

## تأملی در آرای موسیقی خیام

ساسان سپینتا

استاد دانشگاه اصفهان

شهرت حکیم عمر خیام نیشابوری اغلب به سبب رباعیاتی است که بیش‌تر آنها را به او منسوب کرده‌اند، همچنین باید یادآور شد که مقام علمی وی تا حد زیادی تحت‌الشعاع جنبه‌ی شاعری او قرار گرفته است؛ تا آنجا که از نظر منش و اعتقادات نیز وی را غیر از آنکه بوده است معرفی نموده‌اند.

مشهورترین اثر خیام رسالهٔ جبر و مقابله است. او در این رساله، ضمن بحث از قضایای ریاضی در چند مورد به حمد خداوند متعال پرداخته و از روی اخلاص از او مدد جسته و هدایت طلبیده است. یکی دیگر از آثار ریاضی خیام رسالهٔ فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس است و وی در مقاله‌ی سوم آن درباره‌ی «نسبت مؤلفه» یا «نسبت تألیفیه‌ی موسیقی» و فرق آن با «نسبت تألیفیه‌ی هندسی» اشاراتی به میان آورده است. استاد جلال‌الدین همایی، در معرفی این رساله نوشته است اولین کسی که اطلاع صحیحی از متن و اسم و رسم آن به‌دست داده و حتی بخشی از رساله را در یکی از آثار خود نقل کرده است نصیرالدین طوسی (ف. ۶۷۲هـ) در الرسالة الشافیة عن الشک فی الخطوط المتوازية است، ولی این رساله‌ی خواجه نصیر در ۱۳۵۹هـ در حیدرآباد دکن به چاپ رسید و در دسترس همگان قرار نگرفت. بنا بر این تنها قلیلی از اهل تحقیق از وجود آن آگاهی یافتند و به تبع، متن رسالهٔ فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس، با فرهنگ، ۲۹-۳۰، بهار - زمستان ۷۸، صص ۷۵-۸۳

همه‌ی اهمیت، در قرن‌های گذشته در پرده‌ی استتار ماند (جلال‌الدین همایی ۱۳۴۶: صص ۱۲۳، ۳۳۸).

علاوه بر چند خاورشناس اروپایی که در قرن هجدهم میلادی به انتشار رساله‌ی مذکور همت گماردند، در ایران برای نخستین بار متن عربی آن همراه با مقدمه‌های فارسی و عربی و دو صفحه عکس نسخه‌ی خطی متعلق به کتابخانه‌ی گوتای آلمان، از سوی دکتر تقی ارازی در اسفند ۱۳۱۴ ه‍.ش در تهران به چاپ رسید. در این رساله، خیام از رساله‌ی شرح المشکل من کتاب الموسیقی خود نیز یاد کرده است.

استاد همایی، ضمن کتاب خیامی‌نامه‌ی خود، برای نخستین بار متن عربی «رساله‌ی موسیقی» خیام را به چاپ رسانید و در این باره گوید:

در این گفتار باز یکی از مصنفات ریاضی مسلم حکیم خیام را معرفی می‌کنیم به نام شرح المشکل من کتاب الموسیقی که من سراغ ندارم تا امروز هیچ کجا حتی اسم این کتاب را در جزو مصنفات خیام ذکر کرده باشند تا به شرح خصوصیات و تعریف مزایای آن چه رسد! (جلال‌الدین همایی ۱۳۴۶: ص ۳۳۸)

استاد همایی تاریخ تألیف رساله‌ی مذکور را قبل از ۴۷۰ ه‍.ق می‌داند.

در اینجا باید متذکر شد که حکمای قدیم برای اصول علم ریاضی، چهار شعبه قایل بودند که عبارت از حساب، هندسه، هیئت و موسیقی بود و در موسیقی، به مناسبت تناسب نغمات با یکدیگر، از «نسبت مؤلفه» نیز صحبت می‌داشتند. بنا بر این باید اثر یادشده را هم جزو تألیفات ریاضی خیام منظور داشت.

استاد همایی احتمال می‌دهد منظور خیام از «کتاب موسیقی» که مشکلات آن را شرح کرده است، «کتاب موسیقی اقلیدس» باشد و این همان کتابی است که ابن ندیم (ف. ۳۷۸ ه‍.ق) آن را در الفهرست از زمره‌ی آثار اقلیدس به نام کتاب النغم و يعرف بالموسیقی ثبت نموده است. در واقع همان‌گونه که خیام کتاب اصول هندسه و حساب اقلیدس را شرح کرده، به شرح «کتاب موسیقی» او نیز پرداخته است. استاد همایی در پایان خیامی‌نامه، متن عربی چهارصفحه‌ای منسوب به خیام را از روی نسخه‌ی موجود در ترکیه به چاپ رسانیده و احتمال داده است که این چند صفحه، یک فصل یا صفحاتی از شرح خیام بر «کتاب موسیقی» اقلیدس باشد که به دست ما رسیده است.

از آنجا که نسخه‌ی خطی مذکور، منحصر است و تصحیح اشکالات موجود در آن به آسانی میسر نیست، به ناچار باید از طریق بررسی موازین ریاضی اعدادی که به رقم و به حرف (عربی) ذکر شده است به رفع مشکلات و شبهات آن پرداخت. خیام در رساله‌ی خود از همان روشی استفاده کرده است که دانشمند سلف او ابونصر فارابی (ف. ۳۳۹هـ) در کتاب جامع موسیقی کبیر، فارابی می‌نویسد:

... موسیقی جزئی از ریاضیات است، چه نغمه و لواحق آن را می‌توان به اعتبار مقدار و کمیت مورد بررسی قرار داد. به همین وجه است که صنعت اوزان نیز به ریاضیات تعلق می‌یابد... برخی از مبادی موسیقی از معلومات بدیهی، برخی از علم طبیعی، برخی از صنعت هندسه، برخی از صنعت عدد (علم حساب) و برخی دیگر از صنعت موسیقی عملی (سنت موسیقی) اخذ می‌شود. (ابونصر فارابی ۱۳۷۵: ص ۸۱)

سپس نسبت بین طولِ تار (سیم) یک ساز را با زیری و بمی نغمه‌ی حاصل از آن یادآور می‌شود و چنین بیان می‌دارد:

از آنجا که بدهای موسیقی به انواع مختلف‌اند، گاه تقسیم و گاه جمع می‌شوند. لذا بر پژوهنده‌ی این صنعت لازم است که برخی از انواع نسبت‌های عددی و جمع و تفریق آنها را بشناسد. و این جمله جزو صنعت عدد (علم حساب) است. (ابونصر فارابی ۱۳۷۵: ص ۸۱)

فارابی در کتاب مذکور، بهترین و کامل‌ترین اتفاق‌ها (همنواپی) را از حیث کمال و ملایمت، اتفاق ذی‌الکل (اُکتاو<sup>۱</sup> یا هنگام) و بعد ذی‌الخمس (پنجم) و بعد ذی‌الاربع (چهارم) می‌شمارد. آنگاه از عدم پذیرش بعد فضله (نیم‌پرده) از سوی بسیاری از فیثاغوریان انتقاد کرده و دلیل آن را چنین بیان داشته است که اصحاب موسیقی عملی (نوازندگان) آن را می‌پذیرند و این بعد در بسیاری از الحان وجود دارد. فارابی آن گروه از موسیقی‌دانان بلاد عرب را که به راه ریاضی‌دانان یونان قدیم رفتند و در مورد تعداد نغمه‌های موسیقی و تجانس آنها، به یاری فطرت خود و سمعی (شنیداری) رفتند، بیش‌تر مقرون به حقیقت می‌داند و برای استخراج نغمه‌ها تعیین اندازه‌ی بخش‌های تار (سیم)ها را کافی نمی‌داند بلکه گوش تربیت‌شده را لازم می‌شمارد.

رساله‌ی مورد بحث ما از خیام بر مبنای اقسام «جنس» است. فارابی درباره‌ی

«جنس»ها گوید:

ریاضی‌دانان قدیم، بُعد «ذی‌الاربع» منقسم به سه بعد را «جنس» می‌خواندند، ... آن جنسی که یکی از ابعادش از نسبت مجموع دو بعد دیگر بزرگ‌تر نباشد، «جنس قوی» یا «جنس مقوی» خوانده می‌شود و آن که نسبت یکی از ابعادش از مجموع دو بعد دیگر بزرگ‌تر باشد، «جنس لئین» نام دارد. (ابونصر فارابی ۱۳۷۵: صص ۱۳۴-۱۳۵)

جنس قوی را که فارابی نام برده است با «مازور» و جنس لئین را با «می‌نور» می‌توان قیاس نمود. همان‌گونه که یادآور شدیم قدما زیری و بمی نغمه‌های موسیقی را بر اثر کمیت طول و تریا سیم ساز، تعیین می‌کرده و سازی را که اغلب برای این منظور مورد استفاده قرار می‌داده‌اند عود بوده است که این ساز نیز بازمانده‌ی بربط دوره‌ی ساسانی است. قدما دو صدای موسیقی را «بُعد» می‌خواندند و ابعاد را به دو طبقه‌ی «مطبوع» و «نامطبوع» تقسیم می‌کردند. اصطلاحات ملایم (مألوف) و متنافر نیز در این موارد به‌کار رفته و تقسیم ابعاد (فواصل) بدین ترتیب بوده است: فاصله‌ی عظام (در اصطلاح خیام: «بعد اعظم») فاصله‌ی است که از هنگام (اُکتاو) تجاوز کند. این فاصله را در اصطلاح موسیقی امروز، فاصله‌ی ترکیبی می‌نامند. گذشتگان، همچنین، فاصله‌ی چهارم را ذوالاربع و فاصله‌ی پنجم را ذوالخمس و این دو فاصله را «اوسط» نامیده بودند. در اینجا باید متذکر شد که اصول گام‌های قوم آریایی، بیش‌تر بر ذوالاربع (تتراکورد<sup>۲</sup>: چهارم درست) قرار داشت. این فاصله در موسیقی قدیم ایران دارای اهمیت بود و در موسیقی کنونی کشور ما نیز چنین است. خیام در «رساله‌ی موسیقی» خود، انواع ذوالاربع یا تتراکورد (دانگ) را مورد بررسی قرار داده و فواصل آنها را با اعداد ریاضی به‌دست داده است. او بیست و یک نوع ذوالاربع را فهرست کرده و در مقدمه‌ی رساله‌ی خود از سه نوع ذوالاربع «قوی»، «ملون» و «رخو» یاد نموده است.

از دو نوع ذوالاربع «قوی» و «ملون» قبلاً یاد کردیم؛ نوع «رخو» یا تألیفی (انارمونیک) آن است که در آن، یک فاصله بزرگ‌تر از مجذور مجموع دو فاصله‌ی دیگر باشد. در این قسمت انواع بیست و یک‌گانه‌ی ذوالاربع را که خیام در رساله‌ی خود آورده — و نگارنده، اعداد این دانشمند را به واحد کنونی سنت<sup>۳</sup> تبدیل نموده است — ذکر می‌کنیم و مواردی از آن را که قابل تطبیق با گام‌های موسیقی کنونی ایرانی است و نویسنده‌ی مقاله‌ی حاضر آنها را مورد سنجش آزمایشگاهی قرار داده است، مقایسه می‌نماییم.

ذوالاربع‌های بیست و یک‌گانه‌ی رساله‌ی خیام\*

سنت	ذوالاربع
۲۳۱-۲۳۱-۳۵	۱. اگر ۳۵ نباشد، قوی و زیبا است.
۲۰۴-۲۰۴-۹۰	۲. در اکثر شهرها قوی و بسیار خوش‌آهنگ است.
۱۸۲-۱۸۲-۱۳۳	۳. فارابی این را آورده است اما «مألوف» نیست.
۲۳۱-۲۰۴-۶۳	۴. قوی و بسیار زیبا است.
۲۰۴-۱۸۲-۱۱۲	۵. قوی و بهترین نوع نزد فارابی است.
۱۸۲-۱۶۴-۱۵۰	۶. زیبا است.
۲۳۱-۱۸۲-۸۵	۷. زیبا است.
۲۰۴-۱۶۴-۱۲۹	۸. قوی، فارابی آورده است، اما به خاطر فاصله‌ی طنینی که دارد موافق و همخوان نیست.
۲۰۴-۱۳۸-۱۵۵	۹. نوع دیگری که ابن سینا آورده است.
۲۳۱-۱۲۸-۱۳۸	۱۰. نوع دیگری که ابن سینا آورده است. ولی خوش‌آهنگ نیست.
۳۱۶-۸۸-۹۳	۱۱. نخستین نوع ملون
۳۱۵-۱۱۹-۶۳	۱۲. دومین نوع ملون
۳۱۵-۴۴-۱۳۸	۱۳. سومین نوع آن خوش‌آهنگ نیست ولی همخوانی دارد. گمان می‌کنم فارابی نیاورده باشد.
۳۱۵-۷۰-۱۱۱	۱۴. چهارمین نوع آن خوش‌آهنگ است.
۲۶۷-۱۱۹-۱۱۱	۱۵. پنجمین نوع آن زیبا است ولی فاصله‌ی بزرگ‌تر (بعد اعظم) را به خاطر تخفیف، آخر جمع گذاشتم و این هم ضرری ندارد.
۲۶۷-۱۵۰-۸۰	۱۶. ششمین نوع آن نیز زیبا است.
۲۶۷-۱۸۲-۴۹	۱۷. هفتم خوش‌آهنگ نیست.
۳۸۶-۵۵-۵۷	۱۸. اولین نوع تألیفی
۳۸۶-۴۴-۶۸	۱۹. دومین نوع تألیفی؛ این نوع همخوان است.
۳۸۶-۶۳-۴۸	۲۰. سومین نوع تألیفی؛ این دو نوع با وجود زیبایی، در کتاب‌های قدما نیامده است و در این مورد سهو کرده‌اند.
۳۸۶-۷۳-۳۸	۲۱. چهارمین نوع به خوش‌آیندی انواع دوم و سوم نیست. انواع دیگری هم هست ولی خوش‌آیند نیست، وقتی نسبت‌ها خیلی کوچک شود، خوش‌آهنگی آنها با گوش حس نمی‌شود.

از انواع فوق، ردیف‌های ۱، ۲، ۴ (با جابه‌جایی دو عدد سمت چپ)، ردیف ۵ (با جابه‌جایی دو عدد سمت چپ)، ردیف ۷ و نوع دیگر و مورد بعدی آن و دومین و سومین (با جابه‌جایی اعداد) نوع ملون و چهارمین و ششمین نوع آن و اولین نوع تألیفی و دومین و

\* تبدیل به واحد سنت از نگارنده است.

سومین نوع آن (با جابه‌جایی اعداد سمت چپ) پیش از خیام، در «رساله‌ی موسیقی» ابن سینا (ف. ۴۲۸هـ.ق) ذکر شده و استاد برکشلی نیز در یکی از مقاله‌های خود ذوالاربع‌های ابن سینا را فهرست کرده است (مهدی برکشلی ۱۳۵۹: صص ۳۲۴-۳۲۶). شایان توجه است که خواجه نصیرالدین طوسی هم در «رساله‌ی موسیقی» خود، فواصل مورد پذیرش گوش را به ترتیب اولویت هنگام (اکتاو)، پنجم و چهارم می‌داند (←: داود اصفهانیان و ساسان سینتا ۱۳۷۰).

نگارنده، بر مبنای سنجش‌های آزمایشگاهی که روی قدیمی‌ترین آثار مضبوط استادان نوازنده چون محمدصادق خان سرورالملک (رئیس گروه نوازندگان ناصرالدین شاه)، نایب اسدالله (استاد نی)، میرزا حبیب سماع‌حضور (استاد سنتور)، میرزا عبدالله و آقا حسینقلی (استادان تار) و دیگر نوازندگان دوره‌ی ناصری — که از استوانه‌های مومی حافظ‌الاصوات مورد بازیافت صوتی — انجام داده‌ام، ابعاد فواصل اجرایی آنها را نیز استخراج و با دستگاه‌های الکتروآکوستیک برآورد و بر مبنای واحد سنت، آن فواصل را تعیین و با گام‌های طبیعی (زارلن)، فیثاغورس و گام تعدیل‌شده‌ی باخ مورد مقایسه قرار داده‌ام (←: ساسان سینتا ۱۳۷۷).

بر حسب مقایسه‌ی فواصل ذوالاربع‌های رساله‌ی خیام (که مقادیر آن ذکر شد) با گام اجرایی موسیقی دستگاهی ایران، ملاحظه می‌شود که دومین مورد نوع قوی که خیام آورده و آن را بسیار خوش‌آهنگ نامیده است، و در اغلب شهرها جز آن به کار نمی‌رود، با مقام عشاق قدیم که در شرح ادوار صفی‌الدین ارموی آمده است تطابق دارد و همان دایره‌ی عشاق است که در قدیم نیز جزو دوایر مقامات بوده است. این دایره، از زمره‌ی نوبات اندلسی است که از روزگار زریاب (قرن سوم هجری قمری)، شاگرد ابراهیم موصلی (ف. ۱۸۸هـ.ق) و موسیقی‌دان و نوازنده‌ی برجسته‌ی بارگاه مهدی خلیفه‌ی عباسی (حک. ۱۵۸-۱۶۹هـ.ق) ذکر شده است (←: م.ح. آریان ۱۳۷۲). نوبت دهم به نام عراقی عجم و نوبت یازدهم به نام عشاق از همان نوع سابق‌الذکر است که خیام آورده است.

از مقایسه‌ی این نوع ذوالاربع با موسیقی دستگاهی ایران، یادآور می‌شوم که شباهت نام «عشاق» با گوشه‌ی عشاق که اکنون در آواز دشتی یا اصفهان نواخته و خوانده می‌شود، نباید موجب گردد که آن دو را یکی فرض کنیم. استاد علینقی وزیرری به هنگام تدریس

دستگاه مهور — از کتاب دستور ویلن خود — به نگارنده یادآور شدند که مقام عشاقِ قدیم، از نظر فواصل (ابعاد) مانند دستگاه مهور امروزی بوده است و گام آن نیز همان است. بنا بر این مضاعفِ دوم که خیام بیان می‌دارد عبارت از یک دانگ است که از توالی دو پرده‌ی ۲۰۴ سنتِ متوالی و یک نیم‌پرده‌ی ۹۰ سنت تشکیل شده است و، در مجموع، فاصله‌ی چهارم ۴۹۸ سنت را تشکیل می‌دهد. این ابعاد با بعدها‌ی گام دستگاه مهور و راست‌وینج‌گاه موسیقی دستگاهی امروز ایران منطبق است.

در اینجا یادآور می‌شوم که این دانگ شباهت به گام فیثاغورس دارد؛ ولی در گام موسیقی کنونی ایران، پرده‌ها (فاصله‌ی دوم بزرگ) در حدود ۲۰۵ سنت اجرا می‌شود و بنا بر این اختلاف یک سنت با فاصله‌ی مذکور در رساله‌ی خیام، با گام طبیعی (زارلن) و فیثاغورس قابل تطبیق است و می‌توان از این میزان اختلاف اغماض نمود.

در بین سایر فواصل ذوالاربع‌های بیست و یک‌گانه‌ی خیام، علاوه بر فاصله‌ی دوم بزرگ که در قدیم آن را «طنینی» می‌نامیدند (۲۰۴ سنت) و فاصله‌ی نیم‌پرده (دوم کوچک) که در گذشته «بقیه» نامیده می‌شد (و حدود ۹۰ سنت بود) فواصل دیگری مانند یک پرده‌ی گام طبیعی (زارلن: ۱۸۲ سنت) نیز در سومین، پنجمین، ششمین، هفتمین و گونه‌ی هفتم از سومین نوع ملونِ خیام آمده و فاصله‌ی نت‌های کرن (d-e) در سومین ذوالاربع وی به کار رفته است. با اینکه خیام می‌نویسد فارابی کاربرد دو پرده از گام طبیعی و فاصله‌ی اخیر را بیان داشته است، مع‌الوصف آن را مطبوع نمی‌شمارد و طبیعی است که امروز نیز این ذوالاربع به گوش خوش‌آهنگ نباشد.

خیام در رساله‌ی خود یادآور شده است که وقتی نسبت‌ها خیلی کوچک شود، نغمه‌ها به گوش خوش‌آیند نیست و این می‌رساند که وی فقط به محاسبات ریاضی اکتفا نکرده و خود نیز دارای حس تشخیص نغمات موسیقی مطبوع بوده است و احتمال دارد مانند اکثر شعرای آن عهد، به صورت عملی هم دستی در نوازندگی ساز داشته باشد.

فاصله‌ی آغازی ذوالاربع‌های تألیفی خیام، با اختلاف ۳۶ سنت، همان فاصله‌ی شروع دستگاه سه‌گاه امروزی است. ولی سه فاصله‌ی بعدی آنها با درجات گام سه‌گاه تطابق ندارد. دو فاصله‌ی دوم و سوم ذوالاربع بعد از ردیف ۸ خیام (نوع دیگری که ابن سینا آورده است) در دستگاه همایون و گوشه‌ی شوشتری — که جزو موسیقی سنتی امروز ایران

نواخته می‌شود — نیز موجود است.

مجموع فواصل ذوالاربع‌های خیام، اغلب با ذوالاربع‌های گام فیثاغورس و گام طبیعی (زارلن) مطابق است و در حدود ۲ سنت با ذوالاربع مرسوم موسیقی کنونی ایران تفاوت دارد. از قیاس ابعاد ذوالاربع‌های رساله‌ی خیام چنین برمی‌آید جز معدودی از آنها که یادآور شدم، بقیه‌ی ابعاد در موسیقی دستگاهی کنونی ایران مرسوم نیست. برخی از این ابعاد به گوش خود خیام نیز خوش‌آیند نبوده است. با محاسبه، معلوم می‌شود که برخی فواصل گام طبیعی (زارلن) که در ذوالاربع‌های مذکور آمده، در طول زمان راه تعدیل پیموده است و به گام تعدیل‌شده‌ی باخ (ف. ۱۷۵۰م) نیز نزدیک است. در اینجا باید افزود که فارابی در تقسیم ذوالاربع به سه بُعد، گام معتدل را در عمل موسیقی پذیرفته و با واحد خود، آن فواصل را به صورت ۱۲-۲۴-۲۴ پیشنهاد کرده است (←: ابونصر فارابی ۱۳۷۵).

### توضیح

۱. نتایج عرضه‌شده‌ی گام موسیقی کنونی ایران و مقایسه‌ی آنها با آرای خیام، حاصل بررسی‌های آزمایشگاهی نگارنده است.
۲. واحد سنت (Cent) از ابتکارهای الکساندر ج. الیس دانشمند انگلیسی است. او یک اکتاو موسیقی را در گام تعدیل‌شده، به ۱۲۰۰ سنت تقسیم کرده است.

### کتابنامه

- آریان، م.ح. «نوبات و موشحات اندلسی». ۱۳۷۲. کتاب ماهور، ج ۳، تهران.
- اصفهانیان، داود و سینتا، ساسان. ۱۳۷۰ (بهار و تابستان). «رساله‌ای از خواجه نصیرالدین طوسی در علم موسیقی»، نشریه دانشکده ادبیات و علوم انسانی دانشگاه تبریز، س ۳۴، ش ۱۳۸-۱۳۹.
- برکشلی، مهدی. ۱۳۵۷. اندیشه‌های علمی فارابی درباره موسیقی (مجموعه سخنرانی‌های مهدی برکشلی). تهران: پژوهشگاه موسیقی‌شناسی ایران.
- \_\_\_\_\_ . ۱۳۵۹. «موسیقی ابن سینا»، مجموعه مقالات و سخنرانی‌های هزاره ابن سینا، ۲-۷ اسفند، تهران: انتشارات کمیسیون ملی یونسکو در ایران، صص ۳۰۷-۳۲۹.
- حافظ (مراغی)، عبدالقادر بن غیبی. ۱۳۷۰. شرح ادوار با متن ادوار و زائد القوائد، به اهتمام تقی بینش، تهران: مرکز نشر دانشگاهی.



## تأملی در آرای موسیقی خیام ۸۴

خیام، عمر بن ابراهیم. ۱۳۱۴. رساله فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس. به اهتمام تقی ارانی، تهران: چاپخانه سیروس.

سینتا، ساسان. ۱۳۷۷. «بررسی‌های جدید آزمایشگاهی در مورد گام موسیقی ایران»، فصلنامه‌ی ماهور، س ۱، ش ۱، تهران.

فارابی، ابونصر. ۱۳۷۵. کتاب موسیقی کبیر، ترجمه‌ی آذرتاش آذرنوش، تهران: پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی.

همایی، جلال‌الدین. ۱۳۴۶. خیامی‌نامه، ج ۱، تهران: انجمن آثار ملی.

هوشیار، صفورا و باقری، محمد. ۱۳۷۶. «رساله‌ی موسیقی خیام از دیدگاه ریاضیات»، رهپویه هنر، ش ۴۳، تهران، صص ۴۲-۶۳.



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی



پروفیسر شکیل احمد

پرتال جامع علوم انسانی