تخصیص کلاسهای درس با برنامه ریزی خطّی

نوشته : کارل گوسلین و میچل تروچون

ترجمه: ماشا ءاله بصیرزاده

دانشگاه شهید چمران اهواز

چکیده:

در این مقاله روشی برای تخصیص کلاس های درس در یك موسسه آموزشی ارائه شده است. این روش بر اساس مدل برنامه ریزی خطی است که در آن یك تابع جریمه کمینه می شود. این کار با مقادیر پیش فرضی که برای بعضی پارامترهایی که طبق این روش تدارك دیده می شوند انجام می پذیرد.

در این مدل ابتدا کلاسهای واقعی را تا حد امکان به تقاضاها واگذار می شود. همچنین تلاش می شود تا این کار برای کلاسهای با بیشترین اولویت به انجام رسد و سرانجام هنگامی که برای برقراری تابع هدف اولیه لازم است از کلاسهای اولویت داده شده صرفنظر گردد. سعی شود تا این انصراف بطور یکسان بین تقاضاها توزیع گردد. همچنین ممکن است کار بر طبق مقادیر پیش فرض در تابع جریمه بعضی تقاضاهای اختصاص داده شده به تقاضاها را مورد توجه قرار دهد قیود، کلاسهای قابل دسترس در ساعات مختلف روز و تقاضاها برای این کلاسها را تشکیل می دهند.

چون این روش تمام واگذاریهای ممکن را بطور ضمنی مورد بررسی قرار می دهد باید نتایج آن بهتر از تخصیص های دستی باشد. نتایج کاربردهای تجربی این موضوع را تائید می کند. تعداد تقاضاها را می توان به صورت معیار اصلی در نظر گرفت بعلاوه روش خودکار برای هماهنگ ساختن مساله و یافتن جواب آن و کاهش قابل توجه زمان صرف شده به این کار ساخته شده است.

مقدمه:

در این مقاله روشی کاملا خودکار برای تخصیص [1] کلاسهای درس بین دوره ها و تقاضاهای متفاوت

عرضه می شود. ثمر بخشی، سرعت و سهولت به کار گیری عملیات این روش به اثبات رسیده است و دارای دو مرحله است.

در مرحله نخست کلاسها بر حسب ویژه گی و تقاضاها بر حسب انواع گروه بندی می شوند و یك مدل برنامه ریزی خطی مشخص می سازد که چند مورد از هر نوع تقاضا می تواند و باید بر حسب کلاس با هر ویژه گی پاسخ داده شود و در مرحله دوم یك الگوریتم ساده کلاس خاصی را با هر تقاضا به گونه ای مرتبط می سازد که با حل مدل برنامه ریزی خطی[۲] سازگار باشد. در این مدل یك تابع جریمه[۳] بامقادیر پیش فرض[۴] از بعضی پارامترها که طبق روش فراهم آمده اند کمیته ساخته می شود و در ابتدا حتّی الامکان کلاسهای واقعی به تقاضاها واگذار می گردد، همچنین در جستجوی انجام کار با برگزیدن مطلوب ترین کلاسها بر می آید. سرانجام برای استفاده از کلاسهای واقعی مورد نیاز، این امکان فراهم می شود که در صورت لزوم بطور یکنواختی کلاسها با تقاضاها همسان گردد. با اصلاح مقادیر پیش فرض در تابع جریمه کاربر ممکن است اهمیّت نسبی تقاضاهای مختلف را به خوبی تابع اولیه تغییر دهد. قیود مربوط به کلاسهای موجود قابل دسترس در ساعات مختلف روز و تقاضا برای آن کلاسها در نظر گرفته می شود.

دیگران کاربرد برنامه ریزی خطی برای مدیریت دانشگاهی را مورد بررسی قرار داده اند که در این ارتباط مطالعات والهاوس[۵]، دایر و مولوی[۶] و هوپکینز[۷] و همکاران را می توان برای مثال ذکر نمود. اما هیچکدام بحثی راجع به کاربرد برنامه ریزی خطی برای واگذاری کلاسها را ارائه ننموده اند، بعلاوه در مقایسه با جنبه های دیگر مدیریت منابع در موسسات آموزشی، در این مورد سوابق و مطالعات کمتری وجود دارد.

نمی توان گفت که ابراز کامپیوتری برای تخصیص کلاسهای درس وجود ندارد. بهرحال کلیه برنامه هایی که منسوب به مولفین می باشند اساساً خلاصه ای از روشهای دستی اند که غالبا با کامپیوتر انجام می پذیرند. مقایسه نتایج روش ارائه شده در این مقاله با دیگر برنامه های کامپیوتری امکانپذیر نیست، اما مقایسه آن با تخصیص کلاسها به شیوه دستی در دانشگاه لاوال[۸] نمونه خوبی از عملکرد این روش در برآوردن تعداد تقاضاهایی است که می توان به آنها پاسخ داد.

در این مقاله ابتدا مسئله برنامه ریزی خطی فرمولبندی و با مثالی نشان داده شده است. سپس الگوریتمی برای تخصیص کلاسها به تفصیل بیان می گردد و به دنبال آن توصیف مختصری از روش کاملا خودکار، گزارشی از عملکرد روش و بحثی راجع به سطح مناسب تلفیق و نتیجه گیری ارائه می گردد.

مدل برنامه ریزی خطی

بدون آنکه به کلیّت موضوع خللی وارد شود واگذاری کلاسهای درس به صورت روزانه انجام می شود. فرض کنید تقاضاها بر حسب ویژه گی کلاسها بیان شوند، یعنی تعداد صندلی ها، نوع تجهیزات و غیره. تقاضایی برای یك کلاس در یك یا چند ساعت معین از روز می باشد که با کلاس مشابه ای برآورده می شود. برای آنکه احتمال تامین تقاضا برای کلاسهای متفاوت در زمانهای مختلف وجود داشته باشد باید صرفا تقاضای مجزا برای هر کدام از ساعات مورد نیاز در یك تقاضا مشخص شود.

برای پرهیز از به کار بردن نمادهای مبهم، فرض می شود تمام کلاسها در تمام ساعات روز قابل دسترس اند هرچند این مورد در کاربردهای واقعی مصداق ندارد.

به دلایل عملی فرض می شود که کلاسها به دسته هایی متناظر از جهت اندازه، محل، شکل، نوع تجهیزات و غیره و بطور مشابه به تقاضاها بر حسب نوع، ساعات مورد نیاز و ویژگی کلاسهای مورد نظر گروه بندی می شوند که پاسخگوی تقاضاها باشند. مسأله در مرحله اول عبارتست از تعیین اینکه چه تعداد تقاضا از هر نوع باید و می تواند با کلاسها از دسته های مختلف برآورده شود.

نمادهای زیر را تعریف می کنیم:

تعداد ساعات روز که باید مورد توجه قرار گیرد با شاخص	NH h=1,...,NH
تعداد انوع تقاضاها با شاخص	ND D=1,...,ND
مجموعه تقاضاهای نوع D	E_D
تعداد دسته های کلاسها با شاخص	NS S=1,...,NS
مجموعه کلاسها در دسته S	F_S
مجموعه دسته های کلاس که می توانند تقاضای نوع D را برآورده نمایند.	P_D

برای هر مجموعه متناهی E، n(E) نشان دهنده تعداد عناصر آن می باشد. بعلاوه فرض شده است که دسته NS از کلاسهای فرضی [۹] که می توانند تمام تقاضاها را برآورده نمایند نیز در نظر گرفته شده است. که تعداد آنها $n(F_{NS})$. حداقل به بزرگی $\Sigma_D n(E_D)$ می باشد و حضور آنها اطمینان می دهند تا مسأله ای که فرمولبندی می شود همیشه دارای یك جواب شدنی باشد. به کار بردن این کلاسهای فرضی با اعمال جریمه های سنگین در تابع هدف کمینه می شود.

برای هر (S,D) بطوریکه $S \in P_D$ فرض شده است X_{SD} متغیر صحیحی باشد که نشان دهنده تعداد تقاضاهای نوع D که باید با کلاسهای دسته S تامین شوند. بردار این متغیرها با <XSD> نشان داده شده است بعلاوه C_{SD} جریمه مربوط به هر X_{SD} در نظر گرفته شده و برای هر (D,h) ، اسکالر a_{Dh} بشرح زیر در نظر گرفته شده است:

$$aDh=\begin{cases} 1 & \text{اگر ساعت h تقاضای نوع D را شامل شود.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت.} \end{cases}$$

مسأله عبارتست از تأمین کلیه تقاضاها با کلاسهای واقعی یا فرضی در حالیکه هم زمان مجموع جریمه‌ها کمینه می گردد و اساسا بشکل زیر می باشد:

کمینه سازی:

$$\min \Sigma_D \Sigma_{S \in P_D} C_{SD} X_{SD}$$

مقید به:

(۱) برای تمام S,h ها

$$\Sigma_D a_{Dh} X_{SD} \le n(Fs)$$

(۲) برای تمام D ها

$$\Sigma_S x_{SD} = n(E_D)$$

برای تمام D و تمام Sهای متعلق به P_D

$$X_{SD} \ge 0 \quad \text{صحیح و}$$

قید ۱ [۱۰] تضمین می کند که در هر لحظه از زمان داده شده متجاوز از کلاسهای موجود از هر دسته واگذار نشود، در حالیکه قید (۲) لزوم تامین تمام تقاضاها را موجب می گردد. احتمال می رود در ساعات معین هیچکدام از کلاسها از بعضی دسته ها مورد تقاضا نباشند. قیود متناظر با عناصری که فقط ضرایب صفر را در سمت چپ اعضاء خود دارا می باشند از روش حذف شده اند، قیودی که کلاسهای فرضی را بکار می برند نیز حذف شده اند زیرا هرگز موثر نیستند بنابراین کلاسهای فرضی نقش معروف متغیرهای تصنّعی را ایفا می نمایند. بطور شهودی ممکن است چنین در نظر گرفت که این کلاسها در خارج از ساختمان آموزشی قرار دارند و کاربر می خواهد تا آنها از برنامه خارج شوند.

به لحاظ ساختاری این مسأله شبیه یك مسأله حمل و نقل با یك نمودار دو قسمتی است اما در کالاهایی که قرار است در یك زمان مشابه از مبداء مربوط به مقصد حمل نمود تفاوت دارد بطور موجزتر یك کلاس ممکن است برای چندین ساعت متوالی به دوره های مشابهی واگذار شود نظیر مسأله حمل و نقل با عضوهای

صحیح الگوریتم سیمپلکس همواره جوابهای صحیح را برای تمام مسائل حقیقی یا فرضی به دست می دهد.

بهرحال تاکنون مولفین نتوانسته اند اثبات یا رد نمایند که یك مساله با این ساختار لزوما دارای جواب صحیح [11] است. جواب دوگان مساله [12] I نیز قابل توجه است با اندازه گیری ارزش کلاسها و هزینه تقاضاها با یك واحد مشابه به صورت تابع هدف نشان داده می شود کدام دسته از کلاسها و در کدام ساعت از روز دارای بیشترین تقاضا می باشند همچنین کدام تقاضاها بیشتر محدودند.

بویژه اگر بعضی تقاضاهای نوع D را نتوان برآورده نمود متغیر دوگان آن برابر با جریمه مربوط به استفاده از یك کلاس فرضی است. همچنین این موضوع واقعیت دارد که با وجود اینکه انواع تقاضاهایی که برآورده شده اند با آنهایی که برآورده نشده اند در رقابت بوده اند به صورت یك نتیجه دسته هایی از کلاسها که می توانند این تقاضاها را برآورده نمایند دارای مقداری متضاد با جریمه اند بنابراین این مقادیر را می توان بسادگی تصدیق نمود، هرچند فعالیتهای فرضی دارای جریمه ای بسیار بیشتر از دیگر فعالیتها می باشند، در سود جواب دوگان قرار داده خواهند شد.

تعیین جریمه ها

در تکمیل روشی که مدل توصیف شده کنونی را تشکیل می دهد از کار برخواسته شده است تا در هر P_D کلاسها را از بزرگترین تا کوچکترین با احتمال بعضی ضرائب برگزیده و مرتب نماید این مرتبه ها احتمالا منعکس کننده اولویت تقاضاهای کلاسها می باشند. روش سپس جریمه ها را بشرح زیر در نظر می گیرد:

$$C_{SD}=\begin{cases} M_D \text{ (کلاس فرضی) } S = NS \text{ اگر} \\ \\ ۲^{r_{SD,}} + \alpha_D \text{ درغیراینصورت} \end{cases}$$

که در آن α، r_{SD} و M_D دارای مقادیر پیش فرض زیرند [13]

r_{SD} مرتبه S در P_D است و تمام M_Dها یك مقدار مساوی بسیار بزرگتر از $\alpha = : 0.01 / ND$ ، $\acute{S}D$

$۲^{۲SD} \times MaxX_{SD}$ داده شده اند. عبارت αD یك عامل انحراف است که مانع یکسان شدن دو ضریب تابع هدف می شود و تضمین می نماید که جواب منحصر بفرد باشد. این ممانعت های موثر در یك مساله

مشابه که فقط با تغییرات جزیی دوباره باید حل شوند تغییر می کنند.

با مقادیر پیش فرض برای r_{SD} و M_D، ابتدا کلاسهای واقعی بسیاری در حد امکان به تقاضاها واگذار می شود. با اصلاح M_D نظیر مثال زیر کاربر می تواند در تعقیب این هدف انواع تقاضا را مورد توجه قرار دهد.

روش همچنین در جستجوی برآورده نمودن تقاضاها با کلاسهای با بیشترین اولویت است. چون جریمه ها مانند یك قسمت جدا شده از کلاسهای با اولویت به صورت هندسی رشد می نمایند هنگامی که چنین تفکیکی لازم است جریمه ها را بطور یکنواخت تا حد ممکن در بین تقاضاها توزیع می نماید. با اصلاح r_{SD}، کاربر ممکن است دوباره یك وزن سنگین تری را برای بعضی انواع تقاضا در تابع هدف دوم تخصیص بدهد.

مثال:

اکنون مثالی از مساله I ارائه می شود. فرض کنید هفت تقاضا، چهارکلاس و پنج ساعت در طول روز مورد استفاده اند. فرض می کنیم کلاسها در سه دسته متناظراند و تعداد صندلی ها بشرح زیر گروه بندی شده‌اند.

تعداد کلاسها	تعداد صندلی‌ها	دسته
۲	۵۰	۱
۱	۱۰۰	۲
۱	۱۵۰	۳

بعلاوه یك دسته از کلاسهای فرضی نیز وجود دارد. تقاضاها به چهارنوع مختلف بشرح زیر گروه بندی شده اند:

تعداد تقاضاها	ساعات	دسته کلاسهای تقاضاشده	نوع
۳	۲,۳,۴	۱	۱
۱	۱,۲,۳	۳	۲
۱	۵	۲	۳
۲	۱,۲	۱	۴

برای هر D، P_D شامل طبقه کلاسهای تقاضا شده و آنهایی که بزرگتر می باشد از کوچکترین به بزرگترین مرتب شده اند. جریمه ها متناظر اصول کلی توصیف شده در بالادر نظر گرفته شده اند، بجز عامل انحراف که در نظر گرفته نشده است. جریمه ها از ۱ به ۲ و ٤ افزایش می یابند به صورت فعالیتی که در آن اگر تقاضایی با کلاسی از دسته تقاضا شده برآورده شود مقدار ۱ برای جریمه مربوط به آن در نظر گرفته می شود و در صورتیکه تقاضا یا دسته کلاس تقاضا شده تامین نشود متناسب با دسته کلاسی ۲ و ۳ که تقاضا را برآورده نموده است، بترتیب جریمه ۲و٤ در نظر گرفته می شود (متناظر کلاس دسته ۲ جریمه ۲ و کلاس دسته ۳ عدد ٤) و جریمه های متناظر کلاسهای فرضی برابر ۱۰۰ بعلاوه تعداد ساعات انواع تقاضاهاست (متناظر متغیر فرضی $X_{٤١}$ ، عدد ۱۰۰ بعلاوه تعداد ساعات تقاضای نوع یك یعنی عدد ۳ و متناظر متغیر فرضی $X_{٤٣}$ ، عدد ۱۰۰ بعلاوه تعداد تقاضای نوع ۲ یعنی عدد ۱ و متناظر متغیر فرضی $X_{٤٤}$ ، عدد ۱۰۰ بعلاوه تعداد تقاضای نوع ۳ یعنی عدد ۱ و متناظر متغیر فرضی $X_{٤٤}$ ، عدد ۱۰۰ بعلاوه تعداد تقاضای نوع ٤ یعنی عدد ۲) به این طریق روش در جستجوی آن است که تعداد ساعات اشغال شده همچنین، تعداد تقاضاهایی را که می توان برآورده نمود بیشینه نماید.

تمام داده ها و جوابها در جدول شماره یك نشان داده شده اند.

ستونها متناظر فعالیت ها و طبق متغیرهای مربوط به آنها در بالا واقع شده اند. سطرهای ۱ تا ۱۸ قیود هستند که به چهار قسمت تقسیم شده اند سه قسمت اول مربوط به کلاسهای واقعی قابل دسترس اند و چهارمین قسمت به انواع تقاضاها اختصاص دارد. عدد سمت راست قیود نشاندهنده تعداد کلاسهای قابل دسترس در ساعات مختلف روز برای هر دسته از کلاسها و تعداد تقاضا از هر نوع است که باید برآورده شوند.

قابل توجه است که فقط چهار قید در قسمت اول وجود دارد و پنجمین قید بخاطر دارا بودن ضرائب صفر حذف شده است. قیود به کار برده شده برای کلاسهای فرضی نیز به دلیل پیش گفته حذف شده اند. سطر ۱۹ ضرایب تابع هدف را در بردارد.

اولین فعالیت شامل برآورده نمودن تقاضای نوع ۱ با یك کلاس از دسته ۱، دومین فعالیت شامل برآورده نمودن تقاضای نوع یك با یك کلاس از دسته ۲، سومین فعالیت شامل برآورده نمودن تقاضای نوع یك با یك کلاس از دسته ۳ و چهارمین فعالیت شامل برآورده نمودن تقاضای نوع یك با یك کلاس فرضی است.

		X_{11}	X_{21}	X_{31}	X_{41}	X_{32}	X_{42}	X_{23}	X_{33}	X_{43}	X_{14}	X_{24}	X_{34}	X_{44}	جواب دوگان
کلاسهای دسته ۱ (با ۵۰ صندلی)	(۱)										۱			⁄۲	۰
	(۲)	۱									۱			⁄۲	-۱۰۱
	(۳)	۱												⁄۲	۰
	(۴)	۱												⁄۲	۰
کلاسهای دسته ۲ (با ۱۰۰ صندلی)	(۵)										۱			⁄۱	۰
	(۶)	۱									۱			⁄۱	-۱۰۰
	(۷)	۱												⁄۱	۰
	(۸)	۱												⁄۱	۰
	(۹)						۱							⁄۱	۰
کلاس های دسته ۳ با ۱۵۰ صندلی	(۱۰)				۱							۱		⁄۱	۰
	(۱۱)			۱	۱							۱		⁄۱	-۹۸
	(۱۲)			۱	۱									⁄۱	۰
	(۱۳)			۱					۱					⁄۱	۰
	(۱۴)													⁄۱	۰
انواع تقاضاها	(۱۵)	۱		۱	۱									=۳	۱۰۲
	(۱۶)						۱	۱						=۱	۹۹
	(۱۷)								۱	۱	۱			=۱	۱
	(۱۸)											۱	۱	=۲	۱۰۲
جریمه‌ها	(۱۹)			۱	۲	۴	۱۰۳	۱	۱۰۳	۱	۲	۱۰۱	۱	۲ ۴	۱۰۲
جواب اولیه		۲	۱	۰		۰	۱	۰		۱	۰	۰	۰	۰	۲

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

متغیرهای X_{41}، X_{42}، X_{43} و X_{44} متغیرهای فرضی می باشند و نشان دهنده به کارگیری کلاسهای فرضی اند. مقدار بهین تابع هدف دو مساله (دوگان و اولیه) برابر ۲۱۰ می باشد. مقادیر متغیرهای اولیه و دوگان در جواب بترتیب در سطر آخر و ستون آخر جدول مشخص شده اند. در این جواب دو تقاضا از نوع یك با یك کلاس از دسته یك (X11= 2)و یك تقاضای نوع یك با یك کلاس از دسته ۲ (۱= X_{21}) برآورده شده‌اند تنها تقاضای نوع ۲ با یك کلاس از دسته ۳ پاسخ داده شده (۱= X۳۲) ، در حالیکه تقاضای نوع ۳ کلاسی از دسته ۲ را دریافت نموده است (۱= X۲۳)دو تقاضا از نوع ٤ با متغیر فرضی X٤٤ جواب داده شده است (۲= X٤٤).

این مثال اهمیت کلاسهای فرضی یا متغیرهای فرضی را نشان می دهد، بدون آنها این مساله دارای جواب نخواهد بود.

در جواب دوگان هزینه ۱۰۲ برای تقاضای نوع ٤ از این فعالیت نشأت می گیرد که آنها با کلاسهای واقعی تامین نشده اند اگر تعداد این نوع تقاضا یکی کاهش یابد تابع هدف بمیزان ۱۰۲ کاهش خواهد یافت. تقاضای نوع ۲ دارای هزینه ای برابر ۹۹ است زیرا حذف آن موجب آزاد شدن یك کلاس از دسته ۳ می شود که می تواند برای برآورده نمودن تقاضایی از نوع ٤ بکار برده شود، بنابراین مجموع جریمه ها به صورت ۹۹- = ۱۰۲-۱-٤ تغییر می یابد. تغییر مشابهی برای هزینه ۱۰۲ برای تقاضاهای نوع ۱ وجود دارد. تقاضای نوع ۳ دارای هزینه ای برابر ۱ است. زیرا حذف آن بسادگی پرهیز از جریمه مستقیم C۲۳ را تصدیق خواهد کرد.

در ساعت دوم، کلاسهای دسته ۱ دارای ارزش ۱۰۱ می باشند زیرا با متجاوز از یك کلاس متجاوز از یك تقاضا از نوع ٤ را می توان برآورده نمود، تغییری برابر (۱۰۲-۱) را در تابع هدف موجب خواهد شد. تعابیر مشابه برای مقادیر ۱۰۰ و ۹۸ برای دسته های ۲ و۳ در ساعت دوم از روز وجود دارد. تمام مقادیر دیگر صفر می باشند زیرا دسترسی به کلاسها در این ساعات مشکلی نیست.

یك جواب علمی

جوابی برای مساله I عبارتست از تعداد تقاضا از هر نوع D که باید بتواند با کلاسهای از هر دسته S برآورده شوند. ولی با این وجود بررسی بیشتر مورد نیاز است و هر تقاضا باید با یك کلاس ویژه برآورده

شود.

این کار نخست با افراز هر E_D به N_S مجموعه E_{SD} هر کدام با X_{SD} عضو انجام شود. چنین افرازی امکانپذیر است زیرا طبق (۲) داریم $\Sigma_S X_{SD} = n(E_D)$.

از دیدگاه مساله I، افراز مذکور با هر روش دلخواهی می تواند انجام شود زیرا کسی نمی تواند بین تقاضاهای از یك نوع داده شده تمایزی قائل شود. بنابراین ملاحظات جزئی دیگری نیز می تواند در این افراز بکار رود. هر E_{SD} فهرستی از تقاضاهایی است که باید با کلاسهای دسته S برآورده شوند. بنابراین فهرست تمام تقاضاهایی که باید با کلاسهایی از دسته S برآورده شوند طبق مجموعه $\hat{E}_S = U_D E_{SD}$ داده می‌شوند.

قابل ذکر است که $n(\hat{E}_S) = \Sigma_D X_{SD}$

چون انواع تقاضاهای متفاوت ممکن است در خلال روز تداخل داشته باشند، واگذاری یك کلاس به یك تقاضا بترتیبی که در فهرست ظاهر شده اند معمولا عملی نخواهد بود. مثال زیر این موضوع را نشان خواهد داد. در واقع، کار ساده است و مساله واگذاری واقعی می تواند بشرح زیر فرمولبندی شود.

فرض کنیم d,s بترتیب نشان دهنده یك کلاس و یك تقاضا باشند و X_{sd} متغیری باشد که مقدار ۱ را بخود بگیرد اگر کلاس S به تقاضای d واگذار شود و در غیر اینصورت باید مقدار صفر را دارا باشد. همچنین فرض کنیم $a_{dh} = a_{Dh}$ که در آن $d \in D$ مساله عبارتست از یافتن <Xsd>S برای هر S بطوریکه:

II
(۳) برای تمام hها و تمام Sهای متعلق به FS
$\Sigma_{d \in \hat{E}_s} a_{dh} X_{sd} \leq ۱$

برای تمام dهای متعلق به $\hat{E}s$
$\Sigma_{S \in Fs} X_{sd} = ۱$

(٤) برای تمام Sهای متعلق به FS و تمام dهای متعلق به $\hat{E}_S$
$X_{sd} \geq 0$ (صحیح و

چون جواب مساله I می گوید که تعداد تقاضاهائیکه باید و می تواند با کلاسهایی از دسته S برآورده شوند عبارتست از $\Sigma_D X_{SD}$ یعنی تعداد تقاضاها در $\hat{E}_S$. قیاس منطقی تمام $S > X_{sd} <$ که در II صدق می نمایند بی اهمیت است. به جای وارد شدن به سفسطه در این سطح یا در افراز کردن، بهتر است به تصحیح مساله I پرداخته شود.

جوابی برای II به سادگی با الگوریتم زیر یافت می شود که در آن Hd مجموع ساعات مورد نظر بر حسب تقاضای d است. فرض شده است که تقاضاهای $\hat{E}_S$ از ۱ تا $n(\hat{E}S)$ و کلاسهای FS از ۱ تا n(FS) شماره گذاری شده اند، و GS ماتریسی با n(FS) سطر متناظر با کلاسهای مختلف از دسته S و NH ستون

متناظر ساعات روز است. در آغاز کل ماتریس برابر صفر است، و این به معنی آن است که تمام کلاسها در هر زمام در دسترس می باشند.

سپس به یك عنصر g_{sh} از این ماتریس مقدار d داده می شود، اگر کلاس S به تقاضای d در ساعت h واگذار شده باشد.

الگوریتمی برای واگذاری کلاسهای FS به تقاضاهای $\hat{E}_S$

گام اصلی.

قرار دهید $G_S = o, < X_{sd} > d = o, d = 1$

گام الف-

قرار دهید S=1

گام ب-

اگر $g_{sh} = o$ برای تمام h های متعلق به Hd،

قرار دهید $g_{sh} = d$ برای تمام h های متعلق به Hd و $X_{sd} = 1$،

اگر $d,d < n(\hat{E}s)$ را یك واحد افزایش دهید و به گام الف بروید.

اگر $d = n(\hat{E}s)$ ، توقف کنید، تمام واگذاریها انجام شده است.

در غیر اینصورت،

گام ج-

اگر $S,S < n(Fs)$ را یك واحد افزایش دهید و به گام ب بروید.

گام د-

اگر $d,S = n(FS)$ را یك واحد کاهش دهید، و S را به گونه ای بیابید که $X_{sd} = 1$ نمود و قرار دهید $g_{sh} = o, X_{sd} = o$ برای تمام hهای متعلق به Hd و به گام ج بروید.

اگر فقط گامهای الف، ب و ج بکار برده شوند این الگوریتم کلاسها را به تقاضاها بر اساس مدل اولین ورودی، اولین سرویس [14] را دریافت می کند واگذار می نماید. اگر این کار صورت نگیرد گام «د» قاعده ای برای اصلاح تخصیص های قبلی فراهم می آورد.

اکنون یك مثال از یك نمونه واقعی داده می شود.

در این مثال ١٤ ساعت در روز، ۳ دسته کلاس و ۱۷ تقاضا در نظر گرفته شده که باید با این کلاسها هر دسته متناظر جواب مساله I برآورده شوند. دوره ها بترتیب در ساعات (٦،٧،٨)، (٨،٩)، (٥ و٤)، (٥و٤)، (٩،١٠)، (٦،٧)، (٦و٧)، (٩،١٠)، (١٢و١١)، (١٢و١١)، (١١و١٠)، (١٤)، (٥)، (١٤و١٣و١٢)، (٣و٢و١)و (٣و٢و١) داده شده اند. با بکاربردن گامهای الف، ب و ج الگوریتم دوره های ۱ تا ۱۰ را بترتیب در کلاسهای ۱.۲.۱.۲.۱.۲.۳.۳.۱و۲ جای داده است. در این نقطه، ماتریس GS شرح زیر است:

ساعت / کلاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱	۰	۰	۰	۳	۳	۱	۱	۱	۵	۵	۹	۹	۰	۰
۲	۰	۰	۰	۴	۴	۶	۶	۲	۲	۰	۱۰	۱۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۰	۰	۷	۷	۰	۸	۸	۰	۰	۰	۰

وضعیت این ماتریس دلالت بر آن دارد که برآوردن تقاضای یازدهم غیرممکن است.

بنابراین لازم است واگذاری های قبلی مورد تجدید نظر واقع شوند. به کار بردن گام د برای پاسخ دادن به تقاضای ۱۰، کلاس ۳ به جای کلاس ۲ مشخص می گردد و ماتریس GS بر اساس آن اصلاح می شود. این عمل موجب آزاد شدن کلاس ۲ در ساعت ۱۰و۱۱ می شود و تقاضای ۱۱ می تواند توسط کلاس ۲ پاسخ داده شود.

سپس شش تقاضای دیگر در اولین آزمایش پاسخ داده می شوند. تخصیص نهایی بشرح زیر است.

ساعت / کلاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱	۱۵	۱۵	۱۵	۳	۳	۱	۱	۱	۵	۵	۹	۹	۰	۰
۲	۱۶	۱۶	۱۶	۴	۴	۶	۶	۲	۲	۱۱	۱۱	۱۴	۱۴	۱۴
۳	۱۷	۱۷	۱۷	۱۲	۱۳	۷	۷	۰	۸	۸	۱۰	۱۰	۰	۰

در تمام مسائل واقعی که با این روش حل شده اند کلاسها بر مبنای مدل اولین ورودی اولین سرویس را دریافت می دارد در ۸۰٪ زمان لازم برای اجرای الگوریتم تخصیص یافته اند. برای موارد دیگر فقط یك بار لازم بود که به گام د برود. بنابراین این الگوریتم بسیار سریع است.

با توجه به تقارب مشخص می گردد که الگوریتم ابتدا <Xsd>S ها را بطور تدریجی به گونه ای تعیین می کند که در (٤) برای ...، ۳ . ۲ . ۱=d صدق نمایند بدون نقص (۳) واضح است که اگر در گام ب توقفی صورت پذیرد هر تقاضای d عینا با یك کلاس برآورده میشود. بدیهی است چنانچه گام D هرگز به کار نرود دور و توقف بوجود نخواهد آمد، هنگامی که به این گام میرویم کلاس واگذار شده به حداقل یك d برای یکی از اندیس های بالاتر تغییر داده میشود. <X_{Sd}>S های ساخته شده از این نقطه با موارد قبلی متفاوت اند و در این مورد دور بخوبی حذف میشود. یك پایان بی حاصل هنگامی واقع خواهد شد که d مقدار یك را به خود بگیرد و $S=n(F_S)$ در گام D باشد، و این ایجاب می نماید که IIدارای جواب ناسازگار برای آنچه که اخیرا گفته شد نیست. تقارب از متناهی بودن مجموعه <Xsd>S نتیجه میشود.

روش کاملا خودکار

روش کامل تشریح شده در این مقاله کامپیوتری شده و هم اکنون بطور کامل خودکار است. تنها کار کاربر تصمیم گیری برای گروه بندی کلاسها و تقاضاها و فراهم آوردن مجموعه های P_D درست به ترتیبی که سفارش شده اند می باشد.

روش مساله خطّی ای را بر اساس اصول فوق الذکر فراهم می آورد و به کاربر کمك می کند تا با تغییر بعضی پارامترها که برای برقراری جریمه ها موثرند تلاش نماید. در خلال این روش حل مساله خطی خودش طبق I.B.M انجام میشود.

برنامه MPSX یك اجرا از روش سیمپلکس است. به شاخه و کران در این نرم افزار نیازی نیست زیرا روش سیمپلکس به تنهایی همواره جوابهای صحیح را در تمام کاربردها به دست میدهد.

سپس جواب به دست آمده با برنامه MPSX تبدیل شده است، مجموعه های $\hat{E}s$ افراز شده، و کلاسهای ویژه به هر تقاضا طبق الگوریتم مساله II واگذار میشود. همچنین روش مقادیر متغیرهای دوگان را که به MD± میل می نمایند، بدون آنکه ارزش فواصل جواب دوگان را نشان دهد پیدا می کند. آنگاه روش

سه فهرست چاپ می کند. اولین فهرست دوره ها را نشان می دهد، که در آن ساعات و کلاسهای معین اختصاص داده شده به آنها را نیز در بر میگیرد اگر هر کدام مورد نیاز باشد برای تهیه این فهرست، روش اطلاعات را از <Xsd>S برای S=1,....NS یا اعداد متناظر آنها، دسته بندی می نماید و دوره ها و تعداد کلاسهای متناظر هر d و هر S را از $\hat{Es}$ و Fs می یابد و اطلاعات را به صورت الفبایی مرتب می نماید. در زیر یك نمونه از چنین فهرستی نشان داده شده است.

کلاسها	ساعات	دوره‌ها
۲A	۱۵n۳۰ - ۱۷n۳۰	ECN - ۱۵۳۷۵
-	۱۳n۳۰ - ۱۶n۳۰	FRN - ۱۰۳۲۲
۱۲۶۹	۹n۳۰ - ۱۲n۳۰	**HST - ۶۲۶۳۰

فضای خالی برای دوره FRN-۱۰۳۲۲ به معنی آن است که هیچ کلاس واقعی نمی توان به این دوره اختصاص داد. دو ستاره قبل از دوره HST-۶۲۶۳۰ نشان دهنده آن است که متناظر جواب دوگان این دوره با توجه به کلاسهای موجود دارای تقاضای زیاد می باشد.

فهرست دوم کلاسها را بر حسب حروف الفبا و محل اشغال آنها نشان میدهد. چنین فهرستی برای مدیریت کلاسها سودمند است. این فهرست از ماتریسهای GS به دست می آید.

فهرست سوم بیانگر تعداد کلاس و ساعاتی که بیشترین تقاضا در روز برای آنها وجود دارد این فهرست از جواب دوگان به دست آمده است و ممکن است در طرح ریزی توسعه و تغییر مفید باشند جزئیات بیشتر روش کامل را میتوان در اثر GOSSELIN [۱۵] یافت.

اجرا و روش

روش کامل برای ساختمان بزرگ در دانشگاه لاوال به کار رفته است، که در آن ۵۷ کلاس در ۱۶ دسته گروه بندی شده بودند. در هر مجموعه P_D، تقاضاها بر حسب حروف الفبا از کوچکترین تا بزرگترین، کلاسهای با پنجره و بدون پنجره، و کلاسهای با تابلو متحرك و ثابت مرتب شده بودند. جریمه ها در روش بدون مداخله انسان برقرار شده اند. بنابراین مدل در وهله اول تلاش می کند تا یك کلاس را با تعدادی

صندلی تا حد امکان به تقاضای داده شده نزدیك سازد. سپس کلاس با پنجره و در صورت امکان با تابلو متحرك را پیدا می کند، این کار اولویتهای مورد نیاز کاربران را پاسخ میدهد.

جدول شماره (۲) ویژگیهای اصلی مسائل و جواب ها را برای چهارشنبه های سه نیمسال تحصیلی مختلف که این روش در آنها به کار رفته است نشان میدهد. در روز چهارشنبه تقاضاها بسیار زیاد است جدول ۲ همچنین جوابها را با تخصیصهایی که افراد به صورت دستی انجام داده اند مقایسه می کند. روش تقاضاهایی را که قابل تحقق نیستند بطور قابل ملاحظه ای کاهش می دهد که برای کاربران موفقیت مهمی است. احتمال میرود که افرادی که با شیوه تخصیص دستی کلاسها سروکار دارند معیارهای اضافی به کار می برند که در روش کامپیوتری مورد توجه قرار نمی گیرند. بهرحال اگر این اهداف اصلی بسیاری از تقاضاها را تا حد امکان پاسخ گویند، بطور کامل مقایسه راه حلها با در نظر گرفتن این نکته که چه اندازه تقاضاها پاسخ داده شده اند از اعتبار برخوردار است. البته چنانچه اولویتهایی در اهداف اولیه مطرح باشند، این مقایسه سودمند نخواهد بود. در هر حال، شیوه ارائه شده کنونی می تواند با تعداد زیادی از اولویتها و پیش نیازها سازگار گردد. مضافا یکی از مزایای آن کاربران را مجبور می سازد تا اولویتها را روشن سازد.

جدول شماره ۲

ویژگیها	تخصیص کلاسهای درس برای چهارشنبه		
	قسمت اول	قسمت دوم	قسمت سوم
تعداد تقاضاها یا دوره‌ها	۲۲۹	۲۳۵	۲۶۷
تعداد انواع تقاضاها	۸۸	۸۶	۸۱
تعداد و درصد تقاضاهایی که برآورده نشده‌اند			
(۱) درواگذاری دستی	۳۲ (٪۱۴)	۴۸ (٪۲۰)	۷۴ (٪۲۸)
(۲) با برنامه ریزی خطی	۸ (٪۳)	۱۸ (٪۸)	۴۴ (٪۱۶)
تعداد قیود	۳۱۹	۳۱۷	۲۹۶
تعداد متغیرها (شامل قسمت‌ها)	۱۱۹۸	۱۱۹۸	۱۰۵۷
تعداد تکرارها	۵۲۰	۶۱۲	۴۹۰
زمان CPU (برحسب ثانیه) در IBM - ۳۷۰	۸۷/۲۴	۹۰/۸۶	۸۱/۵۷

اجرا در سطح انبوه

به عنوان حالت خاصی از مسأله I در موردی ممکن است فقط کلاس و در هر دسته کلاس واقعی و یك تقاضا از هرنوع وجود داشته باشد. مرحله دوم روش زائد خواهد بود زیرا یك جواب برای مسأله I همواره یك کلاس واقعی را به هر تقاضا واگذار خواهد کرد بهرحال مسئله I نسبتهای زیادی به خود می گیرد.

برای مثال، مسئله لاوال دارای حدود ۷۵۰۰ متغیر و ٤٥۰۰ محدودیت بوده است که حتی با روش خودکار حل آن نیازمند آمادگی قابل ملاحظه و هزینه بوده است.

بنابراین حداقل باید کلاسها و تقاضاهایی که وضعیت مشابهی دارند، ترکیب شوند. اگر انبوه سازی مسئله به این حالت محدود شود کیفیت جواب فدا نمی شود. در واقع برای یك لحظه فرض کنید که S وD بترتیب نمایانگر کلاسها و تقاضاها باشند. در مساله I، زمینه برای تمایز قائل شدن بین دو جواب وجود ندارد، زیرا دو کلاس یکسان S و S' یا دو تقاضای یکسان بسادگی تداخل می نمایند مگر اینکه $C_{S'D} \neq C_{SD}$ و $C_{SD'} \neq C_{SD}$ باشند. برای تقاضا کلاسها و تقاضاهای یکسان، این ضرائب یکسان خواهند بود بنابراین کاربر باید D',D,S,S' را بخوبی ترکیب نماید و فقط در مرحله دوم تصمیم بگیرد که کدام کلاس مشخص به هر تقاضا واگذار شود.

در عمل، ممکن است کاربر بخواهد فراتر از ترکیب صرف کلاسها و تقاضاهای مشابه گام بردارد. در کاربری لاوال، کلاسها تا آنجا که تعداد صندلی ها اقتضا می نمود بشرح زیر گروه بندی شدند:

۱۱-۱۰، ۱٤-۱۲، ۱۹-۱۵، ۲٤-۲۰، ۲۹-۲۵، ۳۹-۳۰، ٥٥-٤۰، ٥۹-٥٦، ۱۲۹-٦۰، ۲٥٥-۱۳۰ و ۲٥٦ ببالا: بعلاوه بعضی از کلاسهای بالا به کلاسهای با پنجره و بدون پنجره و با تابلو متحرك و ثابت تقسیم شدند که در نتیجه ۱٦ کلاس با ویژگیهای مختلف تعیین گردیدند. تقاضاها بر حسب تعداد صندلی ها و در انواع زیر ترکیب شدند:

۱۰-۱، ۱۲-۱۱، ۱٥-۱۳، ۲۰-۱٦، ۲٥-۲۱، ۳۰-۲٦، ٤۰-۳۱، ٥٦-٤۱، ٦۰-٥۷، ۱۳۰_٦۱، ۲٥٦- ۱۳۱ تقسیم بندی فرعی بر اساس ساعات مورد نظر موجب شده تا حدوداً ۸٥ نوع تقاضا مشخص گردد. تعداد دقیق متغیرها بر حسب نیمسال تحصیلی در جدول شماره ۲ نشان داده شده است.

تعیین دسته های کلاسها و انواع تقاضاها یك موضوع توافقی است. از یك طرف جریمه مربوط به سطح ترکیب و هزینه بیشتر، شامل اقدام مقدماتی و جواب مساله می شود. ممکن است شخصی تصور نماید که اگر

کسی بخواهد دسته کلاسها را دو برابر نماید این کار برای هر ساعت از روز انجام شود، و از سوی دیگر واگذاری کلاسها بر حسب تعداد صندلی ها ممکن است علیرغم برآورده نمودن تقاضاها، جواب بدی را موجب شود. این وضع با تخصیص کلاسهای بزرگتر از حد ممکن و لازم به بعضی تقاضاها ایجاد میشود.

برای مثال در دانشگاه لاوال تقاضای نوع ۱۳۰-۶۱ با کلاسی دارای ویژه گی ۲۲۵-۱۳۰ پاسخ داده شده از اینرو این امر موجب شده تا کلاسی که دارای ۲۵۵ صندلی است برای تامین تقاضایی که کلاس با ۶۱ صندلی نیاز داشته است به کار رود و این در حالی است که تقاضا برای کلاسی با ۲۰۰ صندلی پاسخ داده نشود زیرا به دسته کلاسهای با بیش از ۲۵۶ صندلی هدایت شده که کلاسی در آنجا وجود نداشته است .

بهرحال کیفیت جواب نه تنها به سطح ترکیب بلکه به توزیع اندازه کلاس در هر گروه و هر نوع تقاضا بستگی دارد. در مورد دانشگاه لاوال ، گروه بندی به گونه ای انجام شد که میانگین اندازه کلاسهای مورد تقاضا در هر نوع به اندازه کافی نزدیك به حد بالاتر در نظر گرفته می شود به این ترتیب تقاضاها توسط کلاسهایی تامین میشوند که میانگین اندازه آنها بزرگتر از میانگین اندازه کلاسهای مورد تقاضا نمی باشند.

نکته دیگری که باید در تعیین سطح ترکیب مورد توجه قرار گیرند اولویتها یا نیازمندیهای ویژه کاربران است.

برای مثال اگر اولویتها برای بعضی کاربران برای کلاسها در یك بال معین از ساختمانی، شمارش باشد. این تقاضا موجب افزایش تعداد دسته ها می شود که می تواند به ضرب دسته های قبلی در تعداد بالها بیانجامد. بطور مشابه تعداد انواع تقاضاها برای توزیع بین اولویت ها باید افزایش یابد. در کاربرد لاوال بعضی از دسته کلاسها به کلاسهای با پنجره و تابلو متحرك تقسیم شده بودند بهرحال یك چنین تقسیم بندی برای انواع تقاضاها صورت نپذیرفت زیرا اولیت ها در این رابطه متفاوت بودند.

نتیجه گیری

مساله ای که در این متن تشریح گردید قسمتی از یك مساله بزرگتر است که شامل واگذاری بارهای آموزشی و زمانبندی است. اگرچه یکسان نمودن تمام این کارها باید بطور هم زمان انجام شود نویسنده از تلاش قانع کننده ای در این جهت آگاهی ندارد. بهترین روش احتمالا حل هر مساله بطور منحصر بفرد است. هر دو بار آموزشی و زمانبندی میتواند با بکاربردن برنامه ریزی ریاضی همانند آنچه برای تخصیص کلاسهای درس

انجام پذیرفت صورت پذیرد. هر سه مساله را بطور مجزا می توان حل نمود.

سپس آنها را در یك مساله خطی یا غیر خطی ترکیب نمود. در این مورد روش های تجزیه مسائل بزرگتر به چند مساله فرعی سودمند است.

پانوشتها:

1- Allocation
2- Linear Programming
3- Penalty Function
4- Default
5- Wallhaus
6- Dyer and Mulvey
7- Hopkins et al
8- Laval
9- Fictitious
10- Constraint
11- Integer Solution
12- Dual
13- Default
14- First Come, First Served

فهرست منابع:

- R.A. WALLHAUS (1974) Aresource allocation and Planning model for higher education. In Academic administrations (A.C. HEINLEIN, Ed:). Department of Administ rative sciences. Kent state University.

- J. S.DYER and J. M. MULVEY (1976) An integrated optimization information system for academic departmental planning for academic departmental planning. Mgmt sci.22,1332-1341.

- D. S.HOPKINS J.- CLARRACHE and W.F. MASSEY (19977) Constrained Optimization of a University administratior's Preference function. Mgmt sci 24,365-377.

- INTERNATIONAL BUSINESS MACHINE (1971) Mathematical Programming System Extended (MPSX) Control Language User's Manual. Program Product, Program Number 5434- XM4.

- K. GOSSELIN (1981) L'affectation des salles de Cours Par La Programmation Lineaire. Theses de maitrise- Universite Laval.