

ادله ریاضی ابویعقوب کندی بر نفی جهان نامتناهی^۱

عباس طارمی

دانشجوی کارشناسی ارشد فلسفه علم دانشگاه صنعتی شریف

مقدمه

جهان هستی، متناهی است یا نامتناهی؟ فلاسفه یونان باستان پاسخهای متفاوتی بر این سؤال داده‌اند، مثلاً دیمقراطیس که به وجود خلاء و ذرات تجزیه‌ناپذیر شناور در آن معتقد بود، جهان را نامتناهی میدانست.

حال آنکه فیثاغورس و پیروان او به جهان متناهی اعتقاد داشتند و بر این باور بودند که جهان نامحدود نمی‌تواند غایت داشته باشد و بالتیجه ناقص خواهد بود. این نظر فیثاغورسیان در افکار افلاطون و ارسطو نیز انعکاس تام داشت. ارسطو مخصوصاً مدافع سرسخت جهان متناهی بود و این اندیشه را با دلایلی فلسفی مطرح می‌کرد.

در عصر تمدن اسلامی نیز ابویوسف یعقوب بن اسحاق کندی (۱۸۵ - ۲۵۲ هـ. ق) فیلسوف بزرگ اسلامی نظر ارسطو را پذیرفت ولی با دلایلی مبتنی بر منطق ریاضی به اثبات آن پرداخت. در این مقاله پس از مروری بر اندیشه گذشتگان درباره جهان متناهی به تحلیل براهین کندی می‌پردازیم.

* نگارنده از راهنمایی‌های ارزنده آقای دکتر جعفر آقابانی چاوشی سپاسگزاری می‌کند.

۱ - دلایل ارسطو درباره تناهی عالم

ارسطو بر آن است که گرچه وسعت عظیم عالم مادی به اندازه‌ای است که تصورش برای انسان مشکل است با این وجود نمیتوان نتیجه گرفت که ضرورتاً این امتداد واقعی هیچ نوع انتهای واقعی نداشته باشد. ارسطو قائل به نفی بی نهایت بالفعل است و وجود جسم بی نهایت بالفعل را مستلزم نوعی تناقض می‌داند.

یک امتداد نامحدود بالفعل مقتضی وجود واقعی هیئتی است که هیچ حد و مرزی نداشته باشد در حالی که هرگونه هیئت طبیعی علیرغم بزرگی آن ناگزیر از آن است که محصور در سطحی بوده و بوسیله سایر هیئت‌های موجود محدود شده باشد در غیر اینصورت فضایی برای سایر هیئت‌ها باقی نمی‌ماند^۱.

بصورتی مشابه ارسطو اظهار می‌دارد که در مورد کل عالم مادی نیز ممکن نیست فکر کنیم که از امتداد بی نهایت بالفعل برخوردار است و نظریه بی نهایت بودن عالم طبیعی که بوسیله ملیسوس الثایی بیان شده راد و انکار می‌کند^۲.

استدلالات ارسطو بر نفی جسم بی نهایت بالفعل مبتنی بر نظریه جهات و عناصر چهارگانه فیزیکی وی می‌باشد که به شیوه برهان خلف بیان میکند. چنانکه در طبیعیات چنین می‌آورد که:

«اگر فرض شود که جسم نامتناهی مرکب است، عناصری از آنها ترکیب شده است که یا نامتناهی اند یا متناهی. حال اگر یک عنصر نامتناهی است و عنصر یا عناصر دیگر متناهی، در آن صورت اولی (عنصر نامتناهی) دومی (عنصر یا عناصر متناهی) را محو می‌کند و حال آنکه برای دو عنصر محال است که نامتناهی باشند زیرا یک عنصر نامتناهی مساوی کل جسم خواهد بود، درباره عناصر متناهی ترکیب چنین عناصری یقیناً یک جسم نامتناهی نخواهد ساخت»^۳.

خلاصه از دیدگاه ارسطو جهان متناهی می‌باشد^۴.

۱. زروتاس و گرین وود - «بی نهایت ریاضی» - ترجمه مختاری گرگانی - در کتاب فلسفه ریاضی، تهران ۱۳۵۹ -

ص ۱۵۲. ۲. همان - ص ۱۵۲.

۳. کاپلستون - تاریخ فلسفه - ج ۱ ترجمه دکتر مجتبی تهران ۱۳۶۸ - ص ۳۷۰.

۴. در این مورد به طبیعیات ارسطو ترجمه مهدی فرشاد صص ۱۱۶ - ۱۱۵ مراجعه شود.

۲ - نامتناهی در تفکر مسیحی

تفوق و برتری خیر بر سایر معانی در تفکر یونانی موجب آن گردید که افلاطونیان وجود را تابع خیر سازند. در حالی که مسیحیان بر خلاف آنان به حکم وحی الهی در «سفر خروج» تفوق را از وجود می دانند و خیر را تابع وجود می شمارند. خدا به سبب این که کامل است وجود ندارد بلکه به سبب این که وجود دارد کامل است و همین فرق اساسی باعث آن می گردد که نفس کمال خدا را دال بر آن بگیریم که باید کل حدود را از خدا سلب کرد و به عدم تناهی او قائل شد. کمال خدا چون کمال وجود است تنها به معنی تمامیت نیست بلکه به معنی مطلق یعنی عدم تناهی است.^۵

اگر خیر ارجح شمرده شود مستلزم قبول حدود است و به همین سبب بود که یونانیان باستان عدم تناهی را بمعنی عدم کمال می گرفتند. برعکس، وجود برای اینکه در شأن خدا باشد از خیر گرفته می شود. چون وجود فاقد هیچ چیز نمی تواند باشد لازم می آید که کامل باشد و خیر خود جنبه ای از وجود بشمار می رود. بدین ترتیب از کمال وجود تنها تمامیت آن لازم نمی آید بلکه جمیع حدود طرد می گردد و با همین سلب حدود عدم تناهی به معنای ایجابی آن برای وجود حاصل می شود.^۶

بدین معنی عدم تناهی یکی از صفات اصلی خدا در عقاید دینی مسیحیان است و بعد از وجود همین صفت است که معنی خدای مسیحی را از تصوراتی که دیگران درباره خدا دارند تمیز می دهد.^۷

متألهان مسیحی در قرون وسطی جملگی در این باره متفق بر آن بودند که اثبات وجود خدا با اثبات وجود نامتناهی هر دو یکی است و این بی شبهه بدان معنی است که، تا وجودی که نامتناهی باشد اثبات نشود وجود خدا به ثبوت نمی رسد. از

۵. اتین زلیسون - روح فلسفه قرون وسطی - ترجمه ع. داوودی، تهران ۱۳۷۰ - ص ۸۰.

۶. همان ص ۸۱.

۷. همان.

همین‌رو دونس اسکاتس می‌گوید: «آیا در بین کائنات شیئی وجود دارد که آن را بتوان نامتناهی دانست»^۸.

جواب به این سؤال منحصر بود به وجود و خدا و از نظر شرع مسیحی امر دیگری مانند جهان مادی نمی‌توانست نامتناهی باشد زیرا همه چیز محاط و محدود است و تنها خداست که نامتناهی و محیط بر جهان است.

در اواخر قرون وسطی متفکرینی جسور با رویکردی فیثاغوری و با تأکید بر تفسیر ریاضی جهان، جهان را یک منظومه بی نهایت دانستند که هر چیزی در آن واجد نسبتی ریاضی است. که از جمله آنان می‌توان به راجریکن، لئوناردو، نیکولای کوزایی و برونو اشاره کرد^۹.

این کسانی بودند که راه را برای اندیشه جدید درباره نامتناهی باز کردند. و راز این گشایش در این بود که جهان را شامل اعراض و اجسام نمی‌پنداشتند بلکه اعداد و نسبت‌های ریاضی را مایه پیوند اشیاء دانستند.

۳ - نامتناهی در تفکر جدید

آنچنانکه مورخ و فیلسوف فرانسوی الکساندر کویره به زیرکی دریافته، از مختصات تفکر جدید و دوره تجدید حیات فرهنگی یکی انهدام تصویری است که ذهن بشری از کل کائنات (cosmos) داشته، یعنی انهدام عالم متناهی که شامل سلسله مراتب منظم ارسطویی است و جانشین کردن جهان (univers) به جای آن، که جهانی است یکپارچه و منظم به سبب وحدت عناصر متشکله و متحدالشکل بودن قوانین آن، و دیگری هندسی و کمی کردن مکان (espace) یعنی جایگزین کردن تصور مکان انضمامی با مکان انتزاعی و متجانس هندسه اقلیدسی^{۱۰}.

۸. اتین ژیلسون - روح فلسفه قرون وسطی - ترجمه ع. داوودی، تهران ۱۳۷۰ - ص ۸۲.

۹. ادوین آرتوربرت - مبانی مابعدالطبیعی علوم نوین - ترجمه عبدالکریم سروش، تهران ۱۳۶۹ - ص ۴۵.

۱۰. دکتر کریم مجتهدی - نگاهی به فلسفه‌های جدید و معاصر در جهان غرب، تهران ۱۳۷۷ - ص ۷۴ بنقل از کتاب

در نظر ارسطو، مکان امری نیست که همه اشیاء و اعیان ممتد به آن محتاج یا متکی باشند. یعنی چیزی نیست که اشیاء آنرا را اشغال کنند. مکان عبارتست از سطح حائل بیان شی محاط و محیط (حاوی و محوی) و جز به جا و حیز چیزی نیست و صرفاً در داخل جهان و به شرط اشیاء قابل تصور است و خارج از عالم موجود نه خلأست نه ملأ. و خودش هم ماده‌ای است ذواعراض نه امری هندسی لذا در نظام فکری او باید به نحوی هندسه اقلیدسی در درون جهان غیر اقلیدسی قرار گیرد.^{۱۱}

تجدید حیات نوافلاطون‌گری و پیشرفتهای ریاضی در عصر کپرنیک که در نجوم وی به اوج خود رسید موجب آن شد که بر نحوه تفکر ارسطویی و عادات به آن غالب آید و به این تفکر رهنمون گردد که اعیان خارجی و نسبت‌های آنها، جوهرراً ریاضی است و از این پس بود که مکان مادی، متعلق به حوزه هندسه و بلکه عین آن گردید و حرکت اجسام هم رفته رفته با کارهای کپلر و گالیله به یک مفهوم خالص ریاضی مبدل گشت و در نتیجه جهان واقعی چیزی نیست جز حرکاتی در زمان و مکان هندسی که به روش ریاضی می‌توان آنها را اندازه‌گیری کرد.^{۱۲}

در این میان دکارت در پی آن بود که نظام طبیعت و مطالعه امور جسمانی را به یک نظام هندسی محض فروکاهد. وی با قائل شدن به امتداد که جوهر اجسام را تشکیل می‌دهد، عالم را عالمی هندسی و ریاضی می‌گیرد اما در مباحثاتش با هانری مور به یکی از مشکلات فلسفه خود اعتراف می‌کند یعنی درباره آنچه لاحد می‌داند و آنچه را که نامتناهی تلقی می‌کند. به نظر او فقط خدا به نحو ایجابی نامتناهی است و در مورد گسترش جهان و تعداد اجزای قابل تقسیم ماده، او

A.Koyre تحت عنوان:

Etudes d'histoire de la pensee philosophique, paris, 1961.

۱۱. آرتوربرت - (ص ۸۴ و نیز مرجع قبلی ص ۷۴).

۱۲. همان - ص ۷۴ و ۷۵.

اعتراف می‌کند که نمی‌تواند آنها را بطور مطلق نامتناهی تلقی کند و درباره آنها اصطلاح لاحد را بکار می‌برد^{۱۳}. یعنی اینکه جهان به معنایی محدود است ولی در عین حال نهایت ندارد. دکارت با صراحت بیان می‌کند که برایش مشکل است که برای جهان قائل به مرز و نهایی بشود ولی در ضمن می‌گوید که نمی‌تواند جهان را نامتناهی بداند زیرا خداوند از لحاظ کمال نامتناهی است و در این مورد ترجیح می‌دهد که لفظ «لاحد» را به کار برد نه اصطلاح نامتناهی^{۱۴}.

روشن است که دکارت بحق نامتناهی ریاضی و هندسی عالم را از نامتناهی وجودی و کمالی خدا متمایز ساخته و عقیده مور بر قبول امتداد غیر جسمانی^{۱۵} را درباره خدا قبول نمی‌کند.

هانری مور فیلسوف افلاطونی کمبریج با قبول اصول علمی رایج عصر خود اما با دغدغه دینی قائل به مکان و فضای نامتناهی است که محل تجلی ذات ربوبی است و نظر خویش را چنین بیان می‌کند:

«من مبرهن ساخته‌ام که این بعد نامتناهی که مکان (فضا) می‌نامندش، فی الحقیقه جوهر است، آنهم جوهری غیر جسمانی. یعنی موجودی است روحی. ظهوری است مشوش و نارسا از ذات ربوبی یعنی تجلی ذات اوست نه افعال او و حیات او^{۱۶}».

آیزاک برو (۷۷ - ۱۶۳۰) معلم و دوست نزدیک نیوتن نیز در این باب به آراء دینی استناد می‌نماید. وی بر آن است که فضا را موجودی مستقل از خداوند دانستن، خلاف شرع است. همچنین برای ماده وسعت بی نهایت قائل بودن، خلاف کتاب مقدس است. لیکن با کشف نسبت واقعی میان فضا و خدا، می‌توان قائل به وجود عینی برای فضا گردید. خداوند قادر است که ورای این جهان، جهان‌های دیگری بیافزاید و لذا وجود باری از وجود ماده اوسع است و مراد ما از

۱۴. همان - ص ۲۷.

۱۳. مجتهدی - ص ۲۴.

۱۶. همان - ص ۱۳۹.

۱۵. آرتوربرت - ص ۱۲۸.

فضا همین قدرت و وسعت عظیم محضر ربوبی است. اگر این وجود مستند به خدای شریعت را از فضا بگیریم دیگر نمی‌توان آن را امری ذی وجود دانست و جز قوه محض و ظرفیت محض و جز تمکن پذیری محض نسبت به ابعاد نخواهد بود^{۱۷}. با این وصف برو، رویکرد دینی و الهی مور درباره زمان و مکان را می‌پسندد و معتبر می‌شمارد. یعنی او هم معتقد است که زمان و مکان، به منزله دو موجود مطلق و حقیقی، همان حضور و بقاء ربوبی‌اند و لاغیر.

لکن برو دلپسته نحوه دیگری از رویکرد هم هست، یعنی رویکرد تحصلی علم ریاضی، از این دیدگاه، زمان و مکان دیگر دو موجود واقعی نیستند بلکه فقط حکایت از عظم بالقوه و استمرار بالقوه می‌کند^{۱۸}.

از نظر وی «خدایی نامتناهی» «وحی دائم» وجود دارد که وجودش محیط بر عالم و موجب مکان است و حیات و بقایش سابق بر خلق اشیاء متحرک و موجب زمان است. اندراج زمان و مکان در ذات تغییرناپذیر نامتناهی الهی است که آنها را چنین ثبات و وضوح می‌بخشد. زمان «جاری به جریانی یکنواخت» یا «فی حد ذاته مستقل از حرکت» و یاکمیتی مطلق و مستقل از هرگونه مقدار و مقیاس است. بنابراین زمان و مکان جز قوه محض چیزی نیستند و دو موجود نامتناهی، متجانس و مطلق‌اند که از معرفت بشر و حرکت و اجسام، استقلال تام دارند^{۱۹}.

نیوتن به تاسی از استاد خویش برو فضا و زمان را دو موجود نامتناهی می‌دانست که گواه حضور همه جایی و بقای ازلی باری تعالی هستند.

۴ - براهین کندی درباره عدم تناهی عالم

کندی در برخی از نظرات سعی در نزدیک کردن نظرات افلاطون و ارسطو دارد و گاهی نظرات فیثاغوری و اسکندرانی در افکار او تأثیر نهاده اما اساساً مشایی و

۱۸. همان - ص ۱۵۱.

۱۷. آرتوربرت - ۱۴۷.

۱۹. همان - ص ۱۵۲ و ص ۲۰۰.

ارسطویی است و فعالیت عمده او شرح آراء و افکار ارسطوست با این ویژگی که او تحت تأثیر عقاید فیثاغوریان معتقد است که ریاضیات مقدمه ضروری فلسفه و اهتمام او به تحدید مطالب و بیان ریاضی وار آنها گویای این مسئله است.^{۲۰}

چنانچه خود گوید: «از توسعه بحث در مورد حل مشکلات فلسفی خودداری کرده است» و در رسائل خود اهتمام فراوانی به تحدید و تعریف و توضیح فنی دارد و در این مورد بیشتر نقش استادی را دارد که به دقت علاقه بیشتری نشان می دهد تا به غور و تعمق در معماهای فلسفی.

کندی عقیده نفی جسم بی نهایت بالفعل و تناهی عالم را از ارسطو اخذ نموده و براهینی بر آن آورده است که یکی از ویژگیهای این براهین ارائه آنها به شیوه اصل موضوعی (Axiomatic) میباشد.

علیرغم ادعای نویسنده مقاله «منطق ریاضی و کندی» - ابراهیم قارو استاد دانشگاه اردن - که وی را از پیشروان منطق ریاضی دانسته^{۲۱} بایستی اذعان داشت که در عین حال که کار کندی ارزشمند است اما پیش از این نمیتوان گفت که کار وی در واقع تحدید و تدقیق استدلال و اثبات اوست که البته براساس روش ریاضی تنظیم شده و مبتنی بر «سازگاری» یک سیستم ریاضی است. اما روشن است که مبدع سیستم اصل موضوعی و ارائه دهنده یک سیستم ریاضی سازگار برای اولین بار اقلیدس است و برای کندی که برای ریاضیات اصالتی خاص قائل است پیروی از او برای هرچه دقیق تر کردن براهین اش از اهمیت خاصی برخوردار است. البته بکارگیری روش اصول موضوعی در براهین فلسفی و استدلال به شیوه ریاضی افتخاری است که برای کندی محفوظ می باشد.

روش کندی برای اثبات روش غیر مستقیم و برهان خلف است بدین نحو که ابتدا وجود جسم بی نهایت را فرض گرفته سپس از مقدمات به این نتیجه می رسد

۲۰. حناالفاخوری و خلیل الجر - تاریخ فلسفه در جهان اسلامی - ترجمه عبدالمحمد آینی - تهران ۱۳۷۷ - ص ۳۷۶.

21. I Garro, "al-kindī and Mathematical logic" *logic Rev.* No. 17-18p. 146.

که وجود آن مستلزم تناقض می‌باشد^{۲۲}.

ویژگی ابتکاری استدلال کندی نسبت به براهین ارسطو علاوه بر اینکه از اصول موضوع منطقی بهره می‌گیرد آن است که از استدلال او مبتنی بر عناسر چهارگانه فیزیکی و نظریه جهات ارسطویی نیست بلکه براساس «خواص ریاضی» اشیاء است که با صورت بندی منطقی براهین وی در قسمت بعدی این مقاله به آن خواهیم پرداخت. این امر موجب شده است که گرچه براهین ارسطو کهنه شده و با فیزیک جدید سازگاری ندارد ولی ادله کندی با استفاده از خواص ریاضی اشیاء و بکارگیری شیوه اصل موضوعی از کهنگی و اندارس بدور مانده است.

وی با بکارگیری اصل تجانس استدلال خود را تعمیم می‌دهد و مراد از اندازه‌های متجانس اندازه‌هایی است که تحت جنس واحد قرار گرفته و برهم جنس خود منطبق می‌شود با این اصل براهین کندی برای اندازه‌های خط، سطح و جسم تعمیم می‌یابد.

براهین کندی در چهار رساله از مجموعه آثار وی که محمد عبدالهادی ابوریده منتشر کرده با عناوین ذیل آمده است:

۱- کتاب الکندی فی الفلسفه الاولی

۲- رساله الکندی فی ایضاح جرم العالم - الی احمد بن محمد الخراسانی

۳- رساله الکندی فی مائیه^{۲۳} ما لایمکن ان یکون لانهایه له و مالذی یقال لانهایه له

۴- رساله الکندی فی وحدانیه الله و تناهی جرم العالم

صورت بندی منطقی براهین کندی^{۲۴}

کندی در براهین خود از اصول موضوعی استفاده می‌کند که برخی از آنها را

۲۲. برای نمونه مراجعه کنید به استدلال وی در رسائل الکندی الفلسفه - رساله فی ایضاح تناهی جرم العالم -

۲۳. بمعنای ماهیت.

ص ۱۸۶ و ۱۸۷.

۲۴. در این بخش از مقاله «کندی و منطق ریاضی» از ابراهیم قارو استاد دانشگاه اردن استفاده شده است.

همچون حقایق بدیهی و برخی دیگر را بعنوان قضیه اثبات می‌کند قبل از اینکه به نحوه اثبات او از این اصول بپردازیم اصول موضوعه او را با علائم ریاضی صورت بندی نموده و علاوه بر علائم مرسوم منطق ریاضی از علائم زیر نیز استفاده میکنیم.

$a = b$	a برابر با b است
$a > b$	a بزرگتر از b است
$a < b$	a کوچکتر از b است
$a \cup b$	a اضافه میشود به b
a / b	a کسر میشود از b
$a ! b$	a می‌شمارد b را
$a \subset b$	a جزئی از b است

اصول موضوعی که کندی در چهار رساله مذکور برخی از آنها را می‌آورد عبارتند از:

اصل A: (معرفی تساوی) $\sim (a > b \vee b > a) \rightarrow a = b$
 [الاعظام المتجانسه التي ليس بعضها اعظم من بعض (رساله فی ایضاح - ص ۱۸۵)]

اصل B: $a = b \rightarrow |a| = |b|$
 |a| برابر است با اندازه a بطوری که b, a متجانس‌اند.
 [و المتساويه ابعاد ما بین نهایاتها واحده، بالفعل و القوه (رساله فی وحدانیه - ص ۲۰۱)]

اصل C: $a = b \rightarrow a \cup c > b$
 [و كل الاجرام المتساويه اذا زيد على واحد منها جرم، كان اعظمها، وكان اعظم
 ماكان من قبل ان يزداد عليه ذلك الجرم (رساله فی وحدانیه - ص ۲۰۱)]

اصل D: $a|b < a$

ان كل شى ينقص منه شىء فان الذى يبقى اقل مما كان قبل ان ينقص منه
(رساله فى مائه - ص ۱۹۴)

اصل E: $a|b \cup b = a$

اوكل شىء ينقص منه شىء فانه اذا مارد اليه ماكان نقص منه، عاد الى الموضع
الذى كان اولاً (رساله فى مائه - ص ۱۹۴)

اصل F: (معرفى بى نهايت) $I(a) \Leftrightarrow \sim F(a)$

او ذوالنهايه ليس لانهايته له (رساله فى وحدانيه الله - ص ۲۰۱)
(I معرف نامتناهى و F معرف متناهى است)

اصل G: $F(a) \wedge F(b) \rightarrow F(a \cup b)$

اوكل جرمين متناهى العظم، اذا جمعاً، كان الجرم الكائن عنهما متناهى العظم، و
هذا واجب فى كل عظم و كل ذى عظم (رساله فى وحدانيه - ص ۲۰۱)

اصل H: $a < b \rightarrow \exists c: (c \subset b \wedge a! b \vee a! c \wedge c < b)$

فاذا كان شيئان احدهما اقل من الاخر، فان الاقل يعد الاكثر و يعد بعضه، و ان
عدكله فقد عد بعضه (رساله فى ايضاح - ص ۱۸۵)

اصل I: $I(a) \wedge I(b) \rightarrow \sim (a > b \vee b > a)$

لا يمكن ان يكون عظمان متجانسان لانها لها، احدهما اقل من الاخر (رساله فى
ايضاح - ص ۱۸۵)

علاوه بر اين كندى اصول ديگرى را در ميان براهينش بعنوان قضيه اثبات ميكند:
براهين كندى را مى توان به دو گونه تقسيم كرد:

۱ - اثباتهايى كه ميتوان آنها را مدل نظرى ناميد همچون وقتى كه موجبات
انتخاب اصول را با بازگرداندن حقايق رياضى درباره اشياء و تحويل آن به يك همان
گويى منطقى ارائه مى دهد. يعنى با ارائه يك نمونه فيزيكى و نتيجه گيرى از آن با
استفاده از خواص رياضى اشياء و تحويل آن به امر بديهى.

۲- اصل موضوعی، که در این حالت قضایای بدیهی جهت اثبات عباراتی درباره اشیاء مورد استفاده قرار می‌گیرد مانند اصل G همچنانکه خواهد آمد. در اثبات اصل A پس از معرفی یک مثال که نه $a > b$ و نه $b > a$ نتیجه می‌گیرد که a مساوی b است.

او با دادن یک «نمونه» از یک اصل، مسئله را به خواص ریاضی یک واقعیت فیزیکی تحویل داده و بدینوسیله برهان منطقی و بدیهی خود را با رسیدن به یک تناقض تمام می‌کند.

در اثبات اصل c هم همان روش دنبال می‌شود و آن بستگی دارد به این واقعیت که $a < b \rightarrow a < c$ اصول D و E هم به همین صورت اثبات می‌شوند. این دو اصل تنها در رساله سوم (فی مائه مالایکمن ان یكون لانهايه له و ما الذی یقال لانهايه له) استفاده شده‌اند.

اصول I, H, G در رساله دوم (فی ایضاح تناهی جرم العالم) بر اساس مدلهای خطی اثبات شده است که در اینجا برای نمونه اثبات اصل G را می‌آوریم (مثال و اثبات):

«خط c را به اندازه $|a|$ داریم، خط d را در امتداد خط c به اندازه $|b|$ می‌کشیم. بنابراین $cd = |a \cup b|$ اثبات اصل بر اساس یک تناقض ارائه می‌شود.

فرض کنید $F(a) \wedge F(b)$ و از اینرو $F(|a|) \wedge F(|b|)$ ولی $F(|a \cup b|)$ متناهی نباشد، یعنی $I(|a \cup b|)$ پس بر اساس اصل F خواهیم داشت $I(cd)$. اگر $C = |a|$ را از cd جدا کنیم و همچنین $d = |b|$ را از آن جدا کنیم. از چیزی باقی نمی‌ماند بنابراین $F(cd)$ و این یک تناقض است بنابراین اگر $F(a) \wedge F(b)$ پس $F(a \cup b)$.

کندی با استدلالهای مشابه اصول H و I را با استفاده از چند حقیقت شهودی (در فهرست اصول نیامده) درباره اندازه‌های متناهی و نامتناهی اثبات می‌کند که آنها

عبارتند از:

$$a \subset b \vee I(b) \rightarrow F(a)$$

$$F(a) \wedge a = b \rightarrow F(b)$$

و نیز از اصل F و چند اصل دیگر استفاده می‌کند. اصل H در اثبات اصل I ، با ارائه مثالی از دو خط $a-b$ و $c-d$ استفاده می‌شود. بدین صورت که

$$I(a-b) \wedge I(c-d) \wedge a-b > c-d$$

او با بکارگیری اصل H نشان می‌دهد که $\exists h-w \subset a-b$ بنابراین $F(h-w)$ همچنانکه اگر $h-w = c-d$ پس $F(c-d)$. در رساله‌های اول و چهارم او یادآور می‌شود که اثبات اصل I با ملاحظه حالت خطی کافی نیست از اینرو استدلال بهتری را بصورت ذیل ارائه می‌دهد: اگر $a < b$ و $I(a)$ پس $|a| = |c|$ که براساس اصل H داریم: $c \subset b$ $c < b \rightarrow F(c) \rightarrow F(|c|) \rightarrow F(|a|) \rightarrow F(a)$ این استدلال شامل موارد غیر خطی نیز می‌شود.

اثبات کامل نظریه اصلی کندی بصورت زیر می‌باشد

فرض کنید: $\exists a, I(a)$

اگر $b \subset a$

بنابراین: $F(b)$ آنگاه دو حالت داریم:

الف) $F(a|b)$ ب) $I(a|b)$

اگر الف)، پس براساس اصول E و G داریم:

$F(a|b \cup b)$ و چون $a|b \cup b = a$ بنابراین $F(a)$.

اگر ب)، پس براساس اصل D داریم: $a|b < a$ با بکارگیری اصل I (عکس

نقیض آن) داریم: $F(a)$

بنابراین وجود یک جسم نامتناهی منجر به یک تناقض شده و نظر ما اثبات می‌گردد.

متن نمونه استدلال کندی که در رساله فی ایضاح تناهی جرم العالم آمده را به تقریر مصحح آن ابوریده در اینجا می‌آوریم:

والدلیل يتلخص في اننا لو تصورنا من هذا الجرم الذي لانهايه له، جزءاً محدوداً، كان الباقي: إما متناهياً فكان الكل متناهياً بحسب المقدمه الرابعه (اصل G): الاعظام المتجانسه التي كل واحد منهما متناه، جملتها متناهيه

$$(F(a) \wedge F(b) \rightarrow F(a \cup b))$$

و إما نامتناهياً، و هنا اذا زيد عليه ما فصل منه بالوهم، كان الحاصل كما كان اولاً، تعنى لامتناهياً؛ لكنه بعد الاضافه اكبر منه قبلها، طبقاً لما يثبته في المقدمه الثالثه (اصل I): لا يمكن أن يكون عظامان متجانس لانهايه لهما، احدهما اقل من الآخر.

$$(I(a) \wedge I(b) \rightarrow \sim (a > b \vee b > a))$$

و اذن فاللامتناهى اكبر من اللامتناهى - و هذا خلاف^{۲۵}.

نمونه‌ای دیگر از استدلال کندی را می‌توانید در ضمیمه مقاله ملاحظه بفرمائید.

نتیجه‌گیری:

چنانکه دیدیم کندی همانند ارسطو جهان را متناهی می‌پنداشت، اما بر خلاف فیلسوف بزرگ یونان، که این پندار را با براهین فیزیکی مدلل میکرد، او تنها به دلایل ریاضی توسل می‌جست.

استدلال فیزیکی ارسطو، با پیدایش نظریات جدید، امروزه اعتبار خود را از دست داده است، حال آنکه ادله کندی، که مبتنی بر ریاضیات است همچنان بقوت خود باقی است.

حتی فلاسفه غربی که چند قرن بعد از کندی با این مسئله مواجه گردیدند از

۲۵. رسائل الكندی الفلسفیه - رساله فی ایضاح تناهی جرم العالم - ص ۱۸۵ و ۱۸۶.

پاسخی منطقی بدان عاجز ماندند و شیوه متکلمان را در پیش گرفتند یعنی مسئله را با باورهای مذهبی درهم آمیختند.

ضمیمه - استدلال الكندی فی لا یمكن ان یكون جرم لانهایه له

انه ان امکن ان یكون جرم لانهایه له فقد یمکن ان یتوهم منه جرم محدود الشكل متناه - کره او مکعب او غیر ذلك من المتناهیات فان کان جرماً لانهایه له، و توهم منه جرم المحدود، فاما ان یكون اذا فرد منه ذلك الجسم المحدود، متناهی او نامتناهياً. فان متناهیاً فان جملتها متناهیة، لانه قد تبین ان الاعظام التي کل واحد منها متناه جملتها متناهیة فیجب من ذلك ان یكون الذی لانهایه له متناهیة و هذا خلف لا یمکن.

و ان کان یعدان افراد منه الجرم المحدود - لانهایه له، فهو اذا زید علیه ایضاً ما لانهایه له فانه یعود کحاله الاول، و قد تبین مما قدمنا کل جرمین یضم احدهما الی الاخر، فانها جمعاً مجموعین اعظم من کل واحد منها مفرداً، فالذی لانهایه له و المحدود المزید علیه جمعاً اعظم من الذی لانهایه له وحده، و هما جمعاً لانهایه لهما، فقد صار ما لانهایه له اعظم مما لانهایه له اذن، و قد اوضحنا فیما قدمنا انه لا یمکن ان یكون جرم لانهایه لاعظم من جرم لانهایه له، و ان کل عظیمین متجانسین - لیس احدهما اعظم من الاخر متساویان. و قد تبین انه لامساوله، فهو مساو فی العظم له لامساو فی العظم له و هذا خلف لا یمکن فلیس یمکن ان یكون جرم لانهایه له.

فجرم الكل لیس یمکن ان یكون لانهایه له، فجرم الكل و اذن متناه و کل جرم یحصره الكل متناه.



پښتونستان کالونیاں او مطالعات فرہنگی
پرتال جامع علوم انسانی