مکان نااقلیدسی در فلسفه و فیزیک نوین

عبدالحسن بصیره*

چکیده

در این مقاله ابتدا به علت گذار از مکان اقلیدسی به مکان نااقلیدسی، سپس به بررسی کشف هندسه نااقلیدسی توسط کاشفان آن در آغاز قرن نوزدهم می‌پردازیم. آن گاه ارتباط مکان و زمان را در هندسه و فیزیک و سرانجام تأثیر شگرف هندسه نااقلیدسی را در فلسفه و فیزیک نوین توضیح می‌دهیم.

واژگان کلیدی

مکان، عالم، فضای خمیده، تناقض‌نما، شهود، پدیدار، هندسه هذلولوی، ژئودزیک، جهانخط

---

* عضو هیأت علمی دانشگاه کردستان

مقدمه

از گذشــته هــای دور تــاریخ علــم ، مفاهیمی چون **زمان، مکان، حرکت و ماده** مورد بحث و توجه فلاسفه و اندیشمندان علوم طبیعی بوده‌اند. بحث زمان و مکان از دیــرباز ارتــباط و وابستگی متقابلی با هم داشته‌اند و به نوعی به بحث حرکت مربوط می‌شود.

در اوایــل قــرن نوزدهم با کشف هندسه‌های متفاوت با هندسه اقلیدسی ، که به هندسه نااقلیدسی معروف شدند ، جهان بینی ریاضیدانان و به تبع آنها فلاسفه نسبت بــه مکــان (فضا) دگرگون شد. در اواخر قرن نوزدهم نگاه نسبت به فضا مستلزم نگاه همزمان نسبت به زمان شد ، به طوری که در دستگاه مختصات فضا ، برای زمان نیز بُعدی یافتند و دستگاه مختصات فضا ـ زمان برای تبیین رویدادهای عالم ضروری به نظر آمد.

مفهوم فضای هندسی

مکانِ ریاضی نامتناهی است ؛ از این رو آن را به فضا تعبیر می‌کنند و به هندسه مــربوط مــی‌دانــند. فضــا از مکان محسوس انتزاع می‌شود. مکان اقلیدسی بر سه بعد مبتنــی است. مکان نااقلیدسی در ابتدای قرن نوزدهم درنقد اصول اقلیدس پایه‌ریزی شــد و بــرخلاف مکان اقلیدسی نه الزاماً در سه بعد ، بلکه در چهار و یا n بُعد مورد مداقه قرار گرفت.

کانــت (۱۸۰۴-۱۷۲۴) در بــند ســیزدهم از کــتاب تمهــیدات (چــاپ ۱۷۸۳) می‌نویسد :

> *آنانکه نمی‌توانند خودرا ازاین فکر که مکان و زمان کیفیات واقعی ملازم خــود اشیاســت منصــرف سازند، مــی‌توانند تیزهوشی خود را با **تناقض نمــای**[1] ذیــل بیازمایند ..... آیا چیزی هست که به دست یا به گوش من از تصویر آنها شبیه‌تر و با آنها از هر حیث مساوی‌تر باشد؟ با وجود این مــن نمــی‌توانم آن دستی که در آینه دیده می‌شود به جای دست اصلی*

قرار دهم ؛ زیرا اگر دست اصلی ، دست راست باشد، دست مشهود درآینه، چپ خواهد بود و تصویر گوش راست ، گوش چپ خواهد شد که هرگز نمی‌توان آن را جانشین آن دیگری ساخت. دراینجا هیچ اختلاف ذاتی ای که با فاهمه [۲] بتوان آن را به اندیشه درآورد در کار نیست، اما با وجود این، به شهادت حواس، اختلافاتی که هست، ذاتی است ؛ زیرا برغم همه تشابه و تساوی ای که میان دست چپ و راست وجود دارد نمی‌توان دست چپ را در محدودهٔ دست راست جای داد (آن دو را نمی‌توان بر یکدیگر منطبق ساخت) و نمی‌توان از دستکش یکی برای آن دیگری استفاده کرد. راه حل چیست ؟ [۳]

کانت در اینجا دلیل شگفت انگیزی در تأیید و به سود نظریهٔ مطلقیت مکان (اقلیدسی) ارائه می‌دهد. فرض کنید که جهان فقط و فقط شامل یک دست انسان بود. آیا این دست، یک دست چپ یا یک دست راست خواهد بود؟ بنابه نظریهٔ کانت این یک دست باید این (چپ) یا آن (راست) باشد، در صورتی که اگر نظریهٔ مفهوم رابطی [۴] درست باشد می‌تواند هر دو باشد. رابطه‌های بین بخشهایی از دست چپ دقیقاً شبیه به رابطه های بین بخشهایی از دست راست است. لذا اگر چیز دیگری برای معرفی و مطرح ساختن یک بی‌تقارنی نباشد، در آن صورت هیچ گونه تمایزی بین جهان شامل فقط یک دست چپ و جهان شامل فقط یک دست راست نمی‌بود. یا در مورد بی‌تقارنی بدن انسان، این گونه اظهار می‌شود که قلب انسان در سمت چپ بدن اوست. البته کانت این مسئله را مسلم فرض کرد که در تعریف «چپ» و «راست» نیاز به نمادهای دوران «ساعتگرد و پادساعتگرد» داریم. حال اگر فقط یک دست در جهان می‌بود، در آن صورت برای مطرح ساختن مفهومی همچون چپ یا ساعتگرد نیازی نمی‌شد. به عبارت دیگر، اگر فقط یک دست در جهان می‌بود، در آن صورت از چپ یا راست توصیف معناداری پیش نمی‌آمد. کشفیات اخیر فیزیک، که عدم پایستگی پاریته، یا نقض پاریته، را اثبات کرده ادعا می‌کند که جهان تقارن آینه‌ای ندارد؛ لذا، احتمالاً چیز شگفت‌آوری درطبیعت شبیه به تفاوت میان یک دست چپ و یک دست راست وجود دارد.

کانت، باز در همان کتاب تمهیدات می‌گوید:

هرگاه دوچیز از حیث همه نکاتی که جداگانه در باب هریک از آنها می‌توان دانست (یعنی از لحاظ تمام تعینات کمی و کیفی) کاملاً عین هم باشند، بالنتیجه باید بتوان هریک از آنها را در تمام موارد و از جمیع جهات، به جای آن دیگری قرارداد ، بی آنکه از این جا به جا کردن اندک، تفاوت محسوسی به وجود آید. در واقع این امری است که در هندسه در مورد شکلهای مستوی صادق است، اما در بعضی شکلهای کروی، علی‌رغم این مطابقت تام فیمابین [اجزاء]، یک نسبت خارجی دیده می‌شود که مانع از آن است که بتوان یکی را به جای دیگری نهاد. مثلاً دو مثلث کروی واقع بر دو نیمکرهٔ متقابل که قوسی از دایرهٔ استوای کره، قاعدهٔ مشترک آن دو باشد، ممکن است کاملاً با یکدیگر هم در اضلاع و هم در زوایا مساوی باشند، بدانسان که در توصیف کامل هریک از آنها به تنهایی، هیچ چیزی که در توصیف آن دیگری دیده نشود، وجود نداشته باشد. اما با وجود این ، نمی‌توان هیچ یک از این دو را به جای آن دیگری (روی نیمکرهٔ مقابل) قرار داد. پس دراینجا میان این دو مثلث یک اختلاف نهانی وجود دارد که ذاتی بودن آن را هیچ فاهمه‌ای نمی‌تواند نشان دهد و فقط نسبت خارجی در فضاست که آن را هویدا می‌سازد.[۵]

توجه شود که این اظهارات کانت در اواخر قرن هیجدهم بوده که ریاضیات آن دوره بستر را برای کشف هندسه نااقلیدسی توسط گاوس، بویوئی و لباچوسکی مهیا ساخته بود. اما کانت با آن نبوغ خارق‌العاده‌اش، وقتی از دومثلث کروی واقع بر دو نیمکره سخن می‌گوید به دلیل جزمیتش در اعتقاد به هندسه اقلیدسی ، نمی‌تواند فضای نااقلیدسی برای خود متصور شود. کانت در ملاحظه نخست از بند سیزدهم کتاب تمهیدات اظهار می‌دارد:

.... همهٔ متعلقات خارجی عالم حواس ما، بالضروره باید دقیقاً با احکام هندسه مطابقت داشته باشد؛ زیرا که این خود حساسیت است که

ابتدا به وسیلهٔ صورت شهود [۶] خارجی خود (مکان)، که مطمح نظر هندسه‌دانان است، این متعلقات را به عنوان صرف پدیدار [۷]، ممکن می‌سازد. این امر در تاریخ فلسفه همواره به صورت واقعهٔ در خور توجهی خواهد ماند که زمانی حتی ریاضیدانانی که خود فیلسوف نیز بودند، نه درصحت قضایای هندسی خود از آن بابت که صرفاً به مکان مربوط می‌شد، بلکه در اعتبار عینی و انطباق خود این مفهوم (مکان) و همهٔ تعینات هندسی آن بر طبیعت به تردید افتادند .... آنان نمی‌دانستند که این مکان ذهنی است که مکان فیزیکی یعنی امتداد ماده را ممکن می‌سازد.... [۸].

و در ملاحظهٔ دوم از بند سیزدهم همان کتاب می افزاید:

پس همهٔ اجسام و نیز مکان آنها را نباید چیزی جز صرف تصویرات ما، که فقط در اذهان ما وجود دارند، دانست. [۹]

و در ملاحظه سوم از بند سیزدهم اظهار می‌دارد:

..... با ذهنی [۱۰] بودن مکان و زمان، تمامی عالم محسوسات چیزی جز توهم نخواهد بود .... [۱۱]

بنابراین، نظریه کانت در باب مکان به تبیین نظریه‌های مختلف هندسی قادر نیست و برای دستیابی به مفهوم جامع تری از مکان (فضا) به آشنایی با هندسه‌های دیگری غیر از هندسه اقلیدسی نیاز است.

کشف هندسهٔ نااقلیدسی

مفهوم فضای هندسی از زمان **اقلیدس**، **آپولونیوس**، **ارشمیدس** تا قرن هفدهم یعنی بیش از دوهزارسال، تقریباً بدون تغییرمانده بود. از قرن هفدهم به بعد با طلوع نظریه‌های جدید ریاضی و به وجود آمدن محاسبات دیفرانسیل و انتگرال، هندسه تحلیلی کشف شد، ولی هنوز نظرها نسبت به فضای هندسی و مفاهیم اساسی آن ، که پایه‌های هندسه را تشکیل می‌دادند، عمدتاً به همان وضعی که در زمان اقلیدس و هندسه‌دانان معاصر او بود، باقی ماند. یکی از اصول معروف هندسه اقلیدسی (اصل

پـنجم)، که آن را اکسیوم اقلیدس نیز می‌نامند، اصل معروف به خطوط موازی است. از زمـان اقلـیدس تـا اواخـر قرن نوزدهم، مسئلهٔ اصل خطوط موازی اقلیدس یکی از مشهورترین مسائل هندسه بود و در طول این دوره راه‌حلهای مختلفی برای اثبات این اصل پیشنهاد شد. بنا به این اصل :

اگـر C نقطه‌ای باشد که روی خط مستقیم و نامتناهی AB نباشد، آن گـاه فقـط و فقـط یک خط راست وجود دارد که از C در صفحه C و AB می‌گذرد که AB را قطع نمی‌کند.

ریاضیدانان برای اثبات این اصل تلاش زیادی کردند. آنها ابتدا نمی‌دانستند که تـلاش آنـان بـرای اثبات این اصل چه تأثیر شگرفی در پایه‌ریزی مفهوم نوینی برای فضـای هندسـی و به‌طورکلی مکان (فضا) خواهد گذاشت. تحلیل این اصل اقلیدس، نارسا بودن هندسه اقلیدسی را برای تبیین فضا روشن نمود.

جیرولاموسـاکری [12] (۱۷۳۳-۱۶۶۷)کشـیش ژزوئیت ایتالیایی در سال ۱۷۳۳ در کتابـی تحـت عنوان **«آزمایشی برای ترتیب ابتدایی‌ترین اصول هندسه عمومی»** کوشـید تا اصل خطوط موازی اقلیدس را از طریق برهان خلف ثابت کند. مطالبی که ساکری در این اثبات و در این نظام هندسی دربارهٔ وضع خطوط مستقیم روی صفحه (سطح مستوی) مطرح می‌کند به قدری با تصورات روشن ما متضاد بودند که می‌شد آنها را به کلی باطل و غیرمنطقی به حساب آورد.

پس از ساکری، **لامبرت** [13] (۱۷۷۷-۱۷۲۸) در کتاب خود به نام **«نظریه خطوط موازی»** در سال۱۷۶۶ برای اثبات اصل خطوط موازی به یک نظام هندسه پیچیده و بغـرنج کشـانده شد ولی با وجود این، نظام هندسه خود را خیلی توسعه داد. لامبرت نهایـتاً کشـف مـی‌کـند کـه نظام هندسی‌ای که به دست آورده به «هندسه کروی» شباهت دارد. به همین دلیل امکان وجود چنین نظام هندسی را پیش بینی می‌کند.

لـژاندر [14] (۱۸۳۳-۱۷۵۲) که آثار او در آنالیز و مکانیک بسیار مشهور است، اثـر معروفـی در هندسـه بـه نـام **«مقدمات هندسی»** دارد که در سال ۱۷۹۴ از او منتشـر شد. این اثر شاید نخستین کتاب از این نوع است که از نظر ساختار با کتاب «مقدمـات» اقلـیدس کـاملاً مـتفاوت اسـت. لـژاندر در فصـل اول کـتاب «مقدمات

هندسی» خود اظهار می‌کند که اگر این اکسیوم را قبول کنیم - که مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با ۱۸۰ درجه است - خواهیم توانست اصل خطوط موازی را مثل یک قضیه (و نه یک اصل) اثبات کنیم.

درنیمه اول قرن نوزدهم ریاضیدان مشهور روس، **نیکلای ایوانویچ لباچوسکی**[۱۵] (۱۸۵۶-۱۷۹۲) تمام تلاش خود را در به وجود آوردن نظام هندسی جدیدی ـ که بعدها به هندسه نااقلیدسی معروف شد ـ به کار گرفت. درطول بیش از دوهزارسال تصورات مردم در بارهٔ فضا بر پایهٔ تعلیمات هندسه اقلیدسی بود، اما لباچوسکی دقت اساسی خود را معطوف به ارتباط مفاهیم هندسه با دنیای واقع کرد، برای این کار ابتدا کوشید تا «اصل خطوط موازی» اقلیدس را از بقیهٔ اصول هندسه نتیجه بگیرد. او علناً به تعلیمات و اصول عقاید کانت در بارهٔ فضا به مثابه شهود ذهنی به مبارزه برخاست و درسال ۱۸۳۵ نوشت:

تلاشهای بی‌ثمری که از زمان اقلیدس تاکنون صورت گرفته است این بدگمانی را در من برانگیخت که حقیقت در داده‌ها وجود ندارد و برای اثبات آن، مثل مورد قوانین دیگر طبیعت، کمکهای تجربی، مثلاً مشاهدات نجومی مورد نیاز است.[۱۶]

او در این فکر بود که چرا به دنبال نظامهای هندسی دیگری نباشیم؟ شاید تجربه نشان دهد هندسه‌ای که بر پایهٔ اصل دیگری غیر از اصل اقلیدس قرار گیرد بتواند متناظر با فضای واقعی باشد؟ با این دیدگاه، لباچوسکی با جرأت اصل اقلیدس را عوض کرد و متضاد آن را به جایش گذاشت:

از هر نقطه‌ای که واقع بر خط مفروض نباشد حداقل می‌توان دو خط موازی و درهمان صفحهٔ خط مفروض رسم کرد.

لباچوسکی با قضاوتی دقیق و استادانه، نظام هندسهٔ جدیدی ساخت که به همان درجهٔ هندسهٔ اقلیدسی هماهنگ بود. نوع هندسهٔ حاصل، سهموی نام دارد. روش دیگر برای رد اصل خطوط موازی این است ، که بگوییم هیچ خط موازی‌ای نمی‌توان کشید. این اصل به هندسه بیضوی منجر می‌شود (البته اصول دیگری را نیز می‌توان به پیش کشید؛ مثلاً، خطوط مستقیم محدودند و از دو نقطه الزاماً یک خط راست

نمـی‌گـذرد.) یـا مـثلاً در مورد مجموع زوایای یک مثلث، با قبول هندسهٔ اقلیدسی و تعـریف متعارف از یک خط راست چنین ادعا می‌کنیم که مجموع زوایای یک مثلث ۱۸۰ درجـه اسـت. حـال اگـر مجمـوع زوایای مثلث کمتر از ۱۸۰ درجه باشد، فضا سهموی و اگر بیش از ۱۸۰ درجه باشد فضا بیضوی است.

بـا استفاده از هندسه نااقلیدسی به سادگی می‌توان اثبات نمود که هردو هندسهٔ سـهموی و بیضـوی ، منطقی هستند. بنابراین، چیز قابل اعتراض و غیرقابل قبولی در هندسهٔ نااقلیدسی وجود ندارد. متأسفانه بسیاری از فلاسفه از **کانت** تبعیت کرده‌اند و تأکـید دارنـد کـه مکان اقلیدسی است و ریاضیدانان باید خود را از عقاید گوناگون و پراکنده در این خصوص رها سازند.

بسـیاری از احکـام هندسه نااقلیدسی لباچوسکی در آن زمان آن قدر غیرعادی بود که حتی برای هندسه‌دانان نیزعجیب و غریب به نظر می‌رسید. جالب توجه است کـه **گـاوس**[17] (۱۸۵۵-۱۷۷۷)ریاضـیدان مشهور آلمانی و **یانوش بویوئی**[18] (۱۸۶۰-۱۸۰۲) ریاضـیدان مجارسـتانی نـیز مسـتقل از لباچوسکی و مستقل از یکدیگر تقریباً همزمان همان نظریه را مطرح ساختند.

گـاوس از بـیم آنکه مطالب او را نفهمند و انتقادش کنند هیچ یک از آثارش را درایـن زمینه منتشر نکرد، اما **بویوئی** در سال ۱۸۳۲ یعنی سه سال بعد از انتشار اثر لباچوسـکی، اثر خود را دربارهٔ هندسهٔ نااقلیدسی منتشر ساخت. این نشان می‌دهد که تکـامل علـم فـیزیک و ریاضـیات در قـرن نوزدهـم ناچار نیازمند تحولی بنیادی در نگـرش بـه مسـئله فضـا و مفهـوم مکـان بود و مکان اقلیدسی پاسخگو نبود. هرچند مـی‌بایسـت نیم قرن بگذرد تا نظریه‌های لباچوسکی مورد قبول ریاضیدانان آن زمان قـرار گـیرد و نقطـهٔ عطفـی ایجاد کند که البته آفرینندهٔ آن افکار دیگر زنده نبود تا شاهد آن نقطه عطف باشد.

نقـش مترقـی نظـریه لباچوسکی سبب شد که با دید نوینی به فضا (مکان) نگاه شـود. او معـتقد بـود که هندسه اقلیدسی تنها جزئی از خواص واقعی فضا را منعکس مـی‌کـند و نظامهـای دیگـر هندسـی نـیز می‌توانند همچون هندسه اقلیدسی خواص دیگـری از فضـای واقعـی را مـنعکس کنـند. به اعتقاد لباچوسکی در طبیعت بعضی

نیروها از یک هندسه اقلیدسی و بعضی دیگر از هندسه‌های دیگر پیروی می‌کنند. موفقیتهای بعدی هندسه، این پیش‌بینی داهیانهٔ لباچوسکی را تأیید کرد و راه را برای موفقیتهای عظیم فیزیک باز نمود.

۱۲ سال پس از مرگ لباچوسکی، یعنی درسال ۱۸۶۸، هندسه‌دان ایتالیایی یعنی **اجنیو بلترامی**[۱۹] (۱۹۰۰-۱۸۳۵) کشف کرد که در فضای اقلیدسی سطحی وجود داردکه دارای ویژگیهای صفحه لباچوسکی یا بهتر بگوییم قسمتی از صفحه لباچوسکی است (هرگاه کوتاه‌ترین خط بر روی سطح را به منزلهٔ «خط راست» بپذیریم .) این کشف، دیری نپایید که به ترسیم نقشه‌های گوناگون بر صفحهٔ لباچوسکی منجر شد و دانشمندان را به درستی اندیشه‌های او معتقد ساخت و موجب نهضتی برای بررسی دقیقتر کار او شد که پژوهشهای متعدد در زمینهٔ هندسه‌های نااقلیدسی را برانگیخت.

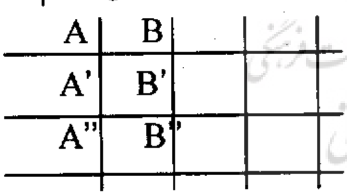
کشف هندسه‌های نااقلیدسی مسئله‌ای بسیار دشوار برای علم فیزیک مطرح ساخت و آن توضیح این مسئله بود که آیا فضای (مکان) واقعی فیزیکی، چنان که قبلاً پنداشته می‌شد، اقلیدسی است؟ اگر نیست به کدام نوع از فضاهای نااقلیدسی تعلق دارد. ما هنوز نمی‌توانیم مسئله هندسهٔ فضای فیزیکی (واقعی) را به کلی حل شده انگاریم. با وجود این می‌توانیم خاطر نشان سازیم که در نظریهٔ جدید نسبیت، براساس داده‌های متعدد، چنین به نظر می‌رسد که فضای حقیقی نااقلیدسی است و خواص هندسی آن از خواص فضای لباچوسکی پیچیده‌ترند. حال می‌توانیم به این پرسش پاسخ گوییم که کدام یک از دو هندسهٔ اقلیدسی یا لباچوسکی درست است؟ چنین پرسشی در مورد هندسه‌های دوبعدی اقلیدسی و کروی مطرح نمی‌شود؛ چون هر دو به وضوح درست هستند و هریک برای کاربرد خود محیطی خاص دارد. نه دستورهای هندسه کروی را می‌توان برای شکلهای مسطح به کار برد و نه می‌توان دستورهای هندسه دوبعدی اقلیدسی را بر شکلهای واقع بر روی کره به کاربست. همین حکم بر هندسه‌های مختلف سه بعدی نیز صادق است. هریک از آنها، که از جنبهٔ منطقی سازگار است در حوزه خاصی به کار می‌رود؛ ولی اگر به آن یک سرشت کلی بدهیم اعتبار خود را از دست می‌دهد.

امـا در مـورد نهـاد هندسی فضای (مکان) حقیقی که مشخصاً در قلمرو فیزیک قرار می‌گیرد، هیچ هندسه‌ای روابط فضایی را با دقـت مطلـق در بـر نمی‌گیرد. گاهی هنـدسـه‌ای، روابـط واقعـی فضـایی را بهتر از هندسه‌های دیگر توصیف می‌کند. با اینکه نظـریهٔ نسبیت از دستورهای هندسه نااقلیدسی استفاده می‌کند، اما نباید نتیجه گرفت که از هندسه اقلیدسی سلب اعتبار شده است. هر دو هندسه ابزار پژوهش در صورتهای فضایی‌اند، اماهندسه نااقلیدسی پژوهشهای دقیق‌تری را میسر می سازد، در حالـی کـه هندسه اقلیدسی برای حل بسیاری از مسائل مهم با درجه خاصی از دقت به کار می‌رود؛ و در عین حال از سادگی ویژه‌ای نیز برخوردار است.

از آنجایـی که کشف هندسهٔ هذلولوی به وسیلهٔ لباچوسکي دانش ما را درمورد صـورتهای فضایی از چارچوب تنگ دستگاه اقلیدسی رهانید، به توضیح مختصری در بـاره هندسـهٔ هذلولـوی مـی‌پردازیم؛ زیرا معتقدیم اگر هندسه لباچوسکی نبود نظریه نسبیت امکان گسترش نمی‌یافت.

هندسهٔ هذلولوی[20]

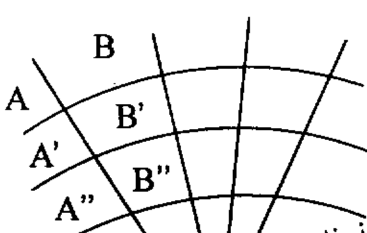
در ایـنجا توجـه خـود را بـه آن هندسـه خاصـی کـه توسـط گاوس، بویویی و لباچوسکی کشف شده و امروزه هندسه هذلولوی نامیده می‌شود، معطوف می‌سازیم.



شکل (۱)

در شکل (۱) یک دسته خط موازی نشان داده شده است. در صفحه اقلیدسـی مسیرهای قائم آنها خطهای راسـت خواهدبود و فاصلهٔ بین دو خـط موازی درتمامی طول آنها، ثابـت خواهد بود.

حال یک دایره و «دسته» خطی را که از مرکز آن می‌گذرد، در نظر می‌گیریم. محیط دایره، همـهٔ خطها را به طور عمودی قطع می‌کند (شکل ۲). به عبارت دیگر، دایره،مسیر قائم دسته‌خطی است که از مرکز این دایره (یا مرکز این دسته خط) می‌گذرند.



شکل (۲)

بنابرایـن، در صـفحه لباچوسـکی، خطهـای مـوازی بـه هـم نـزدیک می‌شوند و مسـیرهای قـائم، خطهایـی از نوع خاص خواهند بود که لباچوسکی آنها را **دایره‌های حـدی** یـا بـه طـور سـاده **خطهای حدی** می‌نامد. موازیهایی که خط حدی آنها، یک مسیر قائم است، **محورهای خط حدی** نامیده می‌شوند. اگر قبول کنیم که موازیهای دسـته خـط، در نقطه‌ای واقع در بی‌نهایت همگرا باشند، می‌توان گفت که خط حدی، محـیط دایـره‌ای اسـت که مرکز آن در بی‌نهایت است. فاصله بین دو محور (بین دو مـوازی)، در نقـاط مخـتلف، بـا کمانهایی از خطهای حدی که از این نقاط می‌گذرند، اندازه گرفته می‌شود (مثل AB، A’B’، A”B”)

تفـاوت بیـن هندسـهٔ اقلیدسـی و هندسـه لباچوسـکی در این است که در اولی، فاصـلهٔ بیـن موازیها در همه جا یکی است (شکل ۱) درحالی که در دومی، این فاصله در جهت توازی کاهش می‌یابد (شکل ۲.) ثابت می‌شودکه نسبت این کمانهای حدی AB و A’B’، تـنها بـه فاصـله‌ای بسـتگی دارد که این کمانها را از هم جدا می‌کند، یعنـی فاصـله‌هـای AA’=BB’. حـال اگر دو کمـان حدی AB و A’B’ را چنان انـتخاب کنـیم کـه فاصـلهٔ بیـن آنهـا AA’=BB’ برابـر بـا واحد طول (مثلاً یک سـانتیمتر) باشـد، در آن صورت نسبت $AB/_{A'B'}$ برابر با عدد معینی می‌شود که آن را a می‌نامیم. حال در جهت توازی می‌توانیم بنویسیم :

$$AA' = A'A'' = A''A''' = \ldots = 1 \quad (۱) \quad و \quad AB/_{A'B'} = A'B'/_{A''B''} = a \quad (۲)$$

$$\therefore \quad AB/_{A''B''} = a^{2} \quad (۳) \quad و \quad A''B''/_{A'''B'''} = a \quad (۴) \quad و \quad AB/_{A'''B'''} = a^{3} \quad (۵)$$

بـه ایـن ترتیـب، اگـر دو کمان حدی l و $l_\circ$ بین دو موازی، با فاصله‌ای برابر n واحد از هم جدا شوند، نسبت طولهای آنها عبارت است از:

$$l / l_\circ = a^n \qquad (۶)$$

یا

$$l = l_\circ \, a^n \qquad (۷)$$

روشـن اسـت کـه این نسبت ، حتی در مواردی هم که فاصلهٔ بین کمانها، نه با یـک عـدد درسـت، بلکـه با یک عدد حقیقی x (درست، کسری یا گنگ) بیان شود بازبه قوت خود باقی است و همواره داریم:

$$l = l_{\circ}\ a^{x} \qquad (۸)$$

ایـن نسـبت، پایـه‌ای بـرای هـر نوع اندازه‌گیری کمیتهای هندسی، در صفحه و فضای لباچوسکی است.

روشـن اسـت که در فضای اقلیدسی این مقدار ثابت a همواره برابر واحد است ($a=۱$)، در حالـی کـه در فضـای لباچوسـکی $a > ۱$ اسـت. اگـر فضـای مـا، فضـای لباچوسـکی باشـد و اگـر مثلاً فاصله یک سال نوری را به عنوان واحد انتخاب کنیم و اندازه‌گیریها را روی آن انجام دهیم، آن گاه می‌توانستیم مقدار ثابت a را، که اهمیت فـوق‌العـاده‌ای دارد، بـا تجـربه تعییـن کنـیم و وسـیله‌ای برای اندازه‌گیری کمیتهای هندسـی، در چنیـن فضایی، در اختیار داشته باشیم. امروز، هندسه‌ای را که نظیر یک مقـدار مشـخص و ثابـت a باشـد **هندسه هذلولوی** می‌نامند. می‌توان بی نهایت نوع هندسـهٔ هذلولوی به دست آورد که هرکدام از آنها، متناظر با یکی از مقادیر ثابت a باشد. هندسه اقلیدسی نیز، یکی از این حالتهاست که متناظر با حالت aـ۱ است.

معمـولاً بـه جـای a، ازلگاریـتم طبیعـی آن ($\ln^{a}$) یـا از معکـوس ایـن لگاریـتم ($k = {}^{۱}/\ln^{a}$) کـه بـه دلایلـی مناسـب‌تـر اسـت، استفاده می‌کنند. در هندسه اقلیدسی $n^{a}=\circ$ و ∞ـ k است.

حـال بـه توضـیحی دربـارهٔ هندسـه مسطحه می‌پردازیم. هندسه مسطحه یعنی هندسه صفحه، و صفحه در فضای اقلیدسی محمل هندسه اقلیدسی دوبعدی است. در حالـی که در هندسه لباچوسکی، محمل هندسهٔ هذلولوی است. درفضای اقلیدسی، دو نـوع سـطح وجود دارد. هندسهٔ کروی در فضای اقلیدسی، به طور قابل ملاحظه‌ای با هندسـه مسطحه متفاوت است. هندسه کروی، از همان دوره‌های باستان شناخته شده

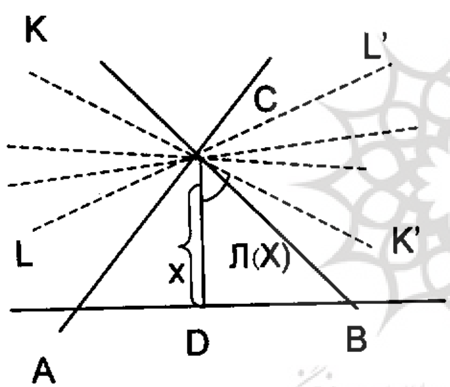
بود، ولی اصول چنین هندسه‌ای، با اصول هندسه مسطحه، به کلی متفاوت است. اصول هندسه کروی را که اولین بار لباچوسکی مطرح کرد زمینه را برای آشنایی با فضای خمیده مهیا ساخت.

مفهوم فضای خمیده در زندگی روزمره آشناست. مثلاً، سطح یک توپ فوتبال یک فضای دوبعدی خمیده است، اما سطح یک استوانه چنین نیست؛ زیرا یک استوانه را می‌توان بازکرد و بدون اعوجاج به شکل یک صفحه درآورد. در مورد انحنای یک رویهٔ دوبعدی با ایجاد برشهای مناسب در جاهای لازم و پهن کردن آن روی یک صفحه می‌توان چیزهای زیادی آموخت. اگر رویه دارای انحنایی مثل نوک یک تپه باشد رویه دارای انحنای مثبت است و اگر رویه دارای انحنایی مثل سطح یک زین اسب ، بین دو تپه مجاور باشد ، گویند رویه دارای انحنای منفی است.

روابط هندسی در فضاهای خمیده با فضاهای تخت به کلی متفاوت است. به فضای لباچوسکی برمی‌گردیم و رویهٔ یک کره را درنظر می‌گیریم. مدل ایده‌آلی از این رویه، سطح کرهٔ زمین است. دایره‌های عظیم در این رویه منحنیهای محل برخورد رویه با صفحاتی هستند که از مرکز کره می‌گذرند. مثلاً خطهای با طول جغرافیایی ثابت و خط استوا، روی این رویه، یک دایره عظیم مشابه خط راست است؛ زیرا اولاً ـ هنگامی که روی سطح کره حرکت می‌کنیم این دایره‌ها خمهای کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه هستند. ثانیاً ـ اینها خمهایی هستند که اگر کسی از یک نقطه روی سطح کره، درجهت معینی شروع به حرکت کند و سپس بدون انحراف حرکت را ادامه دهد به دست می‌آیند. ما در هر فضایی، به خمهایی که دارای این دو خاصیت باشند **ژئودزیکهای**[21] **آن فضا** می‌گوییم. بدین ترتیب، روی سطح کره، دایره‌های عظیم ژئودزیک هستند. اکنون اگر بخواهید روی سطح یک کره مثلثی رسم کنید که اضلاع آن دایره های عظیم باشند، درخواهید یافت که مجموع زاویه‌های آن ۱۸۰ درجه نخواهد شد. در واقع می‌توان روی سطح کره مثلثی را یافت که دو زاویهٔ آن ۹۰ درجه باشد. پس هندسه این فضای خمیده با هندسه فضای تخت به کلی متفاوت است. به علاوه، این اصل اقلیدس، که خطهای راست موازی،

هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند، نادرست است. دوخط ژئودزیک، یعنی دو محیط دایرهٔ عظیم، همیشه، نه دریک نقطه، بلکه در دو نقطه به هم می‌رسند. خطهای ژئودزیک موازی، روی کره، وجود ندارد. در فضای لباچوسکی، می‌توان کره‌ای به مرکز بی‌نهایت دور تصور کرد. روی چنین سطحی، خطهای حدی، همان خطهای ژئودزیک هستند.

در اینجا از بحث ریاضی و رابطه‌های تحلیلی هندسه لباچوسکی، که بحث نسبتاً مفصلی است، پرهیز می‌کنیم و فقط به ذکر چند رابطه، که مبنای نام هندسه هذلولوی برای هندسه لباچوسکی شده است، اکتفا می‌کنیم.



شکل ۳

در شکل۳، زاویه توازی که لباچوسکی آن را با $\pi(x)$ نشان می‌دهد، تابعی است از x، یعنی فاصلهٔ نقطه تا خطی که موازی آن رسم می‌کنیم. روشن است که تعیین این تابع، نخستین مسئله‌ای بود که در برابر لباچوسکی قرار داشت؛ زیرا، همین تابع است که هندسه جدید را مشخص و قانونها و رابطه‌های حاکم بر آن را معین می‌کند. لباچوسکی ثابت کرد که این تابع به وسیله معادله نسبتاً ساده تعیین می‌شود:

$$\operatorname{tg} {}^{۱}/_{۲}\, \pi(x) = e^{-x/k} \qquad (۹)$$

یا

$$\pi(x) = ۲ \operatorname{arc\,tg} e^{-x/k} \qquad (۱۰)$$

که درآن $k={}^{۱}/_{\ln a}$ مقدار ثابتی است که قبلاً در بارهٔ آن صحبت کردیم.

وقتی که k معلوم باشد،زاویهٔ $\pi(x)$ برحسب x معین می‌شود. عدد $K=-{}^{۱}/_{k^{۲}}$ را **انحنای فضای هذلولوی** می‌نامند، با تجزیه وتحلیل رابطه‌ها و معادله‌های هندسه

لباچوسکی توسط ریاضیدانان بعد از او، شناختشان از فضا (مکان) به طرز شگرفی دگرگون شد. گاوس ریاضیدان بزرگ آلمانی معاصر لباچوسکی می‌نویسد:

.... ما از طبیعت فضای خود، اگر نگوییم هیچ، خیلی کم آگاهی داریم. ما نمی‌توانیم آنچه را که به نظرمان طبیعی نمی‌آید، باآنچه که مطلقاً ناممکن است، یکی بگیریم.[۲۲]

تابع π (x) که با رابطه (۱۰) تعریف شده است، در همه معادله های مثلثاتی، در فضای لباچوسکی موجود است. مثلاً، دریک مثلث قائم‌الزاویه رابطهٔ بین وتر c و ضلع a و زاویه حادهٔ مقابل به آن یعنی A با معادلهٔ زیر بیان می‌شود:

$$\operatorname{Cotg} \pi(a) = \operatorname{Cotg} \Pi(c) . \sin A \qquad (۱۱)$$

معادله (۱۱) را می‌توان با استفاده از روابط مثلثاتی به صورت زیر نوشت:

$$\operatorname{sh} {}^{a}/_{k} = \operatorname{sh} {}^{c}/_{k} . \sin A \qquad (۱۲)$$

به این ترتیب، معادله‌های مثلثاتی هندسهٔ لباچوسکی، با تابعهای هذلولوی بیان می‌شوند به این دلیل، هندسه لباچوسکی را هندسهٔ هذلولوی نام نهاده‌اند.

با بسط سینوس هذلولوی به رشته نهایی و چشم پوشی از مقادیر بسیار کوچک توانی کسر x/k معادلهٔ (۱۲) به شکل زیر درمی آید:

$$a = c . \sin A \qquad (۱۳)$$

که معادله‌ای در هندسهٔ اقلیدسی است. یعنی در حوزه بسیارکوچک ، رابطه های هندسه لباچوسکی بر معادله‌های اقلیدسی منطبق است.

هندسه بیضوی[۲۳] یا هندسه ریمانی

پس از طرح هندسه هذلولوی از سوی لباچوسکی، طولی نکشید که فریدریش برنهارد ریمان[۲۴] ریاضیدان آلمانی (۱۸۶۶-۱۸۲۶) که در بسیاری از زمینه‌های ریاضیات ازجمله توپولوژی و هندسهٔ فضاهای متریک سهیم است، هندسه‌ای را که امروز **بیضوی** نامیده می‌شود، برمبنای همتراز دیگری با اصل پنجم اقلیدس، که از نقطه‌ای خارج یک خط هیچ خط موازی‌ای با آن موجود نیست، مطرح کرد.

در هندسه بیضوی، از آنجایی که هردو خط تلاقی می‌کنند، خطوط موازی یا نامتقاطع در آن موجود نیست. اما، چهارضلعیها و مثلثهایی که بعضی خواص مشابه با خواصی که در هندسه هذلولوی با آنها مواجهیم، موجودند. فضای بیضوی، متناهی، ولی بیکران است.

بیان دقیق موضوع هندسهٔ ریمانی بدون کمک گرفتن از حساب دیفرانسیل و انتگرال ممکن نیست. در اینجا فقط مختصری به مسئله **خمیدگی** اشاره می‌کنیم.

خط و دایره در میان اشکال یک بعدی و هموار صفحه اقلیدسی، ساده‌ترین اشکالند. ما خط را «راست» فرض می‌کنیم نه خمیده. بنابراین اگر ناگزیر شدیم یک خمیدگی عددی k به خطی نسبت دهیم مقدار $k=۰$ را نسبت خواهیم داد. از سوی دیگر، یک دایره قطعاً «خمیده» است و مقدار خمیدگی آن به r، شعاع آن، بستگی دارد. هراندازه شعاع دایره بزرگتر باشد به همان اندازه، دایره بیشتر به خط نزدیک می‌شود، یعنی کمتر «خم» می‌گردد. بنابراین، طبیعی است که بگوییم خمیدگی با عکس شعاع دایره متناسب است یا k انحنای یک دایره برابر است با :

$$r = ۱ / k \qquad (۱۴)$$

مکان، حداقل در مقیاس منظومهٔ شمسی، خیلی نزدیک به فضای اقلیدسی است. محاسبات مربوط به پیش‌بینی موقعیت سیاره‌ها، که خود تأییدی بسیار قوی بر مکانیک نیوتنی است، برپایه هندسه اقلیدسی بنا شده است. این دیدگاه اصل مهمی را پیش پا می‌گذارد که غیرممکن است هندسه را جدا از فیزیک بررسی نمود. بنابراین، باید هندسه را به عنوان جزئی از فیزیک لحاظ کنیم.

در فضای سه بعدی اقلیدسی، سه محور متعامد ox ، oy و oz را در نظر می‌گیریم. P را نقطه‌ای با مختصات (x ، y و z) و Q را نقطه‌ای بسیار نزدیک با مختصات ($x+dx$ ، $y+dy$ و $z+dz$) اختیار می‌کنیم. حال اگر ds تغییرات بسیارکوچک فاصله PQ باشد، بنا به قضیه فیثاغورث[۲۵] خواهیم داشت:

$$dz^۲ + dy^۲ + dx^۲ = ds \qquad (۱۵)$$

در حوزه‌ای از فضای «خمیده» یا نااقلیدسی، به جای این معادله فیثاغورثی، معادلهٔ کلی‌تری جایگزین می‌شود.

ریمان با اعتقاد به فضای خمیده، این گونه استدلال می‌کند که ما در یک جهان سه بعدی زندگی می‌کنیم، جهانی که ds، یعنی تغییرات بی‌نهایت کوچک فاصله، با رابطهٔ زیر داده می‌شود:

$$ds^2 = g_{11}dx^2 + g_{22}dy^2 + g_{33}dz^2 + 2g_{23}\,dydz + 2g_{31}\,dzdx + 2g_{12}\,dxdy \qquad (16)$$

که در آن gها الزاماً مقادیر ثابتی نیستند و می‌توانند تابعهایی از x ، y و z باشند. غیرممکن است دستگاه مختصاتی انتخاب کنیم که برای حوزه معینی از آن، همهٔ g ها صفر باشند. این بدان معناست که بگوییم آن حوزه از فضا منحنی است. ریمان بعدها موفق شد تعریف «تانسور خمیدگی» را با استفاده از این دستور تعریف کند. او این تانسور خمیدگی را بعدها برای هندسه مجرد n بعدی بسط داد، که انیشتین توانست از این فکر ریمان برای پیوستار[26] چهاربعدی فضا ـ زمان[27] استفاده کند.

اندیشه اساسی ریمان این بود که هندسه، تنها قلمرو مجموعهٔ نقطه‌های دوبعدی (صفحه) و سه بعدی(فضا) نیست. می‌توان هندسهٔ خطها، هندسه دایره‌ها و هندسه کره‌ها را ساخت. حتی می‌توان از این هم فراتر رفت و هندسه‌ای از مجموعهٔ رنگها، هندسه‌ای از انبوه ذره‌های مادی در حال حرکت و غیر از آن، ساخت. برای یک مهندس ساختمان و معمار هندسه اقلیدسی بی‌اندازه مفید است و خط راست تعریف شده در این هندسه در اندازه‌گیری فاصله‌هایی که او به کار می‌برد بسیار سازگار است. اما اگر «خط راست» را مسیر یک پرتو نور در خلأ تعریف کنیم در آن صورت می‌توانیم سه چشمهٔ نوری به فواصل بسیار زیاد از هم را در نظر بگیریم و تحقیق کنیم که آیا مجموع زوایای این مثلث ۱۸۰ درجه است یا نیست؟ این آزمایشی است از هندسه فضا ، که گاوس آن را انجام داد. او برای این کار سه قلهٔ کوه را به جای سه رأس مثلث اختیار کرد. البته نتایج، به دلیل خطای تجربی ، مجاب کننده نبودند. می‌توان آزمایش را به مثلثهای نجومی‌ای که از ستاره‌ها تشکیل می‌شوند منتقل کنیم. فرض می‌کنیم که این اندازه‌گیریها مجموع زوایا را ۱۷۹ درجه نتیجه دهد. نتیجه چنین آزمایشی آن گاه این خواهد بود که فضا هذلولوی است! و اگر

اندازه‌گیریها مجموع زوایا را برابر ۱۸۱ درجه نتیجه دهد آن گاه نتیجه می‌گیریم که فضا بیضوی است. ولی آیا طرح چنین آزمایشی براساس مفروضات اقلیدسی ریخته نشده است؟ باید در تعبیری که از «خط» می‌کنیم شک کنیم. آیا ممکن نیست که پرتوهای نور ، مسیری منحنی داشته باشند؟

انیشتین به این پرسش پاسخ داد که فضا و زمان ، جدایی‌ناپذیرند و هندسهٔ فضا- زمان متأثر از ماده است، به طوری که پرتوهای نور براثر گرانش اجرام سماوی واقعاً خمیده شده‌اند. دیگر، فضا به صورت جعبهٔ تهی نیوتنی تصور نمی‌شود که سنگهایی که درون آن گذاشته می‌شوند تأثیری بر کرانه‌های آن نداشته باشند. بنابراین، مسئله خیلی پیچیده‌تر از آن است که اقلیدس یا لباچوسکی می‌پنداشتند. البته این امر از ارزش تاریخی هندسه نااقلیدسی نمی‌کاهد.

جورج گاموف در مقالهٔ «جهان درحال تکامل» نشان می‌دهد که چگونه انیشتین هندسهٔ مخصوص نظریهٔ نسبیتش را از هندسه ریمان اقتباس کرد و آن را بسط داد. [28]

هانری پوانکاره[29] (۱۹۱۲-۱۸۵۴) درسال ۱۹۰۲ دربارهٔ اینکه کدام هندسه درست است اظهار داشت:

> اگر هندسه دانشی تجربی بود نمی‌توانست دانشی دقیق باشد و پیوسته دستخوش تجدیدنظر می‌بود... بنابراین، اکسیومهای هندسی نه شهودهای ترکیبی قبلی هستند و نه حقایق تجربی، بلکه قرارداد هستند. تنها انتخاب ما از میان همهٔ قراردادهای ممکن به وسیلهٔ حقایق تجربی رهبری می‌شود .... اکسیومهای هندسه تنها عبارتند از تعاریف در لباس مبدل. پس در بارهٔ این پرسش که « آیا هندسهٔ اقلیدسی درست است؟» پرسشی بی معنی است. درست مثل اینکه بپرسیم آیا مختصات دکارتی درست و مختصات قطبی نادرستند؟....هیچ هندسه‌ای نمی‌تواند درستتر از هندسه دیگر باشد، تنها ممکن است مناسب تر باشد. [30]

فضا ـ زمان و نظریهٔ نسبیت

در فیزیک کلاسیک، که مبتنی بر مکانیک نیوتنی است ، مکان(فضا) و زمان مستقل از یکدیگرند و به صورت مطلق نگریسته می‌شوند. دردستگاه فضایی نیوتنی، نقاط با سه مختصه (z، y و x) مشخص می‌شوند و مختصهٔ زمان (t) مستقل از دستگاه فضایی است. انیشتین در نظریهٔ نسبیت خاص خویش که در ۱۹۰۵ ارائه شد این نوع نگاه مطلق به مکان (فضا) و زمان را نفی کرد و آنها را مرتبط با هم در یک دستگاه مختصات نگریست. نسبیت خاص انیشتین بر دو اصل موضوعه زیر مبتنی است:

۱- قوانین فیزیک برای همهٔ ناظرهای بدون شتاب یکسان است.

۲- سرعت نور در فضای تهی برای همهٔ ناظرها بدون توجه به حرکت چشمهٔ نور و ناظر یکسان است.

نقاط در فضا ـ زمان **رویداد**[۳۱] خوانده می‌شوند. یک رویداد نمایندهٔ یک وضعیت ویژه در دنیای فیزیکی در یک زمان خاص است و مجموعهٔ تمام رویدادها نمایندهٔ وضعیتهای فضایی و زمانی تمام پیشامدهای فیزیکی ممکن است. یک **جهانخط**[۳۲] مسیری است که رویدادهای نمایندهٔ تاریخچهٔ یک ذرهٔ خاص یا پرتو نورطی می‌کند. مثلاً یک خم مارپیچی شکل در فضا زمان، می‌تواند جهانخط سیاره‌ای باشد که به دور خورشید حرکت می‌کند. به طور کلی، فضا ـ زمان، نمایندهٔ تاریخچهٔ اشیاء در فضاست. اگر فضا در دو بعد (x ، y) نشان داده شود، فضا ـ زمان سه بعدی است. در این صورت سه مختصه برای مشخص کردن همهٔ رویدادها لازم است. دو مختصهٔ فضایی x و y که وضعیت فضایی رویداد را ترسیم می‌کنند و مختصهٔ زمان t که نماینده زمان رویداد است. فضا ـ زمان کاملی که برای نمایش تمام رویدادها در دنیای فیزیکی واقعی لازم داریم چهاربعدی است (با یک مختصهٔ زمان و سه مختصهٔ فضا). هر رویه با سطحی (با t ثابت) به ما می‌گوید که جسم در زمان t، از نظر ناظری که از یک دستگاه مختصات خاص مانند (z، y و x) استفاده می‌کند، در کجا بوده است، این رویه‌ها برشهای همزمانی در فضا ـ زمان هستند.

از نسبیت خاص سه نتیجهٔ مهم گرفته می‌شود:

۱- همزمانـی امری نسبی است و برای ناظرهای مختلف یکسان نیست. اگر دو رویـداد در چـارچوب لختی برای ناظر A همزمان باشند ، برای ناظر B در چارچوب لخت دیگر همزمان نیستند.

۲- اتساع زمان، به این معنا است که اندازه گیری زمان برای ناظر A ساکن در چارچوب لخت و ناظر B ، که نسبت به ناظر A در حرکت است، متفاوت است .

۳- انقـباض طـول، بـه ایـن معناست که طول یک خط کش اگر برای ناظر A سـاکن در یک چارچوب لخت یک متر اندازه‌گیری شود، برای ناظر B که نسبت به ناظر A در جهت خط کش در حال حرکت است، یک متر نیست و کمتراست.

فضا زمان مینکوفسکی

انیشـتین بـر پایـه هندسهٔ نااقلیدسی معمار فیزیک نوین شد و تصور متعارف از مکـان و زمـان را دگـرگون سـاخت. مینکوفسکی[۳۳] ریاضیدان روسی در سال ۱۹۰۷ برای فضا ـ زمان مدلی ریاضی ارائه داد که به «عالم مینکوفسکی» معروف شد. برای نـزدیک شدن به عالم مینکوفسکی که عالمی نامأنوس برای تصورات ملموس ماست، مثالی می‌زنیم.

موجوداتـی را تصـور کنـیم کـه دریـک فضـای دوبعدی زندگی می‌کنند؛ مثلاً، هنرمندانـی کـه روی صـفحهٔ مسـطحهٔ دوبعـدی تلویـزیـون ظاهــر مـی‌شوند. این موجــودات به ظاهـر فقط در دو بعـد سیـر می‌کنند و تصوری از عمق(یا بعد سوم) ندارنـد. حال اگر از این موجودات سؤال شود که شما چه هندسه‌ای را به کارمی‌برید، قطعـاً جواب خواهند داد هندسهٔ اقلیدسی. برای آنها مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه و خط راست کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه است.

حـال اگـر بـه هردلیلـی، مـثلاً تأثـیرگرما یـا هر عامل دیگری، صفحهٔ مسطحهٔ دوبعـدی تلویـزیون ناگهـان کروی شود. موجودات روی صفحه تلویزیون شگفت زده خواهند شد، زیرا، دیگر مجموع زوایای مثلث ۱۸۰ درجه نخواهد شد و خط راست و مسـتقیم به صورت یک منحنی روی صفحه کروی تلویزیون درخواهدآمد. (و این به

دلیل کروی بودن مکان آن موجودات تلویزیونی است.) حال این موجودات تلویزیونی بـا صفحه کروی مجبورند که هندسهٔ خود را تغییردهند؛ زیرا هندسهٔ اقلیدسی دیگر پاسـخگو نیسـت و هندسـهٔ دیگـری مثلاً هندسهٔ ریمانی را اختیار می‌کنند. تصور این موجـودات نسـبت بـه مکـان لاجـرم تغیـیر خواهد کرد و فضای کروی را سازگارتر می‌بینند.

ولـی مـا هنوز براین موجودات تلویزیونی برتری داریم ؛ چون ما عمق (بعدسوم) را درک مـی‌کنـیم و آنهـا درک نمـی‌کنند. اگر ما یکی از این موجودات را در اتاقی بدون سقف زندانی کنیم، این موجود به فرار از چنین زندانی قادر نخواهد بود، ولی ما قـادر خواهیم بود؛ چون، ما بعد سوم را درک می‌کنیم. این مسئله به درک ما از یک بعد اضافی برمی‌گردد. در این صورت، چرا ما نمی‌توانیم سیاره‌ای یا جایی با چهار بعد تصـور کنـیم کـه موجوداتـی پیشرفته‌تر از ما در آن زندگی می‌کنند . موجوداتی که عـلاوه بـر سـه بعـد فضـا، بعد چهارم یعنی بعد زمان را نیز درک می‌کنند. حال اگر یکـی از مـوجـودات زمینـی بـه هردلیلـی در زندانی با سقف و چهار دیوار محکم اطـراف محـبوس شود بی‌تردید به فرار از چنین زندانی قادر نخواهد بود. ولی موجود خیالـی سـاکن در آن سـیارهٔ چهاربعدی قطعاً به فرار از زندان سه بعدی قادر خواهد بـود. چنین موجودی به حرکت روی بعد چهارم یا بعد زمان قادر است و روی محور زمـان کافـی اسـت که به عقب برگردد تا به زمانی برسد که آن زندان هنوز ساخته نشـده و تـنها قطعـه زمینی مسطح و خالی است. این موجود می‌تواند دوباره به زمان زندان ساخته شده برگردد و ناظر زندانیهای محبوس در زندان سه بعدی شود، البته بـیرون از حصـار زندان. چنین موجودی عملاً در دستگاه فضا زمانی حرکت می‌کند و دو حرکـت مکانـی و زمانی برای او حکم یک حرکت را دارند ، چون محور زمان در چنین دستگاهی با محورهای مکان بی‌ارتباط نیست.

ممکـن اسـت گفـته شـود کـه ایـن اظهارات صرفاً وهم و خیال است. ولی یک ریاضـیدان پاسـخ مـی‌دهـد که آنچه وهم وخیال نامیده شده فرقی با آنچه حقیقت و واقـع مـی‌پـنداریم نـدارد؛ زیـرا، معادلات ریاضی به‌کاربرده شده برای آنچه حقیقت مـی‌پـنداریم بـا معـادلات ریاضی به‌کاربرده شده برای آنچه وهم و خیال پنداشته‌ایم

یکسان است. در واقع آنچه ما «حقیقت» پنداشته‌ایم حالت خاصی از یک حقیقت کلی است که ما آن را «وهم» و «خیال» نامیده‌ایم.

اگر ما مسافت s را روی خطی به طول x طی کنیم در آن صورت:

$$x^{2} = s^{2} \qquad (۱۷)$$

و اگر از مسیر x منحرف شویم و روی محور y مسافتی معادل y طی کنیم، خواهیم داشت:

$$x^{2} + y^{2} = s^{2} \qquad (۱۸)$$

و به همین ترتیب اگر مسیر خود را با هلی‌کوپتر یا هواپیمایی در ارتفاع ادامه دهیم، درآن صورت :

$$x^{2} + y^{2} + z^{2} = s^{2} \qquad (۱۹)$$

اگر باز در بعد چهارم به مسیر خود ادامه دهیم خواهیم داشت:

$$x^{2} + y^{2} + z^{2} + w^{2} = s^{2} \qquad (۲۰)$$

و به همین ترتیب در بعد پنجم وششم و .... الی آخر.

این امر قطعاً با حواس متعارف و ملموس ما سازگاری ندارد و از نظر ما غیرممکن می‌آید. ولی برای یک ریاضیدان، ممکن و غیرممکن اموری نسبی است. مینکوفسکی نقاط عالم را صرفاً نقاط مکانی وفقط در سه بعد در نظر نمی‌گیرد، بلکه این نقاط را در دستگاههای چهاربعدی فضا ـ زمانی **رویداد** و مسیر پیموده شده را **جهانخط** تلقی می‌کند.

به طور خلاصه می‌توان گفت که ، فاصلهٔ میان دو نقطه ارزش مطلق ندارد. فاصله، رابطه‌ای است که به ناظر بستگی دارد. این نکته در بارهٔ بازه‌های زمانی نیز صادق است. ناظرانی که در حالتهای مختلف حرکت، زمان بین دو رویداد را اندازه می‌گیرند، به نتیجه‌های متفاوتی می‌رسند، اما برآوردهای آنها به یک نسبت صحیح است. با وصف این، اگر ناظری فاصله و زمان بین دو رویداد را اندازه بگیرد و نتیجه‌های به دست آمده را به روش خاص ریاضی (متریک فضا زمانی) با هم ترکیب کند، می‌تواند به کمیتی برسد که فاصلهٔ رویدادها نام دارد. ثابت شده که این « فاصله» برای همه ناظران در دستگاههای لخت مختلف یکسان است.

برای آنکه نسبت به جهان دیدی عینی داشته باشیم، ناگزیریم مکان و زمان را بـا هـم درنظر بگیریم و آنها را پدیده‌هایی مستقل از یکدیگر نپنداریم. بایستی فاصلهٔ رویدادها را در «فضا ـ زمان» متمرکز سازیم. در جایی که ماده نباشد، متریک فضا ـ زمان به فرمول فیثاغورثی مسافت در هندسهٔ اقلیدسی شباهت دارد. اما در مجاورت مـاده، توافـق مـیان ناظران تنها می‌تواند با کاربرد متریک متناسب شده حاصل شود. تناسـب لازم بـه پراکندگـی ماده در عالم بستگی دارد و می‌تواند براساس آن تعیین شـود. پـس خـواص هندسـی فضـا ـ زمـان، که در متریک خلاصه می‌شود، متأثر از حضـور ماده است. این همان مسئله‌ای است که انیشتین آن را در نظریه نسبیت عام بیان کرده است.

نظریهٔ نسبیت عام

انیشـتین در نظـریهٔ نسـبیت خاص (۱۹۰۵) رویدادها را در دستگاههای مرجع لخـت بررسـی کـرد، ولی در نظریهٔ نسبیت عام (۱۹۱۶) رویدادها را در دستگاههای شـتابدار بررسی نمود. انیشتین در این نظریه به مسئلهٔ گرانش و توزیع ماده در فضا بسـیار توجـه نمـود. او بـا رد «مـیل طبیعی» ارسطو در فروافتادن سنگ به زمین، و بـی‌توجـه بـه «نـیروهای» گالـیله و نیوتن، که جسم را از مسیر «طبیعی» خود خارج مـی‌سـاختند، برایـن اندیشـه متمرکز شد که هر بخش از عالم نوع حرکت «طبیعی» ویـژهٔ خـود را دارد. بنابرایـن، «نـیرو» را مفهومـی غیرضـروری دانسـت و براسـاس پراکندگـی مـاده در هـرمحل و بـا روشـهای ریاضـی، امکـان محاسبهٔ دقیق حرکت «طبیعـی» هـر نقطـهٔ مفروض را فراهم ساخت. نظریه نسبیت عام برپایه دستگاههای شـتابدار مبتنـی اسـت و آسانسـور مـتحرک ، مثال خوبی برای یک دستگاه شتابدار است.

فـرض کنـید آسانسوری با یک شتاب ثابت به سوی بالا درحرکت است. ضمن حرکـت سـوراخی در جـدار سمت چپ آن ایجاد می‌شود و پرتو نوری عمود برجدار وارد آسانسـور مـی‌شود. پرتو نور پس از طی مسافت درون آسانسور به جدار سمت راست برخورد می‌کند. سؤال این است که آیا پرتو نور مسیر بین جدار سمت چپ و

سمت راست را مستقیم می‌پیماید و درست به نقطهٔ مقابل سوراخ در آن سو برخورد مـی‌کند یا انحنا می‌یابد؟ **ناظر بیرون آسانسور می‌گوید**: چون آسانسور به سوی بالا در حرکـت است و پرتو نور برای پیمودن مسیر بین جدار سمت چپ و سمت راست بـه زمانی (هرچند کوتاه) نیاز دارد و دراین مدت زمان، آسانسور مسافتی را به سوی بـالا حرکـت کرده است پس پرتو نور انحنا یافته و درنقطه‌ای پایین‌تر از نقطهٔ مقابل سـوراخ سـمت چپ، به جدار سمت راست برخورد می‌کند. **اما ناظر درون آسانسور** چـیز دیگـری مـی‌گوید: **او ادعا می‌کند که گرانش بر پرتو نورتأثیر نمی‌گذارد و عملاً** نـور درون آسانسـور وزنی ندارد؛ پس در مسیری مستقیم به نقطهٔ مقابل سوراخ و به جدار سمت راست برخورد می‌کند.

چـرا دیدگاههـای دو ناظـر بـا هـم اخـتلاف دارد؟ روشن است که ناظر درون آسانسور از نظریه نسبیت غفلت نموده و برای نور وزنی قایل نشده است. دانشمندان در رصـد خورشـیدگرفتگی سال ۱۹۱۹ صحت نظریه نسبیت عام را مورد تأیید قرار دادنـد و مشـاهده کـردند کـه پـرتوهای نـور در عبور ازکرانه‌های خورشید به دلیل گرانش آن منحرف می‌شوند.

نظریه نسبیت عام ما را مقابل واقعیتی از مکان (فضا) قرار داد. مکانی که در آن زندگـی مـی‌کنیم مسطح نیست ، بلکه منحنی است و این تأییدی بر هندسهٔ ریمانی و هندسـه نااقلیدسـی اسـت. انیشـتین ثابـت نمود که جرم و توزیع ماده درعالم سبب انحـنای فضاسـت، و از آنجایـی کـه عالمـی کـه در آن زندگی می‌کنیم شامل اجرام سـماوی بـی‌شماری است (خورشیدها، ستارگان، کهکشانها و ...) سبب انحنای فضایی اسـت کـه محیط بر این اجسام است. این امر شبیه به اسفنجی است که گلوله آهنی در آن قرار بگیرد. گرانش موجب مسیرمنحنی در فضاست. نسبیت عام، قانون جاذبه نیوتـن و گـردش زمیـن به دور خورشید را این گونه تفسیرمی‌کند که به سبب جرم زیـاد خورشـید، فضـای اطراف آن انحنا پیدا می‌کند وکرهٔ زمین در مدارهایی در این فضای منحنی به گرد خورشید می‌چرخد.

بنابرایـن، مکان (فضا) منحنی است و همچون کره‌ای دربسته است. اگرمسافری خیالـی در فضـاپیمایی کـه با سرعت ۹۹ درصد سرعت نور کرهٔ زمین را ترک کند،

پس از یک سال (از دید مسافر درون فضاپیما) لاجرم به کرهٔ زمین بازخواهد گشت؛ ولی از عمر زمین میلیاردها سال گذشته است (البته اگر از کرهٔ زمین چیزی باقی مانده باشد.) مسافر فضاپیما که تنها یک سال را سپری کرده شاهد میلیاردها سال پیرشدن زمین خواهد شد.

در مثال فوق، باید به دو نکته اشاره نمود : اول ـ کروی بودن مکان و ضرورت بازگشت مسافر فضاپیما به نقطهٔ مبدأ، دوم ـ اختلاف زمان اندازه‌گیری شده توسط مسافر فضاپیما و ناظر زمینی. این گونه بود که نظریهٔ نسبیت به نقادی مفهومهای مکان و زمان پرداخت. انیشتین در واقع با تجزیه و تحلیلی دقیق ثابت نمود که ماهیت انحنای فضا زمان، اجسام را در مدارهای ظاهریشان به حرکت وادار می‌کند. آیا وقتی آب رودخانه‌ای به جانب دریا جریان می‌یابد، باید بگوییم که دریا رودخانه را جذب کرده است؟ نه، بستر رودخانه به گونه‌ای است که آب مجبوراست در سراشیبی آن به سوی دریا جریان یابد. به این ترتیب، نیرو به ویژگی فضا ـ زمان تبدیل می‌شود؛ اما توزیع ماده در عالم، طبیعت فضا ـ زمان را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

همان طور که «جاذبهٔ» دریا باعث جریان آب به سوی آن نمی‌شود، خورشید نیز سیارات را وادار نمی‌کند که دور آن بگردند. لزوم نسبت دادن آثار «جاذبه» به یک نیروی جذب کنندهٔ مبتنی بر تصور لزوم پیروی از هندسه اقلیدسی بوده است. بهتر است آنچه را که خورشید، طبق نظریهٔ نیوتن، به صورت «نیرو» تعبیر نموده که روی سیارات «اعمال» می‌کند، به «میدان جاذبه» تعبیر نماییم. میدان جاذبه شبیه یک میدان مغناطیسی عمل می‌کند و می‌دانیم که مغناطیس شرایط و خواص فیزیکی معینی را ـ که به میدان مغناطیسی تعبیر می‌شود ـ در فضای اطراف خود ایجاد می‌کند. میدان جاذبه هم مانند میدان مغناطیسی یک حقیقت فیزیکی است. اگر مقداری برادهٔ آهن را روی ورقهٔ کاغذی بریزیم و ورقه را روی قطبین مغناطیس قرار دهیم با جزئی تکان، ذرات آهن بر حسب خواص میدان مغناطیسی مکانی که هستند، «رفتار» می‌کنند. رفتار براده‌های آهن به علت نیرویی نیست که از مرکز میدان و یا قطب مغناطیسی روی آنها اعمال می‌شود ، بلکه به علت شرایط خاصی است که با

حضـور میدان مغناطیسی در اطراف آن قطب وجود دارد. در مورد خورشید نیز هیچ گونــه نیرویی از خورشید بر سیارات تحمیل نمی‌شود بلکه هر یک از آنها با عمل و یا رفتار خود خواص محیط خود را ظاهر می‌سازند.

زیـر بـنای نظریهٔ نسبیت عام انیشتین رابطهٔ لختی وجاذبه است. اندازه‌گیریهای بسـیار دقـیق نشان داده است که جرم یک جسم به عنوان منبع جاذبه، دقیقاً با جرم بـه عـنوان اندازهٔ لختی جسم متناسب است. ولی نیروهای جاذبه به وسیله جرم ایجاد مـی‌گـردد. لـذا، اگـر جاذبه با ویژگیهای فضا مربوط باشد، این ویژگیها باید معلول یا مـتأثر از اجسـام باشـند. انیشـتین لاجـرم نظریه‌های فیزیکی خود را با طرح ریاضی هندســه نااقلیدسـی، که به وسیله ریمان بسط یافته بود، مربوط ساخت. از آنجایی که ویژگـیهای فضـا، ظاهـراً بـا مـیدانهای گرانشی پیوسته تغییر می‌کند، هندسهٔ آن نیز مـی‌بایسـت بـا هندسـهٔ سطوح خمیده منطبق می‌گشت. در این هندسه، خط مستقیم هندسه اقلیدسی جای خود را به خط ژئودزیک می‌داد و خمیدگی دائماً تغییر می‌کرد. هندسه‌ای که در نظریهٔ نسبیت عام مورد بحث قرار می‌گرفت نه با فضای سه بعدی بلکـه بـا دستگاهی چهار بعدی ، که شامل فضا و زمان بود، سر و کار داشت. ادراک اقلیدسـی جهـان بـا تصـور «مکان بی انتها» ملازمه دارد و ادراک کرانه یا ساحلی به اقـیانوس فضـا بـی تـردید غیر ممکن به نظر می‌رسید. این طرز تفکر مبتنی بر تصور اقلیدسـی از جهـان بـود کـه در آن «خـط مسـتقیم» معنی و مفهوم خاصی دارد. اما هندسه نااقلیدسی امکانات دیگری را نشان داد.

سـطح کـره ، سـرحد و کناره‌ای ندارد ، ولی نامحدود نیست. در گردش به دور کـرهٔ زمیـن ما هرگز به «کناره‌ای» بر نمی‌خوریم. با وجود این زمین نامحدود نیست. آنچه که در هندسه اقلیدسی خطوط مستقیم نامیده شده و بدون انحنا می‌توانند برای همیشــه ادامــه داشـته باشند در طبیعت واقعی تبدیل به خطوطی شبیه به دایره‌های عظیم روی کره می‌شوند که هر یک از آنها بالاخره به نقطهٔ عزیمت خود باز خواهند گشـت. در طبیعت واقعی نیز چیزی «مستقیم‌تر» از این دایره‌های عظیم وجود ندارد. مسیر حرکت پرتوهای نوری در فضای خالی در حقیقت دایره‌های عظیم هستند.

بنابر آنچه اظهار شد می‌توان گفت که، امکان «محدود بودن جهان» به قدر کافی زمینه‌های منطقی دارد. به عبارت دیگر، «جهان محدود» با قوانینی که در دنیای ما صادقند سازگارترند تا «جهان نامحدود». در جهان فرضی انیشتین، نور در مدت زمانی که یک میلیارد سال تصور شده، به گرد جهان سیر کرده و دوباره در فضا به مبدأ عزیمت خود باز می‌گردد. مثلاً پرتوهای نوری که در لحظهٔ P از خورشید در جهتهای مختلف گسیل می‌شوند، پس از سفر طولانی یک میلیارد ساله در مسیرهای دایره شکل خود، دوباره به همان نقطه‌ای از فضا می‌رسند که خورشید در لحظهٔ P یعنی آغاز سفر پرتو نور بود.

ولی از لحاظ فلسفی به جهان فرضی انیشتین دو ایراد می‌توان گرفت. اول اینکه، با قبول جهان فرضی انیشتین «مکان» و «زمان» مطلق که در نظریهٔ نسبیت خاص خود انیشتین از در رانده شده بودند ، این بار از پنجره وارد می‌شوند؛ یعنی شبح خورشید در «مکانی» که یک میلیارد سال پیش آنجا بوده تشکیل می‌شود. در این بیان، هم «مکان» و هم «زمان» به صورت «مطلق» ظاهر می‌شوند. دوم، اگر بگوییم که جهان مرزی دارد بلافاصله این سئوال پیش می‌آید که « پس ورای این مرز چیست؟» و تنها پاسخ ممکن اینکه بگوییم «هیچ». اما «هیچ» در فاهمهٔ انسان همان «مکان» یا «فضای» خالی است. و مکان خالی نیز جزئی از جهان لایتناهی محسوب می‌شود. پس شاید بتوان این گونه اظهار نمود که این «محدود بودن» جهان نسبی است و هر نقطه‌ای از عالم، مرکز یک جهان محدود نسبت به آن نقطه است.

درست است که درک و تجسم جهان چهار بعدی برای حواس ما مقدور نیست و فقط نبوغ ریاضی ذهن بشر به این حقیقت فیزیکی پی برده است، ولی این بدان معنا نیست که دنیای خارج از «ذهن» وجود ندارد و نسبیت مهر تأییدی بر نظریهٔ کانت مبتنی بر «ذهنی» بودن مکان و زمان زده و اینکه مکان و زمان صوری از «ادراک» بشر هستند. هر چند کانت بعداً به این واقعیت توجه نمود که مفاهیم زمان و مکان به رابطهٔ ما با طبیعت بستگی دارد و نه به خود طبیعت، و طبیعت را نمی‌توان بدون استفاده از این مفاهیم توصیف کرد. نتیجتاً، این مفاهیم به معنای «پیشینی» (ماتقدم) هستند. این مفاهیم شرط تجربه‌اند نه نتیجهٔ آن. در فلسفه کانت، فضا

نمـی‌توانـد محـدود باشـد؛ زیرا فلسفهٔ او مبتنی بر هندسه اقلیدسی است. از این نظر، مثل تعریف خط مستقیم در این هندسه، به هر نقطه از فضا که برویم می‌توانیم تصور کنیم که می‌توانیم به فراسوی آن هم برویم.

به طور خلاصه، مسائل فلسفی قدیم ، که از نخستین مراحل فلسفه و علم، ذهن بشـر را بـه خـود مشـغول داشته بود، مجدداً مطرح گردید؛ آیا فضا متناهی است یا نامتناهـی؟ قـبل از آغـاز زمان، چه وجود داشت؟ در انتهای زمان چه اتفاقی خواهد افـتاد؟ ایـن مسـائل در فلسـفه‌های گوناگون پاسخهای گوناگونی یافته است. مثلاً در فلسـفه ارسـطو، کـل فضـای جهـان متناهی بود و فضا به بُعد اجسام مربوط بود و با اجسـام مرتـبط مـی‌شـد. هـیچ فضایی وجود نداشت که در آن اجسام نباشند. جهان شـامل زمیـن و خورشـید و سـتارگان بـود. تعدادی متناهی از اجسام. فراسوی سپهر ستارگان فضایی وجود نداشت، بنابراین، فضای جهان متناهی بود.

در نسـبیت انیشـتین، بـه ایـن پرسشـها در مـورد تناهی یا عدم تناهی فضا به گونـه‌ای دیگر پاسخ داده شده است. ارتباط میان هندسه چهار بعدی در فضا ـ زمان و توزیـع اجـرام در عـالم، همراه با مشاهدات نجومی دربارهٔ توزیع کهکشانها در فضا، اطلاعاتی پیرامون هندسهٔ کل عالم تا حدودی به ما داده‌اند. این بدان معنا نیست که پایـان عـالم در جایـی وجـود دارد، بلکه بدین معناست که با پیشروی بیشتر در یک جهـت در عـالم، نهایـتاً بـه نقطـه‌ای می‌رسیم که از آنجا آغاز کرده‌ایم. این وضعیت بـی‌شـباهت بـه هندسـهٔ دو بعدی بر سطح زمین نیست که ما وقتی از یک نقطه در جهت شرق آغاز می‌کنیم، نهایتاً از جهت غرب به همین نقطه باز می‌گردیم.

در مـورد مقوله‌های اساسی چهارگانه در فلسفه نیز که مورد توجه فلاسفه یونان باسـتان و شـرق اسـلامی بوده و هر فیلسوفی به توصیف ویژه‌ای از آنها پرداخته، در نسبیت به یک «چیز» بدل گشته است. «عناصر اربعه» فلسفه یعنی مکان، زمان، ماده و حرکـت در نظـریه نسـبیت بـه جهان «رویدادها» بدل گشته است نه «مکانی» که درون آن «ماده» در «زمان» معین در «حرکت» باشد. الکترون و پروتون و کوارکهای سـازندهٔ پـروتون و نوتـرون کـه بـا آشکارسازهایی ابراز وجود می‌کنند در حقیقت به مـنزلهٔ رشته‌هایی هستند که «رویدادها» را مانند آهنگهای پی در پی یک آواز به هم

وصل می‌کنند. «رویدادها» هستند که «موجودی» فیزیک نسبیت را تشکیل می‌دهند. ما ممکن است بتوانیم «نتهای» طبیعت را بخوانیم و به مشخصات ریاضی آنها پی‌ببریم، اما استنباط ما از اینکه این نت‌ها نمایندهٔ چه چیزهایی هستند ناممکن است و اطلاع از «ماهیست عینی طبیعت» برای ما میسر نیست. شاید یک فیزیکدان کاری نداشته باشد که تغییرات مشهود در بوتهٔ تحقیقات او ، نمایندهٔ چه چیزهایی هستند و تنها به دنبال تغییراتی باشد که به طور متناوب همدیگر را تعقیب می‌کنند و با سرعت معینی گسترده می‌شوند. فیزیکدان ممکن است از «ماهیت ماده» اطلاعی نداشته باشد و نیازی هم به آن ندارد. او فقط به قوانین و معادلات ریاضی حرکتهای آن آشناست؛ ولی فیلسوف به این اکتفا نمی‌کند. فیلسوف در پی شناخت ماهیت ماده، ماهیت هستی و ماهیت آن «عناصر اربعهٔ» فلسفه است.

ممکن است اطلاعات ما از طبیعت بسیار کم باشد ولی همین دانش ناقص و نارسای ما تا این اندازه به ما نیرو بخشیده و خواهد بخشید که اطلاعاتمان را از طبیعت کامل‌تر کنیم.

پی‌نوشتها

1- paradox

2- understanding

۳- تمهیدات ، بند سیزدهم ص ۱۲۲ و ۱۲۳

4- Relational concept

۵- تمهیدات ، بند سیزدهم ص ۱۲۳

6- intuition

7- appearace

۸- تمهیدات ، بند سیزدهم ص ۱۲۵

۹- همان ص ۱۲۶

10- ideality

۱۱- همان کتاب ص ۱۲۷

12- G. Sacchori

13- G.H.Lambert

14- Legendre

15- N. I. Lobaschefski

۱۶- ماروین گرینبرگ، هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی، ترجمه شفیعیها، صص۱۵۴-۱۵۳

17- Karl Friedrich Gauss

18- Janos Bolyai

19- Eugenio Beltrami

20- hyperbolic geometry

21- geodesic

۲۲- ماروین گرینبرگ ، هندسه های اقلیدسی و نااقلیدسی ، ص ۱۵۱

23- Elliptic

24- F. B.Reiman

25- Pythagores

26- continuum

27- space - time

28- Scientific American, Sep. 1956

29- Henri Poincaré

30- Science and Hypothesis, New York, Dover, 1952, pp 50

31- event

32- world line

33- Hermann Minkowsk

منابع

۱- کانت ایمانوئل؛ تمهیدات، ترجمه دکترغلامعلی حدادعادل، تهران، مرکز نشردانشگاهی ۱۳۶۷

۲- کانت ایمانوئل؛ سنجش خردناب، ترجمه دکتر میرشمس‌الدین ادیب سلطانی، تهران، امیرکبیر، ۱۳۶۲

۳- کاپلستون فردریک؛ تاریخ فلسفه، جلدششم (از ولف تاکانت)، ترجمه اسماعیل سعادت و منوچهر بزرگمهر، تهران، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، سروش، ۱۳۷۲

۴- کورنر اشتفان؛ فلسفه کانت، ترجمه عزت‌الله فولادوند، تهران، خوارزمی، ۱۳۶۷

۵- اسکروتن راجر؛ کانت، ترجمه علی پایا، تهران، انتشارات طرح نو، ۱۳۷۵

۶- گرینبرگ ماروین؛ هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی، ترجمه شفیعیها، تهران، مرکزنشر دانشگاهی، ۱۳۶۳

۷- اسمارت جیمز؛ هندسه‌های جدید، ترجمه غلامرضا یاسی‌پور، تهران، انتشارات مدرسه، ۱۳۷۴

8- P. Edwards, The Encyclopedia of Philosophy, Macmillan Pub. New York, London, 1972

9-Edward Craig, Routledge Encyclopedia of Philosophy, Routledge, London, 1998

10- R. Torretti, The Philosophy of Physics, Cambridge. U.P, U. K., 1999

11- Gunnar Skirbekk and Nils Gilje, A History of Western Thought, Routledge, London, 2001

12- J. T. Cushing, Philosophical Concepts in Physics, Cambridge, U.P, U. K., 1998

13- B. Russel, History of Western Philosophy, Aden Press, Oxford, London, 1975

14- B. Russel, On Metaphysics, Routlege, London, 2003