نگاهی دیگر به زیج خوارزمی
بررسی و تحلیل جداول تعدیل زمان

بنوفان دالن

استاد دانشگاه یوهان گوته فرانکفورت

ترجمهٔ ناصر کنعانی

استاد دانشگاه صنعتی برلین

این ترجمه را به خانم سوری حکمی ـ آن انسان خوب ـ تقدیم می‌کنم

«مترجم»

چکیده

خوارزمی در زیج معروف خود سندهند، بیشتر تحت تأثیر کارهای منجمین هندی پیش از خود قرار گرفته است.

ساختار ریاضی کلیهٔ جداول این زیج به استثنای جداول مربوط به «تعدیل زمان» مورد بررسی پژوهندگان قرار گرفته است.

جداول «تعدیل زمان» ساختار پیچیده‌ای دارند که در این مقاله مورد تحلیل قرار گرفته‌اند.

کلید واژه‌ها زیج خوارزمی، تعدیل زمان، کسوف، خسوف، روش کمترین مربعات.

مقاله‌ای که اینک بنظر خوانندگان ارجمند می‌رسد، از بهترین مقالاتی است که تاکنون دربارهٔ آثار علمی خوارزمی نوشته شده است. نویسندهٔ مقاله که از متخصصان برجستهٔ تاریخ نجوم اسلامی است، سعی کرده با استفاده از ریاضیات جدید به تحلیل یکی از زیجهای مهم دورهٔ اسلامی یعنی زیج خوارزمی بپردازد.

وی در این تحلیل خود به نتایج چشمگیری رسیده است. ما برای آگاهی خوانندگان از این تحقیق کم‌نظیر، از آقای دکتر ناصر کنعانی تقاضا کردیم که آنرا به زبان فارسی ترجمه نمایند. ایشان نیز با وجود کارهای متعدد به درخواست ما پاسخ مثبت دادند و این کار را به نحو مطلوبی انجام دادند.

آقای کنعانی برای این ترجمه، حتی از یک سفر پژوهشی به آمریکا چشم پوشیدند و نشان دادند که تا چه اندازه به ترویج فرهنگ ایران اسلامی علاقه‌مند هستند. ما ضمن سپاسگزاری از ایشان، امیدواریم که این مقاله الگویی برای پژوهندگان جوان ایرانی شود تا با پژوهش به مفهوم واقعی آن آشنا شوند.

«دبیر ویژه‌نامه»

فهرست مطالب

۱. مقدمه*

خوارزمی(۱)، ریاضیدان، منجم و جغرافیدان بلند آوازه مسلمان، در نیمهٔ اول قرن نهم میلادی در بغداد می‌زیست. اثر مهم او در نجوم، رساله ای است موسوم به زیج (۲) که حاوی جداول نجومی و توضیحات مربوط به آنها بوده و به نام زیج سندهند(۳) مشهور است.(۴) اثر مزبور بر خلاف کتاب‌هایی که بعدها دربارهٔ نجوم اسلامی نوشته شده و مؤلفین آنها مدل های یونانی کواکب را، آنگونه که در المجسطی(۵) بطلمیوس (۶) آمده بودند، در مد نظر قرار می‌دادند، کلا براساس روش‌های هندی تدوین شده بود. از زیج سندهند فقط یک نسخه به زبان لاتین در دست می‌باشد که از روی نسخهٔ مسلمه المجریطی(۷) (حدود ۹۸۰ میلادی در قرطبه (Cordoba) ترجمه شده است. از طریق این ترجمه و نیز جدول های طلیطلی(۸) بود که برخی از روش‌های نجوم هندی که مورد استفادهٔ خوارزمی قرار گرفته بودند، به اروپای غربی راه یافتند.

ساختار ریاضی و مقادیر بنیادین پارامتر(۹) کلیه جدول ها در ترجمه لاتین زیج سندهند خوارزمی، عملا بررسی شده‌اند و بر اساس اطلاعات ریاضی که به دست آمده اند، می‌توان اصل و منشأ اکثر این جدول ها را به تحقیق مشخص نمود. لیکن یکی از معدودترین جدول ها که ساختار ریاضی آن هنوز معین نشده است، جدول مربوط به تعدیل(۱۰) زمان(۱۱) در زیج خوارزمی می باشد. من تجزیه و تحلیل کاملی از این جدول را در مقالهٔ حاضر ارائه داده و نشان خواهم داد که جدول مزبور مبتنی بر مقادیر دو پارامتر بطلمیوسی و یک کمیت دیگری است که توسط گروهی از منجمین که زیج ممتحن(۱۲) را جمع آوری کرده بودند (حدود ۸۳۰ میلادی در بغداد)، کشف شده بود.

ابزار اصلی ریاضی که در ارتباط با تجزیه و تحلیل جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی بکار گرفته شده است، 'روش کمترین مربعات'(۱۳) می‌باشد که چگونگی استفاده از آن را، گام به گام تشریح خواهم نمود. امیدوارم که بدین ترتیب خواننده را قادر سازم که خود محاسبات مشابهی را در رابطه با پارامتر های نامعلوم یک جدول نجومی، به کمک برنامهٔ رایانه‌ای موسوم به 'تحلیل جدول'(۱۴) انجام دهد. برنامه مزبور را می‌توان از نگارندهٔ این مقاله دریافت نمود.

در بخش دوم مقالهٔ حاضر، من اطلاعاتی دربارهٔ زندگانی و آثار خوارزمی ارائه خواهم داد و بخش سوم حاوی یک بررسی اجمالی دربارهٔ مآخذ اصلی و فرعی دربارهٔ زیج سندهند خواهد بود. در بخش چهارم من یک بازنگری مفصلی در رابطه با نتایجی که تاکنون دربارهٔ جداول نجومی

---

*. در این مقاله پی‌نوشت‌های مترجم در آخر مقاله و بعد از شماره‌هایی که در پرانتز قرارگرفته‌اند آمده است.

خوارزمی بدست آمده اند، انجام داده و سپس مهمترین جزئیات فنی و منابع و مآخذ مربوط به آنها را ارائه خواهم داد. آنگاه پس از تشریح تعدیل زمان در بخش پنجم، جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی را به گونه گسترده ای در بخش ششم مورد تحلیل قرار خواهم داد. در بخش هفتم و پایانی مقالهٔ حاضر، چکیده ای از نتایج تجزیه و تحلیل خود را ارائه خواهم داد.

۲. شرح حال و آثار خوارزمی

ابو جعفر محمد بن موسی خوارزمی در نیمهٔ اول قرن نهم میلادی می‌زیست[۱].

نام او نشانگر این است که اجداد او اهل خوارزم بودند که منطقه ای در جنوب دریای آرال می‌باشد. بنا به گفتهٔ طبری(۱۵) (۹۲۳ ـ ۸۱۳ میلادی، بغداد) خوارزمی از اهالی قطربل، یکی از حومه های بغداد بوده است.

خوارزمی به عنوان یک ریاضیدان، منجم و جغرافیدان، در بغداد و در زمان خلافت سه خلیفه عباسی، یعنی مأمون (۸۳۳ ـ ۸۱۳)، معتصم (۸۴۲ ـ ۸۳۳) و واثق (۸۴۷ ـ ۸۴۲) مشغول به کار بود. او در زمان خلافت مأمون، به عضویت در بیت الحکمه(۱۶) که یک نهاد علمی و مورد حمایت خاص خلیفه بود، انتخاب گردید (نگاه کنید به مقاله "بیت الحکمه" در ET2(۱۷)). از آنجا که خوارزمی کتاب های جبر و نجوم خود را به مأمون اهداء کرده است، می‌توان گفت که آثار مزبور به احتمال قوی قبل از سال ۸۳۳ میلادی به رشته تحریر در آمده‌اند، و چون خوارزمی در رساله‌ای که دربارهٔ اعداد هندی نوشته است، ذکری از کتاب جبر خود می‌کند، این رساله می‌باید بعد از آن کتاب نوشته شده باشد. در یک رسالهٔ دیگر از خوارزمی که دربارهٔ تقویم یهود نوشته شده است، او موردی را از سال ۸۲۴/۸۲۳ میلادی ذکر می‌کند. اما تعیین تاریخ نگارش آثار دیگر خوارزمی که اکنون بجای مانده اند، مانند یک رساله دربارهٔ جغرافیا، یک وقایع نامه(۱۸) یک رساله دربارهٔ ساعت‌های آفتابی(۱۹) و دو رساله دربارهٔ اسطرلاب، چندان آسان نیست.(۲۰)

آثار خوارزمی هم در جهان عرب و هم در اروپای دوران قرون وسطی، بسیار مؤثر بوده اند. از جمله کتاب او دربارهٔ جبر به نام الکتاب المختصر فی حساب الجبر والمقابله، چندین قرن به

---

۱. بیشتر اطلاعاتی که در اینجا آورده شده‌اند، برگرفته از: *Dictionary of Scientific Biography* (DBS),New york و مقالهٔ "خوارزمی" نوشتهٔ Gerald J.Toomer می‌باشند. برای دستیابی به مراجع مبسوط‌تر و اطلاعات بیشتر، چه زیستنامه‌ای و چه کتابنامه‌ای، خواننده را به *The Encyclopaedia of Islam* (EI) Leiden 1960 و مقاله "خوارزمی" نوشتهٔ Juan Vernet و نیز به مجموعهٔ منتشر شده توسط سزگین، Sezgin (1971/1984), vol. 5, pp. 228 - 241 and vol. 6, pp. 140 - 143 ارجاع می‌دهم.

عنوان یک کتاب درسی مورد استفاده بود و به مثابه یک نمونه بی بدیل برای نگارش رسالات دربارهٔ جبر، سرمشق مؤلفین بعد از او به شمار می‌رفت. ترجمهٔ این کتاب به زبان لاتینی، پایه و اساس تکامل جبر اروپایی را تشکیل داد و واژهٔ جبر را به اروپا به ارمغان آورد.

ترجمهٔ کتاب خوارزمی دربارهٔ حساب با اعداد هندی که اصل عربی آن از بین رفته است، سرآغاز انتشار شماری از کتاب ها دربارهٔ حساب، در اروپای قرون دوازدهم و سیزدهم گردید. عنوان بسیاری از این کتاب ها شکل لاتین نام الخوارزمی یعنی "آلگوریسموس" را داشتند که واژهٔ "الگوریسم"(۲۱) از آن مشتق شده است.

کتاب اصلی خوارزمی در باره نجوم زیج[۲] سندهند نام دارد. این اثر بیشتر بر اساس روش‌های نجوم هندی و مقادیر پارامترهایی که از سندهند برگرفته شده‌اند، تدوین شده است. سندهند ترجمهٔ عربی براهماسپوتا سیدهانتا *Brahmasputa siddhanta* نوشته یک منجم هندی موسوم به براهماگوپتا(۲۲) (قرن هفتم میلادی) می باشد. این ترجمه حول و حوش سال های ۷۷۰ و ۷۷۲ میلادی توسط فزاری(۲۳) صورت گرفته است.

عناصر دیگر زیج خوارزمی از زیج شاه(۲۴) که یک اثر فارسی متعلق به قرن ششم بوده و از بین رفته است، و همچنین از خنداخادیاکا *Khandakhadyaka* اثر دیگری از برهماگوپتا برگرفته شده اند. زیج سندهند در دو نسخه تدوین شده بود.

نسخهٔ مفصل آن حاوی توضیحات مبسوطی دربارهٔ مدل‌های مورد استفاده در علم نجوم بود و نسخهٔ کوتاه تر آن فقط جدول ها و دستورالعمل‌های استفاده از آنها را در برداشت. هیچ یک از این دو نسخه به زبان اصلی خود یعنی عربی دیگر وجود ندارند. نسخه کوتاه تر این زیج در اسپانیای قرن نهم مشهور شد و تجدید نظری در آن توسط ابوالقاسم مسلمة بن احمد الفرازی المجریطی، ریاضیدان و منجم مسلمان قرن دهم میلادی که در قرطبه[۳] کار می‌کرد، صورت گرفت. بنا به گفته صاعد الاندلسی(۲۵) مورخ و منجم قرن یازدهم، المجریطی جداول مربوط به

---

۲. لغت عربی «زیج» از واژهٔ فارسی «زیگ» مشتق شده است. منظور از آن جزوه و یا دفتری است که حاوی جداول نجومی و توضیحات مربوط به آنها باشد.

۳. گفته می‌شود که المجریطی کتابی دربارهٔ حساب تجاری تحت عنوان معاملات نوشته و اولین منجم اندلسی بوده است که به رصد پرداخته است. شاگردان او از جمله ابن الصفار، ابن السمح، عمرو بن عبدالرحمان الکرمانی و ابن برقوت ریاضیدانان و منجمین با نفوذی در سراسر اسپانیا بوده‌اند. جهت اطلاعات بیشتر رجوع کنید به مقالهٔ المجریطی در *DSB* و مقالهٔ المجریطی در *EI*[۸] نوشتهٔ Juan Vernet. همچنین رجوع کنید به Vernet & Catala 1965 Samso 1992 صفحات ۸۰ تا ۱۱۰.

سیارات در زیج خوارزمی را از فارسی به تقویم عربی تبدیل نمود و برخی از آنها را با طول جغرافیایی[۲۶] قرطبه وفق داد. نسخهٔ المجریطی، تنها نسخه‌ای است که ترجمهٔ لاتین آن که در قرن دوازدهم توسط آدلارد باثی[۲۷] صورت گرفته است، اکنون موجود می‌باشد. این ترجمه منبع اصلی برای تحقیق و تفحص دربارهٔ جداول نجومی خوارزمی به شمار می رود (نگاه کنید به بخش بعدی).

۳. منابع برای مطالعه جداول نجومی خوارزمی

برای تحقیق دربارهٔ زیج سندهند خوارزمی، مأخذ دست اول زیر در دست می‌باشند:[۴]

۱) ترجمه‌ای به زبان لاتین که آدلارد باثی از روی نسخه المجریطی (متن کوتاه زیج خوارزمی) تهیه کرده است. از این ترجمه ۹ نسخه موجود می‌باشند که برخی از آنها بریده هایی بیش در بر ندارند. سوتر Suter از نسخه های موجود در کتابخانه‌های:

Chartes Bibliotheque publique No 214

Madrid Biblioteca National No. 10016

Oxford Bodleian Library Cod. Auct. F.I.9

Paris Bibliotheque Mayarine No. 3642

برای تفسیر خود که در سال ۱۹۱۴ منتشر شد، استفاده کرده است. نویگه باوئر Neugebauer در سال ۱۹۶۲ نسخهٔ لاتین زیج خوارزمی را به انگلیسی ترجمه کرده و تفسیر جدیدی ارائه نموده است. این تفسیر حاوی نکات تازه‌ای دربارهٔ ساختار ریاضی نسخه اصلی جداول خوارزمی می‌باشد. نویگه باوئر متن کامل و ترجمه نسخه خطی Oxford Corpus Christi College (شماره ۲۸۳) را ضمیمه چاپ خود نموده است. در همین اواخر، یعنی در سال ۱۹۹۲، پدرسن Pederson ثابت کرد که یک مجموعه از قواعد نجومی در نسخه لاتین Oxford Merten College (شماره ۲۵۹) وجود دارد که خیلی به نسخه اصلی زیج خوارزمی نزدیک می‌باشد.

۲) تفسیر ابن المثنی بر نسخهٔ مفصل زیج خوارزمی که اصل عربی آن متعلق به قرن دهم میلادی می‌باشد، از بین رفته است. ترجمه ای از این اثر که توسط هوگو سنکت آلنزیس Hugo Sanct allensis به زبان لاتین انجام شده است، در آرشیوهای

۴. اطلاعات مبسوطی دربارهٔ نسخ خطی که در زیر فهرست شده‌اند، می‌توان در منابع دست دومی یافت که در این مقاله به آنها اشاره شده است.

Oxford Bodleian Library Archive, Selden B 34,Oxford Boleian Library Savile 15,Cambridge Gonville, Caius College 456.

موجود می‌باشد. دو ترجمه به زبان عبری را نیز که یکی از آنها توسط ابن عزرا[۲۸] صورت گرفته است، می‌توان در نسخه های خطی کتابخانه‌های:

Biblioteca Palatina 2636 (De Rossi 212)

Oxford Bodeian Library Ms Michael 400، یافت.

ترجمه لاتینی که از تفسیر ابن المثنی به دست میلاس وندرل Millas Vendrell صورت گرفته، در سال ۱۹۶۳، و نسخه‌های عبری فوق الذکر در سال ۱۹۶۷ توسط گلداشتاین Goldstein ترجمه و ویراستاری شده اند.

۳) تفسیر ابن مسرور بر زیج خوارزمی که متعلق به قرن دهم میلادی است و تحت عنوان الکتاب علل الزیج در آرشیو ریاضی ۹۹ تیمور قاهره موجود است (نگاه کنید به کینگ King، ۱۹۸۶، شمارهٔ ۳۷ب، صفحه ۳۸). تفسیر مزبور هنوز منتشر نشده است. کندی و اوکاشاه از این نسخه در تحقیقاتی که در سال ۱۹۶۹ دربارهٔ جداول خوارزمی و در رابطه با عرض سیارات انجام داده‌اند، بهره گرفته‌اند. کینگ نیز آن را در سال ۱۹۸۷ برای تدوین جدول های مربوط به رؤیت اهلهٔ قمر مورد استفاده قرار داده است.

۴) جدول های طلیطلی که توسط الزرقالی[۲۹] منجم اندلسی قرن یازدهم میلادی تدوین شده اند. اصل عربی این جدول‌ها مفقود شده است، لیکن ترجمه لاتینی آن و توضیحات مربوط به این جدول ها، در بیش از صد نسخه، در سراسر اروپای غربی پراکنده می‌باشند. این ترجمه حاوی چند جدول از نسخه اصلی زیج خوارزمی است که برخی از آنها در نسخه المجریطی وجود ندارند. جدول‌های طلیطلی را زینر Zinner در سال ۱۹۳۵ و میلاس و والیکروزا Millas Vallicrosa در سال ۱۹۵۰ ـ ۱۹۴۳ تشریح کرده اند. تومر Toomer نیز آنها را در سال ۱۹۶۸ بصورت مبسوطی مورد تجزیه و تحلیل قرار داده است. متون توضیحی تعدادی از این نسخ خطی، توسط پدرسن در سال ۱۹۸۷ منتشر شده اند. نامبرده در حال حاضر مشغول آماده ساختن متن کامل این جدول ها می‌باشد.

تفسیری که فرغانی[۳۰] ـ بنا به گفته بیرونی[۳۱] و ابن المثنی ـ بر زیج خوارزمی نوشته است، اکنون موجود نیست. برخی از جداول که در تنها نسخه خطی زیج صابی بتانی[۳۲] در ۹۰۸ Escorial arabe موجود هستند، صریحا به مسلمه المجریطی نسبت داده می شوند و می توانند برای تشخیص هویت اضافات و الحاقات او به ترجمه لاتین زیج خوارزمی، مورد استفاده قرار

گیرند (رجوع کنید به نالینو Nallino, 1899/1907، صفحات ۳۰۰ به بعد).

اطلاعات پرارزشی را می‌توان دربارهٔ انتقال دانش نجومی هندیان و ایرانیان به بغداد در قرن هشتم میلادی، در کتاب علل الزیجات اثر علی بن سلیمان الهاشمی یافت (رجوع کنید به الهاشمی در بخش کتابشناسی). این اطلاعات را پینگری Pingree در مقالات خود که در سال های ۱۹۶۸ و ۱۹۷۰ منتشر شده اند، آورده است.

مأخذی که در بالا ذکر شدند، مهمترین منابع دست دوم دربارهٔ زیج سندهند خوارزمی می باشند. مقالات متعددی دیگری نیز تاکنون دربارهٔ برخی از جداول این زیج منتشر شده اند که من آنها را در بخش کتابشناسی مقاله حاضر ذکر کرده ام و در ضمن بررسی نتایجی که تاکنون در ارتباط با ساختار ریاضی و اصل جدول‌های موجود در نسخه المجریطی به دست آمده اند، به آنها ارجاع خواهم داد.

۴. مروری بر نتایجی که تاکنون در ارتباط با جداول نجومی خوارزمی به دست آمده‌اند.

در این بخش من خلاصه مهمترین نتایجی راکه تاکنون در ارتباط با ساختار ریاضی و منشأ جداول موجود در نسخه المجریطی زیج سندهند خوارزمی به دست آمده‌اند، ارائه خواهم داد. برای هر یک از جدول ها و یا هر گروهی از جدول‌ها، به شماره‌های آنها در چاپ سوتر که در سال ۱۹۱۴ منتشر شده است، ارجاع داده‌ام (در رابطه با جدول‌های چند تابعی، ستون‌های مربوطه با °۱، °۲ و... مشخص شده‌اند). همچنین صفحات مربوطه در ترجمه و تفسیر نویگه باوئر (۱۹۶۲) و گلداشتاین از ابن المثنی (۱۹۶۷) را ذکر کرده‌ام. خواننده می‌تواند در این آثار، تشریح کامل و فنی توابعی را که در زیج خوارزمی جدول‌بندی شده‌اند، بیابد.

ارجاع دادن به منابع دست دوم دیگر، فقط برای آن دسته از نتایجی صورت گرفته است که نتوان آنها را در یکی از آثار نامبرده در فوق پیدا نمود. جدول ها به ترتیبی که در چاپ سوتر آمده اند، فهرست بندی شده‌اند. در اینجا توجه خواننده را به این نکته جلب می کنم که از آوردن جدول شماره ۵۷ ب (ضرب ارقام بر پایه دستگاه شصتگانی[۳۳]) و جدول شماره ۱۱۶ (بروج، قضات و وجوه) خودداری کرده‌ام زیرا که آنها از راه ریاضی محاسبه نشده اند. جدول های خوارزمی برای گاهشماری، تعیین قبله و ساعت های آفتابی و اسطرلاب که مربوط به زیج او نمی‌باشند، در سال ۱۹۸۳ توسط کینگ تشریح شده اند.

جداول تقویمی

(سوتر ۱ تا ۳ آ، نویگه باوئر صفحات ۸۲ تا ۸۹، گلداشتاین صفحات ۱۶ تا ۲۵)

اصل زیج خوارزمی مانند اغلب رساله های نجومی اسلامی، مجموعه‌ای بود از جداول تقویمی، شبیه به مجموعه ای که آن را در ترجمه لاتین نسخه المجریطی مشاهده می‌کنیم. المجریطی تغییرات کمی در آن جدول ها برای روزهای هفته و آغاز ماه داده است (رجوع کنید به گلداشتاین، صفحه ۸۸ و الهاشمی، صفحات ۲۳۱ تا ۲۳۴). او گرچه عهد و آغاز سال را طبق تقویم بیزانس (اول اکتبر) حفظ کرده بود، لیکن روز کبیسه را از آخر ماه فوریه به آخر ماه دسامبر انتقال داد. (جدول ۳آ).

حرکات متوسط[۳۴]

(سوتر ۴ تا ۲۰، نوگه باویر صفحات ۹۵ تا ۹۵ و گلداشتاین صفحات ۲۶ تا ۲۸ و ۱۹۰تا۱۹۱)

جداول اصلی خوارزمی در ارتباط با حرکات متوسط، برای تقویم ایرانی و دوران یزدگرد ساسانی محاسبه شده بودند. این جداول بر اساس فرضیه هندی حرکات متوسط قرار داشتند که طبق آن تمامی سیارات و نقاط اوج[۳۵] و عقدتین آنها، در لحظه‌ای که خلقت جهان صورت گرفت، دارای حرکات متوسطی به میزان صفر درجه نسبت به صورت فلکی حمل بوده اند. مقادیری که خوارزمی برای حرکات متوسط در نسخه اصلی خود ارائه داده بود، احتمالاً با دقتی در حد سومین رقم دستگاه شصتگانی محاسبه شده بودند (رجوع کنید به گلداشتاین، صفحات ۲۸ و ۱۱۵۲). وی این مقادیر را برای خط نصف النهار اوجین[۳۶] در مرکز هندوستان محاسبه کرده بود (در متون عربی از اوجین به صورت آرین Arin نام برده می‌شود).

بنا به روایت صاعد الاندلسی، المجریطی جداول حرکات متوسط خوارزمی را با تقویم عربی تطبیق داد. جداول مزبور که در ترجمه لاتین زیج خوارزمی آورده شده‌اند، فی الواقع بر اساس تقویم عربی بوده و برای نصف النهار آرین محاسبه شده‌اند. می‌توان نشان داد که اغلب این جدول‌ها با نسبت های تناوبی هندی مطابقت دارند که در آثار براهماگوپتا مشاهده می‌شوند (بورکهارت Burckhardt ۱۹۶۱ و تومر ۱۹۶۴، صفحات ۲۰۷ تا ۲۰۸. ضمنا نگاه کنید به مرسیه Mercier ۱۹۸۷، صفحات ۹۰ تا۹۲).

تعدیل شمسی[۳۷]

(سوتر ۲۱ تا ۲۶°۳، نویگه باویر صفحات ۱۹ تا ۲۱ و ۹۵ تا ۹۶)

ابن المثنی به ندرت اطلاعاتی درباره جدول تعدیل شمسی در نسخهٔ اصلی زیج خوارزمی ارائه می‌دهد. مع الوصف شکی وجود ندارد که جدول موجود در نسخه المجریطی، از خوارزمی

می باشد. جدول مزبور طبق روشی که طریقه میل[۳۸] نام دارد و توسط بیرونی نیز تشریح شده است (کندی و مروت ۱۹۵۸، صفحه ۱۱۸) تنظیم شده بود، در حالی که منجمین هندی روش جیب‌ها[۵][۳۹] را بکار می‌بردند. از آنجا که ابن القفطی[۴۰] می‌گوید خوارزمی تعدیل سیارات را از ایرانیان گرفته است، محتمل به نظر می‌رسد که طریقه جیب ها از زیج شاه مشتق شده باشد.

ماکزیمم[۴۱] تعدیل شمسی در نسخهٔ المجریطی به میزان ۲°۱۴ است که هم در خنداخادیاکا (نویگه باوئر صفحه ۹۶) و هم در زیج شاه (کندی و فاندر وردن Van der Waerden ۱۹۶۳، صفحه ۳۲۶) دیده می‌شود. مقداری که المجریطی برای طول اوج خورشید ذکر می کند یعنی ۷۷°۵۵، با روشی که براهماگوپتا (پینگری ۱۹۶۵) برای حرکت متوسط به کار برده است، مطابقت دارد. نویگه باوئر (صفحات ۹۰ تا ۹۱) همین مقادیر را برای خروج از مرکز[۴۲] و طول اوج پیدا کرده است و این امر دلالت بر این دارد که جدول کوچکتر، برای تعیین موضع متوسط خورشید بهنگام دخول به صور فلکی منطقة البروج[۴۳] بوده است (سوتر ۴). جدول تعدیل شمسی در نسخهٔ المجریطی، از طریق درونیابی[۴۴] خطی بین مقادیر مضارب ۳۳/۴° که ابن المثنی پیشنهاد کرده بود، محاسبه نشده است (گلداشتاین، صفحات ۴۲ تا ۴۳).

تعدیل قمری

(سوتر ۲۶ ـ ۲۱ و ۴، نویگه باوئر، صفحات ۲۱ و ۹۶)

در نسخهٔ المجریطی فقط یک تعدیل قمری جدول بندی شده است. این جدول نیز همانند جدول تعدیل شمسی، بر اساس طریقهٔ میل محاسبه شده و همان ماکزیمم را (۴°۵۶) را دارد که در خنداخادیاکا دیده می‌شود، با این تفاوت که در آنجا این مقدار با استفاده از طریقه جیب‌ها تعیین شده است. همین ماکزیمم در زیج شاه نیز مشاهده می‌شود. لیکن هیچ اثری از درونیابی خطی را در اینجا نمی‌توان ملاحظه نمود. تعدیل قمری مذکور در فوق، محتملاً دارای منشأ ایرانی است.[۶]

---

۵. تعدیل (q) هر سیاره‌ای که با استفاده از روش جیب‌ها method of sines محاسبه شده باشد، به شکل $q(x) = q_{max} \times \sin x$ خواهد بود که در آن q_{max} مقدار ماکزیمم تعدیل است. هر تعدیلی که با استفاده از طریقه میل method of declination محاسبه شده باشد، به صورت $q(x) = q_{max}.\delta(x)/\varepsilon$ خواهد بود که در آن δ نمایانگر میل خورشید ناشی از اریبی یا تمایل ε دایرة البروج می‌باشد.

۶. برای نمونه توجه کنید: براهماگوپتا در ارتباط با حرکت متوسط ماه، که از تعدیل خورشید مشتق شده است، یک تصحیح مجدد به کار می‌گیرد (سنگوپتا Sengupta ۱۹۳۴، صفحات ۲۱ تا ۲۲).

میل شمس[۴۵]

(سوتر ۲۶ ـ ۵۲°۱ ،نویگه باوئر، صفحات ۹۶ و ۹۷،گلداشتاین، صفحات ۴۹ و ۶۴ تا ۶۶)

زیج خوارزمی در اصل حاوی دو جدول برای میل شمس بود. در یکی از این دو، خوارزمی از بطلمیوس تبعیت کرده، ولی مقدار اریبی[۴۶] یعنی ´۲۰ ۵۱°۲۳ را که هم در المجسطی و هم در جدول‌های دستی[۴۷] وجود داشتند با ´۱۰ ۵۱°۲۳ جایگزین نموده بود. در جدول دیگر، او از سنت هندی تبعیت کرده و مقدار تفاوت بین میل و `میل معکوس` را برای مضاربی از ۱۵° بر اساس تمایل ۲۴° محاسبه نموده بود. نسخهٔ المجریطی فقط حاوی جدول بطلمیوسی است؛ در حالیکه جدول های طلیطلی هم جدول بطلمیوسی (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۲۷ و ۲۸) و هم، به عنوان بخشی از توضیحات، مقادیر هندی را در بردارند (میلاس والیکروزا ۱۹۵۰ ـ ۱۹۴۳، صفحات ۴۳ تا ۴۵).

عرض قمر[۴۸]

(سوتر °۶ ۲۶ ـ ۲۱، نویگه باوئر، صفحات ۹۶ و ۹۷، گلداشتاین، صفحات ۴۹ و ۶۴ تا ۶۶).

جدول عرض قمر در نسخهٔ المجریطی، طبق طریقه جیب‌ها محاسبه شده و دارای ماکزیمم ´۴°۳۰ میباشد. این جدول با تفاسیر ابن المثنی و ابن مسرور مطابقت دارد (کندی و اوکاشاه ۱۹۶۹، صفحات ۹۵ و ۹۶). همین مقدار ماکزیمم عرض قمر را می‌توان در منابع هندی نیز از جمله سوریاسیدهانتا Suryasiddhanta و خنداخادیاکا (سنگوپتا Sengupta ۱۹۳۴، صفحه ۳۲) و بنا به گفتهٔ ابن یونس[۴۹]، در زیج شاه (دلامبر Delambre ۱۸۱۹، صفحات ۱۳۸ و ۱۳۹) یافت.

تعدیل سیارات[۵۰]

(سوتر، صفحات °۵ ـ °۳ ۵۶ ـ ۲۷ نویگه باوئر، صفحات ۲۲ تا ۳۰ و ۹۸ تا ۱۰۱، گلداشتاین، صفحات ۳۰ تا ۴۵ و ۱۹۲ تا ۱۹۸).

محاسبات خوارزمی از مواضع حقیقی سیارات همانگونه که ابن المثنی آورده است، مبنی بر روش‌های ابن المثنی آورده است، مبنی بر روش های هندی بودند که نویگه باوئر (۱۹۵۶، صفحات ۱۲ تا ۲۶) آنها را مفصلاً شرح داده است. جدول‌ها و توضیحات دربارهٔ آنها در نسخهٔ المجریطی نیز با این روش ها مطابقت دارند.

ماکزیمم تعدیل ها کاملا با مقداری که به گفتهٔ ابن هبنتا[۵۱] و بیرونی (کندی ۱۹۵۶ آ، صفحات ۱۷۰ تا ۱۷۲) در زیج شاه آمده اند، مطابقت دارند. تعدیل مرکزی بر اساس طریقه

جیب ها و با استفاده از درونیابی خطی، در فواصل ۱۵^۵۸ محاسبه شده است. تعدیل‌های آنومالی[۵۲] به خوبی با مدل سادهٔ خروج از مرکز مطابقت داشته و بالنتیجه شکل تقریبی tan $q(x) = e.\sin x/(60 + e.\cos x)$ را دارا می‌باشند که در آن q تعدیل و e خروج از مرکز می‌باشد. طول‌های ثابت اوج سیارات که در ستون جدول مربوط به اوج اعتدال یافته، مشاهده می شوند و توضیحات آورده شده در متن، که ابن المثنی آنها را تأیید می کند، با مقادیر محاسبه شده در خنداخادیاکا (تومر ۱۹۶۴، صفحه ۲۰۷) مطابقت دارند.

توقفگاه های سیارات[۵۳]

(سوتر، صفحات ۶° ۵۶ ـ ۲۷، نویکه باوئر، صفحات ۳۰ و ۳۱ و ۱۰۱، گلداشتاین، صفحات ۴۵ تا ۴۹ و ۱۹۸).

هم فرضیهٔ توقفگاه های سیارات و هم جداول مربوط به آن که در نسخه المجریطی وجود دارند، بطلمیوسی می‌باشند. ابن المثنی وجود این جدول ها را در بین جداول تعدیل سیارات، در نسخه اصلی زیج خوارزمی، تأیید می‌کند. مقادیر جدول های مزبور خیلی به آنهایی که در جدول‌های دستی دیده می شوند، نزدیک می‌باشند لیکن همیشه هم با آنها مطابقت ندارند. ما همین جدول های توقف سیارات را در جدول های طلیطلی نیز مشاهده می کنیم (تومر ۱۹۶۸، صفحه ۶۰).

عرض سیارات[۵۴]

(سوتر، ۸° ـ ۷° ۵۶ ـ ۲۷، نویگه باوئر صفحات ۳۴ تا ۴۱ و ۱۰۱ تا ۱۰۳، گلداشتاین، صفحات ۹۲ تا ۹۴ و ۲۱۳ تا ۲۱۵)

قواعد وضع شده از سوی خوارزمی برای تعیین عرض سیارات، که در تفسیرهای ابن مسرور و ابن المثنی و نیز در نسخهٔ المجریطی آورده شده اند، دارای منشأ هندی می‌باشند. ماکزیمم های عرض ها که در این تفسیر ها ذکر شده‌اند، همان‌هایی هستند که در جداول المجریطی و منابع هندی نیز مانند سوریاسیدهانتا و خنداخادیاکا مشاهده می شوند. دومین جدول عرض ها (ستون ۸) طبق طریقه جیب ها محاسبه شده و به دقت ثانیه کمان می‌باشد. اما اولین جدول عرض‌ها (ستون ۷) چندان با قواعد هندی مطابقت ندارد. تومر (۱۹۶۴، صفحات ۲۰۵ و ۲۰۶) اظهار می‌دارد که این امر می تواند نتیجه یک اشتباه از جانب المجریطی باشد و آن هم موقعی که او مقدار ۶۰ را جایگزین مقدار ۱۵۰ شعاع دایرهٔ تحتانی نمود (نگاه کنید به بخش مربوط به جیب

که در زیر آمده است). لیکن کندی و اوکاشاه (۱۹۶۹) نشان داده اند که این جدول با توضیحات نادرستی که دربارهٔ قواعد هندی در تفسیرهای ابن مسرور و ابن المثنی ارایه شده‌اند، مطابقت دارد. طول گره‌های سیارات[۵۵] که در سر عنوان‌های جدول ها آمده اند، با محاسباتی که در خنداخادیاکا صورت گرفته اند، مطابقت می کنند (تومر ۱۹۶۴، صفحه ۲۰۷). جداول عرض سیارات در نسخهٔ المجریطی در جدول‌های طلیطلی نیز مشاهده می شوند (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۶۹ و ۷۰).

رؤیت قمر[۵۶]

(سوتر ۵۷آ، نویگه باویر صفحات ۴۲ تا ۴۴، گلداشتاین صفحات ۹۶ تا ۱۰۴ و ۲۱۸ تا ۲۲۵)

اینکه آیا یک جدول رؤیت هلال ماه در زیج اصلی خوارزمی وجود داشته یا خیر، سؤالی است که نمی‌توان پاسخ آنرا بر اساس تفسیرهای ابن المثنی و ابن مسرور به تحقیق یافت. لیکن می توان یک چنین جدولی که آنرا به خوارزمی نسبت می دهند، در منابع گوناگون مشاهده نمود (کینگ ۱۹۸۷، صفحات ۱۸۹ تا ۱۹۲)، و نشان داد که جدول مزبور با ذکر اریبی دایرهٔ البروج[۵۷] به میزان ۲۳°۵۱َ، و عرض جغرافیایی ۳۳°، منطبق با مقیاس رؤیت در نجوم هندی، می‌باشد. یک جدول دیگر در نسخهٔ المجریطی، توسط کندی و جانجانیان Janhanian (۱۹۶۵) و کینگ (۱۹۸۷، صفحات ۱۹۲ تا ۱۹۷) مورد مداقه قرار گرفته است. بر اساس تحلیل دقیقی که توسط هوخندایک Hogendijk (۱۹۸۸، صفحات ۳۲ تا ۳۵) انجام شده است، این نتیجه به دست می آید که جدول مزبور نیز با اریبی ۲۳°۳۵َ و عرض جغرافیائی ۴۱°۱۰، بر پایه مقیاس رؤیت در نجوم هندی، استوار می‌باشد.

جیب

(سوتر ۵۸آ–۵۸، نویگه باویر صفحه ۱۰۴، گلداشتاین صفحات ۴۹ تا ۶۲)

نسخه اصلی زیج خوارزمی حاوی مقادیر جیب و جیب معکوس[۵۸] برای آنچه در اصطلاح به آن کردجات[۵۹] (مقاطع، مضاربی از ۱۵ درجه) می گویند، بوده است. این مقادیر برای یک دایرهٔ مبنا به شعاع ۱۵۰ محاسبه شده بودند. اینگونه مقادیر از منابع هندی مشتق شده (به عنوان مثال نگاه کنید به خنداخادیاکا، سنگوپتا ۱۹۳۴، صفحه ۳۲) و در توضیحات جدول های طلیطلی نیز دیده می‌شوند (میلاس والیکروزا ۱۹۵۰ ـ ۱۹۴۳، صفحات ۴۳ و ۴۴). طبق تفسیر

ابن المثنی، مقادیر حد واسط برای درجات درست، می بایستی از طریق درونیابی تعیین و ذکر شده باشند. هوگندیک (۱۹۹۱) به کشف یک راه ممکن نایل آمده است که احتمالاً از آن طریق، خوارزمی توانسته است چنین کاری را انجام داده باشد. نامبرده موفق به پیدا کردن جدولی برای یک تابع به نام جیب ساعات sine of the hours شده است که مبتنی بر رساله خطی خوارزمی دربارهٔ اسطرلاب می باشد (این نسخه در برلن موجود است). جدول مزبور بر اساس مقادیر جیب هندیان برای کردجات و نوع خاصی از درونیابی خطی تدوین شده است.

جدول جیب موجود در نسخهٔ المجریطی، بر اساس شعاع ۶۰ بوده و از این جهت می باید بعد ها اضافه شده باشد. بیورن بو Biornbo اشاره می کند که جدول مزبور از طریق نیم کردن وتر بطلمیوسی و مقطوع کردن نتیجه بعد از رقم کسری شصتگانی، محاسبه شده است (۱۹۰۹، صفحات ۱۲ و ۱۳).[۷]

زاویهٔ بعد(۶۰)

(سوتر ۵۹ ب - ۵۹، نویگه باویر صفحات ۴۶ تا ۴۸ و ۱۰۴ تا ۱۰۵، گلداشتاین صفحات ۶۹ تا ۷۶ و ۲۰۲ تا ۲۰۴)

نسخه اصلی زیج خوارزمی شامل یک جدول زاویه بعد برای هر درجه از دایره البروج بود که با صورت فلکی جدی شروع می شد. بنا بر این می توان گفت که او از جدول‌های دستی بطلمیوس پیروی کرده بود. جدولی هم که در نسخه المجریطی هست، از جدی آغاز شده و مانند میل شمس، بر اساس اریبی ۲۳°۵۱َ۰ً تدوین شده است. از اینجا می‌گیریم که این جدول به احتمال زیاد چیزی جز جدول اصلی خوارزمی نمی تواند باشد.

---

۷. به نظر من جدول جیب در نسخهٔ المجریطی زیج سندهند، با جدول جیب به شعاع ۶۰ در جدول‌های طلیطلی فرق دارد: شمار اختلافاتی که بین این دو جدول وجود ندارد و نمی‌توان آنها را فقط خطای املائی دانست، آن چنان بزرگ است که روشن می‌سازد که این جدول‌ها مستقل از یکدیگر محاسبه شده‌اند (نگاه کنید به تومر ۱۰۶۸، صفحه ۲۹). جدول‌های طلیطلی در ضمن یک جدول جیب به شعاع ۱۵۰ (تومر ۱۹۶۸، صفحه ۲۷) نیز در بردارند که عملا شبیه به جدولی است که در یک نسخهٔ لاتین و حاوی جدول‌های نیومینستر Newminster (انگلستان) وجود دارد و در سال ۱۹۵۲ توسط نویگه باوئر و شمید منتشر شده است (صفحات ۲۲۶ و ۲۲۷). با توجه به این واقعیت که تقریباً تمام مقادیر به‌کار برده شده در این جدول به ۰، ۲، ۵ و یا ۷ ختم می‌شوند، می‌توان نتیجه گرفت که از روی یک جدول جیب به شعاع ۶۰ و از طریق ضرب کردن با ۲۱/۲ محاسبه شده است؛ آنهم احتمالاً برای تدوین مجموعه‌ای از جداول بر اساس مقادیر پارامتر خوارزمی برای تعیین صعود متمایل (نگاه کنید به آنچه در زیر خواهد آمد). جدول بنیادین جیب به شعاع ۶۰ با جدولی که در نسخهٔ المجریطی آمده است متفاوت می‌باشد.

صعود مایل[۶۱]

(نویگه باوئر، صفحات ۴۸ تا ۵۵، گلداشتاین، صفحات ۷۶ تا ۸۱ و ۲۰۴ تا ۲۰۶)

نه نسخهٔ اصلی زیج خوارزمی و نه نسخهٔ المجریطی، هیچ یک حاوی یک جدول برای صعود مایل نمی باشد. در عوض هم در تفسیر ابن المثنی و هم در نسخهٔ المجریطی توضیح داده شده است که چگونه می توان ساعات صعود را با کمک جدول های زیر محاسبه نمود:

جدول زاویهٔ بعد، جدول طول سایهٔ ساعت ظلی با شاخصی به طول G = ۱۲ واحد، جدول کاهش ساعات صعود برای تمامی کرهٔ زمین که مقدار $R.\tan \delta/G$ را در بر داشته باشد (R در این رابطه شعاع دایرهٔ مبنا و δ میل شمس است) و یک جدول جیبی (سینوسی) برای محاسبهٔ R از طریق درونیابی معکوس.

قواعد ذکر شده در فوق دارای منشأ هندی می باشند و می توان آنها را در جدول‌های طلیطلی نیز یافت. از جدول‌های نامبرده در بالا، نسخهٔ المجریطی حاوی جدول زاویه بعد (برای اریبی ′۵۱°۲۳ک که خوارزمی ذکر کرده است)، جدول طول سایه (با شاخصی به طول G = ۱۲ واحد)، و جدول جیبی (ولی برای R = ۶۰ و نه مقداری که خوارزمی ذکر کرده است، یعنی R = ۱۵۰) می‌باشد، اما اثری از جدول کاهش ساعات در آن نیست. ما در جدول‌های طلیطلی یک جدول برای $R.\tan\delta/G$ می‌یابیم که لسلی Lesley (۱۹۵۷، صفحات ۱۲۵ تا ۱۲۷) به آن اشاره کرده است و بر اساس R = ۱۵۰ و G = ۱۲ واریبی ″۰′۵۱°۲۳تدوین شده است.[۸] ابن المثنی، سه مقدار برای $R.\tan\delta/G$ در تفسیر خود آورده که آنها را از جدول خوارزمی برگرفته است (گلداشتاین، صفحه ۸۰؛ میلاس وندرل ۱۹۶۳، صفحه ۱۴۵). از آنجا که در جدول های طلیطلی همین مقادیر دیده می‌شوند، احتمال می‌رود که از اصل جدول خوارزمی اخذ شده باشند (البته اگر از برخی اشتباهات املائی چشم پوشی کنیم).

طول سایه[۶۲]

(سوتر ۶۰، نویگه باوئر، صفحه ۱۰۵، گلداشتاین، صفحات ۸۷ تا ۸۹)

از تفسیر ابن المثنی چنین مستفاد می شود که چگونگی محاسبه طول سایه شاخص ساعت ظلی، به طور مفصل در نسخه اصلی زیج خوارزمی شرح داده شده است. لیکن هیچ ذکری از یک جدول برای چنین محاسبه ای در این تفسیر نیامده است. ابن المثنی اظهار می دارد که خوارزمی

---

۸. همین جدول در نسخهٔ خطی لاتینی همراه با جدول‌های نیومینستر که در پاورقی ۹ ذکر آن‌ها رفت، مشاهده می‌شوند. نگاه کنید به نویکه باوئر و شمید ۱۹۵۲، صفحه ۲۲۶.

طول شاخص ساعت ظلی را برابر با ۱۲ = G واحد انتخاب کرده بود و این مقدار با جدول ظل التمام (کوتانژان) نسخهٔ المجریطی مطابقت می کند. ولی از آنجا که بسیاری از زیج‌های اسلامی دارای جدول های ظل التمام برای ساعت‌های ظلی با شاخصی بـه طـول ۱۲ واحـد، مـی‌باشند، احتمال می‌رود که این جدول بعدها اضافه شده باشد. به نظر من، مقادیر ظل التمام که در نسخهٔ المجریطی دیده می شوند، مستقل از آنهایی که در زیج البتانی و جدول‌های طلیطلی وجود دارند، محاسبه شده‌اند.

حرکت حقیقی شمس و قمر[۶۳]

(سوتر ۶۶ ـ ۶۱، نویگه باوئر، صفحات ۵۷ تا ۶۳ و ۱۰۵ تا ۱۰۷، گلداشتاین، صفحات ۹۴ تا ۹۶، ۱۰۴ تا ۱۰۹، ۲۱۶ تا ۲۱۷ و ۲۲۶ تا ۲۳۰)

سوتر (صفحه ۹۰) نشان داده است که جدول المجریطی برای حرکت حقیقی شمس و حرکت حقیقی قمر و همچنین شعاع‌های ظاهری خورشید و ماه و سایه، با قواعدی که در خنداخادیاکا و تفسیر ابن المثنی آورده شده اند، مطابقت دارد.

تعدیل زمان

(سوتر ۶۶-۶۱، نویگه باوئر، صفحات ۶۳ تا ۶۵ و ۱۰۷ تا ۱۰۸)

در تفسیر ابن المثنی هیچ ذکری از تعدیل زمان نرفته است. الهاشمی دربارهٔ چگونگی محاسبه تعدیل زمان یک توضیح بطلمیوسی ارائه داده و اظهار می کند که همین روش در زیج شاه و زیج های خوارزمی و ابو معشر[۶۴] نیز به کار رفته است (الهاشمی، صفحات ۱۵۶ و ۱۵۷و ۲۷۹). ولی او مقادیر پارامتر و یا جزئیات روش محاسبه را ذکر نکرده و نامی نیز از جدول های تعدیل زمان در آثار فوق نمی برد.

در نسخهٔ المجریطی زیج خوارزمی، یک جدول تعدیل زمان با مقادیری به دقت یک ثانیه در ساعت برای هر درجه از طول خورشید، وجود دارد. از دستوراتی که وی برای چگونگی استفاده از این جدول به دست می دهد (سوتر صفحه ۲۵؛ نویگه باوئر صفحات ۶۱ و ۶۲)، چـنین نـتیجه می‌شود که آرگومنت[۶۵] این جدول طول حقیقی شمسی بوده و مقادیر تعدیل زمـان مـی بـاید همواره به زمان متوسط شمسی اضافه شوند تا زمان حقیقی شمسی به دست آید. تعدیل زمان بدانگونه که در نسخهٔ المجریطی جدول بندی شده است، کاملاً بطلمیوسی است. منجمین هندی تنها به تصحیح مؤلفهٔ سرعت خورشید اکتفا کرده (نگاه کنید به بـخش ۵) و بـدین تـرتیب یک

منحنی جیبی به جای یک تابع با چهار مقدار نهایی به دست آورده اند (نگاه کنید به تصویر شماره ۳). در بخش ششم این مقاله، ساختار ریاضی و مقادیر بنیادین پارامتر جدول تعدیل زمان در نسخه المجریطی، تعیین خواهند شد.

مقابلات(۶۶) و مقارنات(۶۷) متوسط

(سوتر ۷۲ ـ ۶۹، نویگه باوئر، صفحات ۱۰۸ تا ۱۱۵، گلداشتاین، صفحات ۹۴ و ۲۱۶)

جداول مقابله‌ها و مقارنه‌های متوسط، در نسخهٔ المجریطی برای طول متوسط ماه قمری محاسبه شده و بسیار نزدیک به یک کمیت هندی می باشند که توسط بیرونی گزارش شده است. از آنجا که جداول مزبور بر اساس تقویم عربی تدوین شده و گفته می شود که برای طول جغرافیایی قرطبه (کردوبا) محاسبه شده اند، احتمالاً المجریطی در آنها تغییراتی داده است. اختلاف طول جغرافیایی در جداول مقابله ها و مقارنه های متوسط، با جداول حرکات متوسط، تقریباً در حدود ۶۳° می‌باشد. این نکته اشارت بر این دارد که اصطلاح "نصف النهار آب" meridian of water که به ویژه از سوی جغرافیدانان و منجمان مغربی-اندلسی به کار برده می‌شد، در اینجا مورد استفاده قرار گرفته است (کومس Comes ۱۹۹۴-۱۹۹۲، صفحات ۴۳ و ۴۴). جداول مقابله‌ها و مقارنه‌های متوسط، در جدول‌های طلیطلی، بر اساس مقادیر پارامتری می باشند که با مقادیر نسخهٔ المجریطی، فرق دارند (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۷۸ تا ۸۱).

خسوف(۶۸)ها

(سوتر ۷۶ ـ ۷۳؛ نویگه باوئر، صفحات ۶۶ تا ۶۹ و ۱۱۶ تا ۱۲۰؛ گلداشتاین، صفحات ۱۰۹ تا ۱۲۰ و ۲۳۱ تا ۲۳۵)

تدوین جدول های گرفتگی در نسخهٔ المجریطی، کلاً بطلمیوسی است. لیکن نویگه باوئر بر این عقیده است که تنها جدول مربوط به خسوف در اوج می‌تواند بر اساس مقادیر پارامتر بطلمیوسی باشد، و جداول مربوط به سه مورد مابقی، همگی بر اساس مقدار هندی یعنی ۳۰َ ۴° از ماکزیمم عرض قمر می‌باشند. جدول های مربوط به خسوف در نسخهٔ المجریطی با آنهایی که در جدول‌های طلیطلی آورده شده‌اند، مطابقت دارند (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۹۱ تا ۹۳).

اختلاف منظر(۶۹)

(سوتر، ۷۷آ ـ ۷۷؛ نویگه باوئر، صفحات ۶۹ تا ۷۶ و ۱۲۱ تا ۱۲۶؛ گلداشتاین، صفحات ۱۲۱ تا ۱۳۰ و ۲۳۶ تا ۲۳۸)

جدول‌های اختلاف منظر و توضیحات مربوط به آنها در نسخهٔ المجریطی، از نسخهٔ اصلی زیج خوارزمی اشتقاق شده‌اند. کندی (۱۹۶۵ب) نشان داده است که مؤلفهٔ عرض، کاملاً با نظریه اختلاف منظر در سوریاسیدهانتا مطابقت دارد. اما مؤلفهٔ طول، عناصر نجوم هندی نیز دارد (به ویژه ۲۴° برای اریبی دایرة البروج). این مؤلفه از طریق استفاده از محاسبهٔ مکرر که حبش الحاسب[۷۰] (بغداد حدود سال ۸۳۰ میلادی) آنرا توضیح داده، محاسبه شده است.

کسوف[۷۱]ها

(سوتر ۷۸، نویگه باویر صفحات ۷۳ تا ۷۶ و ۱۲۶ تا ۱۲۸، گلداشتاین صفحات ۱۲۰ تا ۱۴۰ و ۲۳۶ تا ۲۴۱)

نگاه کنید به بخش مربوط به خسوف ها.

تعدیل بروج[۷۲]

ابن المثنی در تفسیر خود، روشی را که می‌توان به کمک آن تعدیل بروج را محاسبه نمود، تشریح کرده است، لیکن ذکری از وجود چنین جدولی در نسخهٔ اصلی زیج خوارزمی نمی‌کند. نظریه ای که جدول ذکر شده در نسخهٔ المجریطی، بر آن استوار است، بطلمیوسی می‌باشد (سوتر صفحات ۹۶ تا ۹۸). مقادیر بنیادین پارامتر عبارتند از ۲۳°۳۵´ برای اریبی منطقة البروج و تقریبا جغرافیایی (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۱۴۰ تا ۱۴۳). این جدول احتمالاً از اضافات المجریطی می‌باشد.

همین جدول را می‌توان در جدول های طلیطلی مشاهده نمود.

مبدل پرتوها[۷۳]

(سوتر، ۱۱۴ - ۹۱؛ نویگه باوئر، صفحات ۷۸ تا ۸۱ و ۱۲۹ تا ۱۳۱)

جدول مبدل پرتوها را که در زیج اصلی خوارزمی بوده است، می‌توان در یک کتاب نجوم اثر ابن هبنتا (کندی و کروکوریان ـ پرایسلر Krokorian-Preisler ۱۹۷۲) و همچنین در جدول‌های طلیطلی (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۱۴۷ تا ۱۵۱) یافت. تومر اظهار می دارد که جدول مزبور برای اریبی ۲۳°۵۱´ و عرض جغرافیائی بغداد (قریب به ۳۳°) محاسبه شده است. لیکن چنین به نظر می‌رسد که جدول مبدل پرتوها در نسخهٔ المجریطی، برای عرض جغرافیائی ۳۸°۳۰´ یعنی احتمالاً برای قرطبه محاسبه شده باشد. بدین ترتیب می توانیم نتیجه بگیریم که این جدول یکی

دیگر از الحاقاتی است که المجریطی اضافه کرده است. هوگندیک (۱۹۸۹) دربارهٔ ساختار ریاضی هر دو جدول مبدل پرتوها بحث کرده و دریافته است که جدول المجریطی بر اساس اریبی ۲۳°۵۱ًَ که خوارزمی به دست داده است، تدوین شده و در عین حال بهینه سازی چشمگیری از روش محاسبه خوارزمی می باشد.

فضل دور(۷۴)

(سوتر ۱۱۵؛ نویگه باوئر، صفحات ۱۳۱ و ۱۳۲؛ گلداشتاین، صفحات ۱۴۳ و ۱۴۴ و ۲۴۲)

جدول فضل دور در نسخهٔ المجریطی بر اساس سال نجومی(۷۵) حساب شده که بالغ بر ۳۰، ۲۲، ۳۰، ۱۵؛ ۳۶۵ روز[۹] می‌باشد. این مقدار در منابع گوناگون هندی نیز مشاهده می‌شود از جمله در برهماسپوتاسیدهانتا *Brahmasputasiddanta* ابن المثنی تأیید می‌کند که خوارزمی این مقدار را به کار برده است. اما باید توجه داشت که در زیج شاه، مقدار ۳۰، ۳۲، ۱۵؛ ۳۶۵ به کار رفته است (کندی ۱۹۵۶آ، صفحه ۱۴۷).

چکیده

جداول موجود در ترجمهٔ لاتین نسخهٔ المجریطی از زیج سندهند خوارزمی را می‌توان با توجه به اصل آنها، به پنج گروه تقسیم نمود (شماره هایی که ذکر شده اند، شماره‌های جداول در چاپ سوتر به سال ۱۹۱۴ می‌باشند):

I. جدول هایی که از زیج اصلی خوارزمی مشتق شده‌اند:

الف) بر اساس روش های هندی و یا مقادیر پارامتر:

۱) جداول حرکت متوسط: حرکات و موضعات (۴ تا ۲۰)

۲) عرض قمر (°۶ ۲۶ ـ ۲۱)

۳) تعدیل سیارات: ساختار (°۵ ـ °۳ ۵۶ ـ ۲۷)

۴) عرض سیارات (°۸ ـ °۷ ۵۶ ـ ۲۷)

۵) حرکت حقیقی شمس و قمر (۶۶ ـ ۶۱)

---

۹. اعداد شصتگانی در این مورد به صورت معمول نوشته می‌شوند، بدین معنا که ارقام شصتی با ویرگول از هم جدا نوشته می‌شوند و صفر شصتگانی با نقطه ویرگول نشان داده می‌شود. برای مثال ۳۰، ۱۵؛ ۳۶۵ یا ۳۰، ۱۵؛ ۵، ۶ بیان دیگری از عدد ۳۶۵ + ۱۵/۶۰ + ۳۰/۶۰^{۲} می‌باشد.

۶) خسوف ها: مقادیر پارامتر برای خسوف ها در اوج (۷۶ ـ ۷۳)
۷) اختلاف منظر (۷۷آ ـ ۷۷)
۸) کسوف‌ها: مقادیر پارامتر (۷۸)
۹) فضل دور (۱۱۵)

ب) بر اساس روش های ایرانی و یا مقادیر پارامتر:
۱) تعدیل شمسی (۳° ۲۶ ـ ۲۱)
۲) تعدیل قمری (۴° ۲۶ ـ ۲۱)
۳) تعدیل سیارات: مقادیر پارامتر (۵° ـ ۳° ۵۶ ـ ۲۷)

پ) بر اساس روش های بطلمیوسی و یا مقادیر پارامتر:
۱) میل شمس (۵° ۲۶ ـ ۲۱)
۲) توقفگاه‌های سیارات (۶ ۵۶ ـ ۲۷)
۳) زاویهٔ بعد (۵۹ب ـ ۵۹)
۴) خسوف‌ها: سامانه و مقادیر پارامتر برای خسوف ها در حضیض (۷۶ ـ ۷۳)
۵) کسوف‌ها: سامانه (۷۸)

II. جدول هایی که المجریطی تغییراتی در آنها داده است:
۱) جداول تقویمی
۲) جداول حرکت متوسط: دوره (۲۰ ـ ۴)
۳) مقارنات و مقابلات متوسط (۷۲ ـ ۶۹)

III. جداولی که المجریطی به آنها اضافاتی وارد آورده و یا آنها را جایگزین نموده:
۱) قابلیت رؤیت هلال ماه (۵۷آ)
۲) جیب (۵۸آ ـ ۵۸)
۳) ظل التمام (۶۰)
۴) تعدیل بروج (۹۰ ـ ۷۹)
۵) مبدل پرتوها (۱۱۴ ـ ۹۱)

اصل جدول خوارزمی برای قابلیت رؤیت هلال ماه، در منابع مختلف موجود است (نگاه کنید

به مراجع مذکور در فوق). مقادیری را که او برای جیب بر اساس دایرة مبنا به شعاع ۱۵۰ برای کردجات تعیین نموده است، می‌توان در جدول‌های طلیطلی مشاهده کرد. هوگندیگ یک جیب با آرگومنت ۹۰،...، ۳، ۲، ۱ بر اساس این مقادیر دوباره سازی کرده است. اصل جدول خوارزمی برای مبدل پرتوها، از طریق یکی از آثار ابن هبنتا و جدول‌های طلیطلی به دست ما رسیده است. جدول تعدیل زمان (۶۸ ـ ۶۷) متعلق به یکی از گروه های I، II یا III، می باشد. تجزیه و تحلیلی که در بخش ششم این مقاله آمده، ما را قادر می‌سازد تا بیان دقیقتری از اصل و منشأ این این جدول ابراز داریم.

۵. تعدیل زمان

ما هنگامیکه می‌خواهیم زمان مکانی را با توجه به موضع خورشید بسنجیم (مثلا به کمک یک ساعت آفتابی)، ظهر را به مثابه زمان عبور(۷۶) خورشید تعریف می‌کنیم. تناوب زمان (پریود) بین دو عبور پی در پی را می‌توان به ۲۴ ساعت مساوی تقسیم نمود. هرگاه خورشید در صفحه استوا قرار داشته و با یک سرعت یکنواخت ظاهری حرکت کند، در آنصورت قوس استوا که نصف النهار ناظر را بین هر یک از عبورها قطع می‌کند، در تمام طول سال به همان مقدار باقی می‌ماند، یعنی ۳۶۰ درجه به اضافه حرکت روزانه خورشید. در نتیجه هر روز و هر ساعت دقیقاً با یکدیگر برابر خواهند بود. زمانی را که بر اساس فرض حرکت خورشید با سرعت یکنواخت در صفحه استوا به دست می‌آید، زمان متوسط شمسی مکان(۷۷) می‌نامند. این زمان، حداکثر به میزان یک مقدار ثابت با زمانی که ما امروزه به کار می‌بریم، فرق دارد. منجمین قدیم و دوران قرون وسطی، زمان متوسط شمسی را برای محاسبه طول سیارات کار می‌بردند. آنها تصحیحاتی در طول متوسط سیارات انجام دادند که توابعی خطی از زمان بودند و می‌شد آنها را از طریق مضاربه زمان متوسط شمسی سپری شده، با معدل حرکت سیاره ای، تعیین نمود.

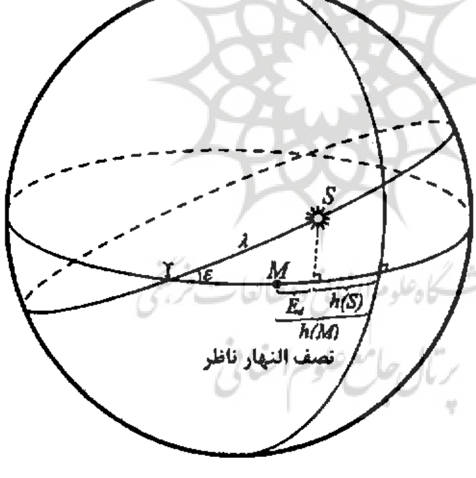
لیکن از آنجا که خورشید در حقیقت با یک سرعت غیر یکنواخت در صفحه دایرة البروج حرکت می‌کند، زمان حقیقی شمسی مکان که به صورت عبور روزانه خورشید حقیقی تعریف می شود، به میزان مقدار یک متغیر، با زمان متوسط شمسی فرق پیدا می کند. اختلاف بین زمان حقیقی و زمان متوسط شمسی را تعدیل زمان می نامند. این اختلاف توسط دو عامل تعیین می گردد: یکی حرکت غیر یکنواخت خورشید و دیگری این واقعیت که قوس منطقة البروج، معمولا نصف النهار ناظر را به عنوان یک قوس استوایی با طول مساوی در همان پریود زمانی، قطع نمی‌کند.

حال می خواهیم زمان متوسط و زمان حقیقی شمسی را از نقطه نظر ریاضی تعریف کرده و

فرمولی برای تعدیل زمان به مثابه تابعی از موضع خورشید مشتق نماییم.[۱۰] ابتدا باید توجه داشته باشیم که منظور از زاویه ساعتی یک جرم سماوی X، زاویه کروی بین نصف النهار ناظر و نصف النهار X می باشد که در جهت حرکت به غرب اندازه گرفته شده باشد. من در اینجا با حرف S، خورشید حقیقی، و با حرف M خورشید مجازی متوسط استوایی (۷۸) را نمایش می دهم که با سرعتی ثابت و با همان پریود خورشید حقیقی، روی استوا حرکت می کند.

اینک می توان زمان متوسط شمسی را به مثابه زاویه ساعتی h(M) خورشید متوسط استوایی، و زمان حقیقی شمسی را به مثابه زاویه ساعتی h(S) خورشید حقیقی تعریف کرد. تعدیل زمان Ed به حسب زاویه استوایی برابر است با اختلاف بین زمان متوسط شمسی و زمان حقیقی شمسی (نگاه کنید به تصویر شماره ۱ که کرهٔ سماوی را نشان می‌دهد. کرهٔ زمین در مرکز این تصویر ترسیم نشده است):

$$E_d = h(S) - h(M) \qquad (۱)$$

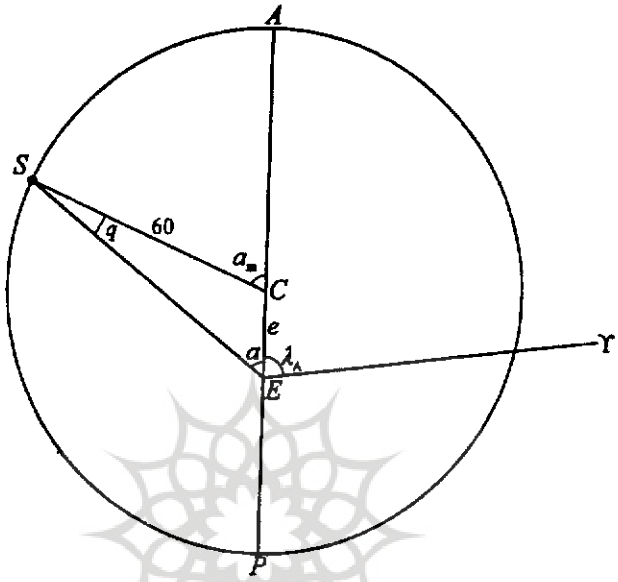


تصویر شماره ۱: توضیح نموداری تعدیل زمان

حال برای اینکه بتوان Ed را به صورت تابعی از موضع خورشید بیان کرد، مدل خروج از

۱۰. تشریح و توضیح مفصل تعدیل زمان را به نحوی که بطلمیوس به آن توجه داشته است، می‌توان در نوشتهٔ نویگه باوئر ۱۹۷۵، مجلد ۱، صفحات ۶۱ تا ۶۸ و نیز در مقالهٔ پدرسن ۱۹۷۴، صفحات ۱۵۴ تا ۱۵۸ یافت. کندی (۱۹۸۸) روشی را که دو منجم اسلامی، کوشیار بن لبان (قرن دهم میلادی) و غیاث‌الدین جمشید کاشانی (قرن پانزدهم میلادی)، به کمک آن جداول تعدیل زمان را تدوین کرده‌اند، تشریح نموده است.

مرکز بطلمیوس را در مد نظر قرار می دهیم که توسط بسیاری از منجمین قرون وسطی نیز مورد استفاده قرار گرفته است (نگاه کنید به تصویر شماره ۲).[۱۱]



تصویر شماره ۲: مدل خورشیدی بطلمیوس

در این مدل خورشید حقیقی S، با سرعتی ثابت روی دایره‌ای به شعاع ۶۰ حرکت می کند که در صفحه دایرهٔ البروج قرار دارد. مرکز این دایره C، به فاصلهٔ e که

آنرا خروج از مرکز خورشید می نامند، از کرهٔ زمین E دور می باشد. خورشید در نقطه اوج A به دورترین فاصله خود از زمین می رسد، کوتاه ترین فاصله آن با زمین در حضیض P می باشد. حال λ طول حقیقی خورشید است که می‌توان آنرا به صورت زاویهٔ YES در جهت حرکت به شرق از نقطه اعتدال ربیعی (بهاری) ♈ تعریف نمود. از این نقطه می توان خورشید را از کرهٔ زمین مشاهده نمود (برای اینکه بتوانم تصویر شماره ۲ را تا آنجا که ممکن است واضح ترسیم کنم، از نمایش λ در آن خودداری کرده‌ام). در محاسباتی که در زیر صورت می گیرند، از آنومالی a خورشید حقیقی استفاده می شود که به مثابه زاویه AES بین اوج A و خورشید S تعریف می‌شود. بدین ترتیب خواهیم داشت.

۱۱. توضیحات بیشتر دربارهٔ مدل شمسی بطلمیوسی را می‌توان در نوشتهٔ نویگه باوئر ۱۹۷۵، مجلد ۱، صفحات ۵۳ تا ۶۱ و یا پدرسن ۱۹۷۴، صفحات ۱۴۴ تا ۱۵۴ یافت.

$$\lambda = a + \lambda_A$$

که در آن λA طول اوج خورشید بوده و برابر است با زاویه $\angle\gamma ES$.

برای اینکه بتوان موضع حقیقی خورشید یعنی γ را محاسبه کرد، یک تصحیح مثلثاتی را در رابطه با تابع خطی زمان در نظر می گیریم. برای این تابع ما می توانیم مثلا آنومالی متوسط خورشید یعنی a_m را به کار بریم که زاویهٔ ACS بین اوج و خورشید است، و آن هنگامی است که ما از مرکز C مدار خروج از مرکز خورشید، به خورشید بنگریم. از آنجا که خورشید با سرعتی ثابت حول C می‌چرخد، این تابع در واقع یک تابع خطی است، لیکن منجمین قدیم و قرون وسطی معمولاً تابع دیگری در جداول خود جای می دادند. یعنی طول متوسط خورشید λ_m را که برابر است با

$$\lambda_m = a_m + \lambda_A$$

(به همین دلیل λ_m در تصویر شماره ۲ قید نشده است).

از آنجا که جمع زوایای مثلث ECS برابر است با

$$a + (180° - a_m) + \angle ESC$$

نتیجه می گیریم که اختلاف بین آنومالی حقیقی خورشید a و آنومالی متوسط خورشید a_m (و در نتیجه اختلاف بین طول حقیقی و خورشید λ و طول متوسط خورشید λ_m) برابر است با زاویه ESC. این زاویه را تعدیل شمسی نامیده و با q نمایش می دهند. زاویه مزبور را می توان از راه هندسی به صورت تابعی از a_m و از طریق گسترش زاویه SCE به یک مثلث قایم الزاویهٔ SXE (که در تصویر شماره ۲ نشان داده نشده است) تعیین نمود و سپس با بیان مقدار جیب یا ظل زاویهٔ q به صورت اضلاع مثلث گسترش داده، بازنمود کرد. به این طریق رابطهٔ زیر بـه دست می‌آید:

$$q_m(a_m) = \text{arc tan}\ (e.\sin a_m / (60 + e.\cos a_m)) \qquad (۲)$$

که در آن q_m تعدیل شمسی را به مثابه تابع آنومالی متوسط خورشید بیان می‌کند (فرمول معادلی با فرمول ۲، که بر اساس یک عبارت برای $\sin q_m$ مشتق شده باشد، قـدری پـیچیده‌تر خواهد بود). برای a_m بین صفر و ۱۸۰ درجه، تعدیل شمسی بـاید از مـقدار آنـومالی مـتوسط خورشید (یا طول متوسط خورشید) کاسته شود تا آنـومالی حـقیقی خـورشید (یـا طـول حـقیقی خورشید) به دست آید. برای a_m بین ۱۸۰ و ۳۶۰ درجه، منجمین قرون وسطی مقدار مـطلق تعدیل شمسی را به آنومالی متوسط خورشید (یا طول متوسط خورشید) اضافه مـی کـردند. از آنجا که فرمول ما یک تعدیل منفی برای مقادیر a_m بین ۱۸۰ و ۳۶۰ درجه به دست می‌دهد،

می توانیم به طور کلی نتیجه بگیریم که:

$$\lambda = \lambda_m - qm(\lambda_m - \lambda_A) \text{ و یا } a = a_m - qm(a_m)$$

تعدیل شمسی را می توان به صورت یک تابع آنومالی حقیقی خورشید نیز بیان نمود و با q نمایش داد. با به کار بستن قانون جیب ها در مثلث SCE خواهیم داشت:

$$q(a) = \text{arc sin } (e. \sin a / 60) \qquad (۳)$$

و $a = a_m - q(a)$ و یا $\lambda = \lambda_m - q(\lambda - \lambda_A)$ برای همه مقادیر λa و مصداق خواهند داشت.

حال بازگردیم به تصویر شمارهٔ ۱. در وهله اول متوجه می‌شویم که هم طول متوسط خورشید λm و هم موضع متوسط استوایی خورشید M در روی خط استوا، تابع‌های خطی زمان می باشند. از آنجا که خورشید متوسط استوایی همان دور تناوب را دارد که خورشید حقیقی (یعنی سال شمسی)، پس نتیجه می شود که در هر زمانی، موضع متوسط خورشید استوایی M روی خط استوا می‌تواند به صورت $\lambda m + c$ بیان شود که در آن c یک مقدار ثابت است. به علت اینکه زاویه بعد یک جرم سماوی X برابر زاویه کروی بین نصف النهار نقطه بهاری λ النهار X می باشد که در جهت حرکت به شرق اندازه گرفته شده، از فرمول ۱ نتیجه می شود که در هر لحظه تعدیل زمان برابر است با اختلاف بین زاویه بعد خورشید متوسط استوایی و خورشید حقیقی. بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$E_d = \lambda_m - (\lambda) + c$$

که در آن α نمایانگر زاویه بعد می باشد. برای مقادیر λ بین صفر و ۹۰ درجه، می‌توان α را از رابطهٔ $\alpha(\lambda) = \text{arc tan } (\cos\varepsilon . \tan \lambda)$ محاسبه کرد که در آن ε اریبی دایرة البروج می‌باشد. برای مقادیر بین ۹۰ و ۳۶۰ درجه، α از روابط قرینه‌ای

$$\alpha(180 - \lambda) = 180 - \alpha(\lambda)$$

و

$$\alpha(180 + \lambda) = 180 + \alpha(\lambda)$$

به دست می‌آید.

ثابت c همزمانی خورشید حقیقی و خورشید متوسط استوایی مجازی را تعیین می کند. از آنجا که منجمین قدیم و دوران قرون وسطی، این ثابت را به طریقی تعیین می کردند که وابسته به دوران جدول سیارات آن زمان بود (یعنی نقطه آغازین)، من آنرا ثابت دوره [۷۹] می نامم.

در فرمول بالا تعدیل زمان E_d به درجات استوایی بیان شده است. لیکن در جدول‌های

دستی بطلمیوس و در اغلب رساله‌های نجومی قرون وسطی (از جمله نسخه المجریطی زیج خوارزمی)، تعدیل زمان به ساعت و دقیقه و شاید هم ثانیه جدول بندی می شد. از آنجا که ۲۴ ساعت معادل یک گردش روزانه ۳۶۰ درجه به اضافهٔ حرکت روزانه خورشید به مقدار ۰°۵۹′۸″ می‌باشد، مقدار ۱۵°۲′۲۸″ ≈ ۲۴ / (۰°۵۹′۸″ + ۳۶۰°) در ساعت، می‌تواند یک ضریب دقیق برای تبدیل درجه به ساعت باشد. لیکن بطلمیوس و بسیاری از منجمین قرون وسطی، حرکت روزانه خورشید را در نظر نمی‌گرفتند و ضریب ۱۵ درجه در ساعت را در عوض به کار می‌بردند.

بدین ترتیب اگر E_h نمایانگر تعدیل زمان به ساعت باشد، در آن صورت خواهیم داشت

$$E_h = 1/15.E_d$$

من از این پس به جای E_h از حرف E استفاده خواهم کرد زیرا که می خواهیم فقط با تعدیل زمان به ساعت سرو کار داشته باشیم.

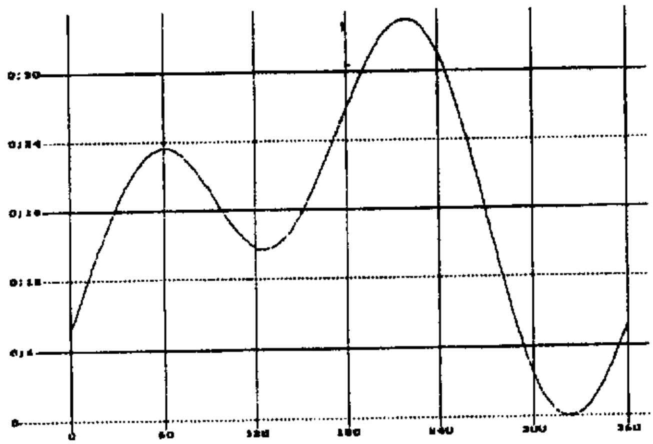
تعدیل زمان را می توان مانند تعدیل شمسی هم به صورت تابع طول حقیقی خورشید (که با $E(\lambda)$ نمایش داده می شود) و هم به صورت تابعی از طول متوسط خورشید (که با $E_m(\lambda_m)$ نمایش داده می شود) بیان کرد. از اینجا نتیجه می‌گیریم که:

$$E(\lambda) = 1/15.\ (\lambda + q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c) \qquad (۴)$$

$$E_m(\lambda_m) = 1/15.(\lambda_m - \alpha(\lambda_m - (\lambda_m - q_m(\lambda_m - \lambda_A) + c) \qquad (۵)$$

بدین ترتیب مشاهده می کنیم که تعدیل زمان بر اساس پنج پارامتر مختلف استوار است که عبارتند از: اریبی دایرة البروج، خروج از مرکزی خورشید، طول اوج خورشید، ثابت دوره، و ضریب تبدیل.

بسیاری از منجمین دوران قرون وسطی یک جدول تعدیل زمان به رسالهٔ نجومی خود ضمیمه می کردند بی آنکه اشاره ای به مقادیر پارامتر کنند. علاوه برا این، همیشه هم روشن نبود که آیا تعدیل زمان به مثابه تابعی از طول متوسط یا طول حقیقی خورشید جدول بندی شده است (بدین معنا که نه آرگومنت و نه متغیر مستقل جدول، طول متوسط و یا طول حقیقی خورشید بود). در هر دو مورد یک نمودار از مقادیر جدولی، می توانست یک شکل کلی داشته باشد که در تصویر شماره ۳ نشان داده شده است (در این تصویر طول خورشید به صورت افقی و تعدیل زمان به ساعت، به طور عمودی ترسیم شده اند).



تصویر شماره ۳: مقادیر تعدیل زمان در زیج خوارزمی

(افقی: طول خورشید به درجات دایرة البروج؛ عمودی: تعدیل زمان به ساعت)

ما می توانیم نتیجه بگیریم که تجزیه و تحلیل یک جدول تعدیل زمان غالباً کار مشکلی است. تاکنون فقط معدودی از جدول های تعدیل زمان موجود در منابع قدیمی و قرون وسطی، به زبان ریاضی توضیح شده‌اند. کندی (۱۹۸۸) آن دسته از جداول تعدیل زمان را که در زیج های کوشیار بن لبان[۸۰] و کاشانی[۸۱] پیدا کرده است، محاسبه نموده. من در یکی از مقالات اخیرم (فان دالن ۱۹۹۴)، شماری از روش‌ها را تشریح کرده‌ام که می توان به کمک آنها جداول تعدیل زمان را تحلیل نمود و نیز توضیح داده‌ام که چگونه بطلمیوس جدول تعدیل زمان خود را تدوین کرده است. در مقالهٔ حاضر، من روش های مشابهی را برای تعیین ساختار ریاضی جدول خوارزمی به کار خواهم گرفت و چگونگی کاربرد روش کمترین مربعات را به تفصیل توضیح خواهم داد.

۶. تجزیه و تحلیل جدول تعدیل زمان خوارزمی

توضیح جدول

یک نسخه برداری کامل به زبان لاتینی از جدول تعدیل زمان در زیج سندهند خوارزمی را می توان نزد سوتر ۱۹۱۴، صفحات ۱۸۱ ـ ۱۸۲ یافت (جداول ۶۷ تا ۶۸). این جدول در دو نسخه خطی که در بخش سوم مقالهٔ حاضر ذکر شدند، موجود می باشد: یکی در قطع های رحلی ۸۰ رو ۸۰ و در کتابخانه عمومی شارتر Chartres Bibliotheque Publique تحت شماره

۲۱۴ (نسخه خطی C سوتر) و دیگری در قطع‌های رحلی ۱۳۷ر و ۱۳۷و در کتابخانه بودلیان آکسفورد Oxford Bodleian Library. سوتر این دو نسخه را با یکدیگر ترکیب نمود تا جدولی به دست آورد که حتی المقدور به اصل جدول خوارزمی نزدیک باشد. بنا به گفتهٔ او، هر دو نسخه، فقط چند اشتباه املایی مشترک دارند.

مقادیر جدول تعدیل زمان خوارزمی برای هر درجهٔ طول خورشید که از برج حمل آغاز می شود، به دقیقه و ثانیهٔ ساعتی تدوین شده اند. کمترین مقداری که در آن فرض شده است برای موقعی است که موضع خورشید ۲۲° درجه برج دلو و بالغ بر $0^{h}0^{m}0^{g}$ باشد. این امر حاکی از این است که استفاده کننده از این جدول، نیازی نداشته است که فرقی قائل شود که مقادیر جدولی در کجا باید اضافه شوند (مثبت) و در کجا باید کسر شوند (منفی). ظاهرا مؤلف جدول، ثابت دوره c را انتخاب نموده تا بتواند این حالت ویژه را به دست آورد (رجوع کنید به توضیحات بخش قبلی).

من برای تجزیه و تحلیلی که در زیر صورت می گیرند، مقادیری را به کار برده‌ام که سوتر به دست داده است (نگاه کنید به جدول های ۴آ تا ۴ت در انتهای این بخش). نموداری از آنها در تصویر شماره ۳ نشان داده شده است. من اطلاعات ناچیزی که دربارهٔ تعدیل زمان در نسخه اصلی زیج خوارزمی در دست می باشند، و می توان آنها را در منابع درجه اول دیگر مشاهده نمود، در بند "تعدیل زمان" بخش چهارم این مقاله، خلاصه کرده‌ام.

ضریب تبدیل

در حین اولین بررسی جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی، متوجه می شویم که کلیه مقادیر جدولی، مضاربی از چهار ثانیه می باشند. تنها استثناها را در ارتباط با مینیمم و ماکزیمم (مکانی و کلی) این مقادیر مشاهده می کنیم. از اینرو فرضی معقول به نظر می رسد که در آنجا هم، مقادیر در اصل مضاربی از چهار ثانیه بوده باشند. لیکن آنها طوری با یکدیگر تطبیق داده شده‌اند تا بتوان از جهش های واضح در آنها جلوگیری کرد.

حضور صرف مضاربی از چهار ثانیه را می توان بر اساس فرمول های ۴ و ۵ تعدیل زمان توجیح نمود، به این معنا که آخرین گام محاسبه در هر دو مورد عبارت است از تقسیم بر ضریب تبدیل که معمولا به میزان ۱۵ درجه در ساعت است و یا گاهی ۱۵°۲′۲۸″. در ساعت. ظاهراً مؤلف جدول‌های نسخهٔ المجریطی تعدیل زمان را با دقتی برابر با دقیقه استوایی محاسبه کرده است، یعنی

$$\lambda + q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c$$

یا

$$\lambda - \alpha(\lambda_m - q_m(\lambda_m - \lambda_A))$$

مشروط براینکه آرگومنت جدول، طول متوسط خورشید باشد.

مقادیر مزبور همگی مضاربی از ۶۰ ثانیه هستند. مؤلف این جدول‌ها، از طریق تقسیم این مقادیر به ضریب تبدیل ۱۵، مقادیر جدول تعدیل زمان را به حسب ساعت که همگی مضاربی از چهار ثانیه می باشند، به دست آورده است.

متغیر مستقل

از توضیحات نسخهٔ المجریطی زیج خوارزمی (سوتر ۱۹۱۴، صفحه ۲۵؛ نویگه باوئر ۱۹۶۲، صفحات ۶۱ و ۶۲) استنتاج می‌شود که متغیر مستقل جدول تعدیل زمان، موضع حقیقی خورشید می باشد. علاوه بر این، تعدیل حاصل شده، باید همواره از زمان حقیقی شمسی کسر شود تا زمان متوسط شمسی به دست آید. بدین ترتیب همانگونه که در فرمول ۱ آمده است، مقادیر جدولی برابرند با زمان حقیقی شمسی منهای زمان متوسط شمسی.

یک واقعیت دیگری را نیز می توان به آسانی از مقادیر جدولی اشتقاق نمود: هرگاه ما تعدیل زمان را از طریق تفریق زمان متوسط شمسی از زمان حقیقی شمسی محاسبه کنیم، تابع حاصله برای موضع خورشید که از صفر تا ۳۶۰ درجه در حرکت است، یک ماکزیمم مکان و یک مینیمم مکان و نیز یک ماکزیمم کلی و یک مینیمم کلی دارا خواهد بود. همانگونه که در تصویر شماره ۳ (و یا شکل ۳۲ در نوشته نویگه باوئر ۱۹۶۲، صفحه ۱۰۸) مشاهده می‌کنیم، این مطلب در واقع برای جدول تعدیل زمان در نسخهٔ المجریطی مصداق دارد.[۱۲]

هیچگونه راه آسانی برای اثبات متغیر مستقل در جدول تعدیل زمان وجود ندارد: تعدیل زمان هم به صورت تابعی از طول حقیقی خورشید و هم به مثابه تابعی از طول متوسط خورشید، دارای شکلی است که در تصویر شماره ۳ مشاهده می شود. ولی ما می توانیم خواصی برای جدول تعدیل زمان به صورت تابعی از طول حقیقی خورشید، اشتقاق کنیم که اگر متغیر مستقل معادل طول متوسط خورشید باشد، دیگر اعتبار نداشته باشند. آنگاه می‌توان این خواص را به کار گرفت

---

۱۲. جدول بطلمیوس برای تعدیل زمان در جدول‌های دستی، یک نمونه از جدولی است که مقادیر آن می‌بایستی همواره به زمان حقیقی اضافه شوند تا بتوان زمان متوسط خورشید را به دست آورد (نگاه کنید به نویگه باوئر ۱۹۷۵، مجلد ۲، صفحات ۹۸۶ ـ ۹۸۴).

تا دریافت که کدام متغیر مستقل در جدول المجریطی به کار رفته است. به ویژه، با استفاده از تناسبات تقارنی که با زاویهٔ بعد و تعدیل خورشید مطابقت داشته باشند، ما می‌توانیم این توابع را بر اساس جدول تعدیل زمان به صورت تابعی از طول خورشید دوباره سازی کنیم.

تعیین مجدد زاویه بعد و تعدیل شمسی

همانگونه که در توضیحات بخش پنجم این مقاله آورده شد، تعدیل زمان از دو مؤلفه تشکیل می شود: زاویهٔ بعد و تعدیل شمسی. هر دو این مؤلفه ها شماری از تناسبات تقارنی را ارضا می کنند؛ به ویژه که برای زاویهٔ بعد روابط زیر در دست می‌باشند:

$$\alpha(180 - \lambda) = 180 - \alpha(\lambda) \text{ و } \alpha(180 + \lambda) = 180 + \alpha(\lambda)$$

این فرمول ها برای هر مقداری از λ به زبان ریاضی بیانگر این هستند که مثلاً زمان طلوع حمل که می توان آنرا $\alpha(30) - \alpha(0)$ محاسبه کرد، برابر است با زمان طلوع سنبله $\alpha(180) - \alpha(150)$ و زمان طلوع میزان $\alpha(210) - \alpha(180)$

برای تعدیل شمسی به صورت تابعی از طول حقیقی خورشید، بـه ازای هـر مـقدار آنـومالی حقیقی خورشید a خواهیم داشت:

$$q(\lambda_A + a) = -q(\lambda_A - a) \text{ و } q(\lambda_A + 180 + a) = -q(\lambda_A + a)$$

همانگونه که در توصیف مدل شمسی در بخش پنجم آمد، λA طول اوج خورشید و $a = \lambda - \lambda_A$ می‌باشد. این فرمول ها به زبان ریاضی بیانگر این هستند که مقدار مطلق تعدیل شمسی فقط بسته به فاصلهٔ خورشید از اوج و یا حضیض می‌باشد، دیگر اینکه علامت معادله در دو طـرف خطی که اوج و حضیض را بهم وصل می کند مختلف است.[۱۳]

ما می‌توانیم از تناسبات تقارنی که زاویه بعد برای آنها صدق می کند و همچنین از تـعدیل شمسی، مناسباتی را بین مقادیر معینی برای تـعدیل زمـان بـه صـورت تـابعی از طـول حـقیقی خورشید، اشتقاق نماییم. ابتدا باید توجه داشته باشیم که هر مقدار λ روابط زیر را خواهیم داشت:

$$E(\lambda) = 1/15.(\lambda + q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c)$$

$$\begin{aligned} E(180 + \lambda) &= 1/15.(180 + \lambda + q(180 + \lambda - \lambda_A) - a(180 + \lambda) + c) \\ &= 1/15.(180 + \lambda - q(\lambda - \lambda_A) - 180 - a(\lambda) + c) \end{aligned}$$

---

۱۳. تعدیل خورشید به مثابهٔ تابعی از طول متوسط خورشید، فقط یک تناسب تقارنی را که مشابه اولین تناسب مذکور در فوق می‌باشد ارضا می‌کند، یعنی $q_m(\lambda_A + a_m) = -q_m(\lambda_A - a_m)$ آنومالی متوسط خورشید $(a_m = \lambda_m - \lambda_A)$ می‌باشد.

$$= 1/15.(\lambda - q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c) \quad (۶)$$

لذا با اضافه کردن دو مقدار تعدیل زمان برای آرگومنت‌هایی که ۱۸۰ درجه از یکدیگر جدا می‌باشند، حاصل می‌شود:

$$E(\lambda) + E(180 + \lambda) = 1/15.(\lambda - q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c + \lambda - q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c$$
$$= 1/15.(2\lambda - \alpha 2(\lambda) + 2c)$$

و از اینجا در می یابیم که

$$\alpha(\lambda) = \lambda + c - 7.1/2.(E(\lambda) + E(180 + \lambda)) \quad (۷)$$

بدین ترتیب ما می توانیم زاویهٔ بعد را در هر جدول تعدیل زمان به صورت طول حقیقی خورشید دوباره سازی نماییم، مشروط بر اینکه مقدار کمیت c را بشناسیم (و یا مقدار تقریبی مناسبی از آن در دست داشته باشیم).

حال می توانیم از طریق تفریق دو مقدار تعدیل زمان برای آرگومنت‌هایی که ۱۸۰ درجه از یکدیگر جدا هستند، از یک راه مشابه، تعدیل شمسی را دوباره سازی نماییم. در این صورت خواهیم داشت:

$$E(\lambda) - E(180 + \lambda) = 1/15.(\lambda + q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c - \lambda + q(\lambda - \lambda_A) + \alpha(\lambda) - c)$$
$$= 1/15.(2.q(\lambda - \lambda_A))$$

و این منجر می شود به:

$$q(\lambda - \lambda_A) = 7.1/2.(E(\lambda) - E(180 + \lambda)) \quad (۸)$$

بدینسان می توانیم تعدیل شمسی را که اساس جدول تعدیل زمان را تشکیل می دهد، به صورت تابعی از طول حقیقی خورشید محاسبه نماییم حتی اگر هیچ مقداری برای ثابت دوره c در دست نداشته باشیم.

هیچ یک از فرمول هایی که ما در اینجا اشتقاق کردیم و هیچ یک از فرمول‌های مشابه به آنها، برای تعدیل زمان به مثابه تابعی از طول متوسط خورشید مصداق ندارند. از آنجا که در فرمول ۵ تعدیل شمسی qm "مابین" زاویهٔ بعد دیده می‌شود (در جملهٔ $(\alpha(\lambda_m - q_m(\lambda - \lambda_A))$، این جمله را نمی توان به آسانی حذف نمود، علیرغم اینکه کدام یک از مقادیر تعدیل زمان را اضافه و یا کسر نماییم.

با فرض اینکه جدول خوارزمی، تعدیل زمان را به صورت تابعی از طول حقیقی خورشید ارائه می کند، ما می‌توانیم مقادیر مربوط به تعدیل شمسی را با استفاده از فرمول ۸ دوباره سازی کنیم. من متوجه شده ام که در این صورت مقادیر حاصله، خیلی به مقادیر تعدیل شمسی که بر اساس

خروج از مرکز بطلمیوسی به مقدار ۲;۳۰ و طول اوج تقریباً ۸۴°۴۰َ محاسبه شده‌اند، نزدیک خواهند بود. تا جائی که من اطلاع دارم، این مقدار آخری تأیید نشده است. اگر طول متوسط خورشید، متغیر مستقل جدول خوارزمی می بود، در آن صورت جدول بازساخته شده واگرائی‌های روشمندی (سیستماتیک) از جداول تعدیل شمسی (برای هر مقدار دلخواه خروج از مرکز و طول اوج)نشان می‌داد. از اینرو می توانیم نتیجه بگیریم که متغیر مستقل جدول خوارزمی، طول متوسط خورشید نمی‌باشد. دلایل بیشتر برای چنین استنتاجی را می توان با بازسازی زاویهٔ بعد که زیربنای جدول تعدیل زمان خوارزمی می‌باشد، از طریق فرمول ۷ بدست آورد. برای انجام چنین کاری می باید ابتدا یک مقدار تقریبی برای ثابت دوره c پیدا کنیم.

محاسبه تقریبی ثابت دوره c

ثابت دوره c را می توان به طور تقریبی از مقادیر جدول تعدیل زمان، در صورتی که تابعی از طول حقیقی خورشید باشد، و با استفاده از تناسبات تقارنی که توسط زاویه بعد و تعدیل شمسی مصداق می یابند، تعیین نمود. برای هر مقدار λ خواهیم داشت:

$$E(180 - \lambda) = 1/15.(180 - \lambda + q(180 - \lambda - \lambda_A) - \alpha(180 - \lambda) + c)$$
$$= 1/15.(180 - \lambda - q(- \lambda - \lambda_A) - 180 + \alpha(\lambda) + c)$$
$$1/15.(- \lambda - q(- \lambda -\lambda_A) + \alpha(\lambda) + c) \quad (۹)$$

$$E(360 - \lambda) = 1/15.(360 - \lambda + q(360 - \lambda - \lambda_A) - a(360 - \lambda) + c)$$
$$= 1/15.(360 - \lambda + q(180 + (180 - \lambda) - \lambda_A) - \alpha(180 + (180 - \lambda) + c)$$
$$= 1/15.(360 - \lambda - q(180 - \lambda - \lambda_A) - 180 - \alpha(180 - \lambda) + c)$$
$$= 1/15.(360 - \lambda + q(- \lambda - \lambda_A) - 360 + \alpha(\lambda) + c)$$
$$= 1/15.(-\lambda + q(-\lambda - \lambda_A) + \alpha(\lambda) + c) \quad (۱۰)$$

اکنون می توانیم با استفاده از فرمول های ۴، ۶، ۹ و ۱۰ نشان دهیم که برای هر مقدار طول حقیقی خورشید Υ، مجموع مقادیر چهار تعدیل زمان، برای آرگومنت‌های λ، $(\lambda - ۱۸۰)$، $(\lambda + ۱۸۰)$ و $(\lambda - ۳۶۰)$ ثابت می‌باشند:

$$E(\lambda) + E(180 - \lambda) + E(180 + \lambda) + E(360-\lambda) = 1/15.(\lambda+q(\lambda-\lambda_A)-a(\lambda) +c)+$$
$$1/15.(- \lambda + q(180 - \lambda -\lambda_A)+a(\lambda)+ c)+$$
$$1/15.(\lambda - q(\lambda - \lambda_A) - a(\lambda) + c) +$$
$$1/15.(-\lambda - q(180 - \lambda - \lambda_A) + a(\lambda) + c)$$

$$= 1/15.(4c) = 4/15.c$$

هرگاه ما مجموعاً n مقدار برای تعدیل زمان داشته باشیم، و n مضربی از ۴ باشد و آرگومنت های مربوطه ۳۶۰..., n/ ۲۳۶۰، ۳۶۰/n، در آن صورت می‌توانیم n/۴ گروه از این چهار مقدار تشکیل دهیم که جمع آنها مساوی باشد با ۴/۱۵c.[۱۴]

در نتیجه، مجموع کل مقادیر موجود برای تعدیل زمان برابر خواهد بود با n/۴(۴/۱۵c) n/ بدین معنا که

$$c = (15/n). = \sum_{i=1}^{n} E(i.360^\circ / n) \qquad (۱۱)$$

باید توجه داشت که این فرمول هم برای تعدیل زمان به مثابه تابعی از طول متوسط خورشید، صدق نمی کند. لیکن با محاسبات مفصلی می توان نشان داد که فرمول ۱۱ حداقل به طور تقریبی برای تعدیل زمان به صورت تابعی از طول متوسط خورشید مصداق دارد، یعنی داریم:

$$c = (15/n). = \sum_{i=1}^{n} E_m(i.360^\circ / n)$$

که در آن n تعداد کل مقادیر جدولی می باشد.

ما عملاً نه در رابطه با زاویهٔ بعد و جداول تعدیل شمسی (فرمول های ۷ و ۸) و نه در ارتباط با مقدار تقریبی ثابت دور c (فرمول ۱۱) می توانیم مقادیر دقیق $E(\lambda)$ برای تعدیل زمان به کار بریم. بلکه باید از مقادیر جدولی $T(\lambda)$ که تبدیل به ارقام ثابت شصتگانی شده‌اند، استفاده کنیم. این مقادیر، حداقل اشتباهات ناشی از سر راست کردن را دارا خواهند بود، که نسبتاً ناچیز می‌باشند. (مثلاً اختلاف بین مقادیر دقیق تابعی و مقادیری که تا به دقت ثانیه سرراست شده اند، چیزی در حدود حداکثر نیم ثانیه می باشد). از این گذشته، این مقادیر می توانند اشتباهات نسبتاً قابل توجهی مانند اغلاط محاسباتی و یا املایی داشته باشند. مع الوصف در اغلب موارد فرمول ۱۱ (با جایگزین کردن E توسط T) یک مقدار تقریبی مناسبی برای c به دست می‌دهد.

در رابطه با جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی، کاربرد فرمول ۱۱ منجر به ۴;۳۰،۳ ?c می‌شود. همانگونه که در بالا نشان داده شد، خوارزمی مقدار

---

۱۴. ما برای $\lambda = 0^\circ$ و $\lambda = 90^\circ$ فقط دو مقدار به دست می‌آوریم؛ لیکن خواهیم داشت:

$$E(0) + E(90) + E(180) + E(270) = 1/15(q(0 - \lambda) + c) + 1/15(90 + q(90 - \lambda_A) - 90 + c)$$
$$+ 1/15(180 - q(0 - \lambda_A) + 1/15(270 - q(90 - \lambda_A) - 270 + c)$$
$$+ 4/15.c$$

$$\lambda + q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c$$

را با دقتی به میزان دقیقه محاسبه کرده بود. از این گذشته، وی ظاهراً ثابت دوره را طوری انتخاب کرده بود که مقدار مینیمم تعدیل زمان برابر صفر گردد. از اینرو طبیعی به نظر می رسد که ثابت دورهٔ او هم دقتی در حد دقیقه داشته باشد. در چنین صورتی مقداری که وی به کار برده احتمالاً c = ۴;۳۰ می‌باشد.

اگر از این فرض حرکت کنیم که آرگومنت جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی، طول حقیقی خورشید، و ثابت دوره برابر با ۴;۳۰ باشد، در آن صورت می توانیم بر اساس فرمول ۷ زاویهٔ بعد را محاسبه نماییم. دستچینی از مقادیر حاصله، در جدول شماره ۱ همراه با تفاضل بین این مقادیر و مقادیر محاسبه شده برای اریبی ۲۳°۵۱ʹ جمع‌آوری شده‌اند.

جدول شماره ۱: زاویهٔ بعد که بر اساس جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی و بنا به فرض اینکه متغیر مستقل برابر با طول حقیقی خورشید باشد، دوباره تدوین شده است. ستون سوم و ششم، تفاضل بین مقادیر دوباره ساخته شده و ارقام دقیق زاویهٔ بعد را برای اریبی ۲۳°۵۱ʹ نشان می دهند.

λ	reconstructed right ascension	differences	λ	reconstructed right ascension	differences
0	0;10, 0	0;10, 0	90	89;48,30	−0;11,30
10	9;20, 0	0;10,20	100	100;44,30	−0;10,14
20	18;33,30	0; 8,47	110	111;33, 0	−0; 9, 1
30	27;56,30	0; 6,20	120	122;11, 0	−0; 4,45
40	37;33,30	0; 3,14	130	132;30,30	−0; 1,35
50	47;27, 0	−0; 0,55	140	142;31,45	0; 2, 1
60	57;38,30	−0; 5,45	150	152;15,30	0; 5,40
70	68; 9,30	−0; 8,29	160	161;43, 0	0; 7,43
80	78;55,30	0; 9,46	170	171; 0, 0	0; 9,40

همانطور که مشاهده می شود. تطابق بین این مقادیر بسیار نامناسب است. مقادیری که

مجدداً تدوین شده‌اند، برای خواص اصلی زاویهٔ بعد مانند $0 = (0)$ و $90\ \alpha$ $\alpha(90)$ مصداق پیدا نمی کنند و ما متوجه اختلافی به میزان ′۱۲ می‌شویم که ناشی از وجود الگوی (pattern) خاصی می باشد.[۱۵] بنابراین احتمال می رود که یک اشتباه روشمند در دوباره سازی این مقادیر رخ داده باشد (نگاه کنید به توضیحاتی که در زیر دربارهٔ روش کمترین مربعات داده شده است). لیکن می توان اطمینان داشت که این اشتباه ارتباطی با مقادیری که ما برای ثابت دوره و اریبی دایرةالبروج به کار برده ایم، ندارد زیراکه برای هیچ یک از مقادیر این پارامترها، الگوی تفاضل‌ها در جدول ۱ ناپدید نمی شود. از اینرو نتیجه می گیریم که آرگومنت جدول خوارزمی، طول حقیقی خورشید نمی تواند باشد.

با توجه به تطابق رضایت بخش بین تعدیل شمسی که دوباره سازی شده و مقادیری که محاسبه شده اند، نتیجه می‌شود که آرگومنت جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی، طول متوسط خورشید هم نمی تواند باشد. از اینرو ما باید این امکان را درنظر بگیریم که تعدیل زمان جدول بندی شده، احتمالاً بر اساس طریقه‌هایی حساب شده است، که با روش‌های ارایه شده در بخش پنجم این مقاله، متفاوتند. یکی از راه های مؤثر ریاضی که به کمک آن می‌توان مضرب مقادیر آرگومنت مجهول یک جدول نجومی را پیدا کرد و اطلاعات بیشتری در بارهٔ تابع جدول بندی شده، بدست آورد، روش کمترین مربعات است که در صفحات بعدی مفصلاً توضیح داده خواهد شد.

روش کمترین مربعات

چگونگی استفاده از روش کمترین مربعات را برای تعیین مقادیر آرگومنت یک جدول نجومی، می توان توسط جدول شماره ۲ روشن ساخت.

---

۱۵. این اختلافات دال بر یک الگوی واضح سینوسی بوده و عملاً برای $\lambda = 45°$ و $\lambda = 135°$ و... برابر صفر می‌باشند. ماکزیمم این اختلافات تقریباً برابر با ′۱۱ را در نزدیکی صفر و ۱۸۰ درجه، و مینیمم آنها تقریباً برابر با ′۱۲ ـ در نزدیکی ۹۰ درجه می‌باشد.

جدول شماره ۲: توضیح روش کمترین مربعات

arg. λ	المجریطی	محاسبه شده	تفاضل ها	مربعات تفاضل ها
10	0;11,28	0;13, 5,40,24, 1	−0; 1,37,40,24, 1	0; 0, 2,39,10, 5
20	0;15, 8	0;16,47,55,48,54	−0; 1,39,55,48,54	0; 0, 2,46,26, 3
30	0;18,28	0;20, 2,21,52,44	−0; 1,34,21,52,44	0; 0, 2,28,24,41
40	0;21, 4	0;22,30,18,57, 8	−0; 1,26,18,57, 8	0; 0, 2, 4,10,26
50	0;22,48	0;23,57,55,18,24	−0; 1, 9,55,18,24	0; 0, 1,21,29, 3
60	0;23,28	0;24,18,27,17,28	−0; 0,50,27,17,28	0; 0, 0,42,25,42
70	0;23, 0	0;23,34,23,43,45	−0; 0,34,23,43,45	0; 0, 0,19,43, 3
80	0;21,32	0;21,58,21,35,23	−0; 0,26,21,35,23	0; 0, 0,11,34,50
90	0;19,40	0;19,51,56,41,35	−0; 0,11,56,41,35	0; 0, 0, 2,22,41
100	0;17,32	0;17,42, 7,59,49	−0; 0,10, 7,59,49	0; 0, 0, 1,42,41
110	0;15,52	0;15,56, 0,34,33	−0; 0, 4, 0,34,33	0; 0, 0, 0,16, 5
120	0;14,44	0;14,55,28,26, 2	−0; 0,11,28,26, 2	0; 0, 0, 2,11,39
130	0;14,44	0;14,53,38,17,34	−0; 0, 9,38,17,34	0; 0, 0, 1,32,54
140	0;15,44	0;15,53,39,28,19	−0; 0, 9,39,28,19	0; 0, 0, 1,33,16
150	0;17,36	0;17,49,38,24,14	−0; 0,13,38,24,14	0; 0, 0, 3, 6, 3
160	0;20,24	0;20,28,41,33,54	−0; 0, 4,41,33,54	0; 0, 0, 0,22, 1
170	0;23,32	0;23,33,13,53,43	−0; 0, 1,13,53,43	0; 0, 0, 0, 1,31
180	0;26,52	0;26,43, 2,19, 9	0; 0, 8,57,40,51	0; 0, 0, 1,20,18
190	0;29,52	0;29,36,56,49,11	0; 0,15, 3,10,49	0; 0, 0, 3,46,36
200	0;32,24	0;31,54,16,28, 2	0; 0,29,43,31,58	0; 0, 0,14,43,36
210	0;34, 0	0;33,16,14,32,26	0; 0,43,45,27,34	0; 0, 0,31,54,44
220	0;34,28	0;33,27,36,53,53	0; 1, 0,23, 6, 7	0; 0, 1, 0,46,21
230	0;33,36	0;32,18,41, 6,52	0; 1,17,18,53, 8	0; 0, 1,39,37,34
240	0;31,24	0;29,47,28,59,23	0; 1,36,31, 0,37	0; 0, 2,35,15,30
250	0;27,44	0;26, 1,42,15, 8	0; 1,42,17,44,52	0; 0, 2,54,24,26
260	0;23, 4	0;21,19,28,46,11	0; 1,44,31,13,49	0; 0, 3, 2, 4,32
270	0;17,52	0;16, 8, 3,18,25	0; 1,43,56,41,35	0; 0, 3, 0, 4,32
280	0;12,32	0;11, 0, 1,38,37	0; 1,31,58,21,23	0; 0, 2,20,58,58
290	0; 7,44	0; 6,27,53,26,34	0; 1,16, 6,33,26	0; 0, 1,36,32,37
300	0; 3,48	0; 2,58,35,17, 8	0; 0,49,24,42,52	0; 0, 0,40,41,32
310	0; 1,12	0; 0,49,45,17,10	0; 0,22,14,42,50	0; 0, 0, 8,14,51
320	0; 0, 2	0; 0, 8,24,40,40	−0; 0, 6,24,40,40	0; 0, 0, 0,41, 6
330	0; 0,20	0; 0,51,45,10,37	−0; 0,31,45,10,37	0; 0, 0,16,48,15
340	0; 1,52	0; 2,49, 6, 9,10	−0; 0,57, 6, 9,10	0; 0, 0,54,20,42
350	0; 4,28	0; 5,44, 8,53, 6	−0; 1,16, 8,53, 6	0; 0, 1,36,38,32
360	0; 7,48	0; 9,16,57,40,51	−0; 1,28,57,40,51	0; 0, 2,11,54, 7
جمع مربعات تفاضل ها				0; 6,18,43,18, 0

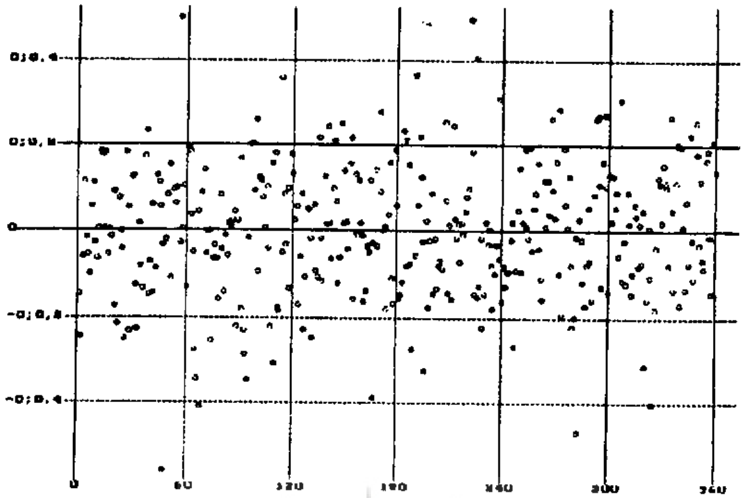
ستون اول این جدول حاوی آرگومنت های λ یک جدول تعدیل زمان می باشد، ستون دوم

مقادیر جدولی $T(\lambda)$ را در بر دارد که از نسخهٔ المجریطی زیج خوارزمی برگرفته شده‌اند. در ستون سوم، مقادیر تعدیل زمان $E(\lambda)$ دیده می‌شوند که برای یک مجموعه مقادیر پارامتر که از نقطه نظر تاریخی محتمل و موجه می‌باشد، محاسبه شده‌اند؛ یعنی:

اریبی ۲۳°۵۱′ خروج از مرکزی خورشید ۲;۲۰ (که با ماکزیمم تعدیل خوارزمی به مقدار ۲°۱۴′ مطابقت دارد)، اوج خورشید ۷۷°۵۵′ (به گونه ای که المجریطی ذکر کرده است)، ثابت دوره ۴°۳۰′ (که در بالا به دست آمد)، ضریب تبدیل ۱۵ و بالاخره این فرض که متغیر مستقل، طول حقیقی خورشید می باشد.

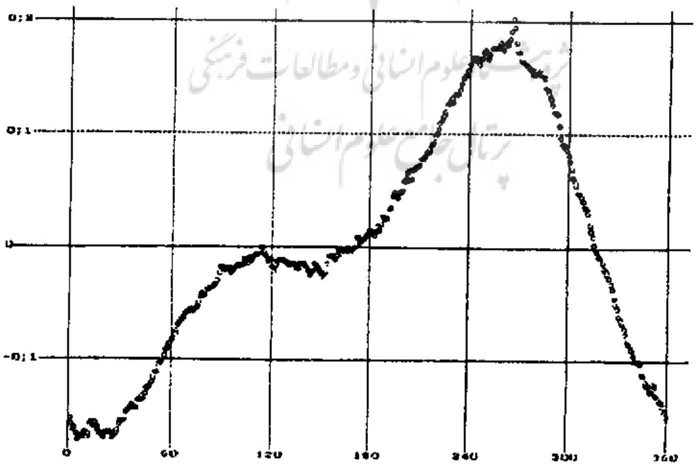
ستون چهارم این جدول تفاضل $T(\lambda) - E(\lambda)$ بین مقادیر جدولی المجریطی و محاسبات ما را در بر دارد. در ستون پنجم توان های دوم (مربعات) این تفاضل‌ها ملاحظه می‌شوند. مجموع مربعات یا توان های دوم (شامل کلیهٔ مقادیر جدولی موجود در نسخهٔ المجریطی) در آخرین ستون این جدول آورده شده اند.

همانطور که در زیر خواهد آمد، از ستون چهارم جدول شماره ۲ نتیجه می شود، که یا فرض ما مبنی بر اینکه در جدول خوارزمی طول حقیقی خورشید به مثابه متغیر مستقل به کار رفته است، اشتباه است و یا مقادیر انتخاب شده برای پارامتر مغلوط می باشند. معمولاً موقعیکه ما یک جدول نجومی قرون وسطی را مجددا محاسبه می کنیم و فرمول صحیح و مقادیر صحیح پارامتر را به کار می بریم، تفاضلاتی را می‌یابیم که کم یا بیش مقادیر اتفاقی بوده و ماکزیممی حداکثر مطابق با چند رقم از آخرین موضع شستصگانی، دارند. یک نمونه از چنین تفاضل اتفاقی را می‌توان در نمودار تصویر شماره ۴ مشاهده نمود که در آن موضع خورشید افقی و تفاضل ها به صورت نقطه، عمودی ترسیم شده‌اند.



تصویر شماره ۴: تفاضل اتفاقی بین مقادیر تعدیل زمان که به دقت ثانیه محاسبه شده اند و مقادیری که مجدداً تعیین شده اند (افقی: طول خورشید؛ عمودی: تفاضل به ساعت).

در ستون چهارم جدول شماره ۲، ما نه تنها تفاضل‌هائی تا ۱۰۰ واحد (یعنی ۱۴۴َ) می‌یابیم، بلکه در یک نمودار که این تفاضل‌ها را نشان می‌دهد (تصویر شماره ۵)، می‌توانیم حتی به وضوح یک الگوی غیر اتفاقی را مشاهده کنیم که کم یا بیش شکل خود تعدیل زمان را دارد (مقایسه کنید با تصویر شماره ۳).



تصویر شماره ۵: تفاضل بین مقادیر تعدیل زمان در زیج خوارزمی و مقادیری که مجددا محاسبه و در تصویر شماره ۲ درج شده اند.

حضور یک چنین الگویی در تفاضل ها، معمولاً نشانهٔ این است که در محاسبات یا از یک فرمول اشتباه و یا از مقادیر مغلوط پارامتر، استفاده شده است.

برای اینکه بتوان مقادیر بنیادین پارامترها را یافت که به بهترین وجهی با جدول تعدیل زمان منطبق باشند، می‌توانیم از روش کمترین مربعات استفاده کنیم. در ستون پنجم جدول شماره ۲ مربع تفاضل های مندرج در ستون چهارم آورده شده اند. در آخرین ردیف این ستون، ما جمع مربعات کلیه مقادیر جدولی موجود در نسخهٔ المجریطی را مشاهده می کنیم (از این مقادیر فقط هر دهمین آنها در جدول شماره ۲ آورده شده اند). هرگاه ما مجموعه‌های مختلفی از مقادیر پارامتر را برای محاسبه ستون سوم به کار گیریم، در آن صورت تفاضل های مندرج در ستون چهارم، و مربعات تفاضل های مندرج در ستون پنجم و نیز جمع مربعات، همگی متفاوت خواهند بود. طبق روش کمترین مربعات، مقادیر پارامتر طوری تعیین می‌شوند که جمع مربعات تفاضل های بین جدول المجریطی و جدول محاسبه شده، حتی المقدور کوچک باشد. به بیان ریاضی، مقادیر پارامتر از طریق به حداقل رسانیدن جمع $\sum_\lambda (T(\lambda) - E(\lambda))^2$ حاصل می شوند. این جمع شامل کلیه مقادیر جدولی λ می‌باشد. از آنجا که مربعات همواره مثبت هستند، جمع مربعات تفاضل‌ها فقط در صورتی می‌تواند کوچک باشد که مقدار مطلق همه تفاضل‌ها کوچک باشد. و این بدان معنا است که تمامی مقادیر محاسبه شده، باید نزدیک به مقادیر جدولی باشند.

به جای جمع مربعات تفاضل ها، ما اغلب از انحراف معیار تفاضل‌ها استفاده می کنیم که از طریق تقسیم جمع مربعات تفاضل ها به تعداد کل مقادیر جدولی و گرفتن جذر دوم حاصل تقسیم، محاسبه می شود.[۱۶] انحراف معیار، مقیاس مرسومی است برای تعیین تفاضل های بین دو مجموعه از مقادیر، که قابل مقایسه باشند. در مثالی که ما در جدول شماره ۲ آورده ایم، میانگین مربعی تفاضل‌ها تقریباً ۰;۰،۰،۱،۳،۷،۱۳ (یعنی ۰;۶،۱۸،۴۳،۱۸/۳۶۰) می‌باشد و انحراف معیار برابر است با ۰;۱،۱،۳۲،۲۵. در زیر خواهیم دید که اگر ما با استفاده از فرمول صحیح و مقادیر صحیح پارامتر، جدولی را با مقادیری به دقت ثانیه محاسبه کنیم، در آن صورت انحراف معیار تفاضل‌های بین مقادیر جدولی و مقادیر محاسبه شده، تقریباً ۰;۰،۰،۱۷ خواهد بود. بدین ترتیب انحراف معیار تفاضل‌ها برای محاسبه مجددی که ما از جدول المجریطی انجام می‌دهیم، بیشتر از ۲۰۰ بار بزرگتر از یک محاسبه صحیح، خواهد بود.

---

۱۶. برای مقاصد آماری، انحراف معیار را معمولاً از طریق تقسیم جمع‌مربعات تفاضل‌ها به n - ۱ (n نمایانگر تعداد کل مقادیر جدولی است) و گرفتن ریشهٔ دوم حاصل تقسیم، محاسبه می‌کنند. در نتیجه انحراف معیار، مقدار تقریبی بهتری را برای پارامتری که ویژگی آماری تفاضل‌ها را توصیف می‌کند، به دست می‌دهد.

تعیین کردن مقادیر پارامتر، موقعیکه جمع مربعات تفاضل‌ها (و در نتیجه انحراف معیار تفاضل ها) بین یک جدول تاریخی و یک جدول محاسبه شده، خیلی کوچک باشد، مسئله‌ای است غامض. در اینگونه موارد، معمولاً باید از یک روش تکراری که با مقادیر محتمل پارامتر آغاز می شوند (مانند مقادیری که ما در محاسبات خود در جدول شماره ۲ به کار برده‌ایم) استفاده کرده و سپس مقادیری را محاسبه نمود که جمع مربعات تفاضل ها برای آنها کمترین مقدار را دارد. یک چنین محاسبه ای معمولاً تفاضل های بین جدول موجود و جدول محاسبه شده برای مقادیر آغازین پارامتر و همچنین مشتق تابع جدولی را در بر گرفته و در ضمن آگاهی‌های لازم را دربارهٔ سرعت تغییر جمع مربعات تفاضل‌ها بر حسب تغییر مقادیر پارامتر، به دست می‌دهد. ما پس از چند بار تکرار این رویه (معمولاً سه تا چهار بار)، می‌توانیم رقم تقریبی بسیار خوبی برای مقادیر پارامتر به دست آوریم که برای آنها، جمع مربعات تفاضل‌های بین جدول موجود و جدول محاسبه شده کمترین مقدار را داشته باشد. مقادیری که بدین ترتیب حاصل می‌شوند، کمترین مربعات برآوردی پارامتر جدول خوانده می‌شوند.

روش کمترین مربعات را می‌توان به کمک برنامه کامپیوتری که من طرح ریزی کرده‌ام و "تحلیل جدول" نام دارد، برای تعیین مقادیر بنیادین پارامتر اغلب جدول‌های استاندهٔ (استاندارد) نجومی بطلمیوسی، به کار برد. روش تکراری که در این برنامه به کار گرفته شده است، عبارت از شیوهٔ موسوم به گاوس-نیوتن (۷۶) می‌باشد و نتایج بسیار خوبی به دست می دهد. استفاده کنندگان از این برنامه، نیازی به دانستن جزییات روش تکراری ندارند. کافی است که فقط معلوم کنند که کدام مقادیر پارمتر را از کدام جدول مایلند برآورد نمایند. ولی در عین حال باید اذعان داشت که تعبیر و تفسیر نتایج حاصله از روش کمترین مربعات، چندان ساده نیست. این موضوع در بخش بعدی مورد بحث قرار خواهد گرفت.

تشریح نتایج روش کمترین مربعات

روش کمترین مربعات، تقریب های دقیقی برای مقادیر نامعلوم پارامتر یک جدول نجومی به دست می دهد، مشروط بر اینکه تابع زیربنایی صحیحی را به کار برده باشیم. این امر در وهله اول مستلزم اینست که بدانیم برای کدام تابعی، جدول مورد نظر محاسبه شده است: مثلا ممکن است که تعدیل یک سیاره، مطابق طریقه جیب‌ها و یا روش میل (نگاه کنید به پاورقی ۶) محاسبه شده باشد. در وهله دوم، مهم است که روش محاسبه جدول را دقیقاً بشناسیم و بدانیم که آیا این روش، منابع اشتباهات روشمندی را از قبیل درونیابی خطی، حذف کامل نتایج میانی و یا استفاده از جداول کمکی نا دقیق، دارا هست یا خیر. زیرا اگر چنین باشد، نتایج حاصله از روش کمترین مربعات، نا معتبر خواهند بود. حال برای اینکه بتوان تشخیص داد که آیا نتایج حاصله می‌توانند

معتبر باشند یا خیر، سه محک زیر را در مد نظر می‌گیریم:

۱) انحراف معیار تفاضل ها بین یک جدول تاریخی و جدولی که بر اساس کمترین مربعات برآورد پارامترها محاسبه شده است، باید به وجهی منطقی ناچیز باشد.[۱۷] در عین حال، نباید انتظار داشت که این انحراف معیار برابر با صفر باشد. زیرا ما حتی اگر تابع بنیادین صحیح و مقادیر صحیح پارامتر را برای محاسبه مجدد جدول تعدیل زمان خوارزمی از جدول شماره ۲ انتخاب کرده بودیم، باز هم مقادیر ستون دوم، چیزی جز ارقام سرراست شدهٔ مقادیر دقیق ستون سوم نمی‌بودند و تفاضل‌های ستون چهارم بین ۳۰،۰،۰؛۰۰- و ۳۰،۰،۰؛۰۰+ قرار می گرفتند. از طریق آماری می توان نشان داد که در چنین صورتی انحراف معیار تفاضل ها بین مقادیر دقیق و مقادیر سرراست شده، تقریباً برابر با ۱۷،۰،۰؛۰۰ می‌باشد.[۱۸] در نتیجه انحراف معیار تفاضل‌ها بین یک جدول تاریخی که مقادیر آن با دقتی به میزان ثانیه تعیین شده باشند، و جدولی که با روش کمترین مربعات برآورد پارامترها محاسبه شده باشد، معمولاً کمتر از ۱۷،۰،۰؛۰۰ نخواهد بود. چنانچه انحراف معیار خیلی بیشتر از این مقدار باشد، در آن صورت باید امکان این را در نظر داشت که احتمالاً یک تابع نادرست انتخاب شده است.

۲) تفاضل‌های بین یک جدول تاریخی و محاسبه ای که بر مبنای کمترین مربعات برآورد پارامترها صورت گرفته است، باید اتفاقی بوده و الگوی خاصی را نشان ندهند. هرگاه این تفاضل ها شکل منحنی جیبی و یا شکل منظم دیگری باشند، در آن صورت می توان مطمئن بود که یا یک تابع بنیادین نادرست را به کار برده‌ایم و یا درمحاسبات خود، جنبه هایی را که منجر به اشتباهات روشمند می‌شوند، در نظر نگرفته‌ایم.[۱۹] هرگاه تفاضل ها شکل اتفاقی داشته باشند، در

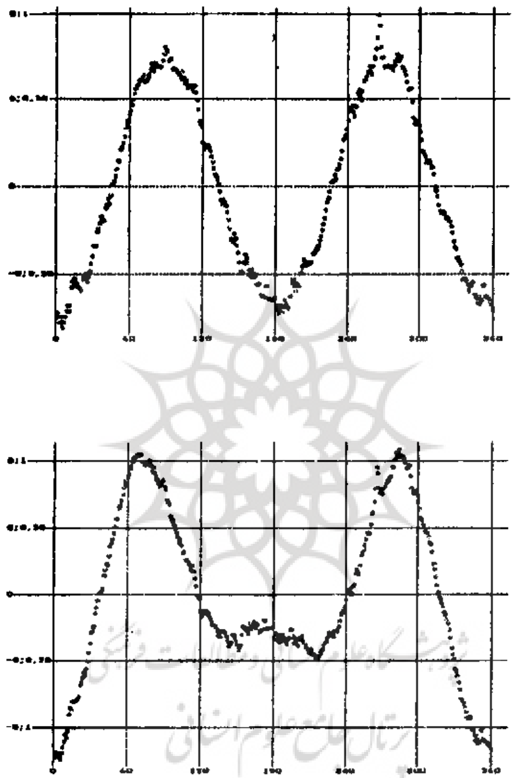
۱۷. باید توجه داشت که این انحراف معیار، کمترین مقدار ممکن برای کلیهٔ مجموعه‌های مقادیر پارامتر مورد نظر می‌باشد.

۱۸. تفاضل‌های بین مقادیر جدولی که به طور صحیح و مقادیری تابعی که به طور دقیق محاسبه شده باشند، می‌توانند احتمالاً به طور یکنواخت پراکنده باشند. هرگاه مقادیر جدولی با دقتی به میزان ثانیه محاسبه شده باشند، در آن صورت تقریباً تمام ارقام ممکن، به طور یکسان در موضع سوم کسری مقادیری تابعی که در دستگاه شصتگانی محاسبه شده‌اند، قرار خواهند گرفت. انحراف معیار چنین تفاضل‌ها را که به طور یکنواخت پراکنده شده‌اند، می‌توان به مقدار تقریبی ۱۷، ۰، ۰؛ ۰ محاسبه نمود. لیکن چنانچه مقادیر جدولی با دقتی به میزان دقیقه محاسبه شده باشند، در آن صورت انحراف معیار تقریباً برابر با ۱۷، ۰؛ ۰ و الی آخر خواهد بود.

۱۹. باید توجه داشت که قبل از اینکه ما روش کمترین مربعات را در مثال‌های خود در جدول شماره ۲ به کار بریم، دو علت ممکن برای پیش آمدن الگوهای واضح در تفاضل‌ها، وجود داشتند؛ یا یک تابع بنیادین

←

آن صورت ما احتمالاً تابع بنیادین درستی را انتخاب کرده‌ایم، حتی اگر انحراف معیار تفاضل مقدار بزرگی باشد. مثال‌هایی را برای تفاضل هایی با الگوهای واضح، می‌توان در نمودارهایی که در تصاویر ۵، ۶ و ۷ نشان داده شده‌اند، مشاهده نمود. یک نمونه از این تفاضل‌های اتفاقی در تصویر شماره ۴ دیده می‌شود.



تصویر شماره ۷: نمودار تفاضل های میان تعدیل زمان در زیج خوارزمی و بهترین محاسبهٔ مجدد بر مبنای این فرض که آرگومنت جدول طول متوسط خورشید باشد.

۳) کمترین مربعات برآوردها می باید یا برابر با مقادیر محتمل تاریخی پارامترها باشد، یا

→

نادرست و یا مقادیر بنیادین نادرست پارامترها را مورد ملاحظه قرار داده‌ایم، آنهم به وجهی که این تفاضل‌ها به حداقل خود رسیده باشند، دیگر می‌توانیم اطمینان خاطر داشته باشیم که علت این الگوهای خاص، انتخاب یک تابع بنیادین نادرست می‌باشد.

نزدیک به آنها. لیکن در عمل فقط امکانات معدودی برای مقادیر بنیادین پارامترهای یک جدول تاریخی وجود دارند. این مقادیر یا آنهایی هستند که در منابع تاریخی تأیید شده‌اند (مانند مقدار بطلمیوسی ۲۳°۵۱′۲۰″ برای اریبی دایرهٔ البروج و مقدار بتانی ۲;۴،۴۵ برای خروج از مرکزی خورشید) و یا ارقام سرراست شده هستند (مانند مقدار خوارزمی ۴°۳۰′ برای ثابت دوره که ما آنرا قبلا یافتیم). هرگاه کمترین مربعات برآوردها خیلی از مقادیر محتمل تاریخی پارامتر به دور باشند، در آن صورت ما تابع بنیادین نادرستی را انتخاب کرده‌ایم.

فاصله اطمینان (۸۴)

ما اگر حتی تابع بنیادین درستی انتخاب کرده باشیم، باز هم کمترین مربعات برآورد پارامترهای یک جدول نجومی موجود، مطابقتی با مقادیر پارامتری که فی‌الواقع برای محاسبه به کار گرفته می‌شود، نخواهد داشت. این مقادیر معمولاً ارقام سرراسته شده ای می باشند (به بالا مراجعه شود)، در حالیکه کمترین مربعات برآوردها، کمیاتی هستند که به طریق عددی تعیین شده و می‌توانند هر مقداری را دارا می باشند؛ مثلاً ۲۳;۳۴،۵۹،۴۵،۱۸،۶ برای اریبی یا ۲;۴،۴۵،۱۷،۲۳،۱۵ برای خروج از مرکزی خورشید.[۲۰] ما باید پس از به کار گرفتن روش کمترین مربعات، ارقام محتمل تاریخی و سرراست را به وجهی در نزدیکی برآوردها پیدا کنیم که انحراف معیار تفاضل‌ها بین یک جدول موجود و محاسبهٔ مجدد مقادیر تاریخی، فقط کمی بیشتر از انحراف معیار کمترین مربعات برآوردها باشد. این تصمیم که مقادیر محتمل تاریخی تا چه حد می‌توانند از کمترین مربعات برآورد ها به دور باشند، می‌تواند بر مبنای آنچه که به آن اصطلاحاً فاصلهٔ اطمینان ۹۵٪ می‌گویند، برای پارامترهای بنیادین گرفته شود. فواصل اطمینان فواصلی هستند که به طریق آماری در حول و حوش کمترین مربعات برآوردها که انتظار می رود مقادیر پارامتر در ۱۹ مورد از ۲۰ مورد داشته باشند، تعیین شده اند.

مثلاً اگر ما یک فاصلهٔ اطمینان ۹۵٪ بین <۶، ۳۵؛ ۲۳، ۵۷، ۳۴؛ ۲۳> برای اریبی دایرهٔ البروج به دست آوریم، در آن صورت می‌توانیم با اطمینان خاطر نتیجه بگیریم که مقدار بنیادین پارامتر ۲۳°۳۵′ می‌باشد، زیرا که این تنها مقدار محتمل تاریخی در حول و حوش فاصله اطمینان

۲۰. دلیل اینکه کمترین مربعات برآوردها معمولاً برابر با مقادیر واقعی پارامتر تاریخی نیستند این است که مقادیر جدولی، اشتباهاتی ناشی از سرراست کردن ارقام و یا احتمالاً اشتباهات دیگر در خود نهفته دارند. حتی اگر ما مقادیر تابعی دقیقی را در ارتباط با روش کمترین مربعات مورد استفاده قرار دهیم، باز هم برآوردهای حاصله نباید حتماً برابر با مقادیر واقعی پارامتر باشند زیرا که کامپیوتر آنها را سرراست می‌کند.

می‌باشد. لیکن هرگاه ما یک فاصله اطمینان ۹۵٪ بین <۵۶، ۴؛ ۲، ۲۷، ۴؛ ۲> برای خروج از مرکزی خورشید به دست آوریم، در آن صورت جدول ما می‌تواند یا بر اساس مقادیر تأیید شدهٔ ۲؛۴،۳۵،۳۰ (معادل یک ماکزیمم تعدیل شمسی به میزان ۱°۵۹َ) باشد، یا بر مبنای ۴۵، ۴؛ ۲ (معادل ۱°۵۹َ۱۰ً).

کاربرد روش کمترین مربعات در رابطه با جدول خوارزمی

ما پیدا کردیم که ضریب تبدیل بنیادین جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی، برابر با ۱۵ درجه در ساعت می‌باشد. علاوه بر این، انتظار این را داریم که آرگومنت این جدول، طول حقیقی خورشید باشد. بر اساس این مفروضات، نتایج استفاده از روش کمترین مربعات (آنگونه که در برنامه رایانه ای من نشان داده شده است) به عبارت زیر خواهند بود:

تعدیل زمان خوارزمی (جداول سوتر ۶۸-۶۷)

کمترین مربعات برآوردها از مقادیر آرگومنت‌ها ۱، ۲.....، ۳۶۰.

آخرین نتایج (پس از ۳ بار تکرار)

پارامتر	برآورد	فاصلهٔ اطمینان ۹۵٪
اریبی	۱، ۴۵، ۳۰، ۶، ۵۰؛ ۲۳	<۴۷، ۲۷، ۵۸، ۱۳، ۵۵؛ ۲۳ ، ۵۷ ، ۳۴، ۵۸، ۴۴؛ ۲۳>
خروج از مرکزی	۵۳، ۱۸، ۲۸، ۵۰، ۲۹؛ ۲	<۱۵، ۴۷، ۳۵، ۱، ۳۱؛ ۲، ۳۰، ۵۰، ۲۰، ۳۹، ۲۸؛ ۲>
حضیض	۳۰، ۳۹، ۲۱، ۳۳، ۴۰؛ ۸۴	<۵۴، ۵، ۵۱، ۴۵، ۷؛ ۸۵ ، ۶، ۱۳، ۵۲، ۲۰، ۱۳؛ ۸۴>
ثابت دوره	۰، ۰، ۰، ۳، ۳۰؛ ۴	<۵۱، ۲۵، ۳، ۵۱، ۳۰؛ ۴ ، ۹، ۳۴، ۵۶، ۱۴، ۲۹؛ ۴>

انحراف معیار تفاضل‌ها: ۳۲، ۵۱، ۰، ۳۱، ۰؛ ۰

گرچه ما مقادیر محتمل تاریخی را برای اریبی دایرة البروج و خروج از مرکزی خورشید پیدا کرده ایم (مقدار بطلمیوس و خوارزمی برای اریبی ۲۳؛۵۱ می باشد و مقدار بطلمیوس برای خروج از مرکز در وسط فواصلهٔ اطمینان ۹۵٪ قرار دارد)، ولی ما نمی توانیم با این نتایج راضی باشیم، زیرا مشاهده می کنیم که کلیه مقادیر جدولی ضرایبی از چهار ثانیه می باشند. اگر ما تابع صحیح و روش درست محاسبه را به کار برده بودیم، انحراف معیار تفاضل‌ها بین جدول خوارزمی و جدول محاسبه شده بر مبنای کمترین مربعات برآورد ها، تقریباً برابر با ۰؛۰،۱،۲۸ = ۴x۰؛۰،۰،۱۷ می‌شد. ولی انحراف معیاری که پیدا شده، ۲۰ برابر بزرگتر از این مقدار است. علاوه بر این، از آنجا که تفاضل ها یک الگوی کاملاً روشن با دامنه‌ای[۸۵] تقریباً برابر با ۴۵ ثانیه

نشان می‌دهد (تصویر شماره ۶)، باید نتیجه بگیریم که ما تابع بنیادین صحیح را به کار نبرده ایم، یعنی جدول خوارزمی یک جدول معمولی برای تعدیل زمان به مثابه تابعی از طول حقیقی خورشید نمی‌باشد.

حال روش کمترین مربعات برآورد را با در نظر گرفتن دیگر امکانات در رابطه با تابع بنیادین به کار می‌بریم. هرگاه فرض کنیم که آرگومنت جدول، طول متوسط خورشید باشد، در آن صورت نتایج محاسبه به عبارت زیر خواهند بود:

تعدیل زمان خوارزمی (جداول سوتر ۶۸ ـ ۶۷)

کمترین مربعات برآوردها از مقادیر آرگومنت‌ها ۱، ۲،.....، ۳۶۰.

آخرین نتایج (پس از ۳ بار تکرار)

پارامتر	برآورد	فاصلهٔ اطمینان ۹۵٪
اریبی	۳۲، ۱۸، ۱۷، ۳۱، ۳۵؛ ۲۳	<۴۸، ۴۵، ۲۴، ۴۸، ۴۱؛ ۲۳ ، ۳۰، ۴۳، ۱۲، ۲۹؛ ۲۳>
خروج از مرکزی	۰، ۲۵، ۵۱، ۱۱، ۳۶؛ ۲	<۲۰، ۳۲، ۵۴، ۴۱، ۳۷؛ ۲ ، ۴۰، ۱۷، ۴۸، ۴۱، ۳۴؛ ۲>
حضیض	۴۵، ۵۰، ۱۲، ۳۰، ۱۷؛ ۸۵	<۲۷، ۳۷ و ۳۹ و ۴۸ و ۴۷؛ ۸۵ ، ۳، ۴، ۴۶، ۱۱، ۴۷؛ ۸۴>
ثابت دوره	۰، ۰، ۰، ۳، ۳۰؛ ۴	<۲۶، ۴۶، ۱۷، ۱، ۳۱؛ ۴ ، ۳۴، ۱۳، ۴۲، ۴، ۲۹؛ ۴>

انحراف معیار تفاضل ها: ۰،۰؛۳۷،۱۹،۵۹

حال ما یک مقدار کاملاً متفاوت ولی محتملی برای اریبی دایرة البروج پیدا کرده ایم (مقدار معمول در اسلام ۲۳:۳۵ می باشد). در حالیکه یک مقدار غیر ممکن برای خروج از مرکزی خورشید به دست آورده ایم. علاوه بر این، مینیمم ممکن انحراف معیار، باز هم خیلی بزرگتر از مقدار ۰،۰؛۱،۲۸ می‌باشد که ما برای یک تابع بنیادین درست می توانستیم انتظار داشته باشیم. تفاضل های بین جدول خوارزمی و جدول محاسبه شده بر اساس برآوردها هم یک الگوی کاملاً مشخصی را نشان می دهند (و این بار خیلی پیچیده تر از یک منحنی جیبی؛ نگاه کنید به نمودار تصور شماره ۷). از اینجا نتیجه می گیریم که تعدیل زمان، تابعی از طول متوسط خورشید هم نمی تواند باشد.

تعدیل جا بجایی شمسی

در اینجا باید توجه خود را به منابع تاریخی مبذول نمائیم تا بتوانیم دریابیم که آیا روش های ممکن دیگری نیز برای محاسبه تعدیل زمان وجود دارند یا خیر. در سال ۱۹۸۸ کندی دو جدول اسلامی تعدیل زمان ، یعنی جدول زیج جامع کوشیار بن لبان (حدود ۹۷۰ میلادی) و جدول زیج

خاقانی کاشی (حدود ۱۴۲۰ میلادی) را تجزیه و تحلیل نمود. او در بررسی خود، از قواعدی پیروی کرد که در این دو زیج ذکر شده بودند و مطابقت کاملی بین جدول کاشی و محاسبات خود پیدا کرد. لیکن در مقایسه با جدول کوشیار، اختلافات چشمگیر روشمندی بین مقادیر جدول وی و مقادیری که خود محاسبه کرده بود، مشاهده نمود.

من در رساله دکترای خود (۱۹۹۳، صفحات ۱۳۴ تا ۱۴۱)، یک بار دیگر جدول تعدیل زمان کوشیار را بررسی کردم. ولی استفاده از روش کمترین مربعات در آنجا، مانند مورد حاضر، بلافاصله منجر به نتیجه دلخواه نشد. از اینرو خود را با متن زیج جامع مشغول کرده و متوجه شدم که کوشیار، یعنی کسی که تعدیل زمان را به مثابه تابعی از طول متوسط خورشید جدول بندی کرده بود، از روشی که اصطلاحاً به آن تعدیل جابجایی شمسی[۸۶] می‌گویند، متابعت کرده است. همانطور که در بخش پنجم مقاله حاضر مشاهده‌کردیم، تعدیل شمسی که توسط بطلمیوس و بسیاری از منجمین اسلامی تعیین شده است، گاهی تفریقی و گاهی جمعی است. بدین معنا که استفاده کنندگان از جدول تعدیل شمسی، خود می بایستی تشخیص می دادند که آیا تعدیل شمسی را می باید به طول خورشید اضافه و یا از آن کم کنند. این امر بستگی به این داشت که مقدار آنومالی خورشید چقدر باشد. کوشیار برای پرهیز از این مشکل، تعدیل شمسی $q_m(a_m)$ خود را همواره اضافه می کرد بدین طریق که آن را از ۲É کسر می‌نمود. با توجه به این نکته، می‌توان یک تعدیل جابجائی $q_{md}(a_m)$ به شکل $q_m(am) = ۲ - q_{md}(a_m)$ تعریف نمود. (در اینجا نیز a_m آنومالی متوسط خورشید را نشان داده و برابر است با$(\lambda_m - \lambda_A)$. رویکرد کوشیار، البته کار جدیدی نبود، زیرا می توان منباب مثال یادآور شد که همین روش را حبش الحاسب (در حدود ۸۳۰ میلادی) نیز برای جداول تعدیل قمری به کار بسته بود (کندی و سلام ۱۹۶۷، صفحات ۴۹۶ و ۴۹۷).[۲۱] اگر کوشیار تعدیل جا بجایی شمسی $q_{md}(\lambda_{md} - \lambda_A)$ را به طول خورشید λ_m اضافه می‌کرد، نتیجه ای که به دست می‌آورد، عبارت بود از:

$$\lambda_m + q_{md}(\lambda_m - \lambda_A) = \lambda_m + (2 - q_m)\lambda_m - \lambda_A = \lambda + 2$$

به جای طول حقیقی خورشید یعنی λ (رجوع کنید به بخش پنجم این مقاله).

---

۲۱. نسخهٔ خطی بنی جامی ۷۸۴/۲ زیج حاسب که در استانبول موجود می‌باشد، حاوی یک جدول برای + $q_m(a_m)\lambda_A$ می‌باشد که در آن λ_A طول جغرافیائی حضیض خورشید و $q_m(a_m)$ تعدیل خورشید به مثابه تابعی از آنومالی متوسط خورشید می‌باشد (مقایسه کنید با دبارنو Debarnot ۱۹۸۷، صفحه ۵۸). بر اساس این جدول می‌توان موضع خورشید را با استفاده از مقدار آنومالی متوسط خورشید و اضافه کردن آن به آنومالی، محاسبه کرد.

به همین جهت کوشیار مقدار λ_A را توسط طول جابجایی متوسط خورشید λ_{ms} جایگزین نمود، یعنی $\lambda_{ms} = \lambda_m - 2$ حال با اضافه کردن تعدیل جابجایی شمسی به طول جابجایی متوسط خورشید، طول حقیقی خورشید به دست می آید. برای اینکه به توان تعدیل جا بجایی شمسی را به صورت تابعی از طول جابجایی خورشید جدول بندی نمود، کوشیار می‌بایستی همه مقادیر را به میزان دو درجه به عقب ببرد، یعنی

$$q_{md}(\lambda_{ms} - \lambda_A) = 2 - q_m(\lambda_{ms} - \lambda_A + 2)$$

(مقایسه کنید با جدول شماره ۳).[۲۲]

کوشیار از این طریق توانست موضع حقیقی خورشید را مطابق طول متوسط جا بجایی خورشید λ_{ms} با اضافه کردن $q_{md}(\lambda_{ms} - \lambda_A)$ به λ_{ms} محاسبه کند:

$$\begin{aligned}\lambda_{ms} + q_{md}(\lambda_m - \lambda_A) &= (\lambda_{ms} - 2) + (2 - q_m(\lambda_{ms} + -\lambda_A) \\ &= \lambda_m - q_m(\lambda_m - \lambda_A) \\ &= \lambda\end{aligned}$$

اکنون طبیعی به نظر می رسد که آرگومنت جدول تعدیل زمان در زیج کوشیار طول متوسط جا بجایی خورشید λ_{ms} باشد و نه طول متوسط خورشید λ_m ازاینرو می‌توانیم انتظار داشته باشیم که تعدیل جدول بندی شده عبارت باشد از:

$$\begin{aligned}E_{ms}(\lambda_{ms}) &= E_m(\lambda_m + 2) \\ &= 1/15.(\lambda_{ms} + 2 - a(\lambda_{ms} + 2 - q_m(\lambda_{ms} + 2) + c)\end{aligned}$$

(مقایسه کنید با فرمول ۵ و توجه داشته باشید که تعدیل جا بجایی زمان برای آرگومنت λ_{ms} با آرگومنت "منظم" زمان یعنی $\lambda_m = \lambda_{ms} + 2$ مطابقت دارد). بدین ترتیب مشاهده می شود که می توان تعدیل زمان تابع طول متوسط جابجایی خورشید را از تعدیل "منظم" زمان، با به عقب بردن کلیه مقادیر به مقدار دو درجه، مشتق نمود.

---

۲۲. به این ترتیب مقادیر تعدیل خورشید یعنی $q_m(0°) = 0;0,0$ و $q_m(180°) = 0;0,0$، در زیج کوشیار مبدل به تعدیل جا بجائی خورشید یعنی $(q_{md}(358°) = q_m(-2°) = 2;0,0$ و $q_{md}(178°) = 2;0,0$ شده‌اند. در نتیجه ماکزیمم مقدار $q_m(92°) = 1;59,10$ منجر به یک مینیمم $q_{md}(90°) + 0;0,50$ و مینیمم $q_m(268°) = -1;59,10$ منجر به یک ماکزیمم $q_{md}(266°) = 3;59,10$ می‌شود (در هر دو مورد آرگومنت q_{md} طول متوسط و جا به جائی خورشید می‌باشد).

جدول شماره ۳: تعدیل جا بجایی و جایگزینی خورشید در زیج کوشیار

λm	تعدیل "منظم" خورشید	λm	تعدیل جابجائی خورشید	λms	تعدیل جایگزینی خورشید
۳۵۶	-۰;۸،۲	۳۵۶	۲ ;۸ ،۲	۳۵۶	۲ ;۴ ،۱
۳۵۷	-۰;۶،۱	۳۵۷	۲ ;۶ ،۱	۳۵۷	۲ ;۲ ،۱
۳۵۸	-۰ ;۴ ،۱	۳۵۸	۲ ;۴ ،۱	۳۵۸	۲ ;۰ ،۰
۳۵۹	-۰ ;۲ ،۱	۳۵۹	۲ ;۲ ،۱	۳۵۹	۱ ;۵۷ ،۵۹
۰	۰ ;۰ ،۰	۰	۲ ;۰ ،۰	۰	۱ ;۵۳ ،۵۹
۱	۰ ;۲ ،۱	۱	۱ ;۵۷ ،۵۹	۱	۱ ;۵۱ ،۵۹
۲	۰ ;۴ ،۱	۲	۱ ;۵۵ ،۵۹	۲	۱ ;۵۱ ،۵۸
۳	۰ ;۶ ،۱	۳	۱ ;۵۳ ،۵۹	۳	۱ ;۴۹ ،۵۸
۴	۰ ;۸ ،۲	۴	۱ ;۵۱ ،۵۸	۴	۱ ;۴۷ ،۵۸
۸۶	۱ ;۵۸ ،۳۰	۸۶	۰ ;۱ ،۳۰	۸۶	۰ ;۱ ،۱۰
۸۷	۱ ;۵۸ ،۴۱	۸۷	۰ ;۱ ،۱۹	۸۷	۰ ;۱ ،۲
۸۸	۱ ;۵۸ ،۵۰	۸۸	۰ ;۱ ،۱۰	۸۸	۰;۰ ،۵۶
۸۹	۱ ;۵۸ ،۵۸	۸۹	۰ ;۱ ،۲	۸۹	۰ ;۰ ،۵۲
۹۰	۱ ;۵۹ ،۴	۹۰	۰ ;۰ ،۵۶	۹۰	۰ ;۰ ،۵۰
۹۱	۱ ;۵۹ ،۸	۹۱	۰ ;۰ ،۵۲	۹۱	۰ ;۰ ،۵۲
۹۲	۱ ;۵۹ ،۱۰	۹۲	۰ ;۰ ،۵۰	۹۲	۰ ;۰ ،۵۷
۹۳	۱ ;۵۹ ،۸	۹۳	۰ ;۰ ،۵۲	۹۳	۰ ;۱ ،۴
۹۴	۱ ;۵۹،۳	۹۴	۰ ;۰ ،۵۷	۹۴	۰ ;۱ ،۱۲

اگر ما در نظر داشته باشیم که آنچه که کوشیار "طول متوسط خورشید" می نامد، در واقع طول متوسط جا بجایی خورشید می باشد، در آن صورت مطابقت رضایت بخشی بین جدول تعدیل زمان او و محاسبه مجدد خود می یابیم، مشروط بر اینکه قواعدی را که او در زیج خود طرح کرده است، رعایت نماییم (وان دالن ۱۹۹۳، صفحات ۱۳۸ و ۱۳۹).

تغییر مقدار در جدول تعدیل زمان خوارزمی

بر خلاف جدول تعدیل زمان در زیج کوشیار، انتظار می‌رود که متغیر مستقل در جدول خوارزمی طول حقیقی خورشید باشد. اگرچه تعدیل شمسی در زیج خوارزمی از نوع جا بجایی که در فوق به آن اشاره شد، نیست، ولی مع الوصف می‌تواند در خور این باشد که مورد بررسی قرار گیرد تا دریابیم که آیا مقادیر تعدیل زمان او جایگزین شده‌اند یا خیر. برای مقدار معین جایگزینی Δ(shift) طول حقیقی جایگزین شدهٔ خورشیدرا λ_S را تعریف می‌کنیم:

$$\lambda_S = \lambda - \Delta$$

تعدیل زمان جایگزین شده E_S را می توان به مثابه تابعی از λ_S به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} E_S(\lambda_S) &= E(\lambda_S + \Delta) \\ &= 1/15.(\lambda + \Delta + q(\lambda_S + \Delta) - a(\lambda_S + \Delta) + c) \end{aligned}$$

یعنی اینکه تابع مورد نظر، با به عقب بردن کلیه مقادیر Δ از تعدیل "منظم" زمان مشتق می شود. ولی در نتیجه عقب بردن، برخی از خواص تعدیل زمان به مثابه تابعی از طول حقیقی خورشید، که ما آنرا بر اساس تناسبات تقارنی زاویهٔ بعد و تعدیل شمسی، اشتقاق کرده بودیم، دیگر تحقق پیدا نمی کنند و به عبارت دیگر فرمول های ۷، ۸ و ۱۱ اعتبار خود را از دست می دهند. حال فرمول ۱۱ فقط به طور تقریبی معتبر است و فرمول ۸، تعدیل جایگزین شدهٔ شمسی را به صورت زیر به دست می‌دهد:

$$q(\lambda_S + \Delta) = 7.1/2. (E_S(\lambda_S) - E_S(180 + \lambda_S)$$

و ما به جای فرمول ۷، برای هر مقداری از λs فرمول زیر را خواهیم داشت:

$$\alpha(\lambda_S + \Delta) - (\lambda s + \Delta) = c - 7.1/2(E_S(\lambda_S) + E_S(\lambda_S + 180°) \qquad (۱۲)$$

از آنجا که $(\lambda s + \Delta)$ برابر است با λ و هرگاه λ مضربی از °۹۰ باشد، $a(\lambda) - \lambda = 0$ خواهد بود، در نتیجه باید انتظار داشته باشیم که سمت راست فرمول ۱۲ هر زمان که λs مضربی از $(\Delta -$ °۹۰) باشد، برابر با صفر شود. از آنجا که ما معمولاً مقدار دقیقی برای c در اختیار نداریم، دیگر لازم نیست که مقادیری از λs که به ازای آنها سمت فرمول ۱۲ دقیقا برابر با صفر می شود، آرگومنت‌های جدول ما باشند.

این ویژگی به ما اجازه می دهد که بتوانیم در حالات استثنایی، میزان تغییر مقدار در جدول را تعیین نماییم.

یک روش مؤثرتر برای تعیین جایگزینی، این است که ما مقدار آنرا به مثابه پنجمین پارامتر تعدیل زمان در مد نظر داشته باشیم و آنرا به تقریب همراه با دیگر پارامترهای بنیادین، به کمک روش کمترین مربعات، محاسبه نماییم. هرگاه ما فرض کنیم که متغیر مستقل در جدول المجریطی چیزی جز طول حقیقی جایگزین شدهٔ خورشید نیست، در آن صورت نتایج زیر را به دست خواهیم آورد:

تعدیل زمان خوارزمی (جداول سوتر ۶۸ ـ ۶۷)

کمترین مربعات برآوردها از مقادیر آرگومنت‌ها ۱، ۲،....، ۳۶۰.

آخرین نتایج (پس از ۳ بار تکرار)

پارامتر	برآورد	فاصلهٔ اطمینان ۹۵٪
اریبی	۳۲، ۴۱، ۲، ۵۱، ۵۱؛ ۲۳	<۱۱، ۳۷، ۵۶، ۲۰، ۵۲؛ ۲۳، ۳۶، ۱۰، ۸، ۲۱، ۵۱؛ ۲۳>
خروج از مرکزی	۵۳، ۱۸، ۲۸، ۵۰، ۲۹؛ ۲	<۸، ۱۴، ۲۳، ۵۷، ۲۹؛ ۲، ۳۷، ۲۳، ۳۳، ۴۳، ۲۹؛ ۲>
حضیض	۱۹، ۳۰، ۵۳، ۳، ۳۹؛ ۲	<۳۵، ۵۹، ۵۸، ۵۸، ۴۱؛ ۸۲، ۳، ۱، ۴۸، ۸، ۳۶؛ ۸۲>
ثابت دوره	۰، ۰، ۰، ۳، ۳۰؛ ۴	<۸، ۲۱، ۴۰، ۷، ۳۰؛ ۴، ۵۲، ۳۸، ۱۹، ۵۸، ۲۹؛ ۴>
جایگزینی	۱۱، ۹، ۲۸، ۲۹، ۱؛ ۲-	<۴۳، ۱۵، ۳۳، ۱۵، ۰؛ ۲-، ۳۹، ۲، ۲۳، ۴۳، ۲؛ ۲->

انحراف معیار تفاضل ها: ۵۹۴۴، ۵۵، ۰۰، ۳۰، ۰؛ ۰

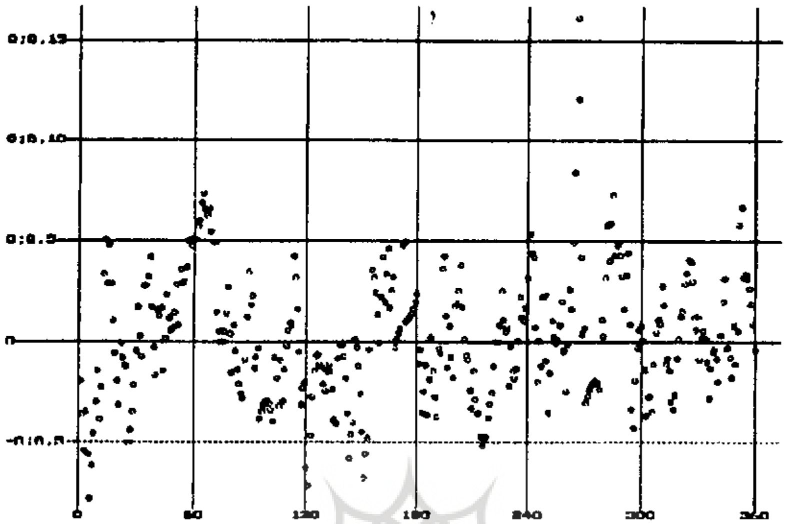
نخست مشاهده می کنیم که کمترین مقدار ممکن برای انحراف معیار تفاضل‌ها بین جدول خوارزمی و مقادیری که بر اساس فرض جایگزینی محاسبه شده‌اند، خیلی کمتر است از انحراف معیارهایی که ما قبلاً به دست آورده بودیم. در واقع، انحراف معیاری که در اینجا به دست آمده، فقط دو برابر مقدار ۲۸،۱،۰؛۰ می‌باشد، و این به این معنا می تواند باشد که ما تابع بنیادین صحیح را برای جدولی که تمام مقادیر آن مضاربی از چهار ثانیه می‌باشند، انتخاب کرده ایم.

دوم، اینکه متوجه می شویم که کمترین مربعات برآوردها برای تعدیل جایگزین شده زمان ،

قرابت زیادی با کلیه مقادیر بنیادین محتمل تاریخی پارامترها دارند. مثلاً با مقدار بطلمیوس و خوارزمی ۲۳°۵۱ برای اریبی دایرة البروج، مقدار بطلمیوس ۲;۳۰ برای خروج از مرکزی خورشید، و مقدار ۸۲°۳۹ (یا احتمالاً ۸۲°۴۰) برای طول حضیض خورشید. مقدار اخیر، توسط رصدهایی که به فرمان مأمون (حدود ۸۳۰ میلادی) صورت گرفته بودند، تعیین شده و در زیج‌های یحیی بن ابی منصور[۸۷] و حبش الحاسب که از معاصرین خوارزمی بودند، از آن استفاده شده است. مقدار ۴;۳۰ برای ثابت دوره، با آنچه که ما قبلاً به کمک فرمول ۱۱، و جایگزینی ۲°- (یعنی ۲ درجه به جلو بردن) پیدا کرده بودیم، مطابقت دارد. این که بعضی از مقادیر محتمل پارامتر، خارج از فواصل اطمینان ۹۵٪ قرار گرفته‌اند، می‌تواند ناشی از اشتباهات کوچک روشمندی باشند که در هنگام محاسبه جدول صورت گرفته‌اند. همانطور که قبلاً هم ذکر شد، اینگونه اشتباهات می‌توانند ناشی از درونیابی خطی در تعدیل زمان و یا درونیابی در جداول زیربنایی آن، و یا مقطوع کردن نتایج میانی و امثالهم باشند.

هرگاه ما جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی را برای مقادیر تاریخی و محتمل پارامتر، مجددا محاسبه نمائیم، مشاهده خواهیم کرد که تفاضل های بین آن جدول و محاسبه انجام شده، به طور کلی کمتر از ۷ ثانیه بوده و هیچگونه الگوی کلی را نشان نمی دهند (نگاه کنید به جدول های ۴آ و ۴ب و تصویر شماره ۸). چند الگوی مکانی در این تفاضل ها وجود دارند (مثلاً برآمدگی های کوچک حول آرگومنت‌های ۶،۶۵ و ۲۱۶ و همچنین برآمدگی بزرگتری ۲۶۶° دیده می‌شود). این الگوها می توانند نشانگر اشتباهات روشمند کوچکی باشند که در بالا به آنها اشاره شد. لیکن الگوی کلی تفاضل ها به حد کافی اتفاقی هست تا بتوان نتیجه گرفت که مقادیر محتمل تاریخی پارامتر که قبلاً پیدا کردیم، واقعاً برای محاسبه جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی، به کار گرفته شده‌اند.

استفاده از روش کمترین مربعات (به طور غیر مستقیم) تأیید می‌کند که در جدول خوارزمی، تعدیل زمان به مثابه تابعی از طول حقیقی خورشید بیان شده است. ضریب تبدیلی که به کار برده شده، ۱۵ درجه در ساعت می‌باشد. هرگاه ما روش کمترین مربعات را برای تعدیل زمان به مثابه تابعی از طول متوسط جایگزین شدهٔ خورشید به کار بریم، در آن صورت کمترین انحراف معیار ممکن را به میزان ۱۹ ثانیه به دست خواهیم آورد و تفاضل‌های بین جدول خوارزمی و جدول محاسبه شده، الگوهای مشخص سینوسی نشان خواهند داد.



تصویر شماره ۸: نمودار تفاضل های بین مقادیر تعدیل زمان در جدول خوارزمی و آخرین محاسبه ما بر مبنای این فرض که مقادیر جدولی جایگزین شده باشند.

هرگاه ما فرض کنیم که ضریب تبدیل به جای ۱۵ درجه، ۱۵؛۲،۲۸ درجه باشد، در آن صورت کمترین انحراف معیار ممکن تفاضل ها باز هم ۳ ثانیه بوده و تفاضل‌های مزبور نیز همانطور اتفاقی خواهند بود که برای ضریب تبدیل ۱۵ درجه هستند. با این تفاوت که کمترین مربعات برآوردها، از مقادیر محتمل تاریخی دور خواهند بود.

با فرض اینکه مقدار جایگزینی در جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی دقیقاً °۲- باشد، ما می‌توانیم به سهولت تعدیل زمان "منظم" بنیادین را دوباره محاسبه نمائیم. بر اساس همین جدول نیز می توانیم زاویهٔ بعد و تعدیل شمسی را طبق فرمول های ۷ و ۸ حساب کنیم. آنگاه معلوم خواهد شد که هر دو جدول تعداد زیادی اشتباهات کوچک با علامات مشترک دارند و این امر نمایانگر وجود سرچشمه‌ای برای این چنین اشتباهات می باشد. من شخصاً قادر نبوده‌ام این سرچشمه را پیدا کنم، لیکن احتمال می‌رود همانی باشد که موجب پیش آمدن الگوهای مکانی در تفاضل‌های بین جدول های ۴آ تا ۴پ و نمودار تصویر شماره ۸ می شود و من قبلاً به آن اشاره کردم.

جدول شماره ۴آ: مقادیر خوارزمی برای تعدیل زمان

$(T(\lambda))$ و تفاضل های بین مقادیر او و جدیدترین محاسبات (قسمت اول)

λ	T(λ)	diff	λ	T(λ)	diff	λ	T(λ)	diff	λ	T(λ)	diff
241	31, 8	+5	271	17,16	−3	301	3,28		331	0,24	−1
242	30,48	+4	272	16,44	−3	302	3, 8	−1	332	0,32	
243	30,28	+4	273	16,12	−2	303	2,48	−4	333	0,40	+1
244	30, 4	+1	274	15,40	−2	304	2,32	−3	334	0,48	
245	29,40	−2	275	15, 8	−2	305	2,16	−3	335	0,56	−1
246	29,20		276	14,36	−2	306	2, 0	−3	336	1, 4	−3
247	28,56	−1	277	14, 4	−2	307	1,48	−1	337	1,16	−1
248	28,36	+2	278	13,32	−2	308	1,36		338	1,28	−1
249	28,12	+2	279	13, 4	+1	309	1,24	+1	339	1,40	
250	27,44	−1	280	12,32		310	1,12	+1	340	1,52	−1
251	27,16	−4	281	12, 4	+3	311	1, 3	+3	341	2, 4	−2
252	26,52	−2	282	11,36	+6	312	0,52	+2	342	2,20	
253	26,28	+1	283	11, 4	+4	313	0,40	−1	343	2,36	+2
254	26, 0		284	10,36	+6	314	0,32	−1	344	2,52	+3
255	25,32		285	10, 8	+7	315	0,24	−1	345	3, 4	
256	25, 4		286	9,36	+4	316	0,16	−3	346	3,20	
257	24,36	+1	287	9, 8	+5	317	0,10	−3	347	3,36	−1
258	24, 8	+2	288	8,40	+5	318	0, 6	−3	348	3,52	−2
259	23,36		289	8,12	+4	319	0, 4	−1	349	4,12	+1
260	23, 4	−2	290	7,44	+3	320	0, 2		350	4,28	−1
261	22,36		291	7,16	+2	321	0, 1	+1	351	4,48	+1
262	22, 8	+3	292	6,52	+3	322	0, 0	+1	352	5,12	+6
263	21,36	+2	293	6,28	+4	323	0, 1	+3	353	5,32	+7
264	21, 8	+5	294	6, 0	+1	324	0, 2	+3	354	5,48	+3
265	20,40	+8	295	5,32	−3	325	0, 4	+4	355	6, 8	+3
266	20,16	+16	296	5, 8	−4	326	0, 6	+4	356	6,28	+3
267	19,40	+12	297	4,48	−2	327	0, 8	+3	357	6,48	+3
268	19, 0	+4	298	4,28		328	0,10	+1	358	7, 8	+2
269	18,24		299	4, 8	+1	329	0,14	+1	359	7,28	+1
270	17,52	+1	300	3,48	+1	330	0,20	+1	360	7,48	

جدول شماره ۴ب: مقادیر خوارزمی برای تعدیل زمان

$T(\lambda)$ و تفاضل های بین مقادیر او و جدیدترین محاسبات (قسمت دوم)

λ	T(λ)	diff	λ	T(λ)	diff	λ	T(λ)	diff	λ	T(λ)	diff
121	14,40	−7	151	17,48	−7	181	27, 8	−1	211	34, 8	−1
122	14,40	−5	152	18, 4	−6	182	27,28		212	34,12	−3
123	14,40	−3	153	18,20	−5	183	27,44	−4	213	34,16	−4
124	14,40	−1	154	18,40		184	28, 4	−2	214	34,20	−4
125	14,40	−1	155	19, 0	+4	185	28,24	−1	215	34,22	−5
126	14,40	−1	156	19,16	+3	186	28,40	−4	216	34,24	−5
127	14, 0	−1	157	19,32	+2	187	29, 0	−2	217	34,26	−5
128	14,41	−1	158	19,48	+1	188	29,20		218	34,27	−5
129	14,42	−2	159	20, 4		189	29,36	−1	219	34,28	−4
130	14,44	−2	160	20,24	+2	190	29,52	−3	220	34,28	−3
131	14,48	−2	161	20,44	+4	191	30, 8	−4	221	34,27	−3
132	14,52	−1	162	21, 0	+2	192	30,28		222	34,26	−1
133	14,56	−1	163	21,20	+3	193	30,44	−1	223	34,24	
134	15, 0	−2	164	21,40	+5	194	31, 4	+4	224	34,20	
135	15, 4	−4	165	21,56	+2	195	31,20	+4	225	34,16	+1
136	15,10	−4	166	22,16	+3	196	31,32	+1	226	34,12	+3
137	15,20	−1	167	22,36	+3	197	31,44	−1	227	34, 4	+1
138	15,28		168	22,52		198	32, 0	+1	228	33,56	
139	15,36		169	23,12		199	32,12	−1	229	33,48	+1
140	15,44	−1	170	23,32		200	32,24	−2	230	33,36	−2
141	15,52	−2	171	23,52	+1	201	32,40	+2	231	33,28	
142	16, 0	−4	172	24,16	+5	202	32,52	+2	232	33,16	−1
143	16, 8	−6	173	24,36	+5	203	33, 4	+3	233	33, 4	−2
144	16,20	−5	174	24,52	+1	204	33,16	+4	234	32,52	−1
145	16,32	−4	175	25,12	+1	205	33,24	+2	235	32,40	
146	16,48		176	25,32	+1	206	33,32		236	32,28	+2
147	17, 0		177	25,52	+1	207	33,40	−1	237	32,12	+1
148	17,12	−1	178	26,12	+2	208	33,48	−1	238	31,56	+1
149	17,24	−3	179	26,32	+2	209	33,54	−2	239	31,40	+2
150	17,36	−4	180	26,52	+2	210	34, 0	−3	240	31,24	+3

جدول شماره ۴ب: مقادیر خوارزمی برای تعدیل زمان

$T(\lambda)$ و تفاضل های بین مقادیر او و جدیدترین محاسبات (قسمت سوم)

۷. نتیجه گیری

تجزیه و تحلیل ریاضی جدول تعدیل زمان در ترجمه لاتین نسخهٔ المجریطی زیج سندهند خوارزمی، منتج به نتایج زیر شده است:

الف) متغیر مستقل جدول، طول حقیقی خورشید بوده و منطبق با توضیحات مندرج در ترجمهٔ لاتین نسخهٔ المجریطی می‌باشد.

ب) ضریب به کار برده شده برای تبدیل درجات استوایی به ساعات، ۱۵ درجه در ساعت می باشد. این نکته را می‌توان از اینجا نتیجه گرفت که کلیه مقادیر جدولی، ضرایبی از چهار ثانیه می باشند. این نکته با استفاده از روش کمترین مربعات تأیید نیز می‌شود.

پ) مقدار بنیادین اریبی دایرهٔ البروج ۲۳°۵۱ʹ مقدار، زیربنای جداول میل خورشید و زاویه بعد در نسخهٔ المجریطی و رقم سرراست شدهٔ مقدار ۲۳°۵۱ʹ۲۰ʺ می‌باشد که توسط بطلمیوس در المجسطی و جدولهای دستی وی به کار برده شده است.

ت) تعدیل شمسی بر اساس نظریه شمسی بطلمیوس محاسبه شده است. مقدار خروج از مرکزی بطلمیوس ۲;۳۰ می‌باشد که با یک تعدیل ماکزیمم به میزان ۲°۲۳ʹ مطابقت دارد. جدول تعدیل شمسی در نسخهٔ المجریطی، منشأ هندی ـ ایرانی دارد و بر اساس یک تعدیل ماکزیمم به میزان ۲°۱۴ʹ تدوین شده است.

ث) طول حضیض خورشید ۸۲°۳۹ʹ می‌باشد و توسط گروهی از منجمین که در دربار مأمون (حدود ۸۳۰ میلادی) به کار مشغول بودند، تعیین شده است.[۲۳] باید توجه داشت که نه مقدار هندی ۷۷°۵۵ʹ که در دستورالعمل‌های المجریطی برای محاسبه طول حقیقی خورشید ذکر شده و نه مقدار بطلمیوس ۶۵°۳۰ʹ در اینجا به کار رفته‌اند. به نظر طبیعی می رسد که طول قدیمی و بطلمیوسی حضیض خورشید، توسط نتایج رصدهای پس از او جایگزین شده باشد. و اگر چنین باشد، باید همین عمل هم با مقدار خروج از مرکزی خورشید انجام شده باشد (ماکزیمم تعدیل شمسی که توسط منجمین مأمون تعیین شده بود، ۱°۵۹ʹ است).

ج) مقدار بنیادین ثابت دوره ۴°۳۰ʹ می‌باشد. همانگونه که مشاهده کردیم، ثابت دوره به نحوی تعیین شده بود که مینیمم تعدیل زمان برابر با صفر شود. از آنجا که این مینیمم برای آرگونت ۳۲۲° (۲۲° حمل) صورت می‌گیرد که مطابق آرگومنت ۳۲۰° جدول جایگزین نشده

۲۳. با توجه به فواصل اطمینان ۹۵٪ که در بالا مطرح شد، ما نمی‌توانیم از بین مقدار ۸۲°۳۹ʹ که در زیج‌های یحیی بن ابی منصور و حبش حاسب به کار برده شده و مقدار سر راست شده ۸۲°۴۰ʹ که در زیج حبش مشاهده می‌شود، یکی را انتخاب کنیم (نگاه کنید به دبار نو ۱۹۸۷، صفحه ۵۸).

می‌باشد، انتظار می رود که $c \approx a(320) - 320 + q(320 - \lambda_A)$ باشد (مقایسه کنید با فرمول ۴). با مقادیر پارامتر که در بالا به دست آمده اند، ثابت دوره برابر ۴;۳۰،۲۲ ≈ c می‌شود که سرراست شدهٔ آن ۴;۳۰ خواهد بود.

ح) مقادیر تعدیل زمان در نسخهٔ المجریطی به میزان ۲ درجه به جلو برده شده‌اند، این بدین معنا است که مقدار واقعی تعدیل زمان برای صفر درجه، هنگامی به دست می آید که آرگومنت ۲° باشد؛ و برای برای یک درجه، وقتیکه آرگومنت ۳° باشد و الی آخر. من قادر نبوده ام توضیح قانع کننده‌ای برای این جایگزینی بیابم. اما نویگه باوئر توضیح می‌دهد که چه جایگزینی کوچکی در طول خورشید لازم است تا بتوان مینیممی برای تعدیل زمان برابر صفر به دست آورد (۱۹۶۲، صفحات ۶۴ و ۶۵). مقدار این جایگزینی به نظر او کمتر از یک درجه می‌باشد. از این‌ها گذشته، هیچ دلیلی وجود ندارد که طبق آن بپذیریم که جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی، متعلق به مجموعه ای از آنگونه جداول شمسی باشد که مثلاً مانند جدول کوشیار بر اساس تعدیل جایگزین شده تدوین شده اند. از آنجا که ماکزیمم تعدیل شمسی طبق محاسبات خوارزمی ′۲۴°۲ می‌باشد، او می‌بایستی در واقع مقداری بیشتر از ۲° برای جایگزینی انتخاب کرده باشد.

از آنچه که در بالا آمد می‌توان نتیجه گرفت که جدول تعدیل زمان در ترجمهٔ لاتین نسخهٔ المجریطی زیج سندهند خوارزمی، از جمله جداول بطلمیوسی است که به احتمال زیاد توسط خوارزمی تدوین شده است (نگاه کنید به گروه I - پ در بخش چهارم مقالهٔ حاضر). جدول مزبور بر اساس مقادیر بطلمیوسی برای اریبی و خروج از مرکزی خورشید تهیه شده و مانند جدول تعدیل زمان در جدول‌های دستی بطلمیوس، دارای مینیممی برابر صفر می باشد. طول حضیض خورشید در این جدول، همان مقداری است که توسط منجمین دستگاه خلافت مأمون محاسبه شده و در اولین رساله‌های نجومی اسلامی (که بیشتر بر اساس مدل سیارات بطلمیوس تنظیم می شدند)، به کار رفته است. مع الوصف نمی‌توان کاملاً مطمئن بود که این جدول توسط خوارزمی محاسبه شده باشد، زیرا هیچ یک از منابعی که در بخش سوم این مقاله از آنها نام برده شده است، اشاره‌ای به یک جدول تعدیل زمان در نسخه اصلی زیج خوارزمی نمی‌کنند. اما در هر صورت می‌توان این نتیجه را گرفت که یا کل این جدول و یا مقادیر بنیادین پارامتر آن، از شرق اسلام به غرب اسلام انتقال یافته است.

ابراز تشکر

برای من مایه مسرت بسیار است که از پروفسور ژوآن ورنه Juan Vernet و دیگر

اعضای دانشکدهٔ علوم عربی Departamento de Arabe بخاطر میهمان نوازی گرمی که در دیدارهای سه گانهٔ من از بارسلونا Barcelona به عمل آوردند، تشکر نمایم.

همچنین مایلم از دکتر فریتز سابی پدرسن Fritz Saaby Pedersen در کپنهاک، برای اطلاعات مفیدی که دربارهٔ خوارزمی و جدول‌های طلیطلی در اختیارم گذارند و نیز مباحثات لذت بخشی که از طریق پست الکترونیکی با یکدیگر داشتیم، سپاسگزاری نمایم. تعبیر و تفسیر های مفید پروفسور دیود آ. کینگ David A. King و سیلکه آکرمان Silke Ackermann (هر دو در فرانکفورت) مرا قادر ساختند تا پیشرفت‌های چشمگیری در چند بخش از این مقاله به دست آورم.

من ابتدا نتایج مندرج در این مقاله را در نوزدهمین کنگرهٔ بین المللی تاریخ علوم در شهر ساراگوسا (اسپانیا) *XIXth International Congress of History of Science in Zaragoza* در ماه اوت ۱۹۹۳ ارائه نمودم. اقامت من در ساراگوسا، توسط سازمان هلندی پژوهش های علمی The Netherlands Organization for Scientific Research (NOW) و کانون استیشینگ ریاضیات شهر آمستردام Stiching Mathematisch Centrum (Amesterdam) ممکن گردید. این مقاله در طی اقامت من در فرانکفورت که مخارج آنرا بنیاد آلکساندر فون هومبولت Alexander von Humboldt Fondation به عهده گرفت، به اتمام رسید.

۸. کتابشناسی

Bjørnbo, Axel Anthon

1909 Al - Chwarizmi's trigonometriske Tavler, in: *Festskrift til H. G. Zeuthen,* Copenhagen (Høst), pp. 1-17.

Burckhardt, Johann Jakob

1961 Die mittleren Bewegungen der Planeten im Tafelwerk des Khwārizmī, *Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich* 106, pp. 213-231.

Comes, Mercè

1992 - 1994 The "Meridian of Water" in the Tables of Geographical Coordinates of al-Andalus and North Africa, *Journal for the History of Arabic Science* 10, pp. 41-52.

Dalen, Benno van

1993 *Ancient and Mediaeval Astronomical Tables: mathematical structure and parameter values,* doctoral thesis, Utrecht University.

1994 On Ptolemy's Table for the Equation of Time, *Centourus* 37, pp. 97-153.

Debarnot, Marie-Thérèse

1987 The Zīj of Ḥabash al- Ḥāsib: A Survey of MS Istanbul Yeni Cami 784/2, in: *From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy* (David A. King & George A. Saliba, eds.), New York (New York Academy of Sciences), pp. 35-69.

Delambre, Jean Baptiste Joseph

1819 *Histoire de l'astronomie du moyen âge,* Paris (Courcier).

Reprint: New York and London (Johnson Reprint Corporation) 1965.

DSB *Dictionary of Scientific Biography,* 14 vols and 2 suppl. vols, New York (Charles Scribner's Sons) 1970-1980.

EI^2 *The Encyclopaedia of Islam, new edition,* Leiden (Brill) 1960-.

Goldstein, Bernard R.

1967 *Ibn al-Muthannā's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwārizmī, New Haven* (Yale University Press).

al-Hāshimī, ᶜAlī ibn Sulaymān

The Book of the Reasons behind Astronomical Tables (Kitâb ᶜilal al-zījât) (facsimile, translation by David Pingree and Edward S.Kennedy), New York (Delmar) 1981.

Hogendijk, Jan p.

1988 Three Islamic Lunar Crescent Visibility Tables, *Journal for the History of Astronomy* 19,pp. 29-44.

1989 The Mathematical Structure of Two Islamic Astrological Tables for "Casting the Rays", *Centaurus* 32, pp. 171-202.

1991 Al-Khwārizmi's Table, of the "Sime of the Hours" and the Under lying Sime Tables, *Historia Scientiarum* 42, pp. 1-12.

Kennedy, Edward S.

1956a A Survery of Islamic Astronomical Tables, *Transactions of the American Philosophical Society,* New Series vol. 46-2,

pp. 123-177. Second edition: Philadelphia (American Philosophical Society) 1989 (page numbering form 1 to 55).

1956b Parallax Theory in Islamic Astronomy, *Isis* 47, pp. 33-53.

Reprinted in *SIES,* pp. 164- 184.

1964 Al-Khwārizmī on the Jewish Calendar, *Scrita Mathematica* 27, pp. 55-59. Reprinted in *SIES,* pp. 661-665.

1988 Two Medieval Approaches to the Equation of Time, *Centaurus* 33, pp.1 - 8

Kennedy, Edward S. & Janjanian, Mardiros

1965 The Crescent Visibility Table in al-Khwārizmī's Zīj, *Centaurus* 11, pp. 73-78. Reprinted in *SIES*, pp. 151-156.

Kennedy, Edward S. & Krikorian - Preisler, Haiganoush

1972 The Astrological Doctrine of Projecting the Rays, *al-Abhath* 25, pp. 3-15. Reprinted in *SIES,* pp. 372-384.

Kennedy, Edward S. & Janjanian, Mardiros

1965 The Astrological Doctrine of Projecting the Rays, *al-Abhath* 25, pp. 3-15. Reprinted in *SIES,* PP. 372-384.

Kennedy, Edward S. & Muruwwa, Ahmad

1958 Bīrūnī on the Solar Equation, *Journal of Near Eastern Studies* 17, pp. 112-121. Reprinted in *SIES*, PP. 603-612.

Kennedy, Edward S. & Ukashah, Walid

1969 Al-Khwārizmi's Planetary Latitude Tables, *Centaurus* 14, pp. 86-96. Reprinted in *SIES*, pp. 125-135.

Kennedy, Edward S. & Waerden, Bartel L. van der

1963 The World Year of the Persians, *Journal of the American Oriental Society* 83, pp. 315-327. Reprinted in *SIES*, pp. 338-350.

King, David A.

1983 *al-Khwārizmī and New Trends in Mathematical Astronomy. in the Ninth Century,* New York (New York University, Hagop Kevorkian Center for Near Eastern Studies).

1986 *A Survery of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library,* Winona Lake IN (American Research Center in Egypt).

1987 Some Early Islamic Tables for Determining Lunar Crescent Visibility, in: *From Deferant of Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy* (David A. King & George A. Saliba, eds.), New York (New York Academy of Sciences), pp. 185-225. Reprinted in David A. King, *Astronomy in the Service of Islam,* Aldershot GB (Variorum) 1993, chapter II.

Lesley, Mark

1957 Bīrūnī on Rising Times and Daylight Lengths, *Centaurus* 5, pp. 121-141. Reprinted in *SIES*, pp. 253-273.

Mercier, Raymond P.

1987 Astronomical Tables in the Twelfth Century, in: *Adelard of Bath. An English Scientist and Arabist of the Early Twelfth Century* (Charles Burnett, ed.), London (Warburg Institute), pp. 87-118

Millás Vallicrosa, José Maria

1943 - 1950 *Estudios sobre Azarquiel,* Madrid / Barcelona (Instituto "Miguel Asin", Escuelas de Estudios Árabes de Madrid y Granada).

1947 "*El libro de los fundamentos de las tablas astronómica*" de R. *Abraham ibn Ezra*, Madrid / Barcelona.

1963 La autenticidad del comentario a las tablas astronómicas de al-Jwārizmī por Aḥmad ibn al-Muṯānna', *Isis* 54, pp. 114 - 119. Millás Vendrell, Eduardo

1963 *El comentario de Ibn al-Muṯannā' a las tablas astronómicas de al-Jwārizmī*, Madrid / Barcelona Nallino, Carlo Alfonso.

1899 - 1907 *al-Battānī sive Albatenii opus astronomicum,* 3 vols., Milan. 1944 Al-Khuwārizmī e il suo rifacimento della Geografia di Tolomeo, *Raccolta di scritti editi e inediti,* vol. 5 (Roma) 1943, pp. 458 - 532.

Neugebauer, Otto E.

1956 Transmission of Planetary Theories in Acient and Medieval Astronomy, *Scripta Mathematica* 22, pp. 165 - 192.

1962 *The Astronomical Tables of al-Khwārizmī. Translation with Commentaries of the Latin Versian edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College MS 283,* Copenhagen (Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab).

1975 *A History of Ancient Mathematical Astronomy,* 3 vols., Berlin (Springer).

Neugebauer, Otto E. & Schmidt, Olaf

1952 Hindu Astronomy at Newminster in 1428, *Annals of Science* 8, pp. 221 - 228.

Pedersen, Fritz Saaby

1987 Canones Azarchelis: Some Versions, and a Text, *Cahiers de l'institut du moyen - âge grec et latin* 54, pp. 129-218.

1992 Alkhwarizmi's astronomical Rules: Yet Another Latin Version?, *Cahiers de l'institut du moyen-âge grec et latin* 62, pp.31-75. 31, pp. 1-8.

Pedersen, Olaf

1974 A Survey of the Almagest, Odense (Odense University Press).

Pingree, David

1965 The Persian "Observation" of the Solar Apogee in ca. A. D.

450, *Journal of Near Eastern Studies* 24, pp. 334 - 336.

1968a *The Thousands of Abu Mashar*, London (Warburg Institute).

1968b The Fragments of the WorKs of Yaqub ibn Tariq, Journal of Near Eastern Studies 27, pp. 97 - 125.

1970 The Fragments of the Works of Yaqub ibn Tariq, *Journal of Near Eastern Studies* 29, pp. 103 - 123.

Salam, Hala & Kennedy, Edward S.

1967 Solar and Lunar Tables in Early Islamic Astronomy, Journal of the *American Oriental Society* 87, pp. 492 - 497. Reprinted in SLES, pp. 108 _ 113.

Samsó, Julio

1992 *Las Ciencias de los Antiguos en al- Andalus*, Madrid (Editorial MAPFRE).

Sengupta, Prabodh Chandra

1934 *The Khandakhadyaka. An Astronomical Treatise of Brahmagupta*, Calcutta (University of Calcutta).

Sezgin, Fuat

1971 - 1984 *Geschichte des arabischen Schrifttums*, 9 vols, Leiden (Brill).

SIES E.S. Kennedy, Colleagues and Former Students, Studies in the Islamic Exact Sciences, Beirut (American University of Beirut) 1983.

Suter, Heinrich

1914 *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al - khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al - Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*, Copenhagrn (Kongelige Danske Videnskabernes Selskab).

Toomer, Gerald J.

1964 Review of: O. Neugebauer, "The Astronomical Tables of al - Khwarizmi", Copenhagen 1962, *Centaurus* 10, pp. 202 - 212.

1968 A Survey of the Toledan Tables, *Osiris* 15, pp. 5 - 174.

1973 "al - Khwarizmi", in: *DSB*, vol. 7, pp. 358 - 365.

87 - 118.

Vernet, Juan

1974 "al - Majriti", in: *DSB*, vol. 9,pp.39 - 40.

1976 "al - Zarqali", in: *DSB*, vol. 14, pp. 592 - 595.

1978 "al - Khwarazmi", in: EI^2, vol. 4, pp. 1101 - 1103.

1985 "al - Madiriti", in: EI^2, vol. 5, p. 1105.

Vernet, Juan&Catalá, M.A.

1965 Las obras matemáticas de Maslama de Madrid, al - Andalus 30, pp. 15 - 45. Reprinted in Juan Vernet, *Estudios sobre historia de la ciencia medieval*, Barcelona - Bellaterra 1979, pp. 241 - 271.

Waerden, Bartel L. van der

1960 - 1962 Ausgleichspunkt, "Methode der Perser" und indische Planetenrechnung, *Archive for History of Exact Sciences* 1, pp. 107 - 121.

Zinner, Ernst.

1935 Die Tafeln von Toledo, Osiris 1, 747 - 774.

توضیحات مترجم

(۱). محمد بن موسی خوارزمی (سال وفات: ۸۴۰ میلادی) از بزرگترین ریاضیدانان و منجمینی است که در دوران خلافت مأمون (۸۳۳ ـ ۸۱۲ میلادی) در بیت الحکمهٔ بغداد و رصدخانهٔ شماسیه مشغول به کار و تحقیق بود. وی از یکسو نجوم ایران پیش از اسلام را با ریاضیات هندی درآمیخت و زیج مشهور خود را بر اساس دستگاه حساب اعشاری تدوین نمود و از سوی دیگر نخستین کتاب جبر را تحت عنوان المختصر فی حساب الجبر و المقابله به رشتهٔ تحریر درآورد. دستآوردها و آثار این دانشمند بزرگ در پیشرفت ریاضیات و نجوم چه در مشرق زمین و چه در مغرب زمین نقش بی نظیری داشته‌اند. نام او ابتدا در زبان های اروپایی و بعدها در تمام زبان‌های جهان به صورت Algorithm یا Algorithmus در آمده و همچنین جاویدان باقی خواهد ماند. واژهٔ جبر نیز که به صورت Algebra در تمام زبان‌ها راه یافته است، از کتاب مشهور او مشتق شده است. شهرت و اقتدار علمی خوارزمی در اروپای قرون وسطی و پس از آن به جایی رسیده بود که کلیه کتاب‌های ریاضی آن دوران با عبارت Dixit Algorithmi (چنین گفت خوارزمی) آغاز می‌شدند. جرجی زیدان مورخ مسیحی دنیای عرب در تاریخ مشهور خود به نام تاریخ تمدن اسلام (جلد سوم، صفحه ۲۸۷) دربارهٔ خوارزمی چنین می‌نویسد: «در آن هنگام محمد بن موسی خوارزمی ستاره شناس نابغه پدید آمد و در بیت الحکمهٔ مأمون مقیم شده زیجی تنظیم کرد که مشتمل بر آراء ستاره شناسان هند، روم و ایران بود. اساس این زیج از سندهند تشکیل می‌یافت ولی در میل و تعادیل با آن اختلاف داشت به این قسم که تعادیل این زیج مطابق نظر ایرانیان و میل شمس موافق عقیدهٔ بطلمیوس بود. خوارزمی زیج خود را به بخش های مناسب تقسیم کرد و آنرا چنان نیکو نوشت که مورد پسند همه شد و نام آن در سراسر جهان اسلام پراکنده گشت و چون تاریخ زیج خوارزمی به حساب فارسی بود، مسلمه بن احمد المجریطی اندلسی متوفی

به سال ۳۹۸ هجری حساب زیج خوارزمی را به عربی تبدیل کرد و اواسط کواکب را با تاریخ آغاز هجرت تطبیق نمود». مایکل‌هاسکین Michael Hoskin نویسندهٔ کتاب تاریخ نجوم که در سال ۲۰۰۳ از سوی دانشگاه آکسفورد منتشر گردید، اشاره می کند که خوارزمی زیج خود را در نیمه اول قرن نهم در بیت الحکمهٔ بغداد به رشته تحریر در آورد و ترجمهٔ آن در قرن دوازدهم به زبان لاتین، دنیای غرب را منجمله با نجوم هندی آشنا ساخت.

(۲). زیج در اصطلاح علمای هیئت و نجوم به جدولی می‌گویند که کمیت حرکات سیارات در آنها ضبط شده اند. دربارهٔ این واژه و ریشه آن، ادوارد استوارت کندی E. S. Kenedy در کتاب خود به نام پژوهشی در زیج هـای دوره اسـلامی *Survey of Islamic Astronomy* تـرجـمهٔ محمد باقری، از انتشارت شرکت علمی و فرهنگی، چاپ اول، ۱۳۷۲، فصل ۲، صفحات ۴ و ۵ چنین نوشته است: «واژهٔ زیج (جمع عربی آن ازیاج، زیجات و زیاجه) همچون شماری دیگر از اصطلاحات فنی از زبان فارسی وارد زبان عربی شده است. توضیحات موجود در منابع متعدد حاکی از آن است که ریشهٔ این کلمه در فارسی زه به معنای تار یا رشته، بخصوص زه کمان است و از همین جا به معنی وتر در هندسه نیز به کار رفته است. در عربی امروز به ریسمان بنایی زیج گفته می‌شود.

بعدها این معنی تعمیم یافته و برای مجموعه رشته‌های موازی کـه تـارهای یک پـارچـه را تشکیل می‌دهند به کار رفته است. سپس به لحاظ شباهت بین خط های عمودی نزدیک به هم در یک جدول عددی و مجموعه تارهایی که در بافندگی کشیده می شـود، ایـن مـفهوم گسترش یافته و شامل آن جدول ها نیز شده است. سرانجام، در یک تعمیم نهایی، این واژه برای کل مجموعه‌های جداول نجومی به کار رفته که همان معنی مورد استفادهٔ ما است. در فرهنگ‌های فارسی و عربی دو واژهٔ فارسی به عنوان ریشه زیج ذکر شده اند. برخـی زیگ آورده اند که تبدیل آن به زیج امری طبیعی است. در موارد دیگر، چنانکه بـیرونی نـیز در قانون مسعودی (مقاله ۳، باب ۱) گفته است، ریشه واژهٔ زیج زه دانسته شـده کـه در فـارسی امروز به معنی رشته کمان به کار می رود. شاید درست تر آن باشد که بگوییم واژهٔ زیگ در پارسی میانه به زه در زبان فارسی امروز تبدیل شده است.

در کتاب تاریخ نجوم اسلامی نوشته کارلو آلفـونسو نـالینو Carlo Alfonso Nallino کـه توسط احمد آرام ترجمه و از سوی کانون نشر و پژوهش های اسلامی در سـال ۱۳۴۹ در تهران منتشر شده است، در صفحه ۵۳ دربارهٔ واژهٔ زیج چنین آمده است: «دسته سوم کتاب هایی است که تنها برای رفع نیاز حسابگران و رصدکنندگان تألیف شده و بـه نـام ازیـاج یـا

زیجات نامیده می شد و اصل لفظ زیج از زبان پهلوی است. در این زبان زیگ به معنی تارهای پارچه است که پود در میان آنها بافته می‌شود و ایرانیان این رسم را به ملاحظه شباهت خط های قایم جداول عادی با تارهای نساجی، بر این جداول نهادند». علاقمندان می‌توانند برای اطلاعات بیشتر، به لغتنامه دهخدا رجوع نمایند. مورخین تعداد زیج هایی را که منجمین مسلمان در طی هشت قرن تدوین کرده اند بالغ بر ۱۰۰ می دانند که اکثر آنها بر اساس هیئت بطلمیوسی استوار بوده اند. از آن دسته از زیج‌ها که بر اساس نجوم هندی و ایرانی بوده اند فقط زیج خوارزمی باقی مانده است.

(۳). از مهمترین روش‌های نجومی که مسلمین به آنها توجه داشتند، نجوم هندی یا سیدهانتا *Siddhanta* بود که تألیف آن ظاهراً در قرون چهارم و پنجم میلادی صورت گرفته بود و از آن دوران پایه و اساس نجوم هندی را تشکیل می داد.

قسمت‌هایی از آن اکنون تحت نام پنچاسیدهانتیکا *Pancasiddhantika* باقی مانده‌اند.

در زمان خلافت منصور، یک منجم هندی این اثر را به بغداد آورده و به خلیفه تقدیم نمود. منصور فرمان داد تا آنرا به زبان عربی ترجمه کنند تا مبنای نظر در حرکات کواکب قرار گیرد. این کار توسط محمد بن ابراهیم فرازی، اخترشناس بزرگ ایرانی به انجام رسید و از آن پس نزد منجمین اسلامی به «السندهندالکبیر» مشهور گشت و تا زمان خلافت مأمون مبنای کار اخترشناسان قرارگرفت. موسی خوارزمی این اثر را تلخیص کرده و با وارد کردن بخشی از اصول نجوم یونانی و ایرانی زیجی بر اساس آن ترتیب داد که به زیج سندهند *Sindhind* مشهور گشت. این لفظ تحریفی است از سیدهانتا و در کتاب های نجومی و زیج‌های اسلامی به کار برده شده است.

(۴). علاقمندان می توانند چکیدهٔ زیج خوارزمی را در کتاب پژوهشی در زیجهای دورهٔ اسلامی نوشته پروفسور ادوارد استوارت کندی، ترجمه محمد باقری، از انتشارات شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران ۱۳۷۴، فصل ۶، صفحات ۱۰۲ تا ۱۱۶ مطالعه نمایند.

(۵). المجسطی Almagest یکی از مهمترین آثار بطلمیوس Ptolemy است. نام اصلی این کتاب به زبان یونانی مجموعهٔ بزرگ ریاضی *Megale mathematike syntaxis* است که شیفتگانش آنرا ماگیسته Magiste یعنی عظیم می‌نامیدند. دانشمندان مسلمان از طریق تحت یعنی شکستن دو کلمه مگاله و سونتاک و ترکیب پاره‌های آنها با یکدیگر و اضافه کردن حرف تعریف ال به این صفت، نام المجسطی را برای این کتاب ابداع کردند و اروپائیان که از طریق ترجمه این اثر از زبان عربی به لاتین در سال ۱۱۷۵ با آن آشنا شده بودند، این کتاب را از

آن پس *Almagest* خواندند.

المجسطی شامل سیزده مقاله می‌باشد که در آنها جمیع علوم مورد بحث قرار گرفته‌اند. بنا به گفته ابن الندیم، نخستین کسی که ترجمهٔ این اثر بی نظیر را به زبان عربی ممکن ساخت، یحیی بن خالد بن برمک بود که جمعی از دانشمندان و مترجمین از جمله ابوحسان و سلم را به این کار گماشت. بعدها حجاج بن مطر و یحیی بن بطریق نیز به ترجمه آن همت گماردند.

(۶). بطلمیوس Ptolemey مشهور به قلوذی که نام او بـه زبـان یـونانی Ptolomios Clodios می‌باشد، در حوالی سال ۱۴۰ یا ۱۶۰ میلادی در اسکندریه به تدریس مشغول بود. وی یکی از بزرگترین و پر اثرترین دانشمندان و ریاضیدانان و منجمین قدیم می‌باشد کـه عـلاوه بـر تحقیقات و کشفیات بسیار، تألیفات مهمی نیز در نجوم، ریاضیات، جغرافیا و موسیقی داشته و تأثیری ژرف در تمدن اسلامی و علمای آن گذاشته است. بطلمیوس زیج یا جداول نجومی هیپارخوس Hiparchos را تکمیل نموده و تعداد ستارگانی را که او رصد کرده بود، از ۸۵۰ به ۱۰۲۲ رسانید.

(۷). مسلمه بن احمد المجریطی (سال وفات ۸ ـ۱۰۰۷) زیج خوارزمی را بازنویسی و تلخیص کرد (مشهور به نسخهٔ المجریطی) و از این طریق روش نجوم هندی را در اندلس اسپانیا ترویج داد. در لغتنامهٔ دهخدا دربارهٔ او چنین آمده است: «مسـلمه بـن احـمد بـن قـاسم بـن عـبد مجریطی مکنی به ابوالقـاسم (۳۳۸ ـ ۳۹۸؟ ق.) ریـاضیدان و سـتاره شـناس و فـیلسوف و پیشوای ریاضیدانان اندلس بود.»

(۸). جدول های طلیطلی Toledan Tables جداولی هستند که به فرمان آلفونس دهم Alfonso (۱۲۸۴ ـ ۱۲۲۱) مشهور به حکیم، پادشاه کاستیل، در حدود سال ۱۲۷۲ تهیه و تنظیم شدند تا بتوان به کمک آنها مواضع و حرکات خورشید و مـاه و دیگـر سـیارات را مـحاسبه نـمود. تدوین کنندهٔ این جدول ها منجم معروف آن زمان، زرقالی انـدلسی بـود (رجـوع شـود بـه یادداشت دربارهٔ وی).

(۹). پارامتر parameter (پراسنجه) در ریاضیات عبارت از متغیری است که یکی از مفروضات مسئلهٔ مورد نظر است ولی در طول بررسی مسئله تغییر نکرده و ثابت می ماند. مـن بـاب مثال، در معادله درجه دوم $x^2 - mx + n = 0$ m و n پارامتر و x متغیر معادله می باشند. با تغییر m نوع معادله که درجه دوم است، تغییر نمی‌کند. در اینجا منظور از پارامتر مقادیر خاصی هستند که پراکندگی اتفاقی یک متغیر و یا یک مجموعه را توصیف می کنند.

(۱۰). تعدیل که در زبان انگلیسی به آن equation می گویند، در لغت به معنای معتدل کردن،

به حد وسط درآوردن و یا دو چیز را با هم مساوی کردن می‌باشد. تعریف آن در اصطلاح نجومی به نقل از فرهنگ اصطلاحات نجومی، تألیف دکتر ابوالفضل مصفی، چاپ سوم، تهران ۱۳۸۱، به شرح زیر است: «چون مقداری بر حرکت وسط کوکب اضافه یا از آن کم کنند معدل حرکت کوکب در فلک البروج به رأی العین سنجیده می شود. این عمل را منجمان در اصطلاح خود تعدیل گویند و جمع آن تعدیلات است. منجمان را گاهی اهل تعدیل گفته‌اند. تعدیل به معنی تقویم و گرفتن کبیسه نیز هست».

(۱۱). تعدیل زمان equation of time در اصطلاح نجوم عبارت از اختلاف بین زاویهٔ بعد خورشید حقیقی و خورشید متوسط و به دیگر سخن، اختلاف بین زمان ظاهری و زمان متوسط می باشد. مقدار ماکزیمم مثبت تعدیل زمان به معنای 'زمان متوسط منهای زمان ظاهری'، تقریباً برابر با ۱۴،۵ دقیقه در ماه فوریه اروپایی می‌باشد. مقدار ماکزیمم منفی (مینیمم) آن در ماه نوامبر به ۱۶،۵ دقیقه می‌رسد. به بیان دیگر منظور از تعدیل زمان، مقداری است که باید به زمان ظاهری اضافه گردد تا زمان متوسط خورشیدی مکان به دست آید. این مقدار هرگز بیش از ۱۶+ دقیقه نخواهد نخواهد. در واژه نامه نجوم و اختر فیزیک، ترجمهٔ دکتر محمد تقی عدالتی و دکتر جمشید قنبری، از انتشارات پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، تهران ۱۳۷۸، در تعریف تعدیل زمان چنین آمده است: «افزایش کمیتی بر زمان خورشیدی متوسط برای اخذ زمان خورشیدی ظاهری، سابقاً هنگامی که به طور معمول زمان خورشیدی ظاهری به کار می رفت، توافق متضادی وجود داشت؛ زمان خورشیدی ظاهری به علت میل خورشید در دایره البروج و بیرون از مرکز مدار بیضی شکل زمین، تغییرات سالیانه دارد. در کتاب پژوهشی در زیجهای دورهٔ اسلامی نوشته پروفسور ادوارد استوارت کندی، ترجمهٔ محمد باقری، از شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران ۱۳۷۴، گزارش زیر دربارهٔ تعدیل زمان آمده است: «مقادیر بعد خورشید حقیقی مثلاً از اعتدال نمی‌توانند معیار دقیقی برای زمان سپری شده ـ مثلاً از اعتدال بهاری ـ باشد، زیرا دو نوع بی نظمی در این میان ظاهر می شود. از یک سو، خورشید حقیقی روی استوای آسمانی که بعد را بر آن می‌سنجند حرکت نمی‌کند، بلکه مسیر حرکتش روی دایرهٔ البروج است و نقطه‌ای که با سرعت روی دایرهٔ البروج حرکت کند سرعت حرکت تصویرش بر استوای آسمانی ثابت نیست. از طرف دیگر، خورشید حقیقی روی همان دایرهٔ البروج هم با سرعت ثابت حرکت نمی‌کند، بلکه سرعتش چنان است که در حضیض به حداکثر و در اوج به حداقل مقدار خود می رسد. بنابراین، تفاوت بین زمان میانگین و زمان خورشیدی ظاهری

که تعدیل زمان $E(\lambda\sigma)$ خوانده می شود برآیند دو مؤلفهٔ سینوسی است؛ یکی ناشی از اریب بودن دایرهٔ البروج و با زمان تناوب نیم سال و دیگری به خاطر خروج از مرکز و با زمان تناوب یک سال. قاعدتاً در هر زیج جدولی برای E آورده می‌شود.

(۱۲). در زمان مأمون خلیفه عباسی و به دستور او دو رصدخانه، یکی به نام شماسیه در نزدیکی بغداد و دیگری در کوه قاسیون در دمشق ساخته شدند. ریاست رصدخانه شماسیه بر عهدهٔ ابو علی یحیی بن ابی منصور (وفات در حدود ۸۳۱ میلادی) منجم بزرگ آن دوران که از نسل ایرانی بود، واگذار گردید. او در سال‌های ۳۰ ـ ۸۲۹ در بغداد به رصد پرداخت و زیجی تهیه نمود که به زیج ممتحن (مأمونی) مشهور گشت.

(۱۳). method of least squares

(۱۴). TA :Table-Analysis

(۱۵). ابو جعفر محمد بن جریر طبری (۹۲۳ ـ ۸۳۹ میلادی) یکی از بزرگترین مورخین جهان اسلام است که عمر خود را در سفر ابلاد اسلامی گذارند و سرانجام تاریخ جامع خود را، مشهور به تاریخ طبری، که در حقیقت تاریخ جهان تا سال ۹۱۵ میلادی می باشد، به رشته تحریر درآورد. این اثر در جهان عرب به نام Annals شهرت داشته و برای دانشمندان، مورخین و جغرافیدانان آن سرزمین منبع و مرجع بی نظیری به شمار می رود.

(۱۶). هارون الرشید (۸۰۹ ـ ۷۶۶) پنجمین خلیفهٔ عباسی به پیشنهاد و توصیه وزیران خود از خاندان برمک، مدرسه ای در بغداد ساخت که به بیت الحکمه، خزانه الحکمه و یا دارالحکمه مشهور گردید. این مرکز علمی در عهد مأمون که توجه بسیاری به علوم و فلسفه مبذول می داشت، به اوج اعتبار رسید. صاعد اندلسی در کتاب خود طبقات الامم دربارهٔ علاقمندی مأمون به حکمت و دانش، چنین می‌نویسد: «چون خلافت به مأمون هفتمین خلیفه عباسی رسید شروع به طلب علم از مراکز آن کرد و از ملوک روم بخواست تا آنچه از کتب فلسفی ایشان را است به وی فرستند و آنان نیز هر چه از کتب افلاطون و ارسطوطالیس و ابقراط و جالینوس و بطلمیوس و فلاسفه دیگر یافتند نزد او فرستادند. مأمون مترجمان ماهری برگزید و آنان را به ترجمه کتب مذکور بگماشت و آنان نیز تا آنجا که ممکن بود از آن کتب ترجمه کردند. آنگاه مردمان را به خواندن و استفاده از آنها تحریض و به تعلیم آن علوم ترغیب کرد. مأمون با حکما خلوت می کرد و به مناظرهٔ آنان انس داشت و از مذاکرات ایشان لذت می برد.» (به نقل از تاریخ علوم عقلی در تمدن اسلامی نوشتهٔ ذبیح الله صفا، از نتشارات دانشگاه تهران ۱۳۴۶، صفحه ۴۴). بدین ترتیب در بیت الحکمه کتابخانه عظیمی بر پا شد و

مترجمین زبردستی مأموریت یافتند تا کتاب ها را از زبان های بیگانه به عربی ترجمه نمایند. برای مطالعه کنندگان و پژوهشگران همه گونه امکانات و وسایل کار در این مرکز علم و دانش مهیا شده بود تا بتوانند در پخش و پیشرفت علوم و معارف کوشش نمایند. به همین جهت، بیت الحکمه بزودی محل آمد و شد معروفترین دانشمندان و حکمای عصر گردید. از اینرو می‌توان و باید بیت الحکمه را مهمترین کانون برای نقل و ترجمه و تدوین علوم در جهان اسلام آن روز به شمار آورد. این مؤسسه علمی تا زمان حمله مغول به بغداد، بر پا بود.

(17). *The Encyclopaedia of Islam*, new edition, Leiden (Brill), 1960.

(18). chronicle.

(۱۹). ساعت آفتابی sun dial یکی از مشهورترین آلاتی است که از قدیم الایام برای اندازه گیری زمان به کار گرفته می شدند. این ساعت متشکل بود از یک صفحه مستوی و مسطح که دو خط رابط شمال و جنوب و مشرق و مغرب روی آن ترسیم شده بودند. علاوه بر این، یک میله نیز که به آن شاخص می گفتند، به طور عمودی بر این صفحه نصب می شد. ساعت مزبور را طوری قرار می دادند که خط شمال و جنوب آن با خط نصف النهار مکان منطبق می شد. در نتیجه ظهر حقیقی هنگامی واقع می شد که سایهٔ شاخص به آن خط می‌رسید. قدیمی‌ترین اشاره‌ای که به ساعت آفتابی شده است، در تورات، سفر دوم، پادشاهان، بند ۲۰، آیات ۹ تا ۱۱ می باشد.

نوع دیگری از ساعت آفتابی، دستگاهی بود به نام شاخص ظلی که یونانیان آنرا gnomon می نامیدند. این ساعت تشکیل می شد از یک صفحه مسطح که روی آن میله ای به نام شاخص یا مقیاس نصب شده بود و علاوه بر خط رابط شمال و جنوب که آنرا خط ظهر می‌نامیدند، دوایر متعددی نیز به مرکز شاخص روی آن نقش شده بودند. اوقات روز را بوسیله سایه شاخص یا مقیاس و به کمک جداول مخصوصی تعیین می کردند. گفته می شود که اولین ساعت ظلی در حدود ۱۱۰۰ سال قبل از میلاد مسیح در چین اختراع شده است.

(۲۰). آثاری که به خوارزمی منسوب هستند عبارتند از: زیج السند هندالصغیر، کتاب‌الزیج الاول، الزیج الثانی، کتاب صورة الارض، استخراج تاریخ الیهود، کتاب التاریخ، رسالهٔ اسطرلاب، کتاب الرخامه، کتاب الجمع و التفریق فی حساب الهند و الکتاب المختصر فی حساب الجبر و المقابله.

(۲۱). واژهٔ الگوریتم algorithm که اکنون در تمام زبان ها کم یا بیش به همین شکل به کار می رود، به مجموعه ای از قواعد اطلاق می شود که یکی پس از دیگری باید با دقت کامل رعایت شوند تا بتوان به حل یک مسئله مفروض و یا واقعی نایل شد. هر یک از قواعد باید آنچنان

دقیق و بدون خدشه بیان و تعریف شود که بتوان آنرا برای اجرا و پردازش به یک ماشین و یا یک کامپیوتر سپرد. ریشه این طرز فکر و نحوهٔ عمل در دستورالعمل هایی است که خوارزمی برای حل مسایل حسابی و جبری صادر کرده بود.

(۲۲). براهماگوپتا Brahmagupta (۶۶۵-۵۹۸ میلادی) ریاضیدان و منجم هندی، به شغل معلمی ریاضی در ناحیه بیلامالا Billamala مشغول به کار بود. او در کتاب خود که در حدود سال ۶۲۸ میلادی نوشته شده است، مبانی ریاضی نجوم هندی را همراه با بسیاری از قواعد و قوانین حساب به رشته تحریر در آورده و برخی از آنها را به شعر سروده است.

(۲۳). ابو اسحاق ابراهیم بن الفزاری (سال وفات بین ۷۹۶ و ۸۰۶ میلادی)، ریاضیدان و منجم ایرانی، در دستگاه خلافت منصور (۷۷۵ - ۷۵۴ میلادی) دومین خلیفه عباسی. مشغول به کار بود. هنگامی که، یک منجم هندی کتاب سیدهانتای براهماگوپتا را به خدمت منصور آورد، به دستور وی، فزاری مأموریت یافت تا آنرا به زبان عربی ترجمه کند. این ترجمه نزد منجمین اسلامی به السندهندالکبیر معروف شد.

(۲۴). یکی از معتبرترین آثار نجومی دوران ساسانی زیجی بوده است به نام زیج شاهی یا زیج شهریار *zik shatroayar* که ظاهراً در زمان شاپور اول و در حدود سال ۲۶۴ میلادی تدوین شده است. آنگونه که از منابع تاریخی بر می آید، زیج مزبور در دوران پادشاهی انوشیروان و احتمالاً در سال ۵۵۵ میلادی اصلاح و تکمیل گردید. برخی از مورخین تهیه و تدوین این زیج را مربوط به زمان یزگرد سوم می‌دانند. بهر روی این زیج در سدهٔ دوم هجری توسط علی بن زیاد التمیمی به عربی ترجمه شد و از آن پس مبنای کار منجمین مسلمان قرار گرفت.

(۲۵). قاضی صاعد بن احمد الطلیطلی معروف به صاعد اندلسی (متوفی به سال ۱۰۷۰ میلادی) از منجمین بزرگ مسلمان است که در طلیطله زندگی می کرد. کتاب او موسوم به طبقات الامم از منابع و مراجع مهم علم نجوم به شمار می‌رود. او در این کتاب (به نقل از تاریخ علوم عقلی در تمدن اسلامی نوشته ذبیح الله صفا از انتشارات دانشگاه تهران ۱۳۴۶، صفحه ۲۵) دربارهٔ ایرانیان می‌گوید: «از خصایص مردم ایران توجه آنان است به طب و احکام نجوم و علم تأثیر کواکب در دنیای فرودین و آنان را در باب حرکات کواکب ارصاد قدیم بوده و مذاهب مختلف در فلکیات داشته‌اند».

(۲۶). موقعیت هر نقطه در روی کرهٔ زمین را می توان به کمک مختصات جغرافیایی آن تعیین نمود. این مختصات عبارتند از طول و عرض جغرافیایی آن نقطه. منظور از طول جغرافیایی

longitude یک نقطه، زاویه‌ایست که نصف النهار مکان local meridian آن نقطه با نصف النهار مبدأ prime meridian تشکیل می دهد. طبق یک قرارداد بین المللی که در کنگرهٔ جهانی زمان International Congress on Time در سال ۱۸۸۴ در شهر واشنگتن به تصویب رسید، نصف النهاری که از شهر گرینیچ Greenwich در انگلستان می گذرد، به عنوان نصف النهار مبدأ انتخاب شد (گرینیچ را فارسی زبانان گرینویچ تلفظ می‌کنند). مقدار این زاویه بین صفر و ۱۸۰ درجه در مشرق و یا در مغرب نصف النهار مبدأ تغییر می کند. عرض جغرافیایی latitude یک نقطه در روی زمین، زاویه ای است که قائم مکان در آن نقطه با صفحه استوای زمین تشکیل می دهد (منظور از قائم مکان در یک نقطه، راستای نیروی جاذبه در آن نقطه است که با شعاع کرهٔ زمین انطباق دارد). این زاویه از ۹۰+ تا ۹۰- درجه تغییر می کند. در نتیجه، عرض جغرافیایی نقاط واقع در نیمکرهٔ شمالی مثبت، و عرض جغرافیایی نقاط واقع در نیمکرهٔ جنوبی منفی می باشد. در فرهنگ اصطلاحات نجومی، تألیف دکتر ابوالفضل مصفی، چاپ سوم، تهران ۱۳۸۱، طول و عرض جغرافیایی به صورت زیر تعریف شده اند: «طول جغرافیایی هر نقطه در زمین عبارت از اندازهٔ قوس نصف النهاری است که از آن نقطه تا خط استوا می‌گذرد بر حسب درجه و هر درجه در این مورد ۴ دقیقه محسوب می‌شود. چون نیم دایره خط استوا را خورشید در ۱۲ ساعت طی می‌کند و این ۱۲ ساعت چون بر ۱۸۰ درجه آن نیم دایره تقسیم کنیم هر درجه ۴ دقیقه می‌شود. امروز طول جغرافیایی را نسبت به نصف النهار گرینویچ می‌سنجند، خواه آن نقطه در مغرب و یا در مشرق این مبدأ باشد. عرض جغرافیایی قوسی است میان معدل النهار و سمت الرأس آن بلد و هر شهری که عرضش هر ۳۳ درجه و ۱۲ دقیقه کمتر باشد، جنوبی و هر چه بیشتر باشد شمالی است. شهرها و کشورهایی که در شمال خط استوا قرار دارند عرض جغرافیایی آنها شمالی و آنهایی که در جنوب خط استوا قرار دارند عرض جغرافیایی آنها جنوبی است.

(۲۷). آدلارد از اهالی باث Adelard of Bath (۱۱۶۰-۱۰۹۰) عالم و فیلسوف انگلیسی است که از طریق ترجمهٔ بسیاری از کتب و رسالات عربی به زبان لاتین، دنیای غرب را با علوم یونانی و اسلامی آشنا ساخت.

(۲۸). ابراهام ابن مائیر Meir مشهور به ابن عزرا (۱۱۶۷ ـ ۱۰۹۱ م‌میلادی)، ریاضیدان یهودی اندلسی، در طلیطله زاده شد و عمر خود را در قرطبه گذرانید. او نخستین کسی است که آثار دانشمندان مسلمان را به عبری ترجمه نمود و بدین ترتیب سبب ترویج دستاوردهای علمای جهان اسلام در میان یهودیان گردید. بساری از ترجمه‌های او بعدها به زبان لاتین و زبان

های دیگر اروپایی برگردانده شدند. ابن عزرا خود از علم نجوم بهرهٔ فراوان داشت و با آگاهی از اطلاعات ریاضیدانان مسلمان، روش استفاده از دستگاه اعشاری را به قوم خود آموخت.

(۲۹). ابواسحاق ابراهیم بن یحیی النقاش الزرقالی معروف به زرقالی اندلسی (۱۰۸۷ ـ ۱۰۲۹ میلادی)، از بزرگترین علمای نجوم به شمار می‌رود. وی دلیل صریح حرکت نقطه اوج خورشید را نسبت به ثوابت بیان کرد و سهم عمده‌ای در تألیف زیج طلیطلی که به دستیاری جمعی از منجمین هم عصر خود گردآوری شد، داشت. این زیج مدت‌ها مورد استفادهٔ اخترشناسان غرب قرار گرفت. زرقالی دو ساعت آبی دقیق ساخت که هر دو در طلیطله در زمان آلفونس پادشاه اسپانیا، از مقبولیت فراوان بر خوردار بودند. او در زیج خود موسوم به الصفیحه الزرقالیه چگونگی محاسبه اوساط و تعدیلات را بنا بر روش‌های گوناگون از جمله سندهند بیان کرده است. از او در منابع غربی مربوط به علم نجوم به صورت Azarchiel نام برده می‌شود.

(۳۰). احمد بن کثیر (قیصر) الفرغانی، اهل فرغانه (سال وفات ۸۶۱ میلادی) که در غرب به نام Alfraganus شهرت دارد، یکی از مشاهیر دانشمندان ریاضی و هیئت در عهد مأمون بود و به امر این خلیفه، همراه با دیگر منجمین مشغول رصد اجرام سماوی و ثبت نتایج آن و نیز مطالعه در کلف های خورشید شد. فرغانی مؤلف آثار ارزنده ای چون کتاب فی جوامع علوم النجوم اصول تا حرکات‌السماویه در نجوم است که در سال ۱۱۳۵ توسط هوهانس هیسپالن سیس Johannes Hispalensis به زبان لاتین ترجمه شد و قرن ها در اروپا کتاب مرجع و مورد استفادهٔ منجمین غربی بود.

(۳۱). ابوریحان محمد بن احمد بیرونی (۱۰۵۳-۹۷۳) یکی از نوابغ روزگار و از جمله بزرگترین دانشمندان جهان و دنیای اسلام است. او در خارج (بیرون) از شهر خوارزم نزدیک ساحل جنوبی دریاچه آرال، پا به عرصه وجود گذاشت. بیرونی در تمامی علوم زمان خود استاد بی نظیر بود و دستآوردهایش در همه این دانش‌ها و به ویژه در نجوم شهرهٔ عام و خاص بوده و در اروپا مورد توجه شایان دانشمندان قرار گرفته اند. او بسیاری از معلومات خود را در شاهکار خود قانون مسعودی که آنرا به سلطان مسعود غزنوی تقدیم کرده بود، به رشته تحریر درآورده است.

(۳۲). ابو عبدالله محمد بن سنان بن جابر حرانی البتانی (۹۲۹ ـ ۸۵۸) که نام او در اروپا به Albategnius مشهور است، از بزرگترین منجمین عالم اسلام به شمار می رود. او رصدکنندهٔ بسیار ماهر و دقیقی بود و جدول های نجومی وی حاکی از دقتی بی‌نظیر در تعیین پارامترها

است. یکی از مسایل مورد توجه خاص او، رقص محوری زمین بود. از آثار مشهور البتانی در علم نجوم، کتاب الزیج است که به دستور آلفونس دهم پادشاه کاستیل بـه زبـان اسپانیایی ترجمه شد و مورد استفادهٔ اروپائیان قرار گرفت. دو ترجمه از زیج او به زبان لاتـین کـه در سال ۱۵۳۷ میلادی در نورنبرگ (آلمان) منتشر شدند، تأثیر بسیاری در پیشرفت علم نجوم در غرب گذاردند. در کتاب تاریخ فرهنگ و تمدن اسلامی نوشته زین العابدین قربانی (تاریخ نگـارش ۱۳۵۴)، از انـتشارات دفـتر نشـر فـرهنگ اسـلامی، دربـارهٔ او چـنین آمـده است: «ابوعبدالله محمد بن جابر بن سنان معروف به بتانی متوفی به سال ۳۱۷ در علم نجوم میان مسلمین همان مقامی را دارد که بطلمیوس در میان یونانیان. وی چهل و یکسال تمام در کار تنظیم رصدهایی که به دقت و شمول شهره بود، وقت صرف کرد و به نتایجی رسید که بـه طرز شگفت آوری با تحقیقات فلک شناسان عصر ما تطبیق می کند. رصدهای بتانی در زمرهٔ صحیح‌ترین رصدهای نجومی اسلامی به شمار می‌رود. وی افزایش فاصلهٔ اوج خورشید را از زمان بطلمیوس تا زمان خود کشف کرد و از این راه به اکتشاف این امر نائل آمد که خط اوج و حضیض دارای حرکتی است. در اندازه گیری های خود، اندازهٔ سالانه تـقویم اعـتدالیـن را ۵۴/۵ و تمایل دایره البروج را ۲۳/۳۵ به دست آورد. وی همچنین روش تازه‌ای برای تعیین زمان رؤیت هلال اکتشاف کرد و تحقیق مفصلی در کسوف و خسوف به عـمل آورد. او در تحقیقات خویش، سیصد و شصت و پنج روز و پنج ساعت و چهل و شش دقیقه و بیست و چهار ثانیه بودن سال خورشیدی را مبرهن نمود.

(۳۳). دستگاه شصتگانی و یا سازگان ستینی sexagesimal system به دستگاه شمارشی می‌گویند که در آن، واحد هر مرتبه از ۶۰ واحد قبل حاصل می شود. این دستگاه که بر مبنای عدد ۶۰ بنا شده است، به احتمال زیاد از ابداعات بابلی ها می‌باشد، که اکنون نیز در اندازه‌گیری زمان (هر ساعت ۶۰ دقیقه و هر دقیقه ۶۰ ثانیه) و اندازه‌گیری زوایا (مجموع زوایای یک مثلث ۱۸۰=۶۰×۳) به کار برده می‌شود. در زیج های اسلامی بسیاری از مقادیر نجومی در دستگاه شصتگانی محاسبه می شدند که یک دستگاه شمارش موضعی بر پایه عدد ۶۰ می باشد. در نتیجه باید توجه داشت که مثلاً منظور از ارقامی چون ۳۲،۱۵،۳،۰،۵۷ عدد زیر در دستگاه شصتگانی می‌باشد:

$$۳۲ \times ۶۰^{۱} + ۱۵ \times ۶۰ + ۳ \times ۶۰^{-۱} + \times ۶۰^{-۲} + ۵۷ \times ۶۰^{-۳}$$

مشاهده می شود که ارقام ۵۷، ۰، ۳، ۱۵ و ۳۲ ضرایب توان های مختلف پایه ۶۰ می باشند. یک مثال دیگر مقدار جیب یک درجه قوس است که در دستگاه شصتگانی مساوی با مقدار

$۱ + ۲/(۶۰)^{۱} + ۴۹/(۶۰)^{۲} + ۴۳/(۶۰)^{۳} + ۴/(۶۰)^{۴}$ مـــی بـاشد و آنـرا بــه صــورت ۱;۲،۴۹،۴۳،۴ می نویسند.

(۳۴). حرکت متوسط mean motion در واژه نامه نجوم و اختر فیزیک، ترجمه دکتر محمد تقی عدالتی و دکتر جمشید قنبری، از انتشارات پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، تهران ۱۳۷۸، بدین شکل تعریف شده است: «حرکت متوسط به معنای تندی یک سیاره یا قمر آن است در صورتیکه در یک مدار دایره‌ای به شعاع فاصله اش با خورشید یا یک سیاره مرکزی با دورهٔ تناوبی مساوی دورهٔ تناوب حقیقی‌اش حرکت کند.»

(۳۵). منظور از اوج apogee دورترین فاصله ای است که ماه و یا هر ماهواره و به طور کلی هر سیاره بهنگام حرکت در مدار خود با زمین پیدا می کند. در مقابل حضیض perigee عبارت از نزدیک ترین فاصله‌ای است که یک سیاره بهنگام حرکت در مدار خود با زمین خواهد داشت. در فرهنگ اصطلاحات نجومی تألیف دکتر ابوالفضل مصفی، چاپ سوم، تهران ۱۳۸۱، در این باره چنین آمده است: «اوج در مقابل حضیض است و به معنی بلندی و ترفع و نقطه ای از مسیر قمر است در اطراف کرهٔ زمین که در آن نقطهٔ ماه بیشترین فاصله را از زمین دارد. حضیض کمترین فاصله ماه است از زمین و کمترین فاصله هر ستاره است نسبت بـه ستارهٔ اصلی خود. در نجوم قدیم مرکز اصلی زمین بوده. بنابراین، اوج و حضیض فواصل سیارات هفت‌گانه را نسبت به زمین بیان مـی کـرده است. در هیئت جـدید ستارهٔ اصلی خورشید است در منظومه خود. در هیئت قدیم چون زمین مرکز بـوده اوج و حضیض در نقطه متقابل یکدیگر در فلک به دور زمین بوده است.

(۳۶). اوجین یا اجاین Ujjain یکی از هفت شهر مقدس هندیان است که در شهرستان مالاوا Malawa واقع در دامنه جبال ویندهیا Vindhya قرار دارد. در فرهنگ جغرافی سانسکریت این شهر مرکز کائنات به شمار می رفت. زیرا هندیان بر این باور بودند که اوساط کواکب بر حسب نصف النهاری محاسبه می شود که از این مکان می‌گذرد. اعراب اجین را آزین نامیده و بر این عقیده بودند که طول‌های ج اعراب اجین را جغرافیایی، بنا بر روش هندیان از خط نصف النهار این محل می‌گذرد و از اینرو بر این گمان بودند که این شهر همان قبة الارض است (منجمین اسلامی نقطه ای را که خط استوا و خط نصف النهار مارّ بر نیمهٔ آباد زمین از آن می گذرد، قبة الارض یا قبه می‌نامیدند). به مرور زمان لفظ ازین به ارین تحریف گردید و به معنای اعتدال مطلق (نه روز بلندتر از شب و نه شب بـلندتر از روز) در زبان عـربی معمول شد.

(۳۷). منظور از تعدیل خورشید solar equation تصحیح اختلاف تعداد روزهای سال شمسی و سال قمری به مقدار کاستن یک روز (۱-) در هر قرن می‌باشد، مشروط بر اینکه آن قرن به جای سال کبیسه با سال معمولی آغاز شود.

(۳۸). میل declination فاصله زاویه ای یک جرم سماوی از استوای سماوی است. این فاصله در شمال استوای سماوی مثبت، و در جنوب آن منفی در نظر گرفته می‌شود.

(۳۹). جیب را اصلاً هندی و جیبا دانسته‌اند. و جیبا در هندی به معنی وتر است و از اصل سنسکریت جیو jiva است و اعراب هنگامی که آنرا از هندیان اخذ کردند بصورت جیب نوشتند و سپس چنان گمان کردند که همان لفظ عربی معروف است و آنرا جیب تلفظ کردند در صورتیکه میان جیب جامه و این جیب مثلثاتی هیچ رابطه ای وجود ندارد. در یک دایره مثلثاتی که شعاع آن واحد است، سینوس (جیب) یک زاویه یا یک کمان، طول عمودی است که از انتهای کمان بر قطری که از مبدأ کمان می گذرد فرود می آید. در محاسبات نجومی وتر به کار نمی‌رود بلکه نیمه آن به نام جیب مورد استفاده است. جیب های نجومی عبارتند از: جیب مستوی یا جیب راست، جیب تمام، جیب معکوس یا باشگونه. جیب راست sinus عمودی است که از یک طرف قوس وارد بر قطر دایره شود. و نصف وتر عمود بر قطر دایره را نیز جیب گفته اند (به نقل از فرهنگ اصطلاحات نجومی تألیف دکتر ابوالفضل مصفی، چاپ سوم، تهران ۱۳۸۱)

(۴۰). جمال الدین علی بن یوسف القاضی ابن القفطی (۱۲۴۸ ـ ۱۱۷۲ میلادی) از اهالی مصر بود و صاحب اثر مشهور تاریخ الحکما می‌باشد. از تصنیفات متعدد او جز معدودی، اثری باقی نمانده است. ابن القفطی مدت‌ها در حلب به قضاوت مشغول بود و با بزرگان زمان خود مراوده داشت.

(۴۱). ماکزیمم maximum یا بیشینه، بزرگترین مقدار یک متغیر در یک فاصله معین می‌باشد. ماکزیمم آن مقدار از متغیر است که از مقادیر اطراف و نزدیک خود بزرگتر باشد. لذا ماکزیمم را نباید بزرگترین مقدار متغیر در تمام دامنه تغییرات تصور کرد. مقدار ماکزیمم با مقدار حداکثر تفاوت دارد. ماکزیمم یک تابع یا متغیر وقتی است که آن متغیر در تغییرات پیوسته خود از یک سیر صعودی به سیر نزولی تغییر وضع بدهد. (به نقل از فرهنگ علوم تجربی و ریاضی تدوین و تهیه توسط گروهی از کارشناسان وزارت آموزش و پرورش و استادان دانشگاه، چاپ دوم، تهران ۱۳۷۵)

(۴۲). در اصطلاح نجوم به اختلاف بین یک بیضی و یک دایره، خروج از مرکز یا بیرون مرکزی

eccentricity می گویند که میزان آن به فاصله بین دوکانون بیضی بستگی دارد. مقدار بیرون مرکزی را با تقسیم فاصله دوکانون بیضی به دو برابر قطر بزرگتر بیضی، محاسبه می‌کنند.

(۴۳). منطقة البروج zodiac را در علم نجوم به صورت نواری به پهنای ۱۶ درجه (۸ درجه بالای دایرة البروج و ۸ درجه زیر آن) تصور می‌کنند که در کرهٔ سماوی قرار دارد. این نوار فرضی مستدیر که در حقیقت مدار حرکت انتقالی زمین به دور خورشید را مشخص می کند، از آنرو منطقة البروج نامیده می شود زیرا که ظاهراً در برگیرندهٔ صور فلکی مشخصی است که به آنها اصطلاحاً بروج می‌گویند. منطقة البروج به ۱۲ بخش مساوی (هر بخش ۳۰ درجه) تقسیم می‌شود که در هر یک از آنها یکی از صور فلکی و یا یکی از برج‌ها قرار دارد. صور مزبور عبارتند از حمل یا بره، ثور یا گاو، جوزا یا دوپیکر، سرطان یا خرچنگ، اسد یا شیر، سنبله یا دوشیزه، میزان یا ترازو، عقرب یا کژدم، قوس یا کمان، جدی یا بزغاله، دلو یا آبگردان و بالاخره حوت یا ماهی. کرهٔ زمین در طی حرکت انتقالی خود در هر ماه شمسی در مقابل یکی از این برج‌های دوازده گانه قرار می گیرد. لیکن از نظر ساکنین زمین، این خورشید است که از جلوی این صور فلکی عبور می‌کند.

(۴۴). منظور از درونیابی خطی linear interpolation تعیین و به عبارت دیگر تخمین مقادیر یک عامل متغیر می باشد که بین دو یا چند مقدار معین آن متغیر قرار می‌گیرند. این عمل معمولاً از طریق تناسب و یا ترسیم نمودار متغیر انجام می‌شود.

(۴۵). solar declination.

(۴۶). اریبی یا تمایل obiliquity که منظور از آن در اینجا اریبی یا تمایل دایرة البروج obliquity of the ecliptic می باشد، زاویه ای است که تحت آن، استوای سماوی، دایرة البروج را قطع می کند. مقدار این زاویه بین بیست و یک درجه و پنجاه و پنج دقیقه و بیست و چهار درجه و صد و هشتاد دقیقه زاویه بوده و به علت رقص محوری زمین و حرکت تقدیمی اعتدالین، همواره در حال نقصان آهسته و تدریجی می‌باشد. مقدار این زاویه در سال ۲۰۰۰ میلادی، بیست و سه درجه و بیست و شش دقیقه و سی و چهار ثانیه بوده است.

(۴۷). جداول نجومی بطلمیوس، معروف به جدول های دستی Handy Tables مورد استفادهٔ منجمین بعد از او بودند.

(۴۸). عرض قمر Lunar latitude (رجوع شود به توضیح مربوط به عرض سیارات). (۴۹). ابواحسن علی بن احمد بن یونس صدفی (سال وفات ۱۰۰۹ میلادی) مشهور به ابن یونس، یکی از بزرگترین منجمین مسلمان می باشد. او در مصر متولد شد و در جوانی به رصدهای

نجومی پرداخت. یکی از تألیفات عمدهٔ ابن یونس زیج کبیر حاکمی است که او آنرا به الحاکم بامرالله، خلیفهٔ فاطمی مصر اهدا نمود. یک نسخهٔ منحصر به فرد از این زیج در کتابخانهٔ لیدن موجود است. زیج ابن یونس از شهرت و اعتبار فراوانی برخوردار بوده و بیش از هر زیج دیگری تاکنون مورد بررسی و تحقیق دانشمندان غرب و شرق قرار گرفته است.

(۵۰). در کتاب پژوهشی در زیجهای دورهٔ اسلامی نوشته ا. ا. کندی، ترجمهٔ محمد باقری از انتشارات شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران ۱۳۷۴، در بارهٔ تعدیل سیارات Planatary equations چنین آمده است: «بر اساس نظریه بطلمیوسی، چون خورشید فلک تدویر (epicycle) ندارد، تنها یک ناهمسانی در حرکتش دیده می‌شود که به خاطر خروج از مرکز مدار آن است و مستقیماً محاسبه و در جدول ذکر می‌شود. اما در حرکت میانگین (متوسط) ماه و پنج سیاره، دو تعدیل مستقل وارد می شود. یکی تعدیل اول به سبب خارج از مرکز بودن مرکز فلک تدویر بر فلک حامل (deferent) و دیگری تعدیل ثانی ناشی از موضع خود سیاره روی فلک تدویر. بطلمیوس به جای آنکه تعدیل مرکب را مستقماً بر اساس نظریه خود و برای تغییر دو متغیر مستقل حساب کند این محاسبه را به صورتی ساده کرد، بی‌آنکه کاهش محسوسی در دقت آن پدید آید. (۵۱). از ابن هبنتا، یک نسخه خطی منحصر به فرد به نام کتاب المغنی فی النجوم باقی مانده است که در آن از جمله اطلاعاتی دربارهٔ علم نجوم در ایران زمان ساسانیان (زیج شاه) می توان یافت.

(۵۲). آنومالی anomaly (انحراف) اصطلاحی است که برای توصیف مکان یک سیاره در مدارش به کار می رود. آنومالی حقیقی زاویهٔ بین حضیض خورشید و سیاره در جهت حرکت سیاره است. آنومالی متوسط زاویهٔ بین حضیض خورشید و یک سیاره موهوم است که همان پریود سیارهٔ حقیقی را دارد به فرض آنکه با سرعت ثابت در حرکت باشد. (به نقل از فرهنگ علوم تجربی و ریاضی، تدوین و تهیه توسط گروهی از کارشناسان وزارت آموزش و پرورش و استادان دانشگاه، چاپ دوم، تهران ۱۳۷۵). این مفهوم در واژه نامهٔ نجوم و اختر فیزیک، ترجمهٔ دکتر محمد تقی عدالتی و دکتر جمشید قنبری، چاپ اول، تهران ۱۳۷۸، به صورت زیر تعریف شده است: «آنومالی در مکانیک سماوی، زاویه بین بردار شعاع یک جسم در حال دوران از جسم اولیه (کانون بیضی مداری) و خط اوج و حضیض مدار که در جهت مسیر از نقطه ای به اولیه نزدیک می شود.می باشد.

(۵۳). در کتاب پژوهشی در زیجهای دورهٔ اسلامی نوشته ا. ا. کندی، ترجمهٔ محمد باقری، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران ۱۳۷۴، توضیح زیر در رابطه با ایستگاهای سیارات

Planatary stations آورده شده است: «در حین ایجاد مسیرهای حلقوی، لحظه ای می رسد که پیشروی سیاره متوقف می شود. در این حالت می‌گویند سیاره در مقام اول (ایستگاه اول) یا در رجعت است. سپس، راجع می‌شود و پس از مدتی دوباره در مقام ثانی (ایستگاه دوم) یا استقامت می‌ایستد و پس از آن به حرکت مستقیم خود ادامه می دهد و مقیم خوانده می شود.»

(۵۴). عرض سیارات Planatary latitudes؛ جالب ترین پدیده در حرکت سیارات، مسیرهای ظاهری حلقوی شکل آنها بین ستارگان ثابت است. سیارات دارای حرکت های رجوعی (واپسگردی) متناوب هستند، ولی حلقه‌ها هیچ گاه تکرار نمی شوند. هر نظریه مربوط به سیاره باید توضیحی برای این پدیده داشته باشد. پس مدل مزبور باید بتواند سیاره را بالا و پایین دایرهٔ البروج بکشاند یعنی عرض سیاره عموماً باید غیر صفر باشد. بعلاوه، برای همخوانی با مشاهده، حداکثر عرض باید وقتی حاصل شود که سیاره در نزدیکترین موضع به زمین یعنی در حضیض فلک تدویر یا نزدیک به آن واقع باشد. بطلمیوس توانست چنین نظریه ای پدید آورد؛ گرچه قبل از وی نیز تلاش هایی در این زمینه شده بود. (به نقل از کتاب پژوهشی در زیجهای دورهٔ اسلامی نوشته ا. ا. کندی، ترجمه محمد باقری، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران ۱۳۷۴)

(۵۵). گره یا عقده node یکی از دو نقطه ای است که در آنجا مدار یک سیاره صفحه مرجع، به عنوان مثال صفحه دایرهٔ البروج و یا صفحه استوای آسمانی را قطع می‌کند. بهنگام حرکت جرم آسمانی از جنوب به شمال، آن را راگرهٔ فرودین (نزولی) descending node و بالعکس بهنگام حرکت آن از شمال به جنوب آنراگرهٔ فرازین (صعودی) ascending node می‌نامند (عقدهٔ جنوبی یا مجازالجنوب یا عقدهٔ ذنب؛ عقدهٔ شمالی یا مجازالشمال یا عقدهٔ رأس).

(۵۶). پیش بینی و پیشگویی زمان رؤیت هلال ماه lunar visibiliy و به طور کلی ظهور و غیاب سیارات. نقش عمده ای را در شکوفا شدن علم نجوم بازی کرده است. با ظهور اسلام. مسائل مربوط به رؤیت ماه مورد توجه ویژه واقع شدند. این امر تا حدودی ناشی از این بود که تقویم هجری بر مبنای سال قمری است و ماه رمضان در هر محلی عملاً بر اساس رؤیت هلال ماه نو آغاز می گردد.

(۵۷). دایره البروج ecliptic مسیر ظاهری و سالیانه خورشید در کرهٔ سماوی است. این مسیر، دایره عظیمه‌ای از کرهٔ سماوی است که با صفحه استوای سماوی زاویه‌ای برابر با ۲۳°۵۰َ یا ۲۳°۲۷َ تشکیل داده (اریبی یا تمایل) و آنرا در نقاط اعتدال ربیعی (اعتدال بهاری، اول

فروردین)، اعتدال خریفی (اعتدال پاییزی، اول مهر)، انقلاب صیفی (انقلاب تابستانی، ۳۱ خرداد)و انقلاب شتوی (انقلاب زمستانی، اول دی) قطع می‌کند.

(۵۸). جیب معکوس (= جیب باشگونه) versed sine سهم دوتوی قوس است و اگر خواهی گویی: «آن خطی است که میان آغاز قوس باشد و میان آن سر جیب که برابر اوست و بزرگترین جیب های باشگونه همه قطر است. (التفهیم /۹) (به نقل از فرهنگ اصطلاحات نجومی تألیف دکتر ابوالفضل مصفی، چاپ سوم، تهران ۱۳۸۱)

(۵۹). در فرهنگ اصطلاحات نجومی تألیف دکتر ابوالفضل مصفی، چاپ سوم، تهران ۱۳۸۱، تحت عنوان کردجات چنین آمده: «کردجات - جدول نجومی، جدول تقویمی، جمع کردجه و کردج، معرب «کرده» و (کردک) از کرد و کرت؛ در فارسی به لغت «کردو» بر می خوریم، به معنی قسمتی از زمین که جدول بندی شده و برای کاشتن سبزی و تره بار آماده می شود». خوارزمی نیز کردج را فارسی دانشسته و گوید: «الکردجه کلمه فارسیه معناها القطعه یسمی بها بعض الجدول کردجات تشبیها بقطاع الارضین» (مفاتیح العلوم / ۱۳۰). بیشتر خاورشناسان و نخستین کس از ایشان «رینو» عقیده دارند که لفظ «کردج» دخیل و از هندی وارد زبان عربی شده است و اصل آن «کرمجیا» karamjia یعنی وتر مستوی بوده است. این نظر شاید باگفته قاضی اندلسی بی ارتباط نباشد که گفته است: «ان قدم علی الخلیفه المنصور فی سنه ست و خمسین و ماه رجل من الهند. عالم بالحساب المعروف بالسندهند فی حرکات النجوم مع تعاویل معلوم علی کردجات.» اما قاضی ساعد مذکور نگفته است که «کردجات» لفظ هندی است و شباهت کم ظاهری لفظی «کردجات» و «کرمجیا» نمی‌تواند تنها دلیل یکی بودن این دو کلمه باشد، بخصوص که در معنی نیز با هم متفاوتند.

(۶۰). بعد یا زاویهٔ بعد right ascension و میل declination مختصاتی هستند که موضع و موقعیت یک جرم سماوی را در کرهٔ سماوی مشخص می کنند. منظور از بعد که به صورت RA کوته نوشته می شود، فاصله بین نقطه اعتدال بهاری و دایرهٔ ساعتی مبدأ است که از جرم مورد نظر عبور می کند. دایرهٔ ساعتی مبدأ، دایره‌ای است که از نقطه عبور می کند و این نقطه عبارت است از موضع خورشید بر استوای سماوی در ابتدای فصل بهار (اعتدال بهاری یا ربیعی)، یعنی هنگامیکه خورشید از نیمکرهٔ جنوبی وارد نیمکرهٔ شمالی می شود. زاویهٔ بعد در امتداد استوای سماوی و به سمت شرق ترسیم می شود و واحد سنجش آن، ساعت و دقیقه و ثانیه می باشند. یک ساعت زاویه بعد برابر است با ۱۵ درجه. زاویه بعد در کرهٔ سماوی، نقش طول جغرافیایی یک مکان را در کرهٔ زمین دارد. میل یک جرم سماوی عبارت

از زاویه ای است که شعاع بصری مار بر آن، با صفحه استوای سماوی تشکیل می دهد. اگر جرم مزبور در نیمکرهٔ شمالی باشد، میل آن مثبت و بین صفر و ۹۰+ درجه و اگر در نیمکرهٔ جنوبی باشد و میل آن منفی و بین صفر و ۹۰- درجه خواهد بود.

(۶۱). بنا به تعریفی که در واژه نامهٔ نجوم و اختر فیزیک، ترجمهٔ دکتر محمد تقی عدالتی و دکتر جمشید قنبری، چاپ اول، تهران ۱۳۷۸، آمده است، منظور از اصطلاح نجومی صعود مایل oblique ascension قوسی از استوای سماوی یا زاویه‌ای در قطب سماوی است، بین دایرهٔ ساعتی اعتدال بهاری و دایرهٔ ساعتی عبوری از تقاطع استوای سماوی و افق شرقی در لحظهٔ طلوع نقطه ای بر روی کرهٔ مایل که از دایرهٔ اعتدال بهاری به سمت شرق تا ۲۴ ساعت اندازه گیری شده است.

(۶۲). shadow length (cotangent) (کوتانژان، ظل اتمام، ظل الثانی) .

(۶۳). true solar and lunar motion.

(۶۴). جعفر بن محمد مشهور به ابو معشر بلخی (۸۸۶ ـ ۷۸۷ میلادی) که در غرب به نام Abulmasar معروف است، از منجمین جهان اسلام است که کار علمی خود را زمان خلافت مأمون شروع کرد. او در موضوعاتی همچون تقویم عربی پیش از اسلام و گاهشماری دوران نخستین خلفا مهارت یافت و حرکات سیارات را محاسبه کرده و تأثیر ماه را در مسئله جزر و مد بررسی نمود. این دستآوردها بعدها در غرب مورد توجه فراوان قرار گرفته و سبب شدند که صیت شهرت او به سراسر اروپای سده های میانی را یابد. ابو معشر دارای تألیفات عدیده در نجوم بود که برخی از آنها هنوز در ترجمه لاتین وجود دارند.

(۶۵). آرگومنت argument در ریاضیات به متغیر یک تابع function گفته می‌شود. به عبارت دیگر، آرگومنت تابع f(x) متغیر x است. در زبان فارسی، به پیشنهاد مرحوم غلامحسین مصاحب، از واژهٔ «شناسه» برای رسانیدن مفهوم آرگومنت استفاده می‌شود. لیکن در ترجمهٔ مقاله حاضر، ترجیح داده شد که برای جلوگیری از سوء تفاهم های احتمالی، واژهٔ آرگومنت به کار برده شود.

(۶۶). مقابله opposition موضع دو جسم سماوی را که طول های سماوی یا زوایای ساعتی نجومی با اختلاف ۱۸۰ درجه دارند، بیان می کند. کلمه مقابله معمولاً فقط در رابطه با موضع یک سیاره علیا یا ماه نسبت به خورشید به کار می‌رود (به نقل از واژه نامه نجوم و اختر فیزیک ترجمه دکتر محمد تقی عدالتی و دکتر جمشید قنبری، چاپ اوّل، تهران ۱۳۷۸). در فرهنگ اصطلاحات نجومی تألیف دکتر ابوالفضل مصفی، چاپ سوم، تهران ۱۳۸۱، واژهٔ مقابله چنین

تعریف شده است: «مقابله (تمام دشمنی) یعنی قرار گرفتن زمین و خورشید و یک سیاره که مسیر آن به دور خورشید و خارج مسیر کرهٔ زمین است، در یک خط. در این موقع اختلاف طول آسمانی آن سیاره با خورشید ۱۸۰ درجه است. و نیز این حالت مابین دو برج در دایرة البروج دیده می‌شود و برج هایی که با هم حالت مقابله یا تمام دشمنی دارند عبارتند از حمل با میزان. ثور با عقرب، جوزا با قوس، سرطان با جدی، اسد با دلو، سنبله با حوت».

(۶۷). مقارنه conjunction وضعیتی است که در آن دو جسم سماوی، طول سماوی یا زاویه نجومی یکسانی دارند. به زمانی که در آن این مقارنه صورت می گیرد، نیز مقارنه گویند (به نقل از واژه‌نامه نجوم و اختر فیزیک ترجمهٔ دکتر محمد تقی عدالتی و دکتر جمشید قنبری، چاپ اوّل، تهران ۱۳۷۸). در فرهنگ اصطلاحات نجومی تألیف دکتر ابوالفضل مصفی، چاپ سوم، تهران ۱۳۸۱، این اصطلاح نجومی به گونه زیر بیان شده است: «دو جرم سیارهٔ فلکی وقتی دارای بعدهای مساوی هستند در حال مقارنه اند. مثلا خورشید و ماه بهنگام ماه نو (هلال) در حال مقارنه اند. اگر سیاره ای بین زمین و خورشید باشد مقارنه سفلی و اگر خورشید بین سیاره و زمین باشد مقارنه علیا گویند. این حالت را اتصال و اقتران نیز گفته اند و کواکب را درین وضع متصل و مقترن گویند.»

(۶۸). خسوف lunar eclipse در اصطلاح گرفتگی ماه است و این حالت هنگامی دست می‌دهد که کرهٔ زمین طوری بین ماه و خورشید قرار گیرد که سایه زمین بر روی ماه می‌افتد.از انواع خسوف می‌توان از خسوف جزئی، خسوف حلقوی و خسوف کلی نام برد (واژهٔ eclipse در زبان انگلیسی به طور کلی به گرفتگی گفته می شود).

(۶۹). منظور از اختلاف منظر parallax به طور کلی تغییر موضع نسبی یک جسم است هنگامیکه ناظر از دو نقطه مختلف به آن بنگرد. در علم نجوم، اختلاف منظر بدین معناست که هرگاه یک جرم آسمانی توسط ناظری از روی زمین رصد شود، موضع ظاهری اش در کرهٔ سماوی با آنچه که از راه محاسبه به دست می‌آید، اندکی تفاوت خواهد داشت. از آنجا که ماه به قدر کافی به کرهٔ زمین نزدیک است، تعیین اختلاف منظر آن در محاسبات مربوط به کسوف (خورشید گرفتگی) حایز اهمیت می باشد. موضع یک ستارهٔ معین را بر حسب موقعیت ناظر روی زمین، نسبت به دو ستارهٔ دیگر نشان می دهد. اختلاف منظر دو گونه است: افقی و ارتفاعی.

(۷۰). احمد بن عبدالله مروزی مشهور به حبش حاسب (تاریخ وفات بین سال‌های ۸۶۴ و ۸۷۵) از اهالی مرو و در دوران خلافت مأمون و معتصم عباسی در بغداد به کار مشغول بود.

به او دو زیـج نسـبت داده مـی‌شود، یکـی «الزیـج الدمشـقی» و دیگـری «الزیـج المأمـون». دستآوردهای او در مثلثات از اهمیّت بسـیاری بـرخـودار هسـتند. مـنجمین اسـلامی بـرای مشخص ساختن عکس سینوس، نام های خاصی به کار می‌بردند مانند جیب منکوس و سهم. در کتاب زندگینامه علمی دانشمندان اسلامی به ویراستاری حسین معصومی همدانی، از شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران ۱۳۵۶، صفحات ۳۷۵ تا ۳۹۶، آورده شده است که حبش حاسب به احتمال قوی نخستین ریاضیدانی بوده که مفاهیم مثلثاتی سینوس و کسینوس را به روشنی و بدین گونه تعریف کرده است: «عمودی که از مـحیط دایـره بـر قـطر فـرود آیـد، سینوس (جیب مبسوط) قوس محصور بین قطر و آن نقطه محیط است. فاصله میان محیط و عمود وارد بر قطر، عکس سینوس (جیب معکوس) قوس مذکور است.»

(۷۱). کسوف یا خورشید گرفتگی solar eclipse زمانی به وجود می آید که ماه طوری بین زمین و خورشید قرار گیرد که سایه زمین بر روی خورشید افتاده و در نتیجه تمام یـا قسـمتی از خورشید را از انظار پنهان نماید. از اینرو از کسوف کلی و کسوف جزئی صحبت مـی شـود. بطور کلی باید گفت که خسوف و یا کسوف تنها اختصاص به ماه و یا خورشید ندارند. گرفتگی هر یک از سیارات را می‌توان خسوف یا کسوف نامید.

(۷۲). equation of the houses. برج یا بیت house (جمع: بروج یا بیوت) در اصطلاح نجومی عبارت از قوسی است برابر با یک دوازدهم دایرهٔ عظیمه منطقة البروج. هر یک از این قوس ها به نام یکی از صور فلکی و یا ماه های شمسی نامیده می‌شود.

(۷۳). projection of the rays. در همه ادوار، بسیاری از مردمان را باور بر این بوده و هنوز نیز هست که هر سیاره ای بر سیارات دیگری که در نیمه دایرهٔ البروج پشت این سـیاره، قـرار دارند، با فرستادن پرتوهایی، تأثیر می گذارد.

(۷۴). فضل دور excess of revolution که اصـطلاح لاتـین آن revolutio anni مـی بـاشد، عبارت است از میزان فزونی سال خورشیدی بر سال ایرانی ۳۶۵ روز، که بر حسب درجـه گردش شبانه روزی (°۳۶۰ = ۲۴ ساعت) بیان می‌شود. در بسیاری از زیج‌ها جدولی برای فضل دور آورده شده است. در برخی از این جدول ها سال اعتدالی و در برخی دیگر سـال نجومی به کار رفته است.

(۷۵). سال نجومی sidereal year زمانی است که خورشید برای بازگشت به یک ستارهٔ ثـابت مفروض لازم دارد. این سال برابـر است بـا ۳۶۵٫۲۵۶۴ روز خـورشیدی مـتوسط و انـدکی طولانی تر از سال انقلابی. سال انقلابی به آن سال خورشیدی می گویند که شروع آن از یکی

از دو نقطه انقلابی است.

(۷۶). عبور culmination موضع یک جسم آسمانی است هنگامیکه در بلندترین ارتفاع ظاهری باشد.

(۷۷). local mean solar time.

(۷۸). virtual equatorial mean sun.

(۷۹). دوره epoch، یک لحظهٔ به خصوص برای داده های معینی که صحیح‌اند، می‌باشد. مثلاً مواضع ستاره در یک فهرست نجومی و در دورهٔ ۱۳۲۹ شمسی/۱۹۵۰ میلادی. (به نقل از «واژه نامه نجوم و اختر فیزیک ترجمهٔ دکتر محمدتقی عدالتی و دکتر جمشید قنبری، چاپ اول، تهران ۱۳۷۸)

(۸۰). کیا ابوالحسن کوشیار بن لبان گیلی (به عربی: جیلی)، در اوایل قرن یازدهم میلادی می زیست و در علوم ریاضی و نجوم استاد بود. کتاب اصول حساب الهند او و از اینرو از اهمیت بسیار بر خوردار است زیرا که قدیمی‌ترین اثری است که در آن ارقام هندی به کار رفته و دستگاه شمارش اعشاری با ارزش موضعی این ارقام، تشریح شده اند. آثار او در زمینه علم نجوم عبارتند از المدخل فی صناعت احکام النجوم و زیج جامع که نسخه‌هایی از کتاب اخیر در برلین و لیدن موجود هستند.

(۸۱). غیاث الدین جمشید بن مسعود بن محمود کاشانی (سال وفات: ۱۴۲۹) که اروپاییان او را الکاشی می نامند، از برجسته‌ترین ریاضیدانان و منجمین جهان اسلام به شمار می رود. او محاسبی ماهر بود و آلات و ادوات دقیقی برای رصد اختراع نمود و به دعوت الغ بیگ حکمروای دانشمند سمرقند، به آنجا رفت تا در رصدخانه مشهور سمرقند به فعالیت بپردازد. او زیج خود را که به زیج خاقانی معروف است، به الغ بیک اهدا کرد. از بین کتاب های علمی و فنی او که هر یک در نوع خود بی نظیر هستند، می توان از رساله محیطیه نام برد که شاهکار او در علم حساب می باشد. یکی از کارهای شگفت انگیز کاشانی محاسبه عدد π است که از نقطه نظر دقیق بودن، تا صد و پنجاه سال بعد از او در دنیای ریاضیات بی‌نظیر بود. او توانسته بود که این عدد را تا ۱۶ رقم بعد از ممیز به صورت $2\pi = ۶٫۲۸۳۱۸۵۳۰۷۱۷۹۵۸۶۵$ تعیین نماید.

(۸۲). method of Gauss-Newton.

(۸۳). فاصلهٔ اطمینان confidence interval مقوله‌ایست که در بررسی‌های آماری به کار می‌رود و منظور از آن، یک فاصله عددی است که برآورد آماری، با احتمال معین در فاصله

قرار می گیرد. مثلاً اگر بگوییم که سن متوسط جوانان کشور، با احتمال ۹۵٪ بین دو مقدار ۲۰ و ۲۵ سال می باشد، این دو عدد فاصلهٔ اطمینان ۹۵ درصدی برآورد فوق می باشد.

(۸۴). دامنه amplitude بیشترین اندازهٔ تغییرات یک کمیت متناوب در جهت مثبت یا منفی می باشد. این واژه بیشتر در مورد تغییرات سینوسی به کار می رود.

(۸۵). displaced solar equation.

(۸۶). یحیی بن ابی منصور منجم بزرگ در نیمه اول قرن نهم میلادی زندگی می کرد (سال وفات در حدود ۸۳۱ میلادی) و در دربار مأمون از مرتبتی بلند برخوردار بود. او منجم زبردستی از اهل طبرستان بود که به بغداد هجرت نمود و به دستور مأمون در ساختن رصدخانه شماسیه بغداد و قاسیون دمشق فعالیت نمود. زیج مشهور ممتحن (رجوع شود به یادداشت مربوطه) از تألیفات اوست. این زیج مجموعه جداول نجومی است که ماحصل رصدهای منجمین دربار مأمون، تحت ریاست ابی منصور می باشد. در کتابخانهٔ اسکوریال یک نسخه منحصر به فرد از این زیج تحت عنوان زیج المأمونی للمتحن موجود است.