

# جبر و مقابله خوارزمی

غلامحسین مصاحب

بوده مسئله ایست که باید جدا گانه در آن بحث شود.

تاریخ تولد خوارزمی معلوم نیست و وفاتش را بین ۸۳۵ و ۸۴۵ میلادی (۲۲۱ هجری تا ۲۳۱) ثبت کرده اند. خوارزمی در قرون وسطی نزدیک به اروپایان که مال شهرت را داشته. معروفترین آثارش همان کتاب جبر و مقابله است که بعداً از آن صحبت خواهیم کرد. دیگر تألیفاتش عبارتند از: زیج اول - زیج دوم - کتاب عمل با الصغرلاب - کتاب تاریخ - کتاب حساب.

زیج خوارزمی را آنلار<sup>(۱)</sup> بزبان لاتینی و ابراهیم بن عزرا<sup>(۲)</sup> بزبان عبری ترجمه نموده اند و از ترجمه ابراهیم دو نسخه یکی در پارما از شهرهای ایتالیا و دیگری در اسکندریه موجود است. کتاب حساب خوارزمی از روی نسخه ای که در کمبریج موجود میباشد در ۱۸۵۷ درم چاپ شده و احتمالاً آنلار حواشی بر آن نوشته است.

**جبر و مقابله خوارزمی** - قدیمی ترین کتابی که باین اسم در دست است همین کتابست که با مر مأمون تألیف شده و شامل اصول جبر و مقابله و حل معادلات درجات اول و دوم می باشد. راه هایی که خوارزمی در حل معادلات درجه دوم بکار میبرد همان طریقی هستند که (دیوفانت) دانشمند بزرگ یونانی بکار برده ولی گمان اینکه خوارزمی و بطور کلی دیگر مسلمین اوایل هفت

علمی اسلامی بکتاب دیوفانت دست داشته اند خطا است زیرا این کتاب را اول دفعه ابو الوفای بوزجانی<sup>(۳)</sup> در قرن دهم میلادی عبری ترجمه کرده است.

از این جهت است که بعضی ها احتمال میدهند مسلمین اطلاعات جبری خود را از هندیان اخذ کرده اند ولی این قول را بطور مطلق نمی توانیم قبول کنیم چو قواعد جبری یونانیان جنبه کلیت نداشته و دانشمندان یونان متوجه اعداد منفی نبوده و مثلاً معادلات  $a-x=b$  و  $a+x=b$  را متمایز می شمرده اند و همین نواقص در جبر مسلمین باقی است. برخلاف قوانین جبر هندیه تا حدی کلیت داشته و آنان اعداد مثبت و منفی را بیک چشم میشکریسته اند. اختلاف راه های هندی و یونانی مخصوصاً در معادله درجه دوم واضح میباشد. طرق هندیه جبری و طرق یونانیان هندسی است و مسلمین همان طرق هندسی را دارند.

راجع با انتخاب لفظ جبر و مقابله خوارزمی توضیحی در کتاب خود میدهد ولی بر طبق آنچه از آثار دیگر دانشمندان اسلامی برمی آید وجه تسمیه این علم جبر و مقابله این است که: «در این علم حل مسائل بمعادلات بر میگردد و در بعضی مسائل معادله بین يك مقدار ناقص (تفاضل دو مقدار) و يك مقدار غیر ناقص واقع می شود (مثل  $x-a=b$ ) و در این صورت باید نقص مقدار ناقص را جبران کرد باین نحو که آنچه را از آن کم می شود حذف کنیم و بمقدار دیگر بیفزائیم ( $x=b+a$ ) و اما مقابله حذف دو مقدار مشابه است از طرفین معادله و چون این دو عمل غالباً در معادلات واقع میشد علمی را که موضوعش حل معادلات است جبر و مقابله نامیدند. « و لفظ (آلژبر) و

«این جبر که در قرن نهم بنظر بکتفر داشتند حوزه پندار مقدماتی بوده تا هفتصد سال بعد مرجع ومدرك اروپائیان و تا زمان ویت (۱) مبنای معالجات علمی آنان بوده است. « (پوایه - تاریخ ریاضیات)

در مقاله مربوط بجبر و مقابله خیام اشاره کردیم که جبر خوارزمی که از تألیفات بکتفر دانشمند ایرانی قرن سوم هجری است اولین کتابی است که علمای اسلامی در این علم تألیف کرده اند. گذشته از اینکه دانستن اطلاعات ریاضی بکتفر عالم قرن سوم از نظر تاریخ علوم اهمیت دارد حتم داریم خوانندگان کنجگلو این مقاله مایل هستند بالا جمل بر مقام علمی خوارزمی و آثار علمی او وقوف یابند. از طرف دیگر نسخه های جبر خوارزمی که حسب المعمول از طرف بکتفر علم دوست اروپائی (فردریک رزن) احیاء شده تا باب است (اینجا بیدش از يك نسخه از این کتاب متعلق به آقای سعید نفیسی سراغ ندارم) بنا بر این بی مناسبت نیست در اینجا بجملی در باب این کتاب و مؤلف آن نوشته شود.

محمد بن موسی الخوارزمی بزرگترین ریاضیون و از منجمین معروف دربار مأمون خلیفه است و بقول بعضی از مورخین با مر مأمون بیفداد رفته و بعداً برای تحصیل علوم هندی به هندوستان اعزام شده است. بعد از مراجعت بیفداد مأمون و بر ابکتباداری خود برگزید و مأمور تنظیم جداول نجومی کرد. اعم از اینکه رفتن خوارزمی به هند درست باشد یا نه وقوف او و دیگر دانشمندان دوره اسلامی بر علوم هندی محل تردید نیست و حتی پیش از اینکه آثار یونانیان مستقیماً در حوزه علمی اسلامی وارد شود اطلاعات علمی هندیان در آن داخل شده بود. توضیح آنکه هفت علمی اسلامی در زمان خلافت ابو جعفر منصور عباسی بانی بغداد شروع شد و در دوره او در حدود ۷۷۱ میلادی (۱۵۵ هجری) هیشی از هند بیفداد اعزام شدند و در میان آنها دانشمندی بود موسوم به کتکه یا منکه که کتابی در علم نجوم همراه داشت و از روی آن علم نجوم را بر طبق قواعد هندیان بدو نفر از منجمین دیوان منصور، ابواسحق ابراهیم فرزری و یعقوب بن طازق که اصلاً ایرانی بوده آموخت کتاب کتکه نزد مسلمین به (سند هند) معروفست. اصل کتاب مورد اختلاف است بعضی آنرا (سور یا سیدهاثا)<sup>(۴)</sup> و برخی آنرا (براهما سیدهاثا)<sup>(۳)</sup> میدانند ولی قول اول اصح است و لفظ سندهند از (سور یا سیدهاثا) آمده است. از مطالب دور نشویم. چنانکه ابن آدمی از منجمین معروف قرن سوم هجری در مقدمه زیج خود می نویسد خوارزمی با مر مأمون سند هند را ملخص کرده. بنا بر این تردیدی نیست که وی بر علوم هندیان واقف بوده. منتهی فهمیدن اینکه در آن موقع علوم یونانی تا چه حدی در علوم هندی وارد

۱ - ویت لا بزرگترین ریاضی دانهای فرانسوی قرن شانزدهم است. بزرگترین خدمت او بر ریاضیات استعمال حروف در جبر می باشد.

۲ - قدیمی ترین کتب ریاضی هندیه است. هندیان تألیف آنرا در ۲۱۶۵۰۰ سال قبل از میلاد میدانند ولی در واقع در قرن چهارم یا پنجم میلادی نوشته شده و بیشتر مطالبش راجع بنجوم است.

۳ - از تألیفات (براهما گویتا) هندی است که بزرگترین ریاضیون قرن هفتم میلادی میباشد. اگر چه این کتاب در علم نجوم است ولی حاوی اصولی راجع بحساب جبر می باشد. در این کتاب اعداد مثبت و منفی بکار رفته اند و معادلات درجه دوم نیز در آن حل شده.

۱ - از مترجمین انگلیسی است که در حدود ۱۱۲۰ میلادی میریسه و بسیاری از آثار دانشمندان اسلامی را ترجمه کرده است.

۲ - از علمای بزرگ کلاس ایتالیایی قرن دوازدهم است و آنلاری در ریاضیات از خود گذاشته  
۳ - در یوزجان که شهر کوچکی است بین هرات و نیشابور متولد شده و از دانشمندان بزرگ ایرانی قرن چهارم هجری است. اختراع ظل و قطر ظل تمام از او است و در حل معادله درجه چهارم بوسیله تقاطع خطوط مخروطیه مقدماتی داشته و بطوری که سدهو مستشرق معروف در مقدمه زیج العنغ بیک می نویسد سومین بی نظمی حرکتگر که اکتشافش از بزرگترین مغائر بنگو بر اعه است از کشفیات ابو الوفای می باشد.



نظایر آن در زبانهای اروپائی از لغت (الجبر) مشتق است.

کتاب جبر خوارزمی قرنهای متمادی مطالعات ریاضی اروپائیان بوده و سه نفر از مترجمین معروف قرن دوازدهم میلادی بوحنایی، التزیمی - ژرار دوس و برنوس (۱) آرا پلانیسی (۲) و فردریک رزن آرا بانکلیسی ترجمه کرده اند. ترجمه دومی در ۱۸۵۷ در رم و ترجمه سومی در ۱۹۱۵ در نیویورک و بالاخره ترجمه رزن با متن عربی کتاب در ۱۸۳۱ در لندن چاپ شده. رزن در مقدمه کتاب خود شرحی مینکارد که ملخص قسمتی از آن این است: «نسخه‌ای که متن کتاب از روی آن چاپ شده تنها نسخه‌ای از این کتاب است که سراغ دارم و آن در اسکفرد در جزو مجموعه‌ای مرکب از سه رساله دیگر در حساب و جبر مضبوط است و محشی می‌باشد.»

جبر خوارزمی نزد علمای اسلامی نیز رواج کاملی داشته و بعضی از آنها مانند عبدالله سیدانای وستان بن التتیح و حتی ابوالوفای بوزجانی که قبلاً از او اسم بردیم بر آن شرح و تفسیر نوشته‌اند. بعد از ذکر این بیانات خلاصه کتاب جبر را از نظر خوانندگان می‌گذرانیم و مخصوصاً بعضی از مسائل آرا در اینجا نقل می‌کنیم تا مایه اطلاعات جبری خوارزمی و قوت راه‌های جبری در هزار سال پیش از این برخوردارند. علمای محترم معلوم شود. ضمناً بی‌مناسبت نمیدانیم در اینجا با معلمین علوم ریاضی تذکر دهیم که خویست مسائلی را که بشاگردان خود میدهند از آثار علمی دانشمندان ایرانی انتخاب کنند تا آنان در باشند که مملکت ایران که امروز از حیث علم شمام معنی گدا است در ادوار پیشین اینچنین نبوده است بلکه دانشمندان و محققین بزرگی در این سرزمین می‌زیسته‌اند که سهم خود خدمات بزرگی به پیشرفت علوم نموده‌اند.

مصنف در باب اول معادلات را پیش صورت زیر تقسیم میکند

$$\begin{aligned} ax^2 + bx &= c \\ ax^2 + c &= bx \\ bx + c &= ax^2 \end{aligned}$$

سپس طریق حل هر یک را ذکر میکند و بطریق هندسی مدلل می‌نماید. باب دوم راجع بضرب است و در آن قواعد ضرب مجموع یا تفاضل دو مقدار در مجموع یا تفاضل دو مقدار دیگر ذکر شده.

بابهای سوم و چهارم راجع بجمع و تفریق و تقسیم است و در این ابواب قواعد جمع جبری عباراتی که شامل جذر هستند و همچنین قواعدی که برادینکلهای جذر ذکر شده و قواعد جمع جبری بوسیله نمایش هندسی میرهن شده است.

باب پنجم کتاب مربوط بمسائل شش گانه است و آنها شش مسئله ذیل هستند که مصنف برای تمرین در فصول قبل طرح و حل کرده است:

- ۱ - عدد ده را بدو قسمت کنید که حاصل ضرب یکی از اجزاء در خودش مساوی چهار برابر حاصلضرب دو جزء باشد.
- ۲ - عدد ده را دو قسمت کنید چنانکه مربع ده مساوی باشد باندو برابر و هفت نهم مربع یکی از دو جزء.
- ۳ - عدد ده را بدو قسمت کنید که خارج قسمت یکی بر دیگری چهار باشد.
- ۴ - کدام عدد است که حاصلضرب ثلث آن بعلاوه واحد در ربع آن بعلاوه واحد برابر بیست گردد.

۵ - عدد ده را دو قسمت کنید بطوری که اگر هر جزء را در خودش

۱ - اولین کسی است که قراراً برین لاطین نقل کرده است. ۲ - عنوان ترجمه لاتینی کتاب خوارزمی (جبر الکرسی) بمعنای (کتاب الخوارزمی) بوده و الکرسی تلفظ نادرست الخوارزمی است و لفظ (الکرسی) که در زبانهای اروپائی بمعنای محاسب استعمال می‌شود از اینجا آمده.

ضرب کنیم مجموع دو حاصل ۵۸ گردد.

۶ - کدام عدد است که حاصلضرب ثلثش در ربعش مساوی باشد با آن عدد بعلاوه ۲۴.

باب ششم در مسائل مختلفه است و در حقیقت دنباله باب پیش است. مسائل این باب از این قبیل اند:

- ۱ - عدد ده را دو قسمت کنید بطوری که اگر هر یک را در خودش ضرب کنیم و حاصلی را که کمتر است از دیگری بکاهیم چهل حاصل شود.
- ۲ - عدد ده را دو قسمت کنید که مجموع مربعاتشان بعلاوه تفاضشان ۵۴ گردد.

۳ - عدد ده را دو قسمت کنید بطوری که اگر هر یک را بر دیگری

تقسیم کنیم مجموع دو خارج قسمت دو و یک سدس شود. باب هفتم در معاملات که شامل چند مسئله ساده راجع بتناسب است از قبیل اینکه اگر اجرت ماهیانه کارگری ده درهم باشد اجرت شش روزه اش چقدر است. باب هشتم در مساحت. این باب شامل مختصری از اصول هندسه است

مصنف در تعیین محیط دایره قطر را در سه و سبع ضرب می‌کند یعنی عدد پی را مساوی ۳٫۱۴۲ محسوب میدارد و بعداً دو طریق دیگر ذکر می‌کند یکی اینکه محیط مساوی است با جذر ده برابر مربع قطر و در این راه پی مساوی جذر ده محسوب می‌شود و دیگر اینکه محیط مساوی است با حاصلضرب قطر در کسر  $\frac{71431}{22314}$ . طریق اول از این دو در کتاب براهیندها تابکار رفته و مؤلف این کتاب مقدار صحیح پی را برابر جذر ده میدانسته. از طرف دیگر در کتاب لیلوانی (۱) محیط دایره برابر حاصلضرب قطر در کسر  $\frac{9117}{3141}$  محسوب شده است و این کسر مساوی کسریست که خوارزمی گفته.

سایر ابواب کتاب شامل مسائلی مربوط ببقعه می‌باشد و در حل آنها دانشمندان احکام شرعی از قبیل قواعد تقسیم ارث لازم است. باز ذکر بعضی از این مسائل که فقط جنبه جبری دارند مقاله را ختم می‌کنیم:

- ۱ - شوهری مرده و زنتش با چهار پسر و مبلغ معینی از او مانده و وصیت کرده است که از دارائیش بقدر تفاضل سهم یک پسر و سهم زن بکسی بدهند. مطلوبست سهم هر یک. سهم پسرها مساوی و سهم زن هشت یک مال است.
- ۲ - پدری مرده و چهار پسر و مبلغی از او مانده و وصیت کرده است که بیکی از دوستانش بقدر سهم یک پسر و دیگری بقدر ربع تفاضل ثلث مالش و مقداری که بدوست و لش میرسد بدهند. مطلوبست سهم هر یک.
- ۳ - پدری مرده و دو پسر و دو دختر و مبلغی از او مانده و وصیت کرده است که بیکی از دوستانش بال اندازه سهم یک دختر منهای خمس آنچه از ثلث مالش بعد از برداشت سهم یک دختر می‌ماند بدهند و بدومی بقدر سهم یک دختر منهای ثلث آنچه از ثلث مالش بعد از برداشت مجموع سهم یک دختر و وصیت سابق می‌ماند بدهند و سومی یک دوازدهم کلیه دارائی را بدهند. مطلوبست سهم هر یک. (سهم دختر نصف سهم پسر است.)

سهم یک پسر در این مسائل بترتیب  $\frac{11}{27}$  و  $\frac{1}{9}$  و دارائی است. باز یاد آوری می‌کنیم که منظور ما از ذکر این مسائل فقط این بوده است که خوانندگان گرامی بهتر بمایه اطلاعات جبری آن عصر و قوت راههای این علم در هزار سال پیش پی ببرند.

۱ - بهترین تألیفات بهاسکا را بزرگترین ریاضیون هندی است که دو قرن دوازدهم میلادی می‌زیست. این کتاب را در ۱۰۸۷ یک نفر ایرانی باسم نبی حسب الامر سلطان هند اکبر شاه بر زبان فارسی ترجمه کرده و ترجمه او در ۱۸۲۷ در کلکته چاپ شده است.