسیون ریبج حاصل می‌شود. معادلات بالا به ازای $0 \leq k \leq 1$ با نمو ۱/۰۰۱ حل شده و نتایج حاصل در شکل ۲ الف ارائه گردیده است. در شکل ۲ ب نیز مقادیر عامل تورم واریانس (VIF) نیز برای مقادیر مختلف k و با نمو ۱/۰۰۱ نشان داده شده است. ملاک انتخاب k مناسب و ضرایب متناظر با آن بر دو پایه بنا نهاده شده است:

۱. با افزایش پارامتر ریبج (k) از صفر به ۱، تغییرات در ابتدا ناگهانی و سپس به سمت پایداری میل می‌کند. مقدار مناسب برای k ، ناحیه‌ای است که در آن ضرایب متناظر با k پس از تغییر ناگهانی به ثبات نسبی برسد.

۲. همان‌گونه که گفته شد VIF میزان واریانس ضرایب برآورد شده نسبت به شرایط عدم همخطی متغیرهای توضیحی را نشان می‌دهد. بنابراین شاخص VIF شرایط انتخاب k و ضرایب متناظر با آن را برای ما بیان می‌کند. واضح است که با افزایش فراسنج ریبج، مقدار آن به طور ناگهانی کاهش یافته و سپس رفتاری نسبتاً ایستا را حاصل می‌نماید.

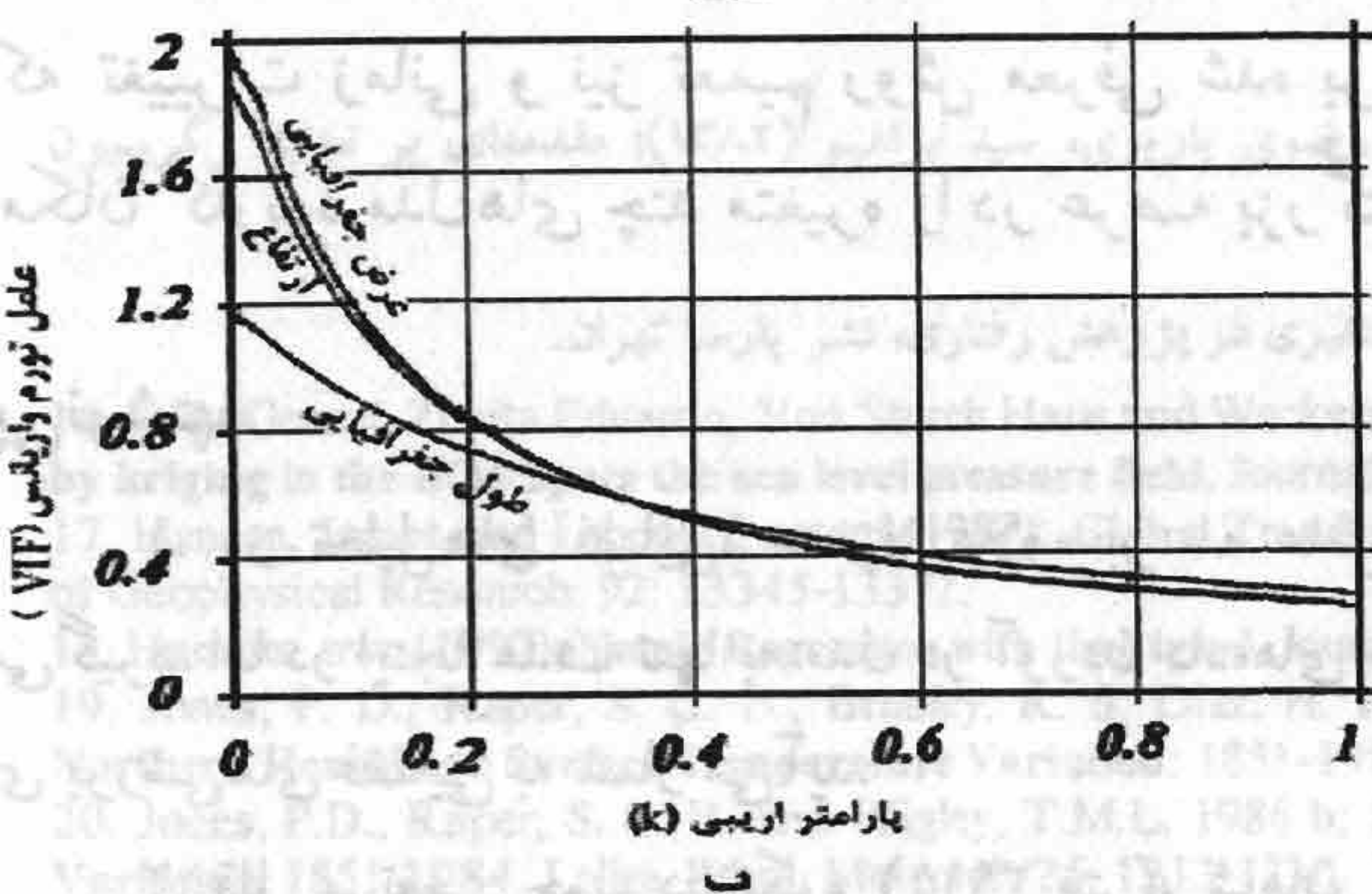
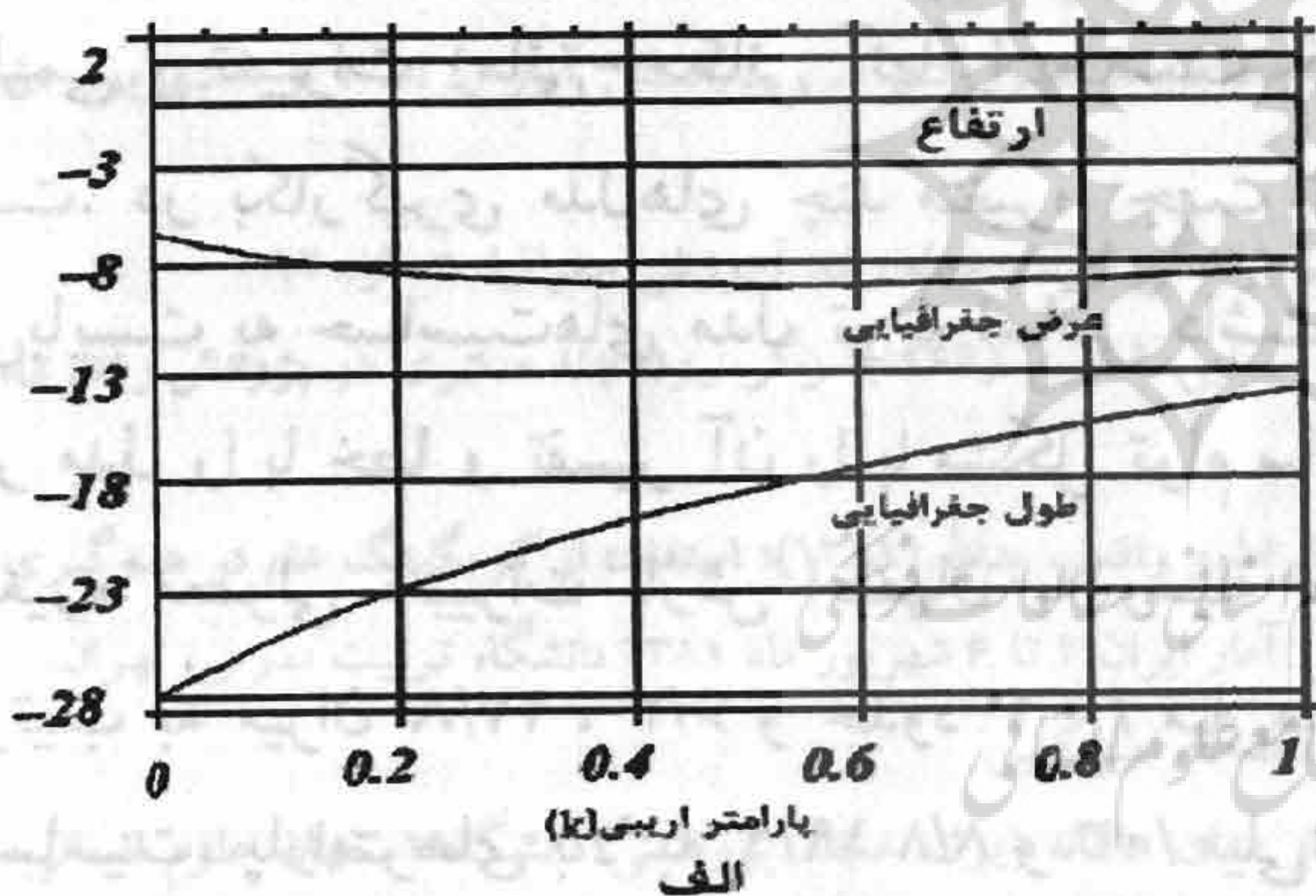
بهترین مقدار پارامتر ریج مقداری است که از آن VIF تغییرات آرامی را تجربه می‌نماید. با عنایت به اصول فوق و براساس شکل‌های ۲ الف و ۲ ب بهترین مقدار k برای اختیار نمودن ضرایب رگرسیون ریج برابر $1/4$ است. بنابراین ضرایب رگرسیون و معادله حاصل از برآورد به شرح زیر است:

$$R = 1738.95 - 19.91\lambda - 8.76\phi + 0.03h \quad (9)$$

ضرایب حاصل از این مدل در هر سطح اعتماد دلخواه قابل قبول است. چنان که دیده می‌شود، به شرط ثابت بودن عرض جغرافیایی و ارتفاع، با افزایش هر درجه طول جغرافیایی حدود ۲۰ میلی‌متر کاهش بارندگی خواهیم داشت. با ثابت بودن طول جغرافیایی و ارتفاع یک محل به ازای افزایش هر درجه عرض جغرافیایی $8/8$ میلی‌متر کاهش در بارندگی حاصل خواهد شد. در حالی که با هر هزار متر افزایش ارتفاع، به شرط ثابت بودن بقیه شرایط، حدود ۳۰ میلی‌متر افزایش بارش مورد انتظار است.

اگرچه در نگاه اول به نظر

می‌رسد که نقش طول و عرض جغرافیایی بیش از ارتفاع باشد اما چنان که در نقشه ۲ و شکل ۱ نیز دیده می‌شود، تغییرات ارتفاع در اصفهان بیش از دو پارامتر دیگر بوده و از این رو عنصر ارتفاع، تغییرات بیشتری را می‌تواند تولید نماید. مدل بالا قادر است ۴۶/۱۵ درصد تغییرات مکانی بارش اصفهان را توجیه نماید. بنابراین ضریب همبستگی حاصل از مدل بالا $0/67934$ است. اختلاف پارامترهای رگرسیون ریج و رگرسیون معمولی در جدول ۶ نشان داده شده است.



شکل ۲ تغییرات ضرایب رگرسیون (الف) و عامل تورم واریانس (ب) به ازای مقادیر مختلف پارامتر اریبی (k)

جدول ۶ مقایسه پارامترهای حاصل از رگرسیون ریبج و رگرسیون معمولی برای مدل مکانی بارش اصفهان

پارامتر	رگرسیون معمولی	رگرسیون ریبج	اختلاف
ضریب طول جغرافیایی	-۲۷/۷۹	-۱۹/۹۱	۷/۸۸
ضریب عرض جغرافیایی	-۶/۲۵	-۸/۷۶	-۲/۵۱
ضریب ارتفاع	۱/۰۳۹	۱/۰۳	-۱/۰۲۶۱
ضریب همبستگی	۱/۷۷	۱/۶۸	۱/۰۹
ضریب تعیین	۵۹/۴	۴۶/۱۵	۱۳/۲۵

نتایج

اثرات متقابل اجزا سیستم اقلیمی باعث تکوین رفتاری ترکیبی می‌شود. این رفتار از اثر انفرادی هریک از اجزا متعادل‌تر است. تعادل مزبور صرفاً به مفهوم کاهش یا افزایش عملکرد هریک از اجزا سیستم نیست بلکه به اقتضای زمان-مکان نقش هریک را نسبت به دیگری کاهش یا افزایش می‌دهد. برهم کنش عناصر و عوامل اقلیمی مطالعه عناصر اقلیمی و تغییرات زمانی-مکانی آنها را به سمت کاربرد آمار چند متغیره هدایت نموده است. در بکارگیری مدل‌های چند متغیره، جهت توجیه تغییرات مکانی عناصر اقلیمی می‌بایست به حساسیت‌های مدل توجه اساسی داشت. چه، ممکن است عدم توجه به این امر مدل را با خطا و تفسیر آن را با مشکل توأم سازد. مثلاً در یک مدل رگرسیون چند متغیره معمولی تغییرات بارش اصفهان به وسیله طول-عرض جغرافیایی و ارتفاع به ترتیب به میزان $۲۷/۸$ ، $۶/۳$ و حدود $۱/۰۰۴$ میلی‌متر برآورد شده بود، با منظور نمودن حساسیت، پارامترهای بالا به $۱۹/۹$ ، $۸/۸$ و $۱/۰۳$ میلی‌متر تغییر یافت. لازم به توضیح است که تغییرات زمانی و نیز تعمیم روش معرفی شده بر کلیه عناصر و حتی عوامل اقلیمی، امکان کاربرد مدل‌های چند متغیره را در عرصه بزرگتری مهیا می‌سازد.

پی‌نوشتها

۱. در تحلیل‌های فضایی، معمولاً علاوه بر سه عامل یاد شده عامل زمان نیز مد نظر قرار می‌گیرد. اما در اینجا هدف تنها به مدل در آوردن داده‌های مکانی است که در واقع بنیادی اساسی برای بررسی‌های فضایی به شمار می‌آید.
۲. قله مرتفعی چون دالانکوه (۳۹۱۵ متر)، شاهان کوه (۳۰۴۰ متر) کرکس (۳۸۹۵ متر) و ... در استان وجود دارند. اما به دلیل عدم استقرار ایستگاه‌های اندازه‌گیری در این نواحی و نیز عدم گستردگی وسیع آنها، در محاسبات منظور نشده‌اند.

۳. می‌دانیم که حل معادلات نرمال به وسیله تکنیک جبر ماتریس امکان‌پذیر است که به دلیل رعایت ایجاز از ذکر آنها خودداری خواهیم نمود. در صورت تمایل به منبع ۵ (آشنایی با ماتریس‌ها) مراجعه کنید.

منابع و مآخذ

۱. خلیلی، علی (۱۳۷۵)؛ تغییرات سه بعدی میانگین‌های سالانه درازمدت دمای هوا در گستره ایران، مجله نیوار، شماره ۳۲.
۲. رحیمی بندرآبادی، سیما و مهدیان، محمدحسین (۱۳۸۲)؛ بررسی تغییرات مکانی بارندگی ماهانه در مناطق خشک و نیمه خشک جنوب شرق ایران، سومین کنفرانس منطقه‌ای و اولین کنفرانس ملی تغییر اقلیم، ۲۹ مهر تا اول آبان ۱۳۸۲، دانشگاه اصفهان.
۳. رضایی، عبدالمجید و سلطانی، افشین (۱۳۷۷)؛ مقدمه‌ای بر تحلیل رگرسیون کاربردی، انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان.
۴. رندو، جی. ام ترجمه خدایاری، علی‌اصغر (۱۳۷۱)؛ اصول زمین آماری، انتشارات جهاد دانشگاهی دانشگاه صنعتی اصفهان.
۵. سید موسوی، سیدحسین (۱۳۷۳)؛ آشنایی با ماتریس‌ها، تهران انتشارات مدرسه.
۶. علیجانی، بهلول (۱۳۶۶)؛ رابطه پراکندگی مکانی مسیرهای سیلکونی خاورمیانه با سیستم‌های هوای سطح بالا، فصلنامه تحقیقات جغرافیایی، شماره ۴.
۷. علیجانی، بهلول (۱۳۷۴)؛ آب و هوای ایران، انتشارات دانشگاه پیام نور.
۸. علیجانی، بهلول (۱۳۸۱)؛ نقش آمار در توسعه علم جغرافیا، ششمین کنفرانس بین‌المللی آمار ایران ۴ تا ۶ شهریور ماه ۱۳۸۱، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.
۹. کاویانی، محمدرضا (۱۳۷۲)؛ تحلیلی آماری از رژیم بارندگی ایران، مجله رشد آموزش جغرافیا، شماره ۱۲.
۱۰. کرلینجر، فرد. ان و پدهازور، الازار. جی. ترجمه سرایی، حسین (۱۳۶۶)؛ رگرسیون چند متغیری در پژوهش رفتاری، جلد دوم، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی، تهران.
۱۱. محمدزاده، محسن، کاظم‌نژاد، انوشیروان، فقیه، سراط و واقعی، بدآه (۱۳۸۱)؛ استفاده از کریگینگ عام در همه‌گیری شناسی جغرافیایی بیماری‌ها، ششمین کنفرانس بین‌المللی آمار ایران ۴ تا ۶ شهریور ماه ۱۳۸۱ دانشگاه تربیت مدرس، تهران.
۱۲. مدنی، حسن (۱۳۷۳)؛ مبانی زمین آمار، انتشارات دانشگاه امیرکبیر.
۱۳. مسعودیان، سید ابوالفضل (۱۳۸۲)؛ تحلیل ساختار دمای ماهانه ایران، مجله پژوهشی دانشگاه اصفهان علوم انسانی، شماره ۱ و ۲.
۱۴. مونتگمری، داگلاس و پک، الیزابت. ترجمه رضوی پاریزی، سید ابراهیم (۱۳۸۲)؛ مقدمه‌ای بر تحلیل رگرسیون خطی، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان.
۱۵. هومن، حیدرعلی (۱۳۸۰)؛ تحلیل داده‌های چند متغیری در پژوهش رفتاری، نشر پارسا تهران.

16. Biau Gerard, Zorita Ednardo, Von Storch Hans and Wackernagel Hanse (1999); Estimation of precipitation by kriging in the EOF space the sea level pressure field, Journal of climate Vol. 12. 1070 - 1085.

17. Hansen, James and Lebedeff, serget (1987); Global Trend of Measured Surface Air Temperature, Journal of Geophysical Research. 92: 13345-13372.

18. Hasseler, urwe (1997); Simple Regression with time trend, Journal of Time Series Analysis Vol.21 No1.27-32

19. Jones, P. D., Raper, S. C. B., Bradley, R. S, Diaz, H. F. , Kelly, P.M. and Wigley, T.M.L (1986 a); Northern Hemisphere Surface Temperature Variation: 1851-1984. J.clim. Appl. Meteorol. 25. 161-179.

20. Jones, P.D., Raper, S. C. B. and Wigley, T.M.L. 1986 b; Southern Hemisphere Surface Air Temperature Variation, 1851-1984. J.clim. Appl. Meteorol. 25. 1213-1230.

21. Jones, P. D., Wigley, T.M.L. and Wright. P.B. 1986 c; Global Temperature Variation Between 1861 and 1984, Nature. 322: 430-434.

22. WMO (1999); Programme on Weather Prediction Research (PWPR), Report Series No.13. Technical Document. WMO/TD. No.979, 12-37.