تقی بینش

نفائس کتابخانهٔ آستان قدس

رسالهٔ جبر ومقابله

نسخه‌ای که دراین مقاله معرفی می‌شود رساله کوچکی است درعلم جبر که به سال ۵۸۱ هجری قمری به‌زبان عربی نوشته شده است . نام این رساله واسم مولف وکاتب آن معلوم نیست ومتاسفانه قسمتی ازآغازآن افتاده است . در فهرست چاپی کتابخانهٔ آستان قدس ج۳ فصل هفدهم ص۳۲ شمارهٔ ۹۸) نام‌این رساله را«رساله درجبرومقابله» نوشته واحتمال داده‌انداز‌آثار**ابی کامل** شجاع بن اسلم است که درسنه ۳۹۵ نوشته و نامش را **شامل** گذاشته‌است ولی این‌احتمال متکی به‌سند ودلیلی نیست. **مرحوم صنیع الدوله** درفهرست یاسیاهه‌ای که از کتابهای آستانه ترتیب داده اسم این رساله را «رسالهٔ جبر ومقابله نوشته است (مطلع‌الشمس ج۲ ص۴۹۸) . در خود کتاب دست نویسی است (۱a) بخط کهنه بدون تاریخ بدین قرار : «رساله فی‌الجبر والمقابله و المسایل الحسابیه تالیف بعض قدماء علماءالمحاسبین تاریخ کتابة النسخه سنه احدی وثمانین و خمسمائه وقد سقط من اول هذه‌النسخة اجزاء» (۱a) .

این نسخه را **ابن خاتون** وقف کرده است وبقراری که ازعبارت ومهر بیضی شکل پشت کتاب (۱a) برمی‌آیدجزو ۳۰۰جلد کتابی بوده است که‌بوسیله **اسدالله الخاتونی** ابن شیخ محمد مؤمن به سال ۱۰۶۷ برروضه مقدس حضرت رضا(ع) وقف شده است . **آقای اوکتایی** دربارهٔواقف می‌نویسد : «ترجمه‌اش بنظر نرسیده [است] کتاب فرائد القلائد (۱۱۹ صرف و نحو خطی) که برای شیخ محمدابن خاتون عاملی درسنهٔ ۱۰۴۰ نوشته شده ازجمله کتب وقفی مشارالیه است . ازاین قرینه گمان میرود که ازخاندان معروف ابن خاتون عاملی باشد . » (فهرست کتابخانهٔ آستان قدس ج٤ صفحهٔ یا)

تمام رساله ٢٣ ورق است . هرصفحه ١٦/٨ سانتی مترطول و ٦/٤ سانتی مترعرض
(درفیش نسخه : ١٧ و ٦/٥) و ٢٨ بیت کتابت دارد . متن بخط نسخ ریزوعنوانها اندکی

درشت‌تر و باشنگرف نوشته شده است . احتمال می‌رود از نو کلمات را پررنك وخوانا کرده باشند زیرا در بعضی جاها ته رنك قدیم بخوبی نمایان است .

روی جلد کتاب را پارچه طوسی پررنك کشیده‌اند ولی بقراری که صنیع‌الدوله مینویسد (مطلع الشمس ج۲ ص۴۹۸) پیش از این جلد قرمز داشته است . چند جا در هامش اوراق کلمهٔ **وقف** نوشته‌اند و در صفحهٔ اول نسخه ($1a$) عبارت : عرض دیده شد ، داخل عرض شد ـ که معمولا در کتابهای آستانه نوشته‌شده ـ خوانده می‌شود (برای توضیح بیشتر رجوع کنید به : نامهٔ آستان قدس شمارهٔ ۵ ص۵۰ : دوتکه از تفسیر ابوالفتوح رازی نگارش تقی بینش) . این نوشته‌ها را مهر کرده‌اند و در عبارت بعضی از مهرها تاریخ و نام صاحب مهر خوانده می‌شود، ازجمله : ۱۱۰٤ عبدالحی رضوی، ۱۲۰۷ عبده الراجی فضل‌الله و ۱۲۸۷ ابوالقاسم الحسینی .

رساله بااین عبارت آغاز می‌شود : «علی النسبة الواحدة التی اولها واحد فاذا کان اول المقادیر الثلثة واحداکان الثانی جذرا والثالث مالا» ($1a$) وپایان نسخه چنین است: «ولانها من اجناس الفروع اللاحقه بما ذکرنا من الاصول فلنختم الکلام رب العالمین والصلوة علی محمد وآله الطیبین . عمل فی سنه شصة (درفهرست کتابخانهٔ آستان قدس نوشته این جمله رمز تاریخ تالیف تصنیف رساله است . رك : ج۳ فصل هفدهم ص۳۲) .

کتاب به چهاربخش ویا به‌اصلاح مؤلف به : چهار نوع تقسیم شده است وهر نوع چندین باب دارد . نوع اول شش باب دارد وقسمتی ازباب اول در دست نیست (افتاده است وشاید اگر کامل می‌بود می‌توانستیم نام مؤلف ونام کتاب را بدانیم) . عنوان باب دوم اینست : الباب الثانی فیما یعرض للاصول الثلثه المتناسبة من الاحوال معدودة ($2a$) دراین باب مؤلف اعمال جبری را درشش نوع خلاصه می‌کند وآنهارا شرح وبسط می‌دهد: جمع ، نقصان (کاهش یا تفریق)، تضعیف (دوبرابر یاچند برابر کردن)، تجزیه (عکس ضرب وقسمة (تقسیم یا بخش) .

درباب سوم بحث ازضرب قواست: «الباب الثالث فی ضرب الطبقات المتناسبة بعضها فی بعض ومعرفة جنس المبلغ من ای طبقة هو» ($3a$) . درمقام توضیح باید یاد آور شد که اصطلاح **طبقات** را مؤلف به‌معنی خاصی استعمال کرده‌است که‌دانستن آن لازم بنظرمی‌رسد طبقات ثلثه‌عبارتند ازعدد وجذرومال (ـــ مجذور بااین نکته‌که قدما مجذوررادرحساب ومال را درجبر بکارمی‌برده‌اند) ومکعب. مثلا a^2 یا 5^2 جزوطبقه دوم است و a^3 یا 5^3 در ردیف طبقه سوم محسوب می‌گردد. (برای اطلاع بیشتر رك : التفهیم بتصحیح استادهمائی ص٤٦) کلمه **مبلغ** را غالباً مؤلف معادل حاصل ضرب یاجواب و نتیجه بکار برده است .

برای این موضوع مثالهای متعددی در کتاب ذکر شده است از آن جمله می نویسد : «اذا اردنا ان نضرب مالافی مکعب جمعنا لفظة المال ومکعب وقلنا ان المبلغ من الضرب هو مال مکعب اومکعب مال» (۳a) یعنی اگر خواستیم توان دوم را درتوان سوم ضرب کنیم دوقوه را جمع می کنیم و می گوئیم بالنتیجه حال ضرب عبارتست از توان دوم مکعب یا توان سوم مجذور .

$$a^{۲} \cdot a^{۳} = a^{۲+۳}$$

باب چهارم درتقسیم قوه‌هاست : «الباب الرابع فی قسمة الطبقات المناسبة بعضها علی بعض ومعرفة جنس الخارج بالقسم ای طبقه هو» (۳a) ومثال : اذا اردنا ان نقسم مال علی جذر نقصنا عدة الجذروهی واحد و اضرب عدد مال وهی اربعة و یبقی ثلثه وهی عدة الکعب فنقول الخارج بالقسم هومکعب (۳b) . دراین مثال نظرمؤلف اینست که باید عدد جذررا که واحداست ازعدد مجذور که ٤ است کم کرد ۳ = ۱ ــ ٤ وچون ۳ عدد مکعب است پس نتیجه تقسیم مجذور برجذرمکعب می‌شود .

$$\frac{a^{۲}}{\sqrt{a}} = a^{٤-۱} = a^{۳}$$

درمورد عدد یامرتبه مقادیر باید توجه داشت که قدما برای هر نوع از اعداد عددی یامرتبه‌ای قائل بوده‌اند مثلا جذر۲ ومال (مجذور)٤ ، کعب۸ ، مال مال ١٦ ، توضیح بیشتراین مطلب را درالتفهیم(ص٤٦) می‌توان دید .

درباب پنجم بحث دراینست که چگونه‌می‌توان عکس مقادیرجبری رادرهم ضرب کرد :«الباب الخامس فی ضرب اجزاء الطبقات متناسبة بعضها فی بعض ومعرفة الجزء المجتمع من ای طبقه هو»(۳b) . کلمه **جزء** در ریاضی قدیم بجای عکس استعمال می‌شده است و غرض مؤلف ازجزء واجزاء دراین مبحث عکس یاعکسهاست . ازمثالهای این باب یکی اینست : اذا اردنا ان نعلم ما یجتمع من ضرب جزء شیء اعنی جزء جذر فی جزء مال ضربهاشیء فی مال فکان مکعبا واخذنا جزء وهوجزء مکعب » (٤a) . یعنی اگرخواستیم بدانیم وقتی عکس عددی را (شی بمعنی جذرمجهول ، مجهول یا X است بیرونی می نویسد جذرپیدا نباشد که چند است التفهیم ص:٥) درعکس مجذورش ضرب کنیم جواب چه‌می‌شود آن عدد را در مجــذورش ضرب می کنیم جواب می شود مکعب بعد از آن را عکس می کنیم می‌شود عکس مکعب :

$$\frac{1}{X} \times \frac{1}{X^2} = \frac{1}{X \times X^2} = \frac{1}{X^3}$$

باب ششم تقسیم عکس‌هاست: «والباب‌السادس فی قسمة اجـزاء الطبقات المتناسبة بعضها علی بعض ومعرفة جنس الخارج بالقسم من ای‌طبقه هو» (٤a) . مثال : اذا اردنا ان نقسم جزءمال علی جزء مکعب‌کان‌الخارج بالقسم شیا واحد (٤a). یعنی‌اگرخواستید عکس مجذوررا برعکس مکعب تقسیم کنید خارج قسمت همان عدد می‌شود .

$$\frac{1}{X^2} \div \frac{1}{X^3} = \frac{1}{X^2} \times X^3 = \frac{X^3}{X^2} = X$$

بخش دوم یا نوع دوم در باره محاسبات چند جمله‌ای هاست : «والنوع الثانی فیما یعرض للطبقات المتناسبة اذا کانت مطلقة مقرونة» (٤b) . این بخش چهار باب دارد : الباب‌الاول فی جمع بعضها الی بعـض (٤b) . وباب دوم در تفریق : الباب الثانی فی نقصان بعضها علی بعض (٥a)

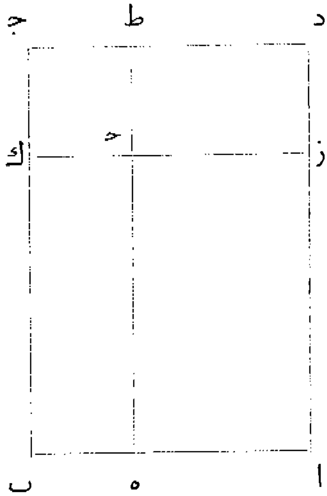
یك مثال : ننقص عشرةالاشیا من عشرین الاعشرة الاشیا کان الباقی عشرة الاتسعة الاشیاء (٥b) یعنی اگر $X - 10$ را از $10X - 20$ کم کنیم نتیجه $9X - 10$ می‌شود

$$20 - 10X - (10 - X) = 20 + 10X - 10 + X = 20 - 9X$$

(کلمه **الا** را مؤلف همه‌جا بمعنی — بکاربرده وماننددیگرریاضی دانان قدیم‌از اعداد ومقادیرمنفی بی‌خبربوده است .)

باب سوم . ضرب دوجمله‌ای‌ها : الباب الثالث فی ضرب بعضها فی بعض (٥b) . ومثال جالب توجهی ذکر شده است : «نصنع لذلك **اب و** لیکن عشـرة من‌العدد ونعمل علیه‌مربع **ابجد** ونستثنی من خط **اب** شیاولیکن **به** ومن خط **اد** مثل **به وهودز** ونخرج خط **هح ط** قایما علی **اب** وخط **زح ك** قایما علی **اد** فسطح **دح** هومن ضرب **دز** وهو شی فی **زح** وهوعشرةالاشیا وذلك عشرةالاشیاء الی مالاوسطح **دح** مثل سطح **ح ب** فکلا سطح **دح ح ب** عشـرون شیـا الامالین وسطح **حج** مال لانه من ضرب شی فی مثله . فسطوح **دح** ، **حردب** الثلثه اذن عشرون شیاالامالا لان‌المال بالزاید ذهب باحدالمالین الناقصین وسطح **ابجد** کله هو من ضرب عشرة فی‌عشرة و هو مایه متیما نقصنا من المایة عشرین کان الباقی مایه و مالاالا عشرین شیا وذلك مثل ضرب **اه و** هو عشرة الاشیاء فی مثله اعنی سطح **اح** وذلك ما اراد ان انبین .» (٦a-٦b)

در بسیاری ازموارد مؤلف برای اثبات یا بیان وروشن کردن قضایا ـ که بنظر او مبهم ومحتاج به تامل بوده ـ از روش تحلیلی استفاده کرده است و محاسبات عددی را با اشکال هندسی ورسم، آسان وزود فهم کرده است. در این مثال نیز روش او مبتنی برهمین اصل است و می‌گوید : خط **اب** را برابر با ۱۰ رسم می‌کنیم وروی آن مربع **ابجد** می‌سازیم ازخط **اب** طول **به** را بقدر X و از روی **اد** نیز **دز** را برابر X یا برابر **به** جدا می‌کنیم



سپس خط قائم **هحط** را(معمولا خط را درریاضی با دوحروف می خوانند ولی گاهی‌هم باسه حرف‌خوانده می‌شود) اخراج می کنیم یاخط **هحط** را عمود بر **اب** رسم می کنیم و خط **زحك** را عمود بر اودرسم می کنیم . سطح **دح** از ضرب **دز** یعنی X در **زح** یعنی $10 - X$ حاصل می‌شود [$(10 - X)X = 10X - X^2$] وسطح **دح** باسطح **حب** برابر است (زیرا ابعاد آن نیزبرابراست با $10 - X$ و X) پس سطح **دححب** (یعنی دوسطح رویهم) $20X - 2X^2$ می‌شود . اماسطح **حج** X^2 است زیرا ازضرب X درخودش (یعنی X) حاصل شده بنابراین سطوح **دححكحب** (یعنی سه‌سطح رویهم) می‌شود $20X - X^2$ زیـرا از $2X^2$ فقط X^2 زیاد می آیـد . سطح **ابجد** تمامش از ضرب ۱۰ در ۱۰ حاصل می‌شود که برابربا $100 = 10 \times 10$ است واگرازآن $10X - X^2$ را کم کنیم (برداریم) باقی می‌ماند $100 + X^2 - 2X$ واین درست برابرباسطحی است که **ازاه** یعنی $10 - X$ درخودش حاصل می‌شود که همان سطح **اح** است . خلاصه بحث اینست که :

$$(10 - X)(10 - X) = 100 + X^2 - 20X$$

باب چهارم در تقسیم دوجمله‌ای هاست: والباب‌الرابع فی قسمة بعضها علی بعض، (۶b) مثال : عشرة وخمسة اشیا علی شی فیکون الخارج بالقسم خمسة وعشر اجزاء شی

(۶b) یعنی $10 + 4X$ وقتی بر X تقسیم بشود خارج قسمت می‌شود $5 + 10 \times \frac{1}{X}$.
(مؤلف دردو جمله‌ای‌ها **و** را بجای + بکاربرده)

بخش سوم نیزدرباره محاسبات مربوط به دو جمله‌ای هاست : النوع الثالث فیما

یعرض للطبقات الثلاثه اذا کانت مفردة منسوبة (6b) ودارای شش باب است : باب اول در تضعیف . دربارهٔ تضعیف مؤلف می‌نویسد : «معنی التضعیف ان نجعله مثلیه او ثلثه امثاله او ماشینا من الامثال» بدین قرار مؤلف تضعیف را بمعنی دو برابر کردن یا سه برابر کردن و یا بطور کلی چند برابر کردن (مضارب) استعمال کرده است و در مثالی چنین می‌نویسد : «اذا اردنا ان نجعل اربعة ثلثه امثاله وهو ایضا کقولنا ثلثه اجذار اربعة جذرای مال هو فانا نضرب عدد الامثال وهوثلثه فی مثلها ثم مابلغ وهوتسعة فی اربعة یکون سته وثلثین فجذرسته وثلثین وهوسته هوثلثه امثال جذراربعة (7a)

باب دوم عکس ریشه‌ها : الباب الثانی فی تجزیتها (8a) . مثال: «اذا اردنا ان نثلث جذرستة و ثلثین ومعناه ثلث جذرستة وثلثین جذرای مال هوفانا نضرب ثلثا فی ثلث فیکون تسع ثم فی ستة وثلثین فیکون اربعة فجذر ذالک وهواثنان هوثلث جذرسته وثلثین»

(8b) یعنی اگرخواستیم جذر۳۶ را ثلث کنیم راه چنین است که $\frac{۱}{۳}$ را در $\frac{۱}{۳}$ ضرب کنیم

تا $\frac{1}{9}$ بشود بعد ۳۶ را در $\frac{1}{9}$ ضرب می‌کنیم ٤ می‌شود واز این ٤ جذر می‌گیریم می‌شود ۲ پس ثلث جذر ۳٦ عبارتست از ۲ .

بـاب سوم در جمع ریشه هـاست : البـاب الثالث في جمع بعضهـا الى بعض (۸b) . مؤلف برای جمع کردن جذردوعدد قاعده بسیارآسان و خوب بدست می‌دهد که قابل توجه است . می‌گوید اگرخواستید جذردوعدد راجمع کنید اول مجذور آن دوعدد را جمع کنید وباین مجموع دوبرابرجذر حاصل ضرب عدد اول دردوم را بیفزائید و از حاصل جمع جذربگیرید .

«واذا اردنا ان نجمع جذرعدد الى جذرالعدد فانا نجمع بين العددين المجذورين ونزيد علي المبلغ ضعف جذرمبلغ ضرب احدهما في الاخر وناخذ جذرالمبلغ» (۸b)

یك مثال : (این مثال درمتن هست)

$\sqrt{4}+\sqrt{9}=?$

$4\times 9=36$

$\sqrt{36}=6$

$6\times 2=12$

$4+9=13$

$13+12=25$

$\sqrt{25}=5$ جواب

باب چهارم درتفریق ریشه‌هاست: الباب الرابع في نقصان بعضها علي بعض (۱۰b) دراینجا نیز نظیر قاعده‌ای که برای جمع آمده بود ذکرشده است . قاعده اینست : «واذا اردنا ان ننقص جذرعدد من جذرعدد فانا نجمع العددين المجذورين وننقص من المبلغ ضعف جذر ضرب احدهما في الاخروناخذجذرالمبلغ» (۱۰b) . باید دوعدد را باهم جمع کنیم و ازاین مجموع دوبرابرجذرحاصل ضرب آن دوعدد را کم می‌کنیم هرچه بدست آمد ازآن جذرمی‌گیریم .

مثال : (این مثال نیزدرمتن هست)

$\sqrt{4}-\sqrt{9}=?$

$4+9=36$

$\sqrt{36}=6$

$6\times 2=12$

۴ + ۹ = ۱۳

۱۳ − ۱۲ = ۱

√۱ = ۱ جواب

باب پنجم ضرب ریشه‌ها : الباب‌الخامس فی ضرب بعضها فی‌بعضها (۱۱b) . قاعده : اذااردناان‌نضرب جذرعددفی جذرعددفاناضرب احدالعددین المجذورین فی‌الاخر وناخذ جذرالمبلغ(۱۱b) یعنی اگر خواستیم جذر دوعدد را درهم ضرب کنیم باید آن دوعدد را درهم ضرب‌کنیم وازحاصل ضرب جذربگیریم . مثالی ازمتن :

√۴ × √۹ = ؟

۴ × ۹ = ۳۶

√۳۶ = ۶ جواب

باب ششم تقسیم ریشه‌ها: الباب السادس فی قسمة بعضهاعلی بعض (۱۳a) . قاعده شبیه قاعده ضرب است یعنی باید دوعدد را برهم تقسیم‌کرد وازخارج قسمت جذرگرفت مثالی ازمتن : «واذا اردنا نقسم‌جذرستة وثلثین علی جذراربعة فانا نقسم ستة وثلثین علی اربعة فیخرج تسعة فجذرتسعة وهوثلثه وهوالخارج بالقسم من جذرستة وثلثین علی جذر اربعة (a))

$\frac{\sqrt{۳۶}}{\sqrt{۴}}$ = ؟

$\frac{۳۶}{۴}$ = ۹

√۹ = ۳ جواب

بخش چهارم درباره معادلات جبری بحث می‌کنی ودر حقیقت حساس ترین بخش کتاب است : «النوع‌الرابع فیما یعرض للطبقات المتناسبة من‌المعادله‌المفردةوالمقترنه» (۱۵a) . غرض ازمعادله مفرده معادله دوجمله‌ای ومنظورازمعادله مقترنه چند جمله‌ای است (حکیم عمرخیام بعنوان عالم جبر از آقای‌مصاحب‌ص۱۱۳) بنابر این بخش چهارم بدوباب تقسیم می‌شود : الباب‌الاول فی‌المعادلةالمفردة (۱۵a) والباب‌الثانی فی‌المعادلة المقترنه (۱۷a) . درباب اول مولف معادلات دوجمله‌ای را به سه‌دسته: عدد ،جذرومال

(مجذور) که درنظروی ساده‌ترین واساسی‌ترین نوع‌معادلات هستند تقسیم می‌کندودر بارهٔ راه حل آنها بحث می‌کند . سپس می‌گوید اگرمعادلات کسری باشند دو نوعند یا باید به معلوم جزئی افزود (زیادة) ویا باید جزئی کم کرد (نقصان) . دراین مبحث نیز مؤلف غالبا برای حل‌معادلات ازروش تحلیلی(یعنی رسم معادله وپیدا کردن‌جواب بکمك‌ترسیم) استفـاده برده است . معادلاتی کـه درباب دوم مـورد بحث واقع شـده اند به سه دسته (Groupe) اصلی تقسیم شده‌اند : ۱ـ جذرها (جذور) ومجذورها باعددی برابری می‌کنند : «اموال وجذوریعدل عددا»

$$bX+aX^2=c$$

۲ـ مجذورها (اموال) وعددی باجذرهایی معادل هستند «اموال وعدد یعدل جذورا

$$aX^2+c=bX^2$$

۳ـ جذرها وعدد بامجذورهایی برابرند : «جذوروعدد یعدل اموالا»

$$bX^2+c=aX^2$$

هریك ازاین دسته‌ها مورد بحث واقع شده‌اند ومؤلف باآوردن مثالها ورسم اشکال بفهم مطلب کمك کرده است (برای اطلاع بیشترازانواع معادلات درجبرقدیم رك : حکیم ـعمرخیام بعنوان عالم جبرازآقای‌مصاحب ص۱۹۷)

محتوی رساله به‌پایان می‌رسد وشاید این نکته بذهن خواننده ارجمند بگذرد که باپیشرفت روزافزون علوم ریاضی وتوسعه‌ای که ریاضی در دوره‌ها پیدا کرده است برای این قبیل نوشته‌های کهنه ارزشی باقی نمانده است . راستست که این رساله کوچك در بارهٔ مسائل مقدماتی و کهنه جبر (یابه‌عبارت صحیح‌تر اعداد) بحث می‌کند ولی تردید نیست برای نشان دادن سیر تکامل‌جبروتاریخ علوم‌ریاضی‌وسهمی که پیشینیان مادراین رشته ازعلوم دقیق داشته‌اند و خدماتی که بدنیای علم وتمدن کرده‌اند سخت مفید وموثراست. دوانگیزه من درنگارش این مقاله داشته‌ام : یکی‌دوستی ویاپاس‌خاطردوستی عزیزداشتن ودیگرتجلیل ازپیشینیان وبازنمودن‌کوشش خستگی ناپذیروهمراه باایمان مردمی که در این سرزمین می‌زیسته وآتش عشق درنهادشان شعله می‌کشیده است .