

بررسی مبادی مابعدالطبیعی مکتب شهودگرایی ریاضی براؤر

غلامحسین مقدم حیدری

تاریخ دریافت: ۸۵/۴/۱۵

مری پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

تاریخ تأیید: ۸۶/ ۲/۲۰

چکیده

از مهمترین پرسش‌هایی که فیلسوف یا دانشجوی مبانی ریاضیات با آن مواجه است می‌توان به این پرسش‌ها اشاره نمود: موضوعات ریاضی چه هستند؟ و معرفت ما از ریاضیات برچه مبنایی قرار دارد؟ تاریخ ریاضیات نشانگر پاسخ‌های مختلف به این پرسش‌ها است. شهودگرایی ریاضی به‌عنوان مکتبی دیرینه ریاضیات سعی دارد به این پرسش‌ها پاسخ دهد. این مکتب در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم توسط براؤر، ریاضی‌دان هلندی، مطرح شد و هم‌اکنون دارای کاربردی وسیع در علوم کامپیوتر است. اندیشه‌های براؤر ترکیب پیچیده‌ای از ایده‌های ریاضی پیش از او می‌باشند. کسانی همچون کرونکر، برل و پوانکاره را می‌توان از متقدمان این نوع تفکر دانست. فلسفه براؤر تشابه غیر قابل انکاری با تفسیر اصالت نسبی فیخته از ذهن‌گرایی کانت و بدیئتی شوپنهاور و شهودگرایی برگسون دارد. اما باید به این نکته توجه کرد که این ریاضیدانان و فیلسوفان به عصری متعلق بودند که می‌رفت تا جهان‌بینی روشنگری جای خود را به جهان‌بینی رمانتیک دهد که اوج آن بین دهه‌های آخر قرن هیجدهم و حدود سال‌های ۱۸۳۰ و ۱۸۴۰ بود. مهمترین وجه این عصر طغیان در برابر فرهنگ عقل‌گرایی روشنگری است. از این رو براؤر و تمام کسانی که آرای ایشان بر او تأثیر داشتند تحت تأثیر عوامل فلسفی و جامعه‌شناختی این دوره بودند. این مقاله سعی دارد تأثیر عوامل فرهنگی، فلسفی و جامعه‌شناختی این محیط را در پیدایش مکتب شهودگرایی براؤری نشان دهد.

واژگان کلیدی: روشنگری، رمانتیسم، ریاضیات شهودی، ریاضیات ساختی، دونیت

۱- عصر روشنگری

رُسنانس از میانه قرن پانزدهم آغاز شد و در قرن شانزدهم با جنبش اصلاح دینی به اوج خود رسید. در قرن هفدهم فلسفه دکارت پیروزمندانه تصویر تمامی جهان را تغییر داد و در قرن هیجدهم «عقل» مرکز وحدت بخش قرن شد و بیانگر همه آن چیزهایی شد که آن قرن در آرزوی تصاحب آن و درصدد رسیدن به آن بود. روح اندیشه حاکم بر این قرن بر این باور بود که «عقل» برای همه افراد از هر قوم و فرهنگی که باشند و در همه عصرها یکسان است. یعنی از عقاید دینی، پندهای اخلاقی و اعتقادات متافیزیکی و فیزیکی فرهنگ‌های مختلف، می‌توان عنصری استخراج کرد که فی‌نفسه پایدار است و همین ذات واقعی «عقل» را بیان می‌کند. از این رو قرن هیجدهم را عصر «عقل» می‌نامیدند.

یکی از ممیزات این عصر آن است که شیوه تفکر خود را نه بر اساس نظریه‌های فلسفی گذشته بلکه بر مبنای الگوی علم طبیعی - فیزیک نیوتنی - زمان خود طرح‌ریزی کرد. این عصر چنان تحت تأثیر موفقیت‌ها و کامیابی‌های فیزیک نیوتنی بود که او را تا حد پرستش ستایش می‌کرد. الکساندر پوپ^۱، زبان حال عصر جدید را، در مدح نیوتن چنین بیان می‌کند:

طبیعت با قوانینش نهان در ظلمت ابهام

نیوتن را خدا فرمود پیدا شود! همه آفاق روش شد. (باربور، ۱۳۶۲: ۷۲).

تصور رایج از روش پژوهشی نیوتن آن بود که گام آغازین ما باید از پدیدارها آغاز شود و سپس از مطالعه پدیدارها، مفاهیم و اصول را نتیجه بگیریم. بنابراین، مشاهدات علم را بوجود می‌آورند، و یافتن اصول و قوانین، موضوع پژوهش علم است. «این ترتیب روش شناختی نو، وجه ممیز اندیشه سده هیجدهم است» (کاسیرر ارنست، ۱۳۷۰: ۵۷)، که نشان داد در علم و در هر حوزه معرفتی دیگر، تبیین قانع کننده یعنی چه. دیگر جهان همچون نمایش همدفداری که در قرون وسطی پنداشته می‌شد، به نظر نمی‌آمد بلکه مجموعه‌ای از نیروهای برهمکنش طبیعی بود. «طبیعت چونان دستگاهی جبری و خود - استوار نگریسته می‌شد که کار و کردارش باید برحسب نیروهای طبیعی تبیین شود. خداوند در حد یک فرضیه قابل بحث بود، که بعضی به‌عنوان فرض معقول از آن دفاع می‌کردند و دیگران به‌عنوان جزم یا عقیده جزمی بی پایه‌ای که ساخته و پرداخته کلیسای مرجع است تخطئه می‌کردند». (باربور، ۱۳۶۲: ۷۱).

برداشت مکانیکی از جهان لاجرم یک «مهندس فلکی» نیاز داشت، کسی که ماشین جهان را به راه انداخته و آن را به حال خود رها کرده بود. طبیعی است که چنین خدایی دیگر نمی‌توانست با انسان ارتباط برقرار نماید و شنونده دعا و نیایش‌های وی باشد. طرفداران چنین خدایی به «خداپرستان طبیعی»^۲ (دئیست‌ها) مشهور بودند. آنان معتقد بودند که به جای کتاب مقدس که متنی از لحاظ تاریخی مشکوک و مملو از مسائل غیر قابل قبول و معجزات بود، باید به کتاب طبیعت مراجعه نمود و معجزات را به‌عنوان خرافات بدوی به کنار گذاشت. اصول، عقاید و شعائر دینی به سبب آنکه با معیارهای عقلانی تطابق ندارند، مشکوک و بی‌اعتبار شمرده می‌شد. تامس پین^۳ در کتاب عصر عقل خود تناقض‌هایی را که در کتاب مقدس یافته بود مطرح کرد و خشنودی خود را از پیروزی عقل بر خرافات اظهار داشت. کار طرفداران دین طبیعی به آنجا رسید که برخی منکر هرگونه دینی بودند. هولباخ ماده را قائم

1- Alexander Pope

2- Deism

3- Thomas Paine

به ذات می‌دانست و فقط طبیعت را سزاوار پرستش می‌دانست: «ای طبیعت! ای فرمانروای همه هستی! و شما ای فضیلت و عقل و حقیقت که گرمی‌ترین پروردگان دامان اوئید، تا ابد خدایان ما باشید» (همان، ۷۷).

اطمینان متفکران عصر روشنگری به توانایی عقل در همه شئون زندگی بشر، سبب پیدایش این تصور شد که علم و پیشرفت مادی، خود به خود خوشبختی و سعادت به بار می‌آورد. دیگر خداوند تلاش‌های بشر را مورد ارزیابی قرار نمی‌داد بلکه این آیندگان بودند که در مورد کوشش‌های او قضاوت می‌کردند. امید به آینده نیروی محرکه تلاش‌های انسانی را بوجود می‌آورد. برخلاف دیدگاه سلسله مراتبی عصرهای پیشین، در این دوره هم سیر تاریخ رو به صعود دانسته می‌شد و هم افراد انسانی می‌توانستند با اتکاء به شایستگی‌های خود به جایگاهی برتر دست یابند. «انتظاراتی که در مورد ترقی انسان داشتند، حد و مرزی نمی‌شناخت» (همان، ۷۹). به طوری که ارنست کاسیرر^۱ معتقد است: «شاید هیچ قرنی به اندازه قرن روشنگری با اندیشه پیشرفت عقلی اشباع نشده باشد» (کاسیرر، ۱۳۷۰: ۵۴).

محور قرار گرفتن پیشرفت علم و تکنولوژی سبب بروز انقلاب صنعتی شد که به نوبه خود تحولات مهمی را در عرصه اجتماعی در پی داشت که سبک زندگی بشر را به کلی دگرگون ساخت. این انقلاب بر سه دستاورد مهم بنا شده بود: ۱- توسعه قدرت بخار کارآمد و قابل اعتماد؛ ۲- ساخت ماشین‌هایی که با قدرت بخار کار می‌کردند و روز به روز بر پیچیدگی‌شان افزوده می‌شد؛ ۳- تولید آهن ساخته و قالب ریزی شده به مقدار کافی برای ساختن ماشین‌ها و متحرک‌های با اهمیت (دابوندو، ۱۹۹۲: ۴ و ۲۸۳). این دستاوردها به اولین دهه ۱۷۰۰ برمی‌گشت. با اختراع ماشین نخ ریزی در ۱۷۶۴ و ماشین بخار ۱۷۶۹ انقلاب صنعتی شتاب گرفت. به جای کارگاه‌هایی که به تولید کالاهای دست ساز می‌پرداختند، کارخانه‌های بزرگی ظاهر شدند که با بکارگیری قدرت ماشین‌های بخار به تولید انبوه کالا می‌پرداختند. ظهور کارخانه‌ها از سویی نشانگر سرمایه‌ای بود که توانایی فراهم کردن مکان و دستگاه‌های مورد نیاز آن را داشت و از سویی دیگر نیازمند افرادی بود که به عنوان کارگر در این کارخانه‌ها مشغول بکار می‌شدند. در واقع دو طبقه اجتماعی جدید بوجود آمدند: طبقه کارگر و سرمایه دار. و به دنبال آنها روابط نوینی ظاهر شدند که ارتباط میان کارگر، کارفرما و کالای تولید شده را بیان می‌کردند، روابطی که در نظام فئودالی و اشرافی‌گری گذشته وجود نداشتند.

در گذشته یک استادکار کالایی را با دستان خود و ابزارهایش می‌ساخت، کالای وی ساخته خودش بود و مهارت وی در آن عیان بود. وی براساس ارزش کارش و متناسب با نیازهایش کالا را با کالایی دیگر یا سیم و زر معاوضه می‌کرد. اما در عصر جدید، کارگر تنها بخشی از فرایند تولید کار در طول خط تولید آن را به عهده داشت. مهارت وی در بستن یک پیچ یا چیدن یک سیم و یا حداکثر بکارگیری دستگاهی خاص بود. کالای تولید شده به او تعلق نداشت بلکه محصول کل فرایند تولید بود، فرایندی که ماشین‌ها و کارگران دیگر در آن دخیل بودند. بدین گونه کارگر هرچه بیشتر کالا تولید می‌کرد، کمتر صاحب آن می‌شد و بیشتر زیر نفوذ محصول خود یعنی سرمایه قرار می‌گرفت. به تدریج رابطه کارگر با محصول کار خودش رابطه‌ای باشیء بیگانه شد. مارکس در این باره می‌گوید: «هرچه کارگر از خود بیشتر در کار مایه گذارد، جهان بیگانه‌اشیایی که می‌آفریند برخوردش و ضد خودش قدرتمند می‌گردد، و زندگی درونی‌اش تهی‌تر می‌گردد و اشیاء کمتری از آن او می‌شوند» (مارکس، ۱۳۷۷: ۱۲۶).

آهنگ زندگی در جامعه همچون ماشین‌های کارخانجات سیرتندی به خود گرفته بود. انبوه کالاهای تولیدی در کارخانه‌ها به سوی مصرف‌کنندگان شهرها سرازیر می‌شد و از سویی دیگر این شهروندان برای خرید چنین کالاهایی باید در کارخانه‌ها و مؤسسات وابسته به آنها به کار می‌پرداختند. شهروندان در درون سیکلی گرفتار بودند که سود آن نصیب سرمایه‌دار می‌شد. گویا زندگی آدمیان تنها برای تولید کالا یا مصرف آن بود. کالا به تدریج موجودیتی مستقل به خود گرفت به طوری که به نظر می‌رسید که آدمیان برای رفع نیازهای واقعی خود کالا تولید نمی‌کنند بلکه تولید می‌کنند تا مصرف کنند و مصرف می‌کنند تا تولید کنند.

انسان به تدریج از هموعانش نیز بیگانه شد او آدمیان را دوست خود نمی‌دید بلکه مردمی که ممکن است بر سر شغل و منابع کمیات به رقابت بپردازند، مردمی که تهدیدات بالقوه‌اند. «از این رو انسان فقط در کارکردهای حیوانی خویش یعنی خوردن، نوشیدن، تولید مثل یا حداکثر در محل اقامت خود و در لباس پوشیدن و غیره خود را آزاد احساس می‌کند؛ و در کارکردهای انسانی خود دیگر خود را چیزی جز حیوان نمی‌داند. آنچه حیوانی است انسانی می‌شود و آنچه انسانی است حیوانی می‌شود» (مارکس به نقل از کرایب، یان، ۱۳۸۲: ۱۶۳).

در این عصر آدمیان در میان سنگ‌های زیرین و زیرین آسپایی که یکی را «پول» و رقابت و دیگری را «عقل» تشکیل می‌داد و «پیشرفت» عقلانی نیز آب به آسیاب آن می‌ریخت در حال سائیده شدن بودند. «تمامی بافت جامعه تحت شدیدترین سرکوب‌ها قرار داشت». (سه‌یر، رابرت و لوی، میشل، ۱۳۷۳: ۱۳۱).

۲- عصر رمانتیسیم

در حدود نیمه قرن هیجدهم تحول در ساختار اجتماعی و اقتصادی جوامع پیشرفته اروپایی یعنی گسترش طبقه متوسط شهرنشین و نیز پیامدها و دستاوردهای انقلاب صنعتی، مردم شهرنشین را بی قرار و شیفته طبیعت و روستا کرد، نظم نوین زندگی که با عقل‌گرایی آمیخته بود، خشک و انعطاف ناپذیر به نظر می‌رسید. عقل‌گرایی حسابگرانه و اخلاقیات عمل‌گرایانه ناشی از آن به امری خسته کننده و ملال آور تبدیل شده بود. در جهان مدرنی که عصر روشنگری پدید آورده بود، انسان احساس می‌کرد که چیز ارزشمندی را از دست داده است. برخی از ارزش‌های اساسی انسانی فراموش شده بودند و انسان نسبت به آنها بیگانه گشته بود.

آدمیان تحت تأثیر این بیگانگی شدید احساس می‌کردند که تبعید شده‌اند. فریدریش شلگل^۱ (۱۸۲۹ - ۱۷۷۲) شاعر آلمانی در این باره می‌گوید: «روح در زیر بید بُنان گریان تبعید است» (سه‌یر، رابرت و لووی، میشل ۱۳۷۳: ۱۳۱). روح انسانی در جامعه مدرن احساس می‌کرد که دور از موطن اصلی خویش افتاده است و گناه آن را متوجه دو عامل می‌دانست: سرمایه‌داری و عقل‌گرایی. احساس باختن ارزش‌ها در سرمایه‌داری آن عصر، انسان‌ها را به جستجوی آنچه از کف رفته بود برانگیخته بود و ساده‌ترین راه برای دستیابی به آن ارزش‌ها، جستجوی آنها در گذشته بود: گذشته ما قبل سرمایه‌داری و به قول شلگل «دوره پهلوانان و عشق و افسانه پریان» (همان، ۱۳۲). این رجعت به گذشته نه تنها قرون وسطی و یونان کهن بلکه جوامع ابتدایی را نیز در برمی‌گرفت. این گرایش که آن را بدوی‌گرایی نیز می‌نامند، اذعان به برتری و تفوق شیوه‌های ساده زندگی است که تجلی آن را در جوامع کهن، اوتوپیاها، شبانی و بدوی می‌توان دید. در واقع این گرایش عصبانی در برابر زندگی مدرن و اندیشه «پیشرفت» در عصر روشنگری است و در عین حال ستایشگر حالات ابتدایی تفکر و احساس می‌باشد.

اهمیت جوامع ابتدایی از آن رو بود که بیشترین تعامل و قرابت را با طبیعت داشتند و می‌توانستند انسان در بند شهرهای دود آلود و ماشین‌های کارخانجات را که سرمایه‌داری ساخته بود، به بطن جایگاه اصلی‌اش یعنی «طبیعت» و زیبایی‌های آن برگرداند. روسو می‌گفت: «برخسار مردمان جز درنده خویی نمی‌بینیم و حال آنکه طبیعت همواره به روی من می‌خندد» (جعفری، ۱۳۷۸: ۸۹). این رجعت به طبیعت صرفاً یک فرار به دامن طبیعت نبود بلکه رویگردانی از عقل‌گرایی دکارتی و فیزیک نیوتنی بود که طبیعت و جهان را به گونه‌ای مکانیکی و بی رمز و راز توصیف می‌کرد. انسان‌ها دریافته بودند که طبیعت بسیار پیچیده‌تر و متنوع‌تر از ماشینی است که نیوتن

وصف نموده، طبیعت همچون آرگانیزی زنده و در حال تحول عمل می‌کند. نمود این طبیعت‌گرایی را می‌توان در ادبیات این عصر دید که در آن شهر و تمدن مظهر تباهی و روستا و طبیعت مظهر پاکی و درستی است. ویلیام کوپر^۱ ۱۸۰۰-۱۷۳۱ این دیدگاه را چنین سروده است: «خداوند روستا را آفرید و انسان شهر را» (همان، ۸۶).

احساس و تخیل بی قید و بند، به آنان این امکان را می‌داد که به این طبیعت زنده و پویا صرفاً از دید یک ناظر بیرونی ننگرند بلکه به ادراکی درون‌گرایانه از آن دست یابند. از نظر آنان شهود شاعرانه می‌توانست دریابنده؛ جمال طبیعت که تن به تجربیات بی‌روح علمی نمی‌دهد، باشد. «به‌نظر وردزورت^۲ چم و خم رازهای وجود یک گل فراتر از آن است که گیاه‌شناس بتواند آن را دریابد:

بوالفضول عقل بی تدبیر ما

هرچه زیبایی که می‌بیند ز شکل اندازدش

کور سازد چشم را تا و سمه بر ابرو کشد» (به نقل از باربو، ۱۳۶۲: ۸۴).

بدوی‌گرایی و گریز از شهر و تمدن سبب انزوای طبیعی احساسات حزن‌آلود انسان این عصر شد. از سویی دیگر، پس از اصالت عقل افراطی خداپرستان طبیعی، دیانت شخصی در نیمه دوم قرن هیجدهم رونق و رواج یافت. نهضت پیتیسیم^۳ که در آلمان به‌راه افتاده بود، از تزکیه نفس برای درک و دیدار «روح القدس» و تولدی دیگر یافتن و بازگشت به صفا و سادگی صدر اول مسیحیت سخن می‌گفت. «آنچه اهمیت اولیه و بالذات داشت، تجربه شخصی و درک قلبی حضور خداوند و احیای حیات معنوی فرد بود، نه احتجاجات عقلی و نقلی (همان، ۸۵)، نهضت متودیسیت^۴ که در انگلستان گسترش یافت، نیز معتقد بود که خویش‌اندیشی انسان فقط با تحول و تکان عمیق و دگرگون‌سازی خویش، علاج می‌شود (همان).

این نهضت‌ها که عمیقاً متکی بر احساسات خالصانه و پرسوز و گداز دینی بودند، از یک سو بر نقش اساسی مکاشفه و راز و نیاز فردی تأکید می‌کردند و از سوی دیگر ناپایداری زندگی و ناگریز بودن مرگ را یادآوری می‌شدند و بدین گونه در تقویت این احساس غمگانه و حزن‌آلود مشارکت داشتند. تجسم اندوه و افسردگی انسان این عصر را می‌توان در شعر شاعرانه‌ای همچون گری ۱۷۵۱-۱۷۴۲، مرثیه‌ای که در یک گورستان روستایی سروده شده، مکاشفه‌های در میان مقابر ۱۷۴۸ اثر هاروی و افکار شبانه ۱۷۴۲ اثر یانگ دید.

«آیا این در گور خفتگان آتش اثری را در خاک می‌جویند؟

1- William cowper
2- William wordsworth
3- Pietism
4- Methodism

آنها زنده بوده‌اند. آنها زندگانی بی فروغ و بی حاصلی داشته‌اند
 آه ای رحمت و لطف آسمانی بر من فرود آی!
 زیرا که من نیز از جمله مردگان محسوب می‌شوم
 اینجا که من هستم برهوت است، برهوت تنهایی و دورافتادگی
 اما گورستان چه پُر ازدحام است، چه زنده و پُر شور است!
 اینجا که من هستم، سردابه غم انگیز آفرینش است؛
 دره ماتم زده، و اندوه و پریشانی سروهای غمگین؛
 این سرزمین، سرزمین اشباح است، سایه‌های میان تهی!

همه چیز، هرآنچه که بر روی زمین وجود دارد سایه‌ای بیش نیست (فورست، ۱۳۷۵: ۵۰).

این انزو و طلبی سبب شد که افراد شروع به کشف جهان درونی احساسات خود کنند و بر اهمیت احساس و تخیل در فهم و درک انسان تأکید ورزند. آنها معتقد بودند که شناخت جهان و انسان‌های دیگر تنها به مدد تصورات کلی امکان پذیر نیست بلکه به کمک نیروی شهود و تخیلی که در درون می‌جوشید، ممکن است. به عبارت دیگر انسان همان قدر که دارای عقل است دارای احساسات و عاطفه نیز هست.

عصری که جهان‌بینی حاکم بر آن را به اختصار توصیف کردیم به عصر رمانتیک^۱ مشهور است. عصری که حاصل سرخوردگی انسانی است که عقل‌گرایی و سرمایه‌داری آن را آفریده بود. فردی که مجبور بود در کمال درماندگی در چهارچوب الزامات سرمایه‌داری و عقل‌گرایی زندگی کند و همین امر منجر به عصیان او بر ضد آنها شد. سرمایه‌داری از فرد مستقل می‌طلبید که عملکردهای معین اجتماعی - اقتصادی داشته باشد، اما هنگامی که این فرد در انزوای خود شروع به کشف جهان درونی احساسات خود کرد با نظامی در افتاد که مبتنی بر محاسبات کمی و یکسان کردن همه چیز بود. هنگامی که فرد می‌خواست آزادانه از قدرت تخیل خود استفاده کند با مکانیکی شدن و ابتذال جهانی روبرو شد که سرمایه‌داری و عقل‌گرایی آن را خلق کرده بود. «رمانتیسیم نمایانگر عصیان ذهنیت سرکوب شده و دستکاری شده و معیوب و بیانگر جادوی تخیلی است که از جهان سرمایه‌داری تبعید شده است» (سه‌یر، رابرت و لووی، میشل ۱۳۷۳: ۱۳۴).

«رمانتیسیم عبارت است از واکنشی فعال و کوششی برای کشف یا خلق فردوس گمشده» (همان، ۱۳۲). اگر سرمایه‌داری و عقل‌گرایی سعی در افسون زدایی از جهان داشتند، رمانتیسیم در جهت «باز افسون کردن جهان به میانجی تخیل» می‌کوشید (همان، ۱۳۱).

علاوه بر عوامل درونی جامعه اروپایی یعنی سرمایه‌داری و عقل‌گرایی، عوامل بیرونی همچون فرهنگ شرقی در رشد و تکوین نهضت رمانتیسم نقش بسزایی داشتند. اواخر قرن هیجدهم و اوائل قرن نوزدهم سرآغاز سفرهای منظم اروپائیان به شرق و استعمار ممالک شرقی بود و کسانی چون تاورینه، شاردن، برنیه و دیگران سفرنامه‌های جالبی در باب ایران و هند فراهم کردند و سفیران و فرستادگان شرقی نیز که به ممالک اروپایی می‌رفتند افسون و رنگ محلی شرق را به همراه می‌بردند. بدین سان، به تدریج تصویر «رمانتیک» شرق در ذهن اروپائیان پرداخته شد. توجه به شرق و عناصر شرقی همچون عرفان و ادبیات آن در قرن نوزدهم و در آثار خود رمانتیک‌ها نیز به فراوانی دیده می‌شود. چنانکه در آلمان، برادران شلگل، هردو، به حکمت و ادب سانسکریت دلبستگی داشتند و گوته دیوان شرقی غربی را به وجود آورد و هر دو به هند به‌عنوان سرزمینی مقدس و موطن کودکی نوع بشر و منشاء و مردمان اروپایی اظهار دلبستگی شدید کرده بود. تأثیر شرق بر روی غرب عصر رمانتیسم چنان شدید بود که هوگو در مقدمه «شرقیات» می‌گوید: «در عصر لویی چهاردهم همه جهان یونان مدار بود، اکنون شرق مدار است» (جعفری، ۱۳۷۸: ۹۹).

در بسیاری از حوزه‌های اندیشه نیمه دوم قرن هیجدهم که تا قرن نوزدهم نیز ادامه داشت، واکنش در برابر «عصر عقل» مشهود است، هرچند شکل و تاریخ آغاز آن از هر کشور تا کشور دیگر متفاوت است، در حالی که در پاریس نظریه پردازان آرمان‌گرا، با سرسختی تمام، انواع ممکن عقل‌گرایی را در عالم رؤیا تا نتایج غایی‌شان پی می‌گرفتند، در همان حال، دانشگاه‌های آلمان به انتشار کتاب‌هایی می‌پرداختند که یکی پس از دیگری بنیاد عقل‌گرایی و امید غرور آمیزش را محو و نابود می‌کردند، این امید که در نهایت هیچ چیز از دسترس عقل به دور نیست، عصر عقل به پایان رسیده بود و عصر احساس بار دیگر قد راست می‌کرد. روشنگری قرن هیجدهم جای خود را به رمانتیسم قرن نوزدهم می‌داد، تأثیر عصر جدید در همه حوزه‌ها مشهود بود. در سیاست نظری، محافظه‌کاری و اعتنا به ارزش‌های پیشین احیاء شده بود و صور جدیدی از ملیت‌گرایی و سرسپردگی به سرزمین آبا و اجدادی پدید آمده بود. در فلسفه، نگرش‌های نوینی به سیر تاریخ پدید آمده بود که قائل به «گشایش یابی» فرهنگ و روح بودند، همچون فلسفه هگل و فیشته در آلمان. اما آنچه که اهمیت دارد و هدف این مقاله است، تأثیر رمانتیسم بر حوزه ریاضیات می‌باشد. ما در ادامه به بررسی تأثیر عصر احساس بر برآورد، ریاضی‌دان و توپولوژی‌دان بزرگی می‌پردازیم که تحت تأثیر رمانتیسم قرن نوزدهم مکتب ریاضی نوینی به نام شهودگرایی را پایه‌گذاری کرد که در عصری که ما در آن زندگی می‌کنیم، بنیاد نظری علوم کامپیوتر را می‌سازد.

۳- اعتراف نامه ایمان

لوئیتزن اخیرتوسیان براؤر^۱ در ۲۷ فوریه ۱۸۸۱ در حالی که تنها دو دهه به پایان قرن نوزدهم عصر احساس - باقی بود در هلند به دنیا آمد. وی در ۱۸۹۰ در سن نه سالگی وارد دبیرستان شد که این امر تا آن زمان سابقه نداشت. دوران دبیرستان براؤر بدون هیچ مشکلی سپری شد و در تمام مدت تحصیل شاگرد اول بود. در سال ۱۸۹۵ موفق به دریافت مدرک دبیرستان شد. در پائیز ۱۸۹۷ براؤر در سن شانزده سالگی در رشته ریاضیات در دانشگاه شهری آمستردام ثبت نام کرد. او در سه‌ماهش را با شور و شوق فراوانی آغاز کرد. به‌زودی نبوغ ریاضی وی به‌وسیله استادان و دانشجویان سال‌های بالاتر شناخته شد. او از اینکه به‌عنوان دانشجوی سال اولی برای عضویت در جامعه «گروه دانشجویان»^۲ دعوت شده بود، احساس لذت می‌کرد. اما گروه‌های شلوغ دانشجویان با آن هیاهوی دوران جوانی چندان مورد پسند براؤر نبود و رضایت خاطر وی را فراهم نمی‌کرد. او اساساً فردی اجتماعی نبود. تکبر و کم‌رویی وی را از ریاضی‌دانان جوان بزرگتر از خودش دور نگه می‌داشت. او بیشتر علاقمند بود که اوقاتش را در خانه و در جمع دوستان شاعرش بگذراند، کسانی همچون کارل آدما وان اسخلمتا^۳، جان لاک هُرسْت^۴ و آلبرت پلاشرت^۵. این شاعران جوان متعلق به جنبش رمانتیسم قرن نوزدهم بودند و روابط نزدیک براؤر با آنها سبب شد که وی تحت تأثیر افکار و اندیشه‌های عصر احساس قرار گیرد که نمودهای آن را می‌توان در بدبینی و انزواطلبی وی به‌خوبی دید. «شرح دوران تحصیل براؤر را در مکاتبات وی با شاعر معاصرش کارل آدما وان اسخلمتا می‌توان خواند»^۶ (ون دالن ۱۳۷۶: ۲۰)

برائور در سن هفده سالگی در کلیسای هارلم اعتراف نامه‌ای را ایراد کرد. وی در «اعتراف نامه ایمان» خود همچون پنتیست‌ها بر نقش اساسی مکاشفه و راز و نیاز فردی برای درک خداوند تکیه کرد تا استدلال‌های خشک فلسفی و کلامی. براؤر در بخشی از این اعترافات از مبانی بنیادین ایمانش به خدا می‌پرسد. او معتقد است که ایمان وی به خدا به خاطر استدلال‌های عقلانی مبتنی بر پدیده‌های اطراف وی نمی‌باشد بلکه برعکس وی در اعتقاد به خدا از فکر و اندیشه‌اش به هیچ عنوان کمک نمی‌گیرد. براؤر همچون رمانتیست‌ها هم عصرش از عقل می‌گریزد و سعی دارد که تمام اعتقادات خود را بر پایه احساس و شهود بنا نماید از نظر او تنها حقیقت، «احساس» خودش است و هیچ واقعیت دیگری مستقل از خودش برای او وجود ندارد.

1- Luitzen Egbertus Jan Brouwer

2- Student Corps

3- Carel Adema van Scheltema

4- Jan Lock horst

5- Albert Plasschaert

6- D.van Dalen (ed).L.E.J.Brouwer,C.S.Adema Uan Scheltema. بنگرید:

«زندگی من، در این لحظه، [یقین] اعتقاد من به اگوی [امن آگاهی] خودم و تصوراتم [بازنمایی‌هایم] است. این به‌طور مستقیم و بی‌واسطه به باور به او بسته است که مبدا ی اگوی من است و تصوراتم [بازنمایی‌هایم] را به من می‌بخشد، که به این دلیل مستقل از من است. چیزی که مثل من زنده است و فراتر از من است. این چیز خدای من است» (به‌نقل از وان استیخت، والتر، ۱۹۹۰: ۳۹۱).

براؤر بلافاصله بر این نکته تأکید می‌کند که شخص نباید در گفته‌های وی کوشش برای استدلال عقلانی برای وجود خدا ببیند بلکه «اعتقاد به خدا عمیق‌ترین بنیاد هر استدلال بعدی است، اما خودش قابل اثبات نیست. اعتقاد به خدا احساسی خودجوش و بی‌واسطه در من است» (همان).

احساس و شهود در اعتقاد براؤر به مذهب آن‌چنان اساسی است که وی می‌گوید: «مذهب واقعی من، تنها احساس من از خدایم هست» (همان، ۳۹۲).

براؤر در سال ۱۹۰۴ ازدواج کرد و در طول سال‌های اولیه زندگی مشترک خود بیش از پیش در خود فرو می‌رفت. او در جستجوی تنهایی از آپارتمانی به آپارتمان دیگری در آمستردام نقل مکان می‌کرد. تنها دوستان نزدیک وی همان سه شاعر رمانتیک بودند. براؤر گرچه در بیان هنرمندانه احساساتش ناتوان بود اما احساس قربانیت بسیاری با خلق و خوی رمانتیک دوستانش می‌کرد، به‌ویژه خصلت‌هایی همچون بدبینی و یأس از جامعه معاصر و طغیان بر علیه همه اشکال استقرار یافته آن.

وی در تلاش برای بازیافتن خویش، در سال ۱۸۹۹ در حالی که خرقة مشک‌گشادی به تن داشت، پیاده سفری به ایتالیا کرد و به زیارت فلورانس و رم رفت. این سفرها نگرشی جهان‌وطنی به او دادند و سبب فرورفتن وی در خود و تفکر درباره موضوعاتی همچون: خود، زندگی، ارتباطات بشری، حقیقت و علم شد. این تفکر و تعمق که حاصل روحیه رمانتیک وی بود، افسردگی شدیدی را برای براؤر در پی داشت و سبب غیبت وی در کلاس‌های دانشگاه شد. اما فشار خانواده و نیاز به امنیت شغلی و ضعف جسمانی او برای انجام شغل دیگری، مانع ترک فوری تحصیل او شد. اما اینکه تمام زندگی خود را به ریاضیات اختصاص دهد برای او تحمل‌ناپذیرتر می‌شد. «او خودش را منزوی کرد و در انزوای خود از بیماری عصبی و مزاجی رنج می‌برد و سعی در تحمل حملات عصبی خود داشت» (همان، ۲۶).

۴- جهان غمگین

ملاقات براؤر با ریاضی‌دان خود ساخته‌ای به نام خریت مانوری^۱ تأثیر عمیقی بر وی گذاشت و سبب بازگشت وی به تحصیل و توجه به مسائلی در بنیادهای ریاضیات شد. به‌طوری‌که در فوریه سال ۱۹۰۴ مقاله‌ای درباره توپولوژی در فرهنگستان سلطنتی هلند (Duch Royal Academy)

منتشر کرد. وی در ژوئن همان سال امتحانات نهایی دانشگاه را گذراند. وی پایان نامه‌اش را با دیدریک یوهانس کورتوخ^۱، ریاضی‌دان کاربردی برجسته، گذراند و در فصل‌هایی از آن به مباحث بنیادین ریاضیات پرداخته بود. این سال‌ها همزمان با گسترش فلسفه در میان عامه مردم در هلند بود. بولند^۲ فیلسوف خودساخته‌ای بود که در این زمینه فعالیت بسیاری می‌نمود. حملات شدیدالحن وی به ماتریالیسم و لذت‌گرایی توجه براؤر را به خود جلب کرد، به طوری که وی کتاب «عقل محض - کتابی برای دوستداران حکمت» او را خواند. اما ستایش وی از تفکر و استدلال منطقی بشر، انزجار براؤر را برانگیخت. براؤر در پاسخ به عقل‌گرایی بولند یک سلسله سخنرانی در سال ۱۹۰۵ تحت عنوان «فلسفه اخلاق» ایراد کرد که بعدها با عنوان «زندگی، هنر و عرفان» منتشر شد.

«زندگی، هنر و عرفان» بیانیه جوانی خشمگین است که هر آنچه را که در سطح روئین جامعه بشری می‌بیند، انکار می‌کند و با شور و حرارت و در سبک نهضت ادبی رمانتیسیم هلندی و در سال‌های پایانی قرن نوزدهم بدان حمله می‌کند. وی سرچشمه شر و بدی را انسان می‌داند و معتقد است که انسان جهان را آلوده کرده است. اولین بخش مقاله وی یعنی «جهان غمگین» نمایانگر نگرش طبیعت‌گرایانه وی است. براؤر معتقد است که هلند سرزمینی است که بر روی آبرفت رودخانه‌های بزرگ قرار دارد و قبل از دخالت بشر میان تپه‌های شنی و دلتاهای آن از یک سو و جزر و مد دریا و حوزه‌های آبگیر رودخانه‌ها از سوی دیگر توازن طبیعی برقرار بود. حتی طفیان رودخانه‌ها هم بخشی از این توازن بود. این سرزمین می‌توانست محل زندگی انبوهی از نژاد بشر باشد. اما انسان به این مقدر راضی نبود و برای کنترل رودخانه‌ها، سدها را ساخت و برای آباد کردن زمین‌ها مسیر رودخانه‌ها را تغییر داد و برای سهولت حمل و نقل روی دریاها و رودخانه‌ها، درختان را بُرید. بدین گونه توازن طبیعت به هم خورد. براؤر همچون رمانتیک‌ها در آرزوی گذشته از دست رفته و بازگشت به زندگی بدوی چنین می‌گوید: «اساساً انسان در تنهایی می‌زیست و به وسیله طبیعت حمایت می‌شد. هر فردی می‌کوشید که توازن خود را میان وسوسه‌های گناه‌آمیز حفظ نماید. نه درگیری با دیگران وجود داشت و نه نگرانی درباره آینده از این رو نه کار سخت، نه اندوه، نه تنفر، نه ترس و نه شهوتی وجود داشت. اما بشر گنجایش این موهبت‌ها را نداشت. او شروع به اعمال کنترل روی هموعانش کرد و در جستجوی قطعیتی در آینده برآمد. بدین گونه توازن طبیعت از بین رفت (براؤر، ۱۹۰۵: ۳۹۱).

اما براؤر تنها به مرثیه سرایی درباره دنیا از دست رفته نمی‌پردازد، بلکه سعی می‌کند که برای خود راه‌گریزی از این درد و اندوه بیابد. وی معتقد است برای تعمق و تفکر درباره این جهان حزن‌آلود انسان باید به دورن خود بنگرد. وی در بخش دوم مقاله یعنی «بازگشت به خود» به بررسی چنین سفر

درونی می‌پردازد. او معتقد است که محتوی آگاهی درون انسان به‌طور مداوم در حال تغییر است. آیا انسان بر این تغییرات اشراف دارد؟ برآورد بر آن است که هرکسی که دربارهٔ پاسخ به این پرسش فکر کند احتمالاً جواب منفی می‌دهد زیرا انسان خود را در جهانی می‌یابد که خودش آن را نیافریده است. اما آیا انسان قادر است که بر آگاهی خویش تسلط یابد؟ برآورد معتقد است که این امر امکان‌پذیر است زیرا تجربه‌های دینی شاهدی بر این ادعا هستند. هنگامی که انسان از شهوات، ترس، آزمندی، فضا، زمان و به‌طور کلی از تمام دنیای ادراک پذیر دوری جوید، آنگاه احساسات مذهبی را در درون خود می‌یابد و این نشانگر آن است که انسان قادر است که بر خود کنترل داشته باشد. حال این پرسش مهم مطرح می‌گردد که «این خود چیست، شما نه می‌توانید دربارهٔ آن چیزی بگوئید و نه قادرید درباره‌اش استدلال کنید. زیرا به‌خوبی می‌دانید که هر صحبت و استدلالی دربارهٔ خود، توجهی به خود، از فاصله‌ای دور از آن است. در واقع شما نمی‌توانید با کلمات، معانی یا استدلالات به خود، نزدیک شوید. این امر تنها به‌وسیله بازگشت به خود، آن‌گونه که در نزد شما یافت می‌شود، امکان‌پذیر است» (همان، ۳۹۳). برآورد معتقد است هنگامی که انسان به خود بازگردد به چیزی بس مهم دست خواهد یافت و آن احساس وجود خداست.

ریشه‌های این رویکرد عرفانی برآورد به خود و خدا را می‌توان در نقل قول‌های وی از عرفای قرون وسطی همچون مایستراکهارت^۱ و جاکوب بوهم^۲ دید.

«آن درون شما است. اگر تنها برای ساعتی بتوانید خاموش باشید و همه احساسات و آرزوهای خود را فراموش کنید. آنگاه شما کلمات غیر قابل گفتن خدا را خواهید شنید» (جاکوب بوهم به نقل از برآورد، ۱۹۰۵: ۳۹۳). رویکرد به عرفان شرقی در جوهرانتیک قرن نوزدهم، برآورد را نیز تحت تأثیر قرار داد. او در بیان حکمتی که انسان آرمانی خود را توصیف می‌کند، می‌گوید: «نیایش‌های شرقی بهتر از انسان غربی این حکمت را بیان کرده‌اند» (برآورد، ۱۹۴۸: ۴۸۶). وی در سال ۱۹۴۸ در مقاله «آگاهی، فلسفه و ریاضیات» به نقل از بهاوات گیتا^۳ انسان ایده‌آل را چنین وصف می‌کند:

«انسان نباید از هیچ مخلوق زنده‌ای متنفر باشد بگذارد او برای همه صمیمانه و مهربان باشد. او باید از توهم من و مال من آزاد باشد. او باید لذت و رنج را به‌طور یکسان و با آرامش بپذیرد. او باید با گذشت، راضی، مسلط بر نفس خویش باشد. تصمیم او باید راسخ باشد... او نباید همنوعانش را بیازارد و اجازه ندهد که به‌وسیله جهان مضمحل شود. او نباید به مدت طولانی توسط لذت و رنج، اضطراب و ترس نوسان کند.

او پاک و مستقل از آرزوهای جسم است. او قادر است با پیشامدها مواجه شود. برای هر اتفاقی آماده است و با هر چیزی نگران نمی‌گردد. او دربارهٔ نتایج اعمالش نه مغرور است و نه نگران. او آرزو ندارد که از چیزهای خوشایند لذت ببرد. او از آنچه مایه ناخشنودی است، هراس ندارد و یا به خاطر آن محزون نیست. او در مقابل بخت و اقبال خوب و بدی بی تلاطم باقی می‌ماند. گرایش او به دوست و دشمن یکسان است. برای او تکریم و توهین، گرما و سرما، لذت و درد یکسان است. او از تعلقات آزاد است. او به ستایش و عیبجویی یکسان ارجح می‌نهد. او قادر به کنترل سخن خود است. او با هر چه که بدست می‌آورد، راضی می‌شود. خانهٔ او همه جا است و هیچ جا نیست (براؤر، ۱۹۴۸: ۴۸۷ - ۴۸۶).

همان‌طور که می‌بینیم براؤر زائیدهٔ عصر رمانتیسم بود. طغیان در برابر عصر روشنگری و جستجوی خویش در احساسات و شهودات فردی، یأس، حُزن و بدبینی نسبت به جهانی که در آن می‌زیست و گرایش به عرفان‌های شرقی برای از بین بردن این رنج و اندوه، همه و همه حکایت‌گر ویژگی‌های عصری بود که تلاش می‌کرد تا انسان را به ارزش‌های از دست رفتهٔ خود پس از نهضت روشنگری و ظهور سرمایه‌داری بازگرداند. هر فردی که در این عصر زندگی می‌کرد به لحاظ خصلت‌های روحی - فردی خویش، برخی یا تمام این ویژگی‌ها را به ارث می‌برد و بازتاب آن در کارش مشاهده می‌شد. شاعری که در این فضا شعر می‌گفت، شعرش سبک رمانتیک داشت. فیلسوفی که در این عصر می‌اندیشید - همچون هابان و هردر - فلسفه‌اش به جای عقل برشور باطنی تأکید داشت. معماری که در این زمانه به معماری می‌پرداخت، معماری گوتیک را بر معماری کلاسیک ترجیح می‌داد. نقاشی که در این عصر نقاشی می‌کرد، نقاشی از طبیعت و مناظر را بیش از انواع دیگر نقاشی‌ها می‌پسندید. پس آیا امکان نداشت ریاضی‌دانی مثل براؤر که در این عصر به تفکر انتزاعی ریاضی می‌پرداخت، نتیجه تأملاتش یا به عبارت دیگر محصولات ریاضی‌اش از حال و هوای این عصر نشأت گرفته باشد؟

۵- ریاضیات شهودگرایی

۵-۱- شهود پایه

عقل‌گریزی عصر رمانتیک سبب شده بود که براؤر با دوری جُستن از استدلال‌های عقلی، تلاش کند تا با غور کردن در درون احساساتش به دنبال احساسات بنیادینی بگردد که بتواند اعتقادات زندگی خویش را بر آن بنا کند. پس از بازشناختن خود و خدای خویش، بزرگترین دل مشغولی براؤر تفکر و اندیشیدن دربارهٔ ریاضیات بود. ریاضیات چیست؟ و تفکر ریاضی بر چه

مبنایی قرار دارد؟ پرسش‌هایی هستند که وی با آنها روبرو بود. وی آنقدر ریاضی می‌دانست که با نظرات ریاضی‌دانان معاصرش آشنا باشد. آیا ریاضیات همان‌گونه که راسل و وایتهد می‌گفتند چیزی جز منطق نیست یا آن‌گونه که هیلبرت^۱ می‌گفت مجموعه‌ای از علائم و نمادهایی است که با اصول و قواعدی که تعریف می‌شوند، مدل‌های ریاضی را بوجود می‌آورند؟ او که ریشه عمیق‌ترین اعتقاداتش به خود را در درونی‌ترین احساساتش یافته بود. پس چرا در این مورد نیز به سراغ احساساتش نرود و مبانی ریاضی را در درونی‌ترین احساساتش نجوید؟

برآور هنگامی که به درونگری می‌پردازد و سعی در خود آگاهی دارد، حالت‌هایی در آگاهی خویش احساس می‌کند که در آن حالت‌ها احساسات همچون سیالی می‌آیند و می‌روند. وی می‌گوید: به نظر می‌رسد که آگاهی در عمیق‌ترین مأوایش نوسانی آهسته، غیرارادی و برگشت‌پذیر میان سکون و احساس است» (برآور، ۱۹۴۸: ۴۸۰). ذهن همواره در حال گذر از یک احساس کنونی به احساس کنونی دیگر است. در آخرین حالت، صورت حسی پیشین به‌عنوان احساس گذشته برای ذهن باقی می‌ماند ذهن می‌تواند از این دو احساس یعنی احساس پیشین و احساس کنونی فراتر رود و این دو احساس را به‌عنوان ترکیبی واحد ببیند. برآور از ترکیب دو صورت حسی گذشته و حال به‌عنوان ترکیبی واحد با عنوان تجربه «دوئیت^۲» نام می‌برد. این تجربه به‌واسطه ذهن می‌تواند از این دو احساس یعنی احساس پیشین و احساس کنونی فراتر رود و این دو احساس را به‌عنوان ترکیبی واحد ببیند. برآور از ترکیب دو صورت حسی گذشته و حال به‌عنوان ترکیبی واحد با عنوان تجربه «دوئیت» نام می‌برد. این تجربه به‌واسطه «گذر زمان» بوجود می‌آید. به عبارت دیگر دوئیت با گذر زمان متولد می‌شود. ذهن با انتزاع از تعداد زیادی از تجربه‌های دوئیت به اولین دو عدد طبیعی یعنی ۱ و ۲ می‌رسد. برآور این فرایند را چنین توصیف می‌کند: «ریاضیات وقتی بوجود می‌آید که دوئیت‌هایی که با گذر زمان خلق می‌شوند، توسط ذهن از هر محتوایی عاری شوند. در آن هنگام این شکل خالی از هر محتوایی که اساس مشترک همه دوئیت‌ها است، به‌عنوان شهود پایه^۳ ریاضیات باقی می‌ماند که بدون هیچ محدودیتی آشکار شده است» (برآور، ۱۹۴۸: ۴۸۲).

در واقع برآور معتقد است که انسان اعداد طبیعی را در ذهن خود می‌سازد. به عبارت دیگر نه خود عمل ساختن و نه مفاهیم ساخته شده، نمی‌توانند کاملاً از ذهن سازنده آنها جدا باشند. یک مفهوم ریاضی از عملی که آن را بوجود می‌آورد و بدست می‌دهد، قابل تفکیک نیست. ذهن تنها یک سازنده یا مادری که وجود مستقلاً را می‌زاید، نیست. اشیاء ریاضی تنها به‌عنوان یک فکر یعنی

1- Hilbert
2- tow-ity
3- Primordial Intuition

بخشی از آگاهی حیات دارند. علاوه بر این «ذهن خالق»^۱ تماماً درگیر عمل ساختن است. وقتی براؤر از عمل «آگاهانه» به واسطه «اراده» صحبت می‌کند در واقع عنصر آزادی را که عنصر حیاتی هر ساختنی است در حوزه ریاضیات وارد می‌کند. به‌ویژه بخش‌هایی از ریاضیات که به‌عنوان عملگرها، رابطه‌ها و توابع توصیف می‌شوند.

بنابراین وجود یک شیء ریاضی، حضور آن به‌عنوان یک فکر در آگاهی است. به عبارت دیگر «خلق شدن یا بودن یا ساخته شدن با عناصری از شهود در شهود پایه است» (وان استیخت، والتر، ۱۹۹۰: ۱۶۵) در این شهود پایه مفاهیم دوئیت، در عین حالی که از هم جدا هستند با هم نیز یکی می‌باشند به‌گونه‌ای که تنها در یک عمل شهودی قابل خلق شدن هستند. «یک شهود پایه پیشینی و منفرد که می‌تواند به‌عنوان ثبات در تغییر یا وحدت در کثرت توصیف شود... اولین عمل ساختگی است که دو چیز جدا از هم را با هم می‌پندارد.» (براؤر، ۱۹۰۷: ۱۷۹)

پس از اولین عمل ساختی که منجر به ساخته شدن اعداد ۱ و ۲ می‌شود ما می‌توانیم با تکرار این فرایند اعداد طبیعی بعدی را برای ذهن مشخص کنیم. با این روش هیچ چیزی به‌عنوان تمامیت کاملی از اعداد طبیعی وجود ندارد. به عبارت دیگر ما نمی‌توانیم از «مجموعه اعداد طبیعی» صحبت کنیم بلکه ما تنها می‌توانیم از فرایند ساخته شدن گام به گام اعداد طبیعی سخن به میان آوریم.

پس از ساخته شدن اعداد طبیعی بر روش فوق، می‌توان از جمع میان دو عدد طبیعی صحبت کرد. برای مثال ما چگونه می‌دانیم که $7+5=12$ می‌شود؟ ابتدا، در فرمان ۷ را می‌سازیم. سپس عمل ساختن ویژه‌ای را که ۷ را به ۵ می‌افزاید را انجام می‌دهیم. سپس ۱۲ را می‌سازیم و سرانجام عمل ساختن مقایسه‌ای را انجام می‌دهیم که برابر بودن مجموع ۷ و ۵ با ۱۲ را برقرار می‌سازد. چنین ریاضیاتی که اساس آن بر ساختن گام به گام بر مبنای شهود پایه بنا شده است، را ریاضیات شهودی^۲ یا ریاضیات ساختی^۳ می‌نامند.

۵-۲- منطق شهودگرایی

جنبش رمانتیک باب این بحث را گشود که روشنگری خصم جهان ارزشی آدمی است و با الگو برداری یک‌سویه از علم طبیعی انسان را به شیء فرو می‌کاهد و جامعه ارگانیک بشری را به جامعه مکانیک مبدل می‌سازد. تحت تأثیر همین نگاه به دنیای مدرن، براؤر معتقد است که بشر اولیه به‌وسیله نگاه، ایماء و اشاره و ارتباط‌های روحی از فواصل دور با یکدیگر ارتباط برقرار

می‌کرد. اما از زمانی که تعقل و تفکر پا به عرصه گذاشت این ارتباط با زبان انجام گرفت. به بیانی دیگر «زبان شریک بلافصل تعقل است» (براور، ۱۹۰۵: ۴۰۱). انسان‌ها کوشیدند که خود و فرزندان‌شان را با زبان صوری آموزش دهند که با مشقت بسیاری همراه بود و در برقرارکردن ارتباط میان آنها چندان موفق نبود. نیازها، آرمان‌ها و آرزوهای انسان‌ها متفاوتند از این روز زبان را به معناهای متفاوتی بکار می‌برند و در نتیجه قادر نیستند با یکدیگر ارتباط مستقیم و بدون ابهام داشته باشند. «زبان تنها می‌تواند مشایعت‌کننده فهم و درک متقابل از قبل موجود باشد» (همان). فهم و درکی که به واسطه ارتباط میان روح انسان‌ها بوجود آمده است. از نظر براور «زبان تنها در فرهنگ بشری و به واسطه آن به حیات خود ادامه می‌دهد که از طرفی به فهمی متقابل نیازمند است و از طرف دیگر ارتباط مستقیم میان انسان‌ها را ناممکن می‌سازد» (همان، ۴۰۳). از این رو انسان‌ها «در ترس و واهمه تنهایی خودشان به صورت ماشینهایی اتوماتیک در می‌آیند، بردگان ماشین غول‌پیکر ارتباط جمعی» (همان).

حقیقت اغلب به وسیله کلمات یا ترکیبات پیچیده‌ای از کلمات، که از زبان جمعی وام گرفته شده است، انتقال داده می‌شود. بنابراین برای موضوعی که به وسیله زبان بیان می‌شود یعنی با مجموعه‌ای از کلمات، همواره تعریفی از پیش ارائه شده وجود دارد که افراد مطابق آن با موضوع رفتار می‌کنند. همچنین سیستمی از قوانین کلی به نام منطق وجود دارد که می‌توان موضوع مورد نظر را از مجموعه‌ای از سیستم‌های کلمه‌ای استنتاج کرد. در این حالت نیز حقیقت موضوع مورد نظر به وسیله منطق تحت تأثیر قرار می‌گیرد و دوباره افراد به جای آنکه با حقیقت موضوع در رابطه باشند، تحت تأثیر منطق با آن رفتار می‌کنند. بنابراین «منطق ابزار اطمینان بخشی برای کشف حقایق نیست» (براور، ۱۹۴۸: ۴۸۸). اما ریاضیات کلاسیک از همین منطق برای رسیدن به حقایق ناشناخته استفاده می‌کند و به‌طور ویژه‌ای اصل طرد شق ثالث را برای اثبات‌های ریاضی بکار می‌گیرد که مطابق آن یک گزاره صادق یا کاذب است.

براور معتقد است که «ریاضیات شهودگرایی نشان می‌دهد که قضایای ریاضیات به‌طور صریح و قطعی از ساختن‌های درون‌گرایانه استنتاج می‌شود و از این رو معتبر است». اگر منطق نیز بخواهد قابل اتکاء و اطمینان باشد باید شیوه ساختنی بودن متناهی را بکار گیرد که مطابق آن قانون طرد شق ثالث نفی می‌شود.

عدد x را در نظر بگیرید که برابر $(-1)^k$ تعریف می‌شود، که در آن k شماره اولین رقم در بسط اعشاری TT است که دنباله ارقام متوالی ۱۲۳۴۵۶۷۸۹ با آن شروع می‌شود، و در صورت نبودن چنین k یی، $x=0$. حال گرچه x خوش تعریف است، نمی‌توانیم بلادرنگ، تحت

محدودیت‌های شهودگرا، بگوییم که گزاره $x=0$ درست یا نادرست است. تنها به شرطی می‌توان گفت این گزاره درست است که برهانی از آن را بتوان با تعدادی مراحل متناهی ساخت، و تنها به شرطی می‌توان گفت نادرست است که برهانی از چنین وضع با تعدادی مراحل متناهی ساخته شود. مادامی که یکی از این دو برهان ساخته نشده‌اند، گزاره نه درست است و نه نادرست، و قانون طرد شق ثالث غیرقابل کار برد است. اما اگر k را به عددی کوچکتر از مثلاً یک بیلیون محدود کنیم، آنگاه کاملاً درست است بگوییم که اینک گزاره درست یا نادرست است، زیرا، برای k کوچکتر از یک بیلیون، درستی یا نادرستی گزاره را مطمئناً می‌توان در یک عده متناهی مرحله برقرار کرد.

بنابراین، برای شهودگرایان، قانون طرد شق ثالث برای مجموعه‌های متناهی برقرار است ولی نباید آن را در مورد مجموعه‌های نامتناهی در ریاضیات به کار برد. «براؤر تقصیر چنین اوضاعی را به گردن بسط منطق از لحاظ جامعه شناختی می‌اندازد. قوانین منطق در زمانی از تکامل انسان ظاهر شده است که وی زبان مناسبی برای پرداختن به مجموعه‌های متناهی از پدیده‌ها در اختیار داشته است؛ او سپس خطای بکار بردن این قوانین را در مجموعه‌های نامتناهی در ریاضیات مرتکب و نتیجه آن شده است که تعارض‌ها در احکام ظاهر شوند» (ایوز، ۱۳۶۸: ۲۲۵).

مطابق این ریاضیات، تصور صدق یا کذب یک حکم ریاضی مستقل از معرفت ما نسبت به آن حکم، بی معنی است یک حکم راست است اگر برهانی برای آن داشته باشیم یعنی روشی ساختی که در نهایت به آن حکم برسیم. همچنین یک حکم غلط است اگر بتوانیم نشان دهیم که فرض اینکه برهانی برای آن وجود دارد منجر به تناقض می‌شود. برای مثال $A \wedge B$ (A و B) درست است اگر بتوانیم برهانی برای آن ارائه دهیم و این بدان معنی است که برهانی برای A و برهانی برای B ارائه نمائیم. یا $A \vee B$ (A یا B) درست است هرگاه بتوانیم برهانی برای آن ارائه دهیم و این به معنی آن است که برهانی برای A یا برهانی برای B ارائه کنیم. همچنین برهان برای ترکیب شرطی $A \rightarrow B$ عبارت است از ساختمانی که هر برهان برای A را به برهانی برای B تبدیل می‌کند.

در منطق شهودگرایی، تناقض هیچ برهانی ندارد و هر برهان برای نقیض یک گزاره یعنی $\sim A$ ساختمانی است که هر برهان فرضی برای A را به برهانی برای یک تناقض تبدیل می‌کند. از این رو $A \vee \sim A$ از نظر ساختی معتبر نیست، البته باید توجه کرد که گرچه اصل طرد شق ثالث معتبر نیست اما این بدان معنی نیست که $(A \sim A) \vee \sim A$ درست است. صورت‌های دیگر این اصل، مثل $A \rightarrow A \sim A$ نیز در منطق شهودگرایی معتبر نیستند. بنابراین «برهان خلف» به معنی کلاسیک آن در منطق

شهودگرایی معتبر نیست، زیرا در برهان خلف، استنتاج به این شکل است که وقتی می‌خواهیم حکم A را ثابت کنیم، فرض می‌کنیم چنین نباشد یعنی $\sim A$ - بعد به تناقض می‌رسیم. در منطق کلاسیک در این مرحله A را نتیجه می‌گیریم، اما آنچه که می‌توانیم بگوئیم $\sim \sim A$ - است و چون $\sim A \rightarrow A$ - اصلی معتبر نیست، نمی‌توانیم A را نتیجه بگیریم. براثر نشان داد که برای هر حکم A در منطق شهودگرایی $\sim \sim A \leftrightarrow A$ - بنابراین برهان خلف برای احکامی که به صورت نقیض هستند، یعنی می‌توان آنها را به شکل A - نشان داد، معتبر است.

از نظر معناشناسی نیز بین منطق شهودگرایی و منطق کلاسیک فرقی اساسی وجود دارد. «برخلاف منطق کلاسیک که معناشناسی آن مبتنی بر جهانی ثابت از اشیاء است، جهان معناشناسی منطق شهودگرایی متغیر است. این تغییر هم در اشیاء و هم در امور واقع اتفاق می‌افتد.» (اردشیر، ۱۳۷۶، ۱۱). معناشناسی‌های مختلفی برای بیان جهان متغیر از اشیاء ارائه شده است که از میان آنها می‌توان به معناشناسی کریپکی^۱ و جیرهیتینگ^۲ اشاره نمود.

همان‌طور که ملاحظه شد، پیامدهای ریاضیات شهودگرایی جنبه انقلابی دارند. پافشاری بر روش‌های ساختی به تصویری از وجود در ریاضیات منجر می‌شود که آن چیزی نیست که همه ریاضی‌دانان بدان اعتقاد داشته باشند. برای شهودگرایان، هستی که اثبات وجود آن لازم است، باید در تعدادی مراحل متناهی ساختنی باشد، کافی نیست که فرض عدم وجود آن هستی منجر به تناقض شود. این بدان معنی است که بسیاری از پراهمین وجودی زیادی که در ریاضیات کنونی دیده می‌شوند، برای شهودگرایان قابل قبول نیستند.

از پیامدهای دیگر روش ساختی، نظریه مجموعه‌ها است. از نظر شهودگرایان، یک مجموعه را نمی‌توان به‌عنوان گردایه ساخته و پرداخته‌ای تصور کرد، بلکه باید آن را به‌عنوان قانونی تلقی کرد که به کمک آن عناصر مجموعه را بتوان به یک روال قدم به قدم بنا کرد. این مفهوم مجموعه امکان وجود مجموعه‌های تناقض‌آمیزی مانند «مجموعه همه مجموعه‌ها» را رد می‌کند.

در حال حاضر شهودگرایان در بازسازی قسمت‌های مهمی از ریاضیات کنونی، از جمله یک نظریه پیوستار و یک نظریه مجموعه‌ها توفیق یافته‌اند ولی هنوز راه زیادی در پیش است. اما باید توجه کرد که «از زمان پیدایش کامپیوترها و زبان‌های برنامه‌نویسی مجرد، می‌دانیم که ساختن‌هایی از نوع [روش ساختی ریاضیات شهودگرایی] بازی بیهوده‌ای نیستند. آنها در قلب ریاضیات هستند» (ون دالن، ۱۹۹۸: ۱۸۰).

نتیجه‌گیری

کارل منهایم در بزرگترین اثر خود، *ایدئولوژی و اتوپیا*، اولین صورت‌بندی منظم از جامعه‌شناسی معرفت را بیان می‌کند. وی معتقد است هر پژوهنده‌ای جهان را مطابق مقام و پایگاه اجتماعی خود می‌بیند و «اندیشه بر طبق انتظارات گروه اجتماعی معینی جهت می‌گیرد» (منهایم، کارل ۱۹۳۶: ۲۴۵). اما از نظر او معرفت علمی و ریاضیات حسابی جداگانه دارند. منهایم معتقد است: «اینکه دو ضرب در دو برابر است با چهار، به هیچ روی معلوم نمی‌کند که کی، کجا و توسط چه کسی این قاعده برقرار گردیده، در صورتی که در مورد یک اثر تحقیقی در علوم اجتماعی... می‌توانیم از «نفوذ پایگاه اجتماعی» پژوهنده در نتایج تحقیقی‌اش سخن بگوئیم» (منهایم، ۱۹۳۶: ۲۴۴). در واقع منهایم معتقد است که علوم دقیقه همچون ریاضیات و علوم طبیعی، علمی مستقل از امیال و انگیزه‌های دانشمندان هستند، از این رو نمی‌توان این علوم را به شرایط زندگانی، به ویژه جایگاه و مقام دانشمندی که به بسط و توسعه آنها مشغول است، مرتبط نمود. به بیانی دیگر، عوامل اجتماعی نمی‌توانند در نتایج این گونه اندیشه‌ها تأثیرگذار باشند و نشانه‌هایی که نمایانگر اصل و منشا انسانی آنها است، در این علوم هویدا نمی‌باشد.

با انتشار کتاب *ساختار انقلاب‌های علمی* توسط تامس کوهن در نیمه دوم قرن بیستم تحولی جدید در علم شناسی فلسفی رخ داد. کوهن نشان داد که انتخاب و تصمیمات دانشمندان علوم طبیعی تابعی هستند از آنچه نزد جامعه علمی آنان واجد ارزش هستند و شناخت این انتخاب‌ها مستلزم پژوهشی جامعه‌شناختی است. پیامدهای نظریه کوهن سبب پیدایش جامعه‌شناسی معرفت علمی شد. این تحولات نشان دادند که دانشمندان علوم طبیعی - علمی همچون فیزیک، شیمی و زیست‌شناسی - با محدودیتهای جامعه‌شناختی و تاریخی بی‌شماری محصور شده‌اند. اما معمولاً تصور می‌شود که معرفت ریاضی از این بررسی‌های جامعه‌شناختی مستثنی است. زیرا ریاضیات صرفاً یکسری مدل‌های مجرد منطقی به همراه علایم صوری بوده که به دور از ویژگی‌های روانی و شخصیتی ریاضی‌دانان و خصوصیات و تعلقات جامعه‌ای که در آن زندگی می‌کنند، در ذهنشان شکل می‌گیرد. بنابراین معرفت ریاضی یقینی‌ترین معرفت بشری است.

اما بررسی‌های جامعه‌شناختی - تاریخی نشان می‌دهند که ریاضی‌دانان و معرفت ریاضی که می‌سازند، همچون حوزه‌های معرفتی دیگر، متأثر از شرایط اجتماعی هستند که پدیدآورندگان آنها در آن زندگی می‌کنند. همان‌طور که دیدیم شرایط اجتماعی رمانتیسیم در قرن نوزدهم از عوامل مهمی بود که سبب پیدایش ریاضیات شهودگرایی شد.

از میان آثار متعدد پژوهشی منتشره شده در دو دهه اخیر، هیچ کدام جالب تر و شگفت‌انگیزتر از معرفت‌شناسی اجتماعی مکتب ادینبورا نیست. دیوید بلور^۱، نظریه پرداز برجسته این مکتب، معتقد است که ویتگنشتاین خصلت اجتماعی ریاضیات را در اندیشه‌ای بسیار عمیق چنین بیان می‌کند: «ریاضیات و منطق مجموعه‌ای از هنجارها هستند، منزلت هستی‌شناختی منطق و ریاضیات همانند منزلت یک نهاد است، آنها ماهیتاً اجتماعی‌اند» (به نقل از زیباکلام، ۱۳۸۴: ۸۰).

منابع

- ۱- باربور، ایان. علم و دین، بهاء‌الدین خرمشاهی، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۲.
- ۲- کاسیرر، ارنست، عصر روشنگری، عبدالله موذن، نشر نیلوفر، ۱۳۷۰.
- ۳- کرایب، یان، نظریه اجتماعی کلاسیک، شهناز مسمی پرست، نشر آگاد، ۱۳۸۲.
- ۴- سیر، رابرت و لووی، میشل، رمانتیسم و تفکر اجتماعی، یوسف ابازری، در مجله ارغنون سال اول شماره ۲، ۱۳۷۳.
- ۵- جعفری، مسعود، سیر رمانتیسم در اروپا، نشر مرکز، ۱۳۷۸.
- ۶- لیلیان، فورست، رمانتیسم، مسعود جعفری جزئی، نشر مرکز، ۱۳۷۵.
- ۷- وان دالن، دیرک، برآورد و توپولوژی، ابوالقاسم لاله، نشر ریاضی، سال ۹، شماره ۱، ۱۳۷۶.
- ۸- اردشیر، محمد، شهردگرایی برآوردی، نشر ریاضی، سال ۹، شماره ۱، ۱۳۷۶.
- ۹- مارکس، کارل، دست نوشته‌های اقتصادی و فلسفی ۱۸۴۴، حسن مرتضوی، نشر آگاد، تهران، ۱۳۷۷.
- ۱۰- ایوز، هاورد، آشنایی با تاریخ ریاضیات، دکتر محمد قاسم وحیدی اصل، ج ۲، نشر دانشگاهی، ۱۳۶۸.
- ۱۱- زیباکلام، سعید، معرفت‌شناسی اجتماعی: طرح و نقد مکتب ادینبورا، سمت، تهران، ۱۳۸۴.
- 12- Van Stigt, Walter. P Brouwer's Intuitionism, 1990.
- 13- Elsevier Science Publishing Company, INC.
- 14- Brouwer, L.E.J "Lif, Art, and Mysticism". 1905, translated by Walter, P. van Stight Notre Dame Journal of Formal Logic, Vol 37, No 3. 1996
- 15- Brouwer, L.E.J. Collected Works I. Consciousness, Philosophy, and Mathematics 1948 ed. A. Heyting. North - Holland Publ. Co, Amsterdam. 1980.
- 16- Brouwer, L.E.J. Collected Works I "On the Foundations of Mathematics." Dissertation 1907 ed. A. Heyting. 1980.
- 17- Van Dalen, Dirk "What is Mathematics? Intuitionistic Reflections", in Issues in Contemporary Western Philosophy, the World Congress of Mulla Sadra, Collected Papers, Vol. 1998.
- 18- Dabundo, Laura ed *Encyclopdia of Romanticism: Culture in Britain*, 1780 s- 1830 s New York: Garland. 1992.
- 19- Mannheim, Karl 1936 *Ideology and Utopia*, London and Henley. Routledge & Kegan Pual. 1975.