

## تأثیر شیوه‌های بیان مسأله بر استفاده دانش آموزان از راهبردهای کاهشی و جداکننده در حل معادلات درجه اول یک مجهولی و تعامل آن با حالت‌های مسأله

صفورا یزدچی<sup>۱</sup> - حمیدرضا عریضی<sup>۲</sup>

### چکیده

در این پژوهش تأثیر شیوه‌های بیان مسأله به صورت کلامی و معادله‌ای، بر استفاده دانش آموزان سال دوم دبیرستانهای اصفهان از راهبردهای کاهشی و جداکننده در حل معادلات درجه اول یک مجهولی و تعامل آن با حالت‌های مسأله، بررسی شده است. جامعه آماری پژوهش دختران سال دوم ریاضی شهر اصفهان می‌باشند که به صورت تصادفی گزینش شده‌اند. هدف پژوهش حاضر بررسی سه فرضیه است:

۱- سطوح متغیرهای مستقل یعنی بیان مسأله (کلامی و معادله‌ای) و حالت‌های مسأله (تعداد محاسبات و حرکت‌ها) بر زمان حل مسأله تأثیر یکسان و یکنواخت دارد (اثر تعاملی).

۲- دانش آموزانی که مسائل را به صورت معادله‌ای دریافت می‌کنند، در روش حل از راهبرد جداکننده استفاده می‌کنند.

۳- دانش آموزانی که مسائل را به صورت کلامی دریافت می‌کنند در روش حل از راهبرد کاهشی استفاده می‌کنند.

پژوهش حاضر از نوع شبه تجربی است و ابزار پژوهش شامل دو پرسشنامه ۹۸ سؤالی، یکی شامل معادلات به شکل کلامی و یکی به شکل معادله‌ای بود. برای اجرای پژوهش از نرم‌افزار رایانه‌ای که محقق ساخته بود، استفاده شد. اطلاعات به دست آمده از طریق آزمون تحلیل واریانس و رگرسیون چند متغیره بررسی شد. نتایج نشان داد که سطوح متغیرهای مستقل یعنی بیان مسأله (کلامی و معادله‌ای) و حالت‌های مسأله (تعداد محاسبات و حرکات‌ها) بر زمان حل مسأله تأثیر یکسان و یکنواخت ندارد. همچنین دانش آموزان گروه معادله‌ای از راهبرد جداکننده و دانش آموزان گروه کلامی از راهبرد کاهشی استفاده می‌کنند.

کلید واژه‌ها: راهبردهای حل مسأله ریاضی، مسائل کلامی و معادله‌ای، آموزش ریاضی.

#### مقدمه

مسائل جبری یک متغیره به صورت  $ax+b=c$  را معادلات یک متغیره درجه اول می‌نامند. معلمان می‌توانند این مسائل را به دو صورت به دانش آموزان ارائه کنند. یکی با نمادهای ریاضی و دیگری به صورت داستانی ارائه می‌شود که برای حل آن نیاز به نوشتن معادله یک متغیره درجه اول است و در واقع بیان مسأله به شکل کلامی است. در روان‌شناسی و آموزش ریاضی ارائه به صورت اول را بیان معادله‌ای و به صورت دوم را بیان کلامی می‌نامند. یکی از مسائل مهم در روان‌شناسی شناختی این است که آیا این دو شکل ارائه مسأله در انتخاب راهبردهای حل و زمان حل مسأله مؤثر است یا خیر؟ و نیز پدیده‌های شناختی مؤثر در حل مسائل کلامی و معادله‌ای چه هستند؟ مسائل جبری به دو صورت بیان می‌شوند:

مسائل کلامی: گاهی معادله درجه اول یک متغیره به صورت یک جمله فارسی بیان می‌شود و دانش آموزان برای حل، آنرا به یک معادله درجه اول تبدیل می‌کنند. این نوع مسائل، معادلات کلامی جبری نامیده می‌شوند.

مسائل معادله‌ای: گاهی معادله درجه اول یک متغیره به صورت یک تساوی ریاضی بین اعداد و متغیرها بیان می‌شود. این‌گونه مسائل، مسائل معادله‌ای جبری نامیده می‌شود و دانش‌آموزانی که این مسائل را حل می‌کنند، گروه معادله‌ای جبری نام می‌گیرند. برای حل این‌گونه مسائل معمولاً دو عمل اصلی نیاز است.

حرکت‌ها: زمانی که یک متغیر یا یک عدد با کمک چهار عمل اصلی از یک طرف معادله به طرف دیگر معادله منتقل شود، این عمل حرکت نامیده می‌شود. محاسبات: ترکیب دو عدد یا دو متغیر به کمک چهار عمل اصلی در یک طرف معادله، محاسبات نامیده می‌شود.

حالت‌های هر مسأله به حداقل حرکت و محاسبه مورد نیاز گفته می‌شود تا هدف نهایی مسأله یعنی  $x=a$  (عدد ثابت است) به دست آید. مثلاً زمانی که می‌گوییم مسأله ۳۲ یعنی مسأله‌ای که برای رسیدن به هدف نیاز به ۳ محاسبه و ۲ حرکت دارد. حالت‌های مسائل مطرح شده در این پژوهش عبارت‌اند از حالت‌های ۵۴، ۵۳، ۵۲، ۵۱، ۳۳، ۳۲، ۳۱، ۳۲، ۲۲، ۲۱، ۲۱، ۱۱، ۱۰ که ۱۴ حالت مسأله را شامل می‌شود. عدد اول نشان‌دهنده تعداد محاسبات و عدد دوم نشان‌دهنده تعداد حرکت‌های لازم برای معادله است. یعنی در حالت ۵۴ حداقل ۵ محاسبه و ۴ حرکت نیاز است تا مسأله به هدف یعنی حالت ۰۰ برسد و  $X$  برابر یک عدد ثابت به دست آید. علامت « $''$ » در بالای چند حالت از مسائل نشان می‌دهد که به تعداد محاسبه و حرکت یکسان با حالت قبلی نیاز دارند، ولی شکل ظاهری آنها متفاوت است. اکنون دو راه‌حل اساسی در اینجا توضیح داده می‌شود.

راهبرد کاهشی: در این راهبرد سعی می‌شود که پراترها ساده شود. یعنی عمل، اول روی پراترها انجام می‌شود. این راهبرد را دانش‌آموزان، حل مسأله به شکل کلامی به کار می‌برند. وقتی که به دانش‌آموز یک مسأله داده می‌شود، شرایط مسأله‌ای را که با آن مواجه می‌شود جست‌وجو می‌کند، اگر بیشتر شرایط با راهبرد کاهشی مطابقت کند، یکی از شرایط مقدماتی  $R-1$ ،  $R-2$ ،  $R-3$ ،  $R-4$ ،  $L-1$  و  $L-2$  را انتخاب می‌کند. راه دیگر اینکه دانش‌آموز ابتدا شرایط کاهشی را جست‌وجو می‌کند و وقتی یک شرط انتخاب شد، سعی می‌کند جفت عمل را روی آن اجرا کند.

## جدول ۱- شرایط انجام شده برای حل مسئله ۵۴

راهبرد حل جداکننده (I)	
I-۱	توجه به Xهای دو طرف معادله و حرکت دادن Xها به طرف چپ معادله و ترکیب آنها
I-۲	توجه به اعداد دو طرف معادله و حرکت اعداد به سمت راست معادله و ترکیب آنها کاهشی (R)
R-۱	ترکیب کردن دو X در یک طرف معادله با هم
R-۲	ترکیب کردن دو عدد در یک طرف معادله با هم
R-۳	توجه به پرانتزهای یک طرف معادله و توجه به تقسیم و حرکت دادن این تقسیم به طرف دیگر معادله
R-۴	توجه به پرانتزهای یک طرف معادله و توجه به عمل ضرب و انجام دادن آن

توجه: شرایطی که I نام گرفته است، مربوط به روش جداکننده Xها در یک طرف معادله و شرایطی که R نام گرفته است، دلالت بر انجام عملگرهای حسابی دارد.<sup>۱</sup>

فرایند مسئله ۵۴ با استفاده از روش کاهشی را در نظر بگیرید که در جدول شماره ۲ خلاصه شده است. برای این حالت مسئله ۵۴ با سه شرط روبه‌رو می‌شویم: شرط اول وجود X در دو طرف معادله (I-۱)، که در این صورت عدد مورد نظر را انتخاب می‌کنیم و عمل ضرب دو طرف را در ۲ انجام دهیم. این عمل می‌تواند مستقیم اجرا و مسئله به حالت ۵۳ تبدیل شود. پس از این با این شرط روبه‌رو می‌شویم که X در دو طرف معادله وجود دارد، [در دو طرف معادله (I-۲)] و شرط سوم وجود یک پرانتز (R-۳). طبق روش کاهشی باید حالت R-۳ را (R-۱) تبدیل کنیم. پس از این با داشتن عدد در دو طرف معادله [وجود حالت (R-۲)] و یک پرانتز [یعنی حالت (R-۴)]. طبق روش کاهشی باید حالت R-۴ انتخاب شود. لازم است که عمل ضرب پرانتز را در ۲ انجام دهیم که ۲ محاسبه انجام می‌شود و مسئله به حالت ۳۳ تبدیل می‌شود. جدول ۲ نشان می‌دهد که عمل انتخاب شده، فعلاً این باید باشد که  $3X$  را از دو طرف معادله کم کنیم و دو طرف معادله را با عدد ۲۲ جمع کنیم و تقسیم دو طرف به عدد و به دست آوردن عدد ۱۰ است. برای حل مسئله ۵۴ با راهبرد کاهشی ۵ محاسبه و ۴ حرکت لازم است که جدول شماره ۲ این حرکت‌ها و محاسبات برای هر حالت از مسئله را نشان می‌دهد.

مایر (۱۹۸۲) برای زمان پاسخ برای حل معادلات به شکل کلامی طبق روش

۱- برگرفته از راهبردهای متفاوت حل معادلات جبری به صورت‌های کلامی و معادله‌ای مایر ۱۹۸۲.

کاهش فرمول زیر را پیشنهاد کرده است که در آن زمان پاسخ تابعی از تعداد محاسبات و تعداد حرکات‌ها می‌باشد.

$$RT_w(p) = f(N_m(p), N_c(p))$$

جدول ۲- حل مسأله ۵۴ با استفاده از روش کاهش

S	M	C	حالت‌های مسأله
			$3x - 11 = \frac{8+3x}{2}$ ۵۴
			شرایط: $R-3, I-1, I-2$
			هدف: $R-3$
	۱		عمل:
			$2(3x-11) = 8+3x$ ۵۳
			شرایط: $R-4, I-1, I-2$
			هدف: $R-4$
		۲	عمل:
			$6x - 22 = 8 + 3x$ ۳۳
			شرایط: $I-1, I-2$
			هدف: $I-1$
	۱	۱	عمل:
			$3x - 22 = 8$ ۲۲
			شرایط: $I-2$
			هدف: $I-2$
			عمل:
			$3x = 30$ ۱۱
			شرایط: $I-2$
			هدف: $I-2$
	۱	۱	عمل:
			$x = 10$ ۰۰

توجه: C = محاسبه، M = حرکت، S = توقف، I (جداکننده) و R (کاهش)

$N_M(p)$  به تعداد حرکات‌ها برای مسأله P و  $N_C(p)$  به تعداد محاسبات برای مسأله P اشاره می‌کند و این ممکن است به این صورت خلاصه شود که زمان پاسخ برای حل مسأله کلامی فقط تابعی از تعداد حرکات و محاسبات است.

راهبرد جداکننده: در این راهبرد سعی می‌شود،  $X$ ها به یک طرف معادله و اعداد به طرف دیگر معادله حرکت داده شود. این راهبرد را بیشتر دانش‌آموزان حل مسأله به شکل معادله‌ای به کار می‌برند. زمانی که دانش‌آموز از راهبرد جداکننده استفاده می‌کند را با حالت قبلی مقایسه کنید. زمانی که دانش‌آموز با یک مسأله مواجه می‌شود و او شرایط پیشنهاد شده در جدول شماره ۱ را بررسی می‌کند، اگر بیشتر با شرایط راهبرد جداکننده مواجه شود ابتدا یکی از شرایط  $I-1, I-2, R-2, R-3, R-4$ ، را انتخاب می‌کند یا به عبارت دیگر دانش‌آموز به دنبال شرایط راهبرد جداکننده می‌گردد. وقتی یک شرط انتخاب شد، دانش‌آموز سعی می‌کند هر دو عمل را روی آن اجرا کند. در هر حالت، عمل نمی‌تواند اجرا شود و در این حالت او با یک توقف روبه‌رو می‌شود و مجبور است عمل دیگری را اجرا نماید. جدول شماره ۳ یک مثال از مسأله ۵۴ با راهبرد جداکننده را نشان می‌دهد. در مسأله ۵۴ با سه شرط روبه‌رو می‌شویم:  $X$  در دو طرف معادله  $(I-1)$ ، عدد در دو طرف معادله  $(I-2)$  و یک پراتنز  $(R-3)$  نیز وجود دارد. طبق راهبرد جداکننده دانش‌آموز می‌خواهد از  $I-1$  استفاده کند.

اما حرکت و ترکیب  $X$  به علت وجود پراتنز نمی‌تواند به‌طور مستقیم اجرا شود. بنابراین عمل  $I-1$  با توقف روبه‌رو می‌شود و هدف جدیدی شکل می‌گیرد که عبارت است از عمل روی پراتنز یعنی  $R-3$  باید اجرا شود. پس باید عمل ضرب در طرف در ۲ انجام شود که یک عمل‌کننده حرکت است و بعد از این اجرا مسأله به حالت ۵۳ تبدیل می‌شود برای حالت ۵۳ سه شرط وجود دارد.   
 ۱- وجود  $X$  در دو طرف معادله  $(I-1)$  ۲- وجود دو عدد در دو طرف معادله  $(I-2)$  ۳- وجود پراتنز  $(R-4)$

طبق راهبرد جداکننده با توجه به شرایط، دانش‌آموز می‌خواهد حالت  $I-1$  را انتخاب کند که در واقع  $X$ ها را حرکت دهد و با هم ترکیب کند، ولی باز به علت وجود پراتنز به‌طور مستقیم نمی‌تواند این اعمال را انجام دهد، پس با توقفی روبه‌رو شده و مجبور است عمل  $R-4$  را انجام دهد که به دو محاسبه نیاز دارد و حالت جدید مسأله به حالت ۳۳ می‌رسد.   
 مایر (۱۹۸۲) برای زمان پاسخ برای حل معادلات به شکل معادله‌ای طبق روش جداکننده فرمول زیر را پیشنهاد کرده است که در آن زمان پاسخ تابعی از تعداد محاسبات، تعداد حرکت‌ها و تعداد توقف‌ها می‌باشد:

$$RT_C(p) = f(N_M(p), N_C(p), N_S(p))$$

جدول ۳- حل مسأله با استفاده از راهبرد جداکننده

حالت‌های مسأله	C (محاسبه)	M (حرکت)	S (توقف)
$3x - 11 = \frac{8+3x}{2}$ ۵۴ شرایط: I-۲، I-۱، R-۳ هدف: I-۱ به علت وجود پراتنز (R-۳) هدف: R-۳ عمل:		۱	۱
$2(3x-11) = 8+3x$ ۵۳ شرایط: I-۲، I-۱، R-۴ هدف: R-۱ به علت وجود پراتنز (R-۴) هدف: R-۴ عمل:		۱	۱
$6x - 22 = 8 + 3x$ ۳۳ شرایط: I-۲، I-۱ هدف: I-۱ عمل:		۱	۱
$3x - 22 = 8$ ۲۲ شرایط: I-۲ هدف: I-۲ عمل:		۱	۱
$3x = 30$ ۱۱ شرایط: I-۲ هدف: I-۲ عمل:		۱	۱
$x = 10$ ۰۰			

که  $N_G(p)$  تعداد توقف‌ها در رسیدن به حالت نهایی (یعنی آنجا که عمل به‌طور مستقیم نمی‌تواند اجرا شود) و  $N_M(p)$  یعنی تعداد حرکت‌ها برای حل مسئله  $P$  و  $N_C(p)$  تعداد محاسبات برای حل مسئله  $P$  می‌باشد. یعنی زمان پاسخ برای حل یک مسئله تابعی از تعداد حرکت‌ها، محاسبات و تعداد توقف‌های نهایی است که در اجرای مسئله با آن روبه‌رو می‌شویم (a) (۱۹۸۲).

### پیشینه پژوهش

یزدچی و عریضی (۱۳۷۸) طی پژوهشی نتیجه گرفتند که زمان حل برای معادلاتی که به شکل کلامی مطرح می‌شوند، بیش از زمان حل برای معادلاتی است که به شکل معادله‌ای بیان می‌شوند. همچنین زمان حل برای مسائل با حرکت‌ها و محاسبات متفاوت یکسان نیست و هر چه تعداد محاسبات و حرکت‌ها در معادله بیشتر باشد معادله به زمان حل بیشتری نیاز دارد.

عریضی (۱۳۷۴) در پژوهشی با عنوان «بررسی رابطه میزان آشنایی با نوع و ابعاد شکل هندسی با نوع خطا در مراحل حل مسائل چند حرکتی با توجه به روش حل مسئله در دانش‌آموزان سال اول دبیرستانهای اصفهان» به نتایج زیر دست یافت. مسائل همریخت (مسائل با شکل یکسان، اما راه‌حل متفاوت) به دانش‌آموزان داده شد و در مجموعه‌ای از مسائل اثر مرحله (بیشتر بودن تعداد خطا در مرحله زیر هدف مسئله دو حرکتی) مشاهده شد. مسائل همریخت، اما با درجه متفاوت دشواری به دو گروه آزمودنی داده شد و معلوم شد، تغییر شکل مسئله آن را دشوارتر می‌گرداند. در آزمون دیگر معلوم شد که حتی در مسائلی که شکل ظاهری کاملاً یکسانی دارند، ممکن است یک مسئله آشناتر ارزیابی شده و در این صورت در روش حل و میزان رخداد اثر مرحله تأثیر بگذارد.

عریضی (۱۳۷۶) مدل نگاشت ساختاری برای مسائل کلامی را مورد مطالعه قرار داد. این پژوهش شامل چهار آزمایش بود که در دو آزمایش اول دانش‌آموزان مفید بودن راه‌حل‌ها را برای زوج مسائل رتبه‌بندی می‌کردند که آزمایش اول شامل مسائل ترکیبی و آزمایش دوم شامل مسائل کاری بود. مسائل یا هم‌ارز (دارای یک داستان و یک روش حل)، یا مشابه (یک داستان اما با روشهای مختلف حل)، یا همریخت (داستان‌های مختلف اما با یک روش حل) و یا نامربوط (داستان‌ها و روشهای مسئله هر دو متفاوت) بودند.



عریضی (۱۳۷۷) پژوهشی با عنوان «میزان تفکر نیوتونی در میان معلمان ابتدایی اصفهان» بر روی ۱۰۳ نفر از معلمان مدارس ابتدایی انجام داد. سؤالات به شکل چهار گزینه‌ای بود و معلمان باید تصمیم می‌گرفتند که پاسخ درست کدام است. نتیجه نشان داد که معلمان مدارس ابتدایی پاسخ‌های نیوتونی را بیشتر غلط و پاسخ‌های غیرنیوتونی را صحیح می‌دانند.

مایر (۱۹۷۸) پژوهشی روی ۱۸۴ دانش‌آموز انجام داد. در این پژوهش نامعادلات به دو شکل داستانی و عددی به دانش‌آموزان داده شد و نتیجه گرفت که نامعادلات به شکل عددی و داستانی با اندازه‌های مختلف، به زمان حل و حافظه‌ای متفاوت نیاز دارند. بین متغیرهای مستقل، شکل نامعادلات (عددی - داستانی) و اندازه‌های متفاوت نامعادلات بر زمان حل اثر تعاملی وجود دارد.

مایر<sup>۱</sup> (۱۹۸۲) ۱۲ نوع مختلف مسأله فاصله / سرعت / زمان کشف کرد. او همچنین کشف کرد که مسائل از نظر فراوانی ظهور در کتابهای درسی تفاوت دارند و وقتی از دانش‌آموزان خواست که مجموعه‌ای هشت‌تایی از مسائل داستانی را بخوانند و به یاد بیاورند، آنها مسائلی را که فراوانی بیشتری داشت با موفقیت بیشتری به یاد می‌آورند. به نظر می‌رسد که دانش‌آموزان طرحواره‌های داستانی مربوط به مسائل عمومی جبر را در حافظه درازمدت خود ذخیره می‌کنند. اهداف این پژوهش عبارت‌اند از: تعیین میزان تأثیر سطوح متغیرهای مستقل (معادله‌ای - کلامی) و حالت‌های مسأله (تعداد محاسبات و حرکت‌ها) بر زمان حل مسأله، تعیین راهبرد حل مسأله در مسائل کلامی و تعیین راهبرد حل مسأله در مسائل معادله‌ای که بر مبنای آن سه سؤال مطرح می‌شود.

- ۱- آیا سطوح متغیرهای مستقل (بیان مسأله معادله‌ای - کلامی) و حالت‌های مسأله (تعداد محاسبات و حرکت‌ها) بر زمان حل مسأله تأثیر یکنواخت و یکسان دارد؟
- ۲- آیا دانش‌آموزانی که مسائل را به شکل کلامی دریافت می‌کنند، در روش حل از راهبرد کاهشی استفاده می‌کنند؟
- ۳- آیا دانش‌آموزانی که مسائل را به شکل معادله‌ای دریافت می‌کنند، در روش حل از راهبرد جداکننده استفاده می‌کنند؟

۱- برگرفته از حافظه برای مسائل کلامی جبری مایر (۱۹۸۲)

## روش

پژوهش حاضر از لحاظ نوع اطلاعات و دانش به دست آمده، پژوهشی کاربردی است و مبتنی بر روش شبه تجربی است. در پژوهش حاضر با دو گروه نمونه که نماینده یک جامعه است سر و کار داریم و بر هر دو گروه نمونه متغیر مستقل به دو شکل مختلف اعمال می‌شود. یک گروه بیان مسأله به شکل کلامی و یک گروه بیان مسأله به شکل معادله‌ای. دو گروه نمونه از دانش‌آموزان دختر دوم ریاضی از یک کلاس انتخاب شدند، حجم نمونه کلاً ۴۴ نفر است که به دو گروه ۲۲ نفری تقسیم شدند.

## ابزار مورد استفاده در پژوهش

- ۱- پرسشنامه کلامی حاوی ۹۸ معادله درجه اول با حالت‌های مختلف (۱۴ حالت متفاوت مسأله از هر حالت ۷ مسأله) ساخته شده و پایایی سنجی و اعتباریابی شد.
- ۲- پرسشنامه معادله‌ای حاوی ۹۸ معادله درجه اول با حالت‌های مختلف (۱۴ حالت متفاوت مسأله از هر حالت ۷ مسأله) ساخته شده و پایایی سنجی و اعتباریابی شد.
- ۳- ابزار نرم‌افزاری کامپیوتری برای یادداشت زمان حل مسأله به هر سؤال پرسشنامه برای هر دو گروه.

سؤالات به شکل انفرادی به دانش‌آموزان داده شده و از آنها خواسته شد بدون داشتن کاغذ و قلم مسائل را حل کنند و جواب به دست آمده را به رایانه بدهند که در صورت درست بودن جواب زمان حل مسأله برای هر مسأله یادداشت شده و دانش‌آموز به سراغ مسأله بعدی می‌رفت و در صورت غلط بودن جواب اگر زمان حل مسأله کمتر از ۱ دقیقه بود دانش‌آموز یک بار دیگر برای به دست آوردن جواب درست تلاش می‌کرد و در صورتی که زمان حل مسأله از ۱ دقیقه بیشتر می‌شد مسأله مورد نظر برای محاسبات در نظر گرفته نمی‌شد. این ابزار را پژوهشگر ساخته بود. پایایی و اعتبار پرسشنامه به کمک آلفای کرونباخ  $0/96$  به دست آمد که در سطح  $\alpha = 0/01$  معنادار است. از روش آماری تحلیل واریانس با اندازه‌های مکرر برای تحلیل داده‌های مربوط به فرضیه‌های ۱، ۲ و ۳ استفاده شد. تحلیل واریانس با عوامل متقاطع و آشیانی که عامل متقاطع (درون گروهی) حالت‌های مسأله و عامل آشیانی (بین گروهی) شیوه‌های بیان مسأله (کلامی - معادله‌ای) می‌باشد. همچنین از روشهای آماری تحلیل رگرسیون یک متغیره، تحلیل رگرسیون دو متغیره و تحلیل رگرسیون سه متغیره استفاده شده است. تحلیل رگرسیون

چند متغیره برای بررسی زیر بنای نظری روشهای حل مسأله به صورت کلامی و معادله‌ای و همین‌طور ساختن مدلی برای روش حل مسأله استفاده شده است و نتیجه آن اعتبار سازه آزمون‌های ساخته شده را تأیید می‌کند.

مدل رگرسیون یک متغیره یا رگرسیون ساده

متغیر وابسته زمان  $Y = R_T$

متغیر مستقل  $X = N_{M+C} = N_M + N_C$

مثلاً برای مسأله ۵۴، یعنی مسأله‌ای با ۵ محاسبه و ۴ حرکت  $X = ۵ + ۴$

$$N_{M+C}(P_{S54}) = 9$$

مدل رگرسیون دو متغیره

متغیر وابسته زمان  $Y = R_T$

متغیر مستقل  $X_2 = N_C$  و  $X_1 = N_M, X = (X_1, X_2)$

مثلاً  $X = (P_{S54}) = (5, 4)$

مدل رگرسیون سه متغیره

متغیر وابسته زمان  $Y = R_T$

متغیر مستقل  $X_3 = N_S$  و  $X_2 = N_C$  و  $X_1 = N_M, X = (X_1, X_2, X_3)$

مثلاً  $X = (P_{S54}) = (5, 4, 2)$

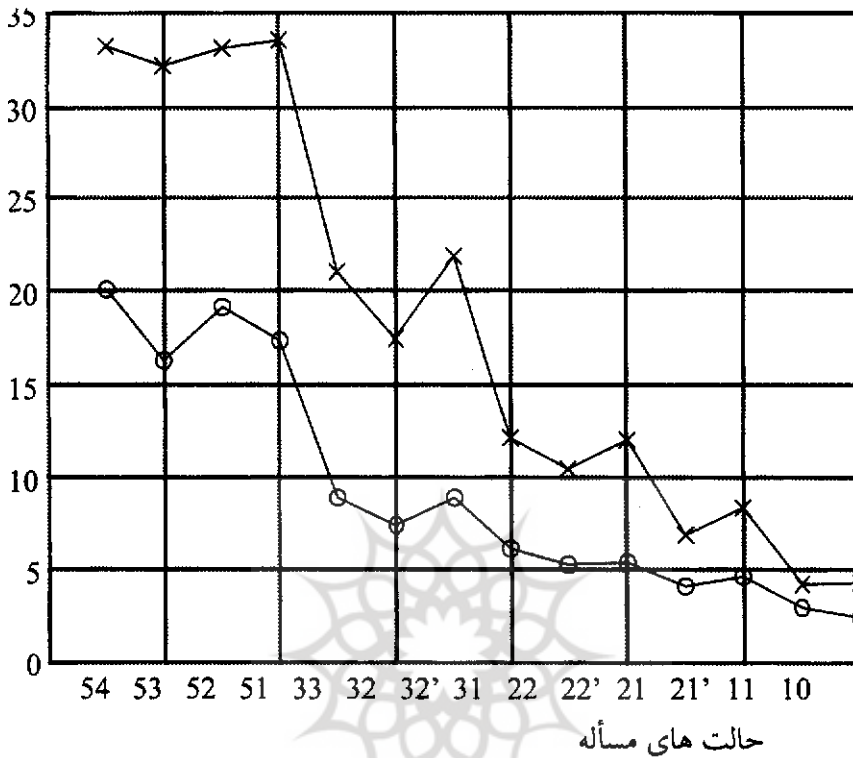


### نتایج

به منظور بررسی اثر تعاملی سطوح متغیرهای مستقل یعنی بیان مسأله (کلامی و معادله‌ای) و حالت‌های مسأله (تعداد محاسبات و حرکت‌ها) بر زمان حل مسأله از روش آماری تحلیل واریانس استفاده شد که نتایج در جدول شماره ۴ درج شده است.

جدول ۴- بررسی اثر تعاملی بین حالت‌های مسأله و بیان مسأله بر زمان حل مسأله

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	اندازه F	سطح معناداری
اثر تعامل بین دو F	۴۰۹۹/۶۳۱	۱۳	۳۱۵/۳۵۶	۱۴/۷۴۲	۰/۰۰۰۱
گروه و حالت‌های مسأله					



شکل ۱- اثر تعاملی بین بیان مسأله و حالت های مسأله

علامت ضرب در (x) نمودار مربوط به گروه کلامی و علامت o نمودار مربوط به گروه معادله ای می باشد.

با توجه به اینکه مقدار F مشاهده شده برابر با  $14/742$  می باشد و از مقدار F بحرانی  $2/11 = (588 و 13 و 0/01)$  ب F بیشتر است، وجود اثر تعاملی بین شیوه های بیان مسأله و حالت های مسأله بر زمان حل مسأله تأیید می گردد. در شکل ۱ وجود اثر تعاملی بین شیوه های بیان مسأله و حالت های مسأله بر زمان حل مسأله نشان داده شده است. به منظور بررسی راهبرد دانش آموزان در گروه های کلامی و معادله ای رگرسیون های یک متغیره، دو متغیره و سه متغیره در هر گروه به صورت جداگانه به دست آمده که نتایج به دست آمده در جدول ۵ آمده است.

جدول ۵- مقایسه دو گروه معادله‌ای و کلامی در رگرسیون‌های یک، دو و سه متغیره

رگرسیون یک متغیره	رگرسیون دو متغیره	رگرسیون سه متغیره	
۰/۷۳۰۸۱	۰/۸۰۲۶۶	۰/۸۰۲۶۶	گروه کلامی
۰/۵۶۲۰۰	۰/۶۳۰۱۸	۰/۶۵۲۳۲	گروه معادله‌ای

لازم به تذکر است که تمام ضرایب همبستگی به‌دست آمده در حالت‌های یک، دو و سه متغیره با درجه آزادی ۲۰ و  $t = 2/845$  در سطح  $\alpha = 0/01$  معناداری را نشان می‌دهد.

### بحث و نتیجه‌گیری

نتایج به‌دست آمده بیانگر این مطلب است که سطوح متغیرهای مستقل یعنی بیان مسأله (معادله‌ای و کلامی) و حالت‌های مسأله (تعداد محاسبات و حرکت‌ها) بر زمان حل مسأله تأثیر یکنواخت و یکسان ندارد. پژوهش حاضر وجود اثر تعاملی بین مسأله و حالت‌های مسأله بر زمان حل مسأله را تأیید کرد (جدول شماره ۱).

مایر (۱۹۸۲) (a) در پژوهشی وجود اثر تعاملی بین شیوه بیان مسأله و حالت‌های حل مسأله را نشان داد. نتیجه به‌دست آمده با نتیجه این پژوهش همخوانی دارد. همچنین مایر (۱۹۷۸) در پژوهش دیگری نشان داد که اثر تعاملی بین شیوه‌های بیان نامعادلات (عددی - داستانی) و اندازه‌های متفاوت نامعادلات وجود دارد که با نتیجه گرفته شده از پژوهش حاضر همسو است.

در پژوهش حاضر طبق نظریه مدل دو راهبرد برای حل معادلات در گروه‌های کلامی و معادله‌ای مطرح شد که پیش‌بینی می‌کرد دانش‌آموزانی که مسائل را به شکل معادله‌ای دریافت می‌کنند از راهبرد جداکننده و دانش‌آموزانی که مسائل را به شکل کلامی دریافت می‌کنند از راهبرد کاهشی استفاده کنند.

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، هنگامی که برای محاسبه رگرسیون، یک متغیر وارد شده که این متغیر عبارت است از جمع تعداد محاسبات به اضافه تعداد حرکت‌ها، عدد مربوط به رگرسیون یک متغیره برابر با  $0/73081$  به‌دست آمده است. هنگامی که دو متغیر یعنی تعداد محاسبات و حرکت‌ها به‌عنوان دو متغیر جداگانه وارد

شده است، عدد مربوط به رگرسیون به  $0/80266$  رسید. یعنی همبستگی نسبت به رگرسیون یک متغیره بیشتر شد. اما زمانی که رگرسیون سه متغیره حساب شده است، یعنی سه متغیر تعداد محاسبات، تعداد حرکت‌ها و تعداد توقف‌ها در نظر گرفته شده، عدد رگرسیون همان عدد قبلی  $0/80266$  به دست آمده است. یعنی در عمل در مسائل به شکل کلامی متغیر توقف هیچ نقشی ندارد و نتیجه به دست آمده نشان می‌دهد که دانش‌آموزان گروه کلامی در حل این‌گونه مسائل از راهبرد کاهشی استفاده می‌کنند.

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، رگرسیون یک متغیره برابر با  $0/56200$  به دست آمد و در حالت دو متغیره عدد مربوط به رگرسیون به  $0/63018$  رسید. یعنی همبستگی نسبت به رگرسیون یک متغیره بیشتر شد. اما زمانی که رگرسیون سه متغیره حساب شد، عدد مربوط به رگرسیون  $0/65232$  به دست آمد که این نشان می‌دهد، همبستگی در حالت سه متغیره از همبستگی در حالت یک متغیره و دو متغیره بیشتر است. یعنی معادلات به شکل معادله‌ای به هر سه متغیر وابسته است و همان‌طور که پیش‌بینی شده، متغیر سوم یعنی توقف در مسائل به شکل معادله‌ای مؤثر و همبستگی را بیشتر می‌کنند. نتیجه به دست آمده نشان داد که دانش‌آموزانی که مسائل را به شکل معادله‌ای دریافت می‌کنند، از راهبرد جداکننده استفاده می‌کنند.

پژوهش (مایر ۱۹۸۲ (a)) نشان می‌دهد که راهبرد دو گروه کلامی و معادله‌ای متفاوت از یکدیگر است و دانش‌آموزان گروه کلامی از راهبرد کاهشی و دانش‌آموزان گروه معادله‌ای از راهبرد جداکننده استفاده می‌کنند، که یافته‌های این پژوهش نتایج پژوهش مایر را تأیید می‌کند.

مایر (۱۹۷۸) نشان داد که نامعادلات در دو شکل داستانی و نامعادله‌ای به ساختارهای حافظه‌ای و الگوریتم‌های متفاوتی نیاز دارند. همچنین نشان داد که اجرا در دو گروه از طریق دو مدل متفاوت انجام می‌شود که این یافته با نتیجه به دست آمده از پژوهش حاضر همخوانی دارد.

عریضی (۱۳۷۴) نتیجه گرفت که اشکال هم‌ریخت هندسی (اشکالی که از نظر ظاهری کاملاً یکسان باشند، اما مسیر حل آنها متفاوت باشد) با روش حل مسئله رابطه نزدیک دارد. یعنی یکی از دو زوج این اشکال از یک روش و زوج دیگر با روش دیگری حل می‌شود که این یافته با یافته حاصل از این پژوهش مبنی بر اینکه شیوه بیان مسئله بر

راهبرد حل مسأله تأثیر می‌گذارد، همسو می‌باشد. نتایج به‌دست آمده اهمیت شکل مسأله را در فرایند حل مسأله به خوبی نشان می‌دهد. چهارصد سال پیش از میلاد مسیح افلاطون بر تأثیر شکل مسأله در حل مسأله تأکید کرد.

در اینجا پیام مک‌لوهان بسیار آموزنده است. «ارتباط همان پیام است. کل در حل مسأله بسیار مهم است. اگر روش خوب انتخاب شود ارتباط برقرار شده و پیام منتقل می‌شود و اگر راهبرد بد انتخاب شود ارتباط به سختی صورت می‌گیرد و پیام به دشواری منتقل می‌شود». معلوم می‌شود که نوع شکل، روش حل مسأله را تعیین می‌کند، این نتایج برای نویسندگان کتابهای درسی و معلمان بسیار مهم است. آنچه مهم است این است که معلمان در امر تدریس و ارزشیابی هماهنگ با راهبردی که دانش‌آموزان انتخاب کرده‌اند عمل کنند. همچنین زمان در نظر گرفته شده برای هر مسأله با توجه به حالت مسأله و نوع بیان مسأله به صورت متناسب در نظر گرفته شود. معلمان باید بدانند که معادلات به شکل کلامی فقط یک مرحله بیشتر از معادلات به شکل معادله‌ای هستند و با مطرح کردن این‌گونه معادلات فرایندهای شناختی که در ذهن دانش‌آموزان می‌گذرد امر یادگیری بهتر تحقق می‌یابد.

## منابع

عریضی، حمیدرضا. (۱۳۷۴)، «بررسی رابطه میزان آشنایی با نوع خطا و ابعاد شکل هندسی با نوع خطا در مراحل حل مسائل چند حرکتی با توجه به روش حل مسأله در دانش‌آموزان سال اول دبیرستان‌های اصفهان»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.

عریضی حمیدرضا. (۱۳۷۶)، «مدل نگاشت ساختاری برای حل مسائل کلامی»، پژوهش، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.

عریضی، حمیدرضا. (۱۳۷۷)، «میزان تفکر نیوتونی در میان معلمان مدارس ابتدایی اصفهان، تبریز، ارائه شده در انجمن فیزیک ایران، (۱۳۷۸).

یزدچی، صفورا و حمیدرضا عریضی. (۱۳۷۸)، «مقایسه زمان حل مسأله بین حالت‌های مختلف مسأله و شیوه‌های بیان مسأله در معادلات درجه اول یک مجهولی در دانش‌آموزان

دختر سال دوم ریاضی شهر اصفهان در سال تحصیلی ۷۸ - ۷۷، مجله علمی و پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی خوراسگان، سال اول، شماره ۳، بهار ۱۳۷۹.

MAYER, R.E. (1978). Qualitatively different storage and processing strategies used for linear reasoning tasks due to meaning fullness of prmises. Journal of experimental psychology: Human learning and memory, 4, 5-18.

MAYER, R.E. (1982). Different problem-solving strategies for algebra word and equation problems. Journal of experimental psychology: Human learing and memory Vol 8, No 5, 448-462.

MAYER, R.E. (1982). Memory for algebra story problems. Journal of educational psychology, 74, 199-216.



وصول: ۸۳/۹/۲۰

پذیرش: ۸۴/۵/۲۵

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی