مجلهٔ پژوهشی دانشگاه اصفهان(علوم انسانی)
جلد ۳۱- شماره ۳- سال ۱۳۸۷
صص ۱۶۲-۱۵۱

پیش‌بینی قیمت طلا با بکارگیری مدل ترکیبی مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته کلاسیک با منطق فازی

مهدی خاشعی* و مهدی بیجاری**

*** کارشناس ارشد مهندسی سیستمهای اقتصادی - اجتماعی**
**** عضو هیات علمی دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان**

چکیده

فلزات قیمتی همچون طلا، نقره و پلاتین از جمله مهمترین متغیرهای مؤثر در سیستم‌های مالی بوده و پیش‌بینی قیمت آنها برای تصمیم‌گیران از اهمیت بسیار برخوردار است. تغییرات سریع در سیستم‌های مورد مطالعه در دنیای واقعی و بویژه بازارهای مالی سبب ایجاد مشکلاتی برای پیش‌بینی‌کنندگان از جهت تأمین داده‌های لازم گردیده است. چرا که مدل‌های کمی پیش‌بینی همچون میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته (ARIMA) دارای محدودیت تعداد داده‌های گذشته بوده و شبکه‌های عصبی مصنوعی(ANNs) نیز به منظور حصول نتایج دقیق احتیاج به داده‌های زیادی دارند. مدل‌های پیش‌بینی فازی، مدلهایی مناسب در شرایط پیش‌بینی با داده‌های کم بوده، امّا عملکرد آنها در حالت کلی رضایت‌بخش نمی‌باشد. استفاده از مدل‌های ترکیبی یا ترکیب مدل‌های مختلف یک راه معمول به منظور مرتفع‌نمودن محدودیت‌های مدلهای تکی و بهبود دقت پیش‌بینی‌ها می‌باشد؛ لذا در این مقاله به منظور برطرف نمودن محدودیت داده در مدلهای میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته کلاسیک و حصول مدل دقیق‌تر در پیش بینی سری‌های زمانی، مدل ترکیبی میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته با منطق فازی (FARIMA) به منظور پیش‌بینی پیشنهاد شده است. نتایج حاصله بیانگر کارآمدی روش پیشنهادی در پیش‌بینی بازه تغییرات قیمت طلا می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: پیش‌بینی، مدل‌های میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته، رگرسیون فازی، مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته فازی، قیمت طلا، مدل‌های ترکیبی.

Gold Price Forecasting Using a Hybrid Auto-Regressive Integrated Moving Average Models and Fuzzy Logic

M.Khashei* and M.Bijari**
*** M.S. Social – Economy systems Engineering**
**** Member Indudtrial & Systems Engineering at Isfahan Universit;y of Technology**

Abstract
Priceless metals such as gold, silver and platinum are one of the most effective variables on financial systems and forecasting them is very important for economic decision makers. Rapid changes of under-study systems in real world and specifically in financial markets have created problems for forecasters in order to collect the necessary data. Quantitative forecasting models such as Auto-Regressive Integrated Moving Average (ARIMA) models and Artificial Neural Networks (ANNs) need a large amount of historical data in order to yield accurate results. Fuzzy forecasting models such as fuzzy regression are suitable models in less-data situations; however, their performance is not always satisfactory. Using hybrid models or combining several models has become a common practice in order to overcome the limitations of the single models and improve the forecasting accuracy. In this paper, a hybrid ARIMA and fuzzy logic model (FARIMA) is proposed in order to overcome the data limitation of ARIMA models and obtain more accurate result. Empirical results of gold price forecasting indicate that the proposed model can be an effective way to predict the interval changes of gold price.
Keywords: Auto-Regressive Integrated Moving Average, Fuzzy Regression, Time series forecasting, Combined forecast, Gold price.

۱. مقدمه

اهمیت پیش‌بینی و آگاهی از آینده به منظور برنامه‌ریزی و تدوین استراتژی‌های اقتصادی بر کسی پوشیده نیست. دقت پیش‌بینی‌ها یکی از مهمترین فاکتورهای مؤثر در انتخاب نوع روش پیش‌بینی می‌باشند. روش‌های کمی از جمله مهمترین روشهای پیش‌بینی موجود می‌باشند که بر اساس تجزیه و تحلیل داده‌های مربوط به مقادیر گذشته خود متغیر وابسته و یا متغیرهای مستقل موثر بر متغیر وابسته عمل می‌کنند. بکارگیری روشهای کمی به منظور پیش‌بینی در بازارهای مالی، بهبود تصمیم‌گیری‌ها و سرمایه‌گذاری‌ها به ضرورتی انکار ناپذیر در دنیای امروز تبدیل شده است. قیمت طلا یکی از متغیرهای مؤثر در سیستم‌های اقتصادی بوده و پیش‌بینی آن می‌تواند باعث بهبود قابل توجهی در تصمیم‌گیری‌های مالی گردد.

بررسی ادبیات موضوع مربوط به پیش‌بینی در سیستمهای مالی و همچنین تحقیقات متعدد انجام‌شده در بازارهای مختلف و بویژه بازارهای مالی همچون بازارهای ارز[۲-۱]، بازار بورس اوراق بهادار[۴-۳]، بازار نفت[۵] و سایر انرژی‌های مصرفی[۸-۶] همگی بیانگر اهمیت موضوع مورد بحث می‌باشند. بازار فلزات قیمتی نیز از این قائده مستثنی نبوده[۱۰-۹] و تحقیقات بسیاری در این زمینه بخصوص پیش‌بینی قیمت طلا انجام شده است[۱۲-۱۱]. امروزه با وجود روشهای کمی متعدد

جهت پیش‌بینی، هنوز پیش‌بینی‌های دقیق مالی کار چندان ساده‌ای نبوده و اکثر محققان درصدد بکارگیری و مقایسه روشهای متفاوت به منظور حصول نتایج دقیق‌تر می‌باشند[۱٤-۱۳].

از زمان پیشنهاد مدل‌های میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته توسط بوکس- جنکینز[1] [۱۵] تا به امروز از این‌گونه مدلها در پیش‌بینی مسایل متعددی همچون مسایل اجتماعی، اقتصادی، مهندسی و مالی استفاده شده و نتایج مفید و مؤثری نیز دربرداشته‌اند. اساس عملکرد این‌گونه مدلها بر این فرض اولیه استوار است که مقادیر آینده سری زمانی، رابطه تابعی مشخص و واضحی با مقادیر گذشته و فعلی سری زمانی و همچنین خطاهای خالص مدل دارند.

این‌گونه مدلها برای پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت بسیار مفید بوده و پیش‌بینی‌های صحیحی نیز در صورت فراهم‌بودن شرایط مطلوب ایجاد خواهند کرد. از جمله این شرایط می‌توان احتیاج به حداقل پنجاه و ترجیحاً یکصد مشاهده یا بیشتر اشاره کرد، علاوه بر این، این‌گونه مدلها از مفهوم عبارت خطا (تفاوت بین مقادیر تخمین‌زده شده با مقادیر اصلی) استفاده می‌کنند که این مقادیر برآورد شده، مقادیری قطعی بوده و ترم خطا را شامل نمی‌شوند.

تاناکا[2] [۱۷-۱٦] به منظور جلوگیری از خطای مدلسازی، رگرسیون فازی که اساساً یک مدل پیش‌بینی فاصله‌ای است را پیشنهاد داده است. امّا این مدل نیز معایبی دارد که از جمله مهمترین آنها می‌توان به وسیع‌شدن بیش از حد فاصله پیش‌بینی که به علت وجود برخی از مقادیر پرت ایجاد می‌گردد، اشاره کرد. سریهای زمانی فازی توسط سانگ و چیزوم[3] [۲۰-۱۸] براساس معادلات فازی و منطق تقریبی مدلسازی و مطرح گردیدند.

چن[4] [۲۱] نیز یک روش سری زمانی براساس سریهای زمانی و مفاهیم سانگ پیشنهاد داده است. کاربردهای فراوانی از رگرسیون فازی به منظور تحلیل سریهای زمانی فازی توسط محققان ارایه شده است، امّا این مدلها شامل مفاهیم مدل بوکس- جنکینز نمی‌باشند.

بکارگیری مدل‌های ترکیبی یا ترکیب مدل‌های مختلف یک راه متداول به منظور رفع محدودیت‌های مدلهای تکی و بهبود دقت پیش‌بینی‌ها می‌باشد. ایده اساسی در ترکیب مدلها بر این اصل استوار است که هیچیک از روشهای موجود، یک روش جامع برای پیش‌بینی نبوده و قابلیت بکارگیری در هر شرایط و هرنوع داده را ندارد، لذا با ترکیب مدلهای مختلف می‌توان نقاط ضعف یک مدل را با استفاده از نقاط قوت مدل دیگر بهبود بخشید[۲۲].

در این مقاله با بکارگیری مفاهیم پایه‌ای و مزایای منحصر بفرد هر یک از مدلهای اریما و رگرسیون فازی، یک مدل ترکیبی به منظور مرتفع نمودن محدودیت داده مدل‌های اریما و حصول نتایج دقیق‌تر، ارایه شده است. مدل پیشنهادی با فازی درنظرگرفتن پارامترهای مدل

1- Box- Jenkins
2- Tanaka
3- Song and Chissom
4 - Chen

اریما، نیاز به مشاهدات کمتری نسبت به مدل اریما داشته و نتایج حاصله را نیز بهبود بخشیده است. مدل پیشنهادی همچنین توانایی تعیین بهترین و بدترین موقعیت‌های ممکن را داشته، لذا می‌تواند ابزار مناسب‌تری به منظور تصمیم‌گیری‌های صحیح‌تر و دقیق‌تر باشد.

سایر قسمتهای این مقاله بدین صورت می‌باشند: مفهوم سریهای زمانی اریما و رگرسیون فازی در بخش دوم شرح داده شده است. مدل اریما فازی که به منظور پیش‌بینی مورد استفاده قرارگرفته است در بخش سوم توضیح داده شده است. در بخش چهارم با استفاده از مدل اریما فازی قیمت طلا پیش‌بینی شده و عملکرد آن با مدل اریما مقایسه شده است، در نهایت نیز نتایج مدلها مورد تجزیه و تحلیل قرارگرفته‌اند.

۲- مدلهای ARIMA(p,d,q) و رگرسیون فازی

سری‌های زمانی $\{Z_t\}$ توسط یک فرآیند اریما با میانگین m از مدل بوکس- جنکینز تولید شده است[۱۵] اگر

$$j(B)(1-B)^d(Z_t-m)=q(B)a_t \qquad (۱)$$

بطوری که

$$j(B)=1-j_1B-j_2B^2-.....-j_pB^p$$

$$q(B)=1-q_1B-q_2B^2-.....-q_qB^q$$

چندجمله‌هایی از B از درجه‌های q , p بوده، B یک عملگر پسرو، اعداد q,d,p اعداد صحیح و $\{Z_t\}$ بیانگر مقادیر مشاهده شده سری زمانی می‌باشند t=1,2,.,k. در حالت کلی فرمول‌بندی مدل اریما شامل چهار مرحله (۱): شناسایی آزمایشی ساختار مدل، (۲): تخمین پارامترهای مجهول مدل ، (۳): تشخیص دقت برازش مدل ، (٤): پیش‌بینی با مدل انتخابی می‌باشد[۲۳].

مرحله اول در مدلسازی اریما تعیین صحیح مرتبه مدل می‌باشد (p,q). ایده اصلی شناسایی مدل بر این اصل استوار است که اگر یک سری زمانی از یک فرآیند اریما تولید شده باشد، باید برخی خواص خود همبستگی تئوریک را داشته باشد، لذا با تطبیق الگوهای خودهمبسته تجربی با الگوهای خودهمبسته تئوریک غالباً شناسایی یک یا چند مدل بالقوه برای سری‌های زمانی امکان‌پذیر خواهد بود. پیشنهاد بوکس- جنگینز [۱۵] استفاده از تابع خودهمبستگی(ACF)[۱] و خودهمبستگی جزیی (PACF)[۲] داده‌های نمونه بعنوان ابزار پایه برای شناسایی مرتبه مدل اریما می باشد.

وقتی یک مدل آزمایشی تشخیص داده شد تخمین پارامترهای مدل کار ساده‌ای بوده و از طریق مینیمم‌سازی نرم خطا بدست می‌آیند که بدین منظور می‌توان از روند بهینه‌سازی خطی استفاده نمود. آخرین گام مدلسازی کنترل تشخیصی مناسب بودن مدل است و اساساً به منظور چک‌کردن اینکه فرضیات مدل در مورد خطاها صدق می‌کند یا نه استفاده می‌شود. جهت آزمایش خوبی برازش مدل آزمایشی پذیرفته شده چندین آماره و نمودار تشخیصی از باقیمانده‌ها می‌توانند مورد استفاده قرارگیرند. اگر مدل انتخابی مناسب نباشد یک مدل

1- Autocorrelation Function
2- Partial Autocorrelation Function

آزمایشی جدید باید تشخیص داده شود و موارد فوق دوباره تکرار گردد. این فرآیند مدلسازی نوعاً چندین بار تکرار می‌گردد تا یک مدل رضایت‌بخش در انتها مشخص‌گردد. از مدل انتخاب شده نهایی می‌توان به منظور پیش‌بینی استفاده‌نمود.

بطورکلی چنین فرض می‌شود که جمله خطای خالص a_t متغیری تصادفی با توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس s^2 و مستقل از مشاهدات می‌باشد. همچنین ریشه‌های معادله $j(Z)=0$ و $q(Z)=0$ همگی بزرگتر از یک باشند.

در مدلهای اریما در صورت امکان حداقل پنجاه و ترجیحاً یک‌صد یا بیشتر مشاهده بکارگرفته می‌شود[۲۳]، امّا با توجه به تغییرات سریع در سیستم‌های مورد مطالعه در دنیای واقعی اغلب باید موقعیت‌های آینده را با استفاده از داده‌هایی با تعداد کم و در ظرف مدت کوتاه‌تر پیش‌بینی کرد، همچنین مسأله تشخیص این که داده‌ها دارای توزیع نرمال باشند، امری مشکل است، لذا استفاده از اینگونه مدلها دارای محدودیت‌هایی از این دست خواهد بود.

این مدلها از مفاهیم جمله خطا استفاده می‌کنند، امّا تخمین‌های ما مقادیر دقیقی بوده و شامل جمله خطا نمی‌شوند و این همان مفهوم پایه‌ای رگرسیون فازی است که توسط تاناکا و همکارانش[١٦] پیشنهاد شده است.

مفهوم اساسی تئوری فازی و رگرسیون فازی این است که جمله خطا از باقیمانده‌های بین مقادیر تخمین زده شده و مقادیر اصلی یا مشاهدات تولید نمی‌گردد بلکه در عدم قطعیت پارامترهای مدل و امکان توزیع در ارتباط با مشاهدات حقیقی بکارگرفته می‌شوند.

مدل رگرسیون خطی فازی در حالت کلی به صورت زیر است:

$$Y = \tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 x_1 + ... + \tilde{b}_n x_n = \sum_{i=1}^{n} \tilde{b}_i x_i = X'\tilde{b} \qquad (۲)$$

بطوری که Xبردار متغیرهای مستقل، علامت پریم ' عملگر ترانهاده، n تعداد متغیرها و $\tilde{b}_i$ مجموعه‌های فازی بیانگر iامین پارامتر مدل می‌باشند. این اعداد فازی (پارامترهای $\tilde{b}_i$) به شکل اعداد فازی نوع-ال دابیوس و پریس [۲۵] $(a_i, c_i)_L$ با توزیع احتمال به صورت زیر می‌باشند:

$$m_{\tilde{b}_i}(b_i) = L\{(a_i - b_i / c)\} \qquad (۳)$$

بطوری که L یک تابع است. پارامترهای فازی نیز به شکل اعداد فازی مثلثی بکارگرفته شده‌اند.

(٤)

$$m_{\tilde{b}_i}(b_i) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|a_i - b_i|}{c_i} & a_i - c_i \le b_i \le a_i + c_i, \\ 0 & otherwise, \end{cases}$$

بطوری که $m_{b_i}(b_i)$ تابع عضویت مجموعه فازی بیانگر پارامترهای b_i، a_i مرکز عدد فازی و c_i گسترش حول مرکز می‌باشند. حال با توجه به اصل گسترش تابع عضویت عدد فازی $y_t = X_t' b$ را می‌توان بدین صورت تعریف نمود:

(٥)

$$m_{\tilde{y}}(y_t)=\begin{cases}1-\dfrac{|y_t-x_t a|}{c'|x_t|} & for\, x_t\neq 0,\\ 1 & for\, x_t=0,\quad y_t=0,\\ 0 & for\, x_t=0,\quad y_t\neq 0,\end{cases}$$

بطوری که a و c به ترتیب بردار مقادیر مربوط به پارامترها و گسترش‌های آنها حول مرکز می‌باشند. بطورکلی مدل از حداقل‌کردن کل ابهامات (که برابر با مجموع گسترش‌های تکی و مربوط به هر یک از پارامترهای فازی مدل است) استفاده می‌کند.

$$Minimize \quad S=\sum_{t=1}^{k} c'|x_t| \tag{٦}$$

این روش همچنین بطور همزمان شرایطی را که مقدار عضویت به ازای هر مشاهده y_t بزرگتر از یک حد آستانه تعیین شده در سطح h می‌باشد($h\in[0,1]$) را نیز درنظر می‌گیرد. این معیار بیانگر این حقیقت است که خروجی فازی مدل باید برای تمامی نقاط داده‌ای $y_1,y_2,....,y_k$ بیشتر از مقدار انتخابی سطح h باشد. انتخاب مقدار سطح h بر گسترش‌های پارامترهای فازی مدل (c) مؤثر است.

$$m_{\tilde{y}}(y_t)\geq h \qquad for \quad t=1,2,...,k \tag{٧}$$

شاخص t به تعداد داده‌های غیرفازی بکارگرفته شده در ساخت مدل برمی‌گردد. مساله پیداکردن پارامترهای رگرسیون فازی توسط تاناکا به صورت یک برنامه‌ریزی خطی فرموله شده است[۱۷].

(٨)

$$\begin{aligned} & Minimize && S=\sum_{t=1}^{k} c'|x_t| \\ & && x_t'a+(1-h)c'|x_t|\geq y_t \qquad t=1,2,....,k \\ & subject.to && x_t'a-(1-h)c'|x_t|\leq y_t \qquad t=1,2,...,k \\ & && c\geq 0 \end{aligned}$$

بطوری که $a'=(a_1,a_2,....,a_n)$ و $c'=(c_1,c_2,....,c_n)$ بردار متغیرهای مجهول و S کل ابهامی است که قبلاً تعریف شده است.

۳- فرموله‌کردن مدل

مدل اریما مدل پیش‌بینی دقیقی برای دوره‌های زمانی کوتاه‌مدت می‌باشد. امّا دارای محدودیت تعداد زیاد داده‌های گذشته (حداقل ۵۰ و ترجیحا ۱۰۰ یا بیشتر) می‌باشد. در صورتی که امروزه در جامعه ما به علت عدم قطعیت محیط و توسعه سریع تکنولوژی نوین معمولاً باید موقعیت‌های آینده را با استفاده از داده‌های کم و در بازه زمانی کوتاه‌مدت پیش‌بینی کرد. بنابراین به روشهای پیش‌بینی نیاز می‌باشد که به داده‌های کمتری نسبت به مدل اریما احتیاج داشته باشند.

مدل رگرسیون فازی یک مدل پیش‌بینی بازه‌ای مناسب در شرایط داده‌های قابل حصول کم می‌باشد. هدف این مقاله بهره‌گیری از مزیتهای رگرسیون فازی و مدلهای اریما برای پیش‌بینی قیمت طلا با بکارگیری مدل اریما فازی و برطرف‌نمودن محدودیت‌های موجود در روش‌های رگرسیون فازی و اریما می‌باشد.

پارامترهای مدل اریما، $j_1,j_2,....,j_p$ و $q_1,q_2,....,q_q$ قطعی می‌باشند، در صورتی که در روش جدید به جای بکارگیری این مقادیر قطعی، پارامترهای

فازی $\tilde{j}_1, \tilde{j}_2, ..., \tilde{j}_p$ و $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, ..., \tilde{q}_q$ به شکل اعداد مثلثی فازی بکارگرفته شده‌اند. با استفاده از پارامترهای فازی نیاز به داده‌های گذشته کاهش می‌یابد (a_t از مقادیر مشاهدات بدست می‌آید در نتیجه مقداری قطعی خواهد بود).

علاوه بر این، در این مطالعه, متدولوژی ارایه شده توسط ایشیبوچی و تاناکا [۲۶] برای شرایطی که دامنه پیش‌بینی وسیع می‌گردد بکارگرفته شده است. یک مدل اریما فازی با توابع و پارامترهای فازی بدین صورت است:

$$\tilde{\Phi}_p(B)W_t = \tilde{q}_q(B)a_t \qquad (۹)$$

$$W_t = (1-B)^d (Z_t - m) \qquad (۱۰)$$

(۱۱)

$$\begin{aligned}\tilde{W}_t &= \tilde{j}_1 W_{t-1} + \tilde{j}_2 W_{t-2} + ... + \tilde{j}_p W_{t-p} + \\ &a_t - \tilde{q}_{p+1} a_{t-1} - \tilde{q}_{p+2} a_{t-2} - ... - \tilde{q}_{p+q} a_{t-q}\end{aligned}$$

که $\{Z_t\}$ مشاهدات، $\tilde{j}_1, \tilde{j}_2, ..., \tilde{j}_p$ و $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, ..., \tilde{q}_q$ اعداد فازی هستند. حال معادله(۱۱) بصورت زیر تبدیل می‌گردد.

$$\begin{aligned}\tilde{W}_t &= \tilde{b}_1 W_{t-1} + \tilde{b}_2 W_{t-2} + ... + \tilde{b}_p W_{t-p} + \\ &a_t - \tilde{b}_{p+1} a_{t-1} - \tilde{b}_{p+2} a_{t-2} - ... - \tilde{b}_{p+q} a_{t-q}\end{aligned} \qquad (۱۲)$$

پارامترهای فازی در این معادله بصورت اعداد فازی مثلثی مطابق زیر در نظرگرفته شده‌اند.

(۱۳)

$$m_{\tilde{b}_i}(b_i) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|a_i - b_i|}{c_i} & if \quad a_i - c_i \le b_i \le a_i + c_i, \\ 0 & otherwise, \end{cases}$$

بطوری که $m_{\tilde{b}}(b_i)$ تابع عضویت مجموعه فازی ایست که با پارامترهای a_i, b_i مشخص می‌گردند. حال با استفاده از پارامترهای فازی b_i به صورت اعداد فازی مثلثی و همچنین اصل گسترش، تابع عضویت W مطابق ذیل خواهد بود.

(۱٤)

$$m_{\tilde{w}}(W_t) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\left|W_t - \sum_{i=1}^{p} a_i W_{t-i} - a_t + \sum_{i=p+1}^{p+q} a_i a_{t+p-i}\right|}{\sum_{i=1}^{p} c_i |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i |a_{t+p-i}|} & for \quad W_t \neq 0, \quad a_t \neq 0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

که h سطح آستانه‌ای برای میزان توابع عضویت تمامی مشاهدات است.

$$m_{\tilde{w}}(w_t) \ge h \qquad for \quad i = 1,2,....,k \qquad (۱۵)$$

به عبارت دیگر S مطابق زیر تعریف می‌گردد

$$S = \sum_{i=1}^{p} \sum_{t=1}^{k} c_i |j_{ii}| |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} \sum_{t=1}^{k} c_i |r_{i-p}| |a_{t+p-i}| \qquad (۱٦)$$

به قسمی که r_{i-p} ضریب خودهمبستگی در وقفه زمانی i-p و j_{ii} ضریب خود همبستگی جزئی در وقفه زمانی i ام می‌باشد.

مراحل روش اریما فازی مطابق زیر می‌باشد:

فاز یک: برازش مدل اریما با استفاده از اطلاعات موجود در مشاهدات (که به صورت غیرفازی می‌باشند). نتیجه فاز یک جواب بهینه پارامترها $a^* = (a_1^*, a_2^*, ..., a_{p+q}^*)$ خطای خالص می‌باشند که به عنوان یکی از مجموعه داده‌های ورودی در فاز دوم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$\begin{aligned}
&\text{Minimize} \quad S=\sum_{i=1}^{p}\sum_{t=1}^{k}c_i\left|j_{ii}\right|\left|W_{t-i}\right|+\sum_{i=p+1}^{p+q}\sum_{t=1}^{k}c_i\left|r_{i-p}\right|\left|a_{t+p-i}\right|\\
&\sum_{i=1}^{p}a_iW_{t-i}+a_t-\sum_{i=p+1}^{p+q}a_ia_{t+p-i}+(1+h)\left(\sum_{i+1}^{p}c_i\left|W_{t-i}\right|+\sum_{i=p+1}^{p+q}c_i\left|a_{t+p-i}\right|\right)\geq W_t \; t=1,2,..,k\\
&\text{subject.to} \quad \sum_{i=1}^{p}a_iW_{t-i}+a_t-\sum_{i=p+1}^{p+q}a_ia_{t+p-i}+(1+h)\left(\sum_{i+1}^{p}c_i\left|W_{t-i}\right|+\sum_{i=p+1}^{p+q}c_i\left|a_{t+p-i}\right|\right)\leq W_t \; t=1,2,..,k\\
&c_i\geq 0 \qquad for\, i=1,2,\dots,p+q
\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

فاز دو: تعیین حداقل ابهام با استفاده از معیارهایی همانند معادله (۱۷)و $a^*=\left(a_1^*,a_2^*,\dots,a_{p+q}^*\right)$. تعداد محدودیت‌ها برابر با تعداد مشاهدات می‌باشد و مدل اریما فازی بدین صورت می‌باشد:

(۱۸)

$$\tilde{W}_t=\langle a_1,c_1\rangle W_{t-1}+\dots+\langle a_p,c_p\rangle W_{t-p}+a_t-\langle a_{p+1},c_{p+1}\rangle a_{t-1}-\dots-\langle a_{p+q},c_{p+q}\rangle a_{t-q}$$

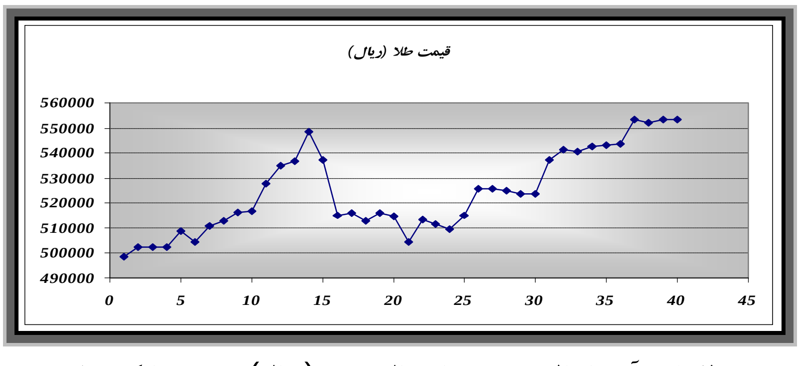
که $W_t=(1-B)^d(Z_t-m)$ بوده و a_i,c_i به ترتیب مراکز و اعداد فازی هستند.

فاز سه: با توجه به نظرات ایشیبوچی داده‌های حد بالا و پایین مدل وقتی که دامنه مدل اریما فازی وسیع گردد، حذف خواهند شد. به منظور ساختن مدلی شامل همه شرایط ممکن اریما فازی, اگر مجموعه داده‌ها شامل تفاوتهای مشخص یا موارد خارج از محدوده باشند، c_jها بسیار گسترده خواهند شد.

طبق نظرات ایشیبوچی [۲٦] داده‌های اطراف مرزهای بالا و پایین مدل حذف می‌گردد، سپس مدل دوباره فرمول‌بندی می‌گردد.

٤- بکارگیری مدل ترکیبی برای پیش‌بینی قیمت طلا

از مدل حاصله، در این قسمت به منظور پیش‌بینی دامنه تغییرات قیمت طلا استفاده شده است. اطلاعات استفاده شده در این تحقیق شامل ٤۰ داده روزانه قیمت طلا (یک مثقال طلای ۱۸عیار) از شنبه پنجم آذرماه تا چهارشنبه بیست و هشتم دی‌ماه سال ۱۳۸٤ می‌باشد که در شکل(۱) نمایش داده شده است. لازم به ذکر است داده‌ها مربوط به روزهای شنبه تا چهارشنبه هر هفته بوده و برای روزهای دیگر قیمتی اعلام نگردیده است.

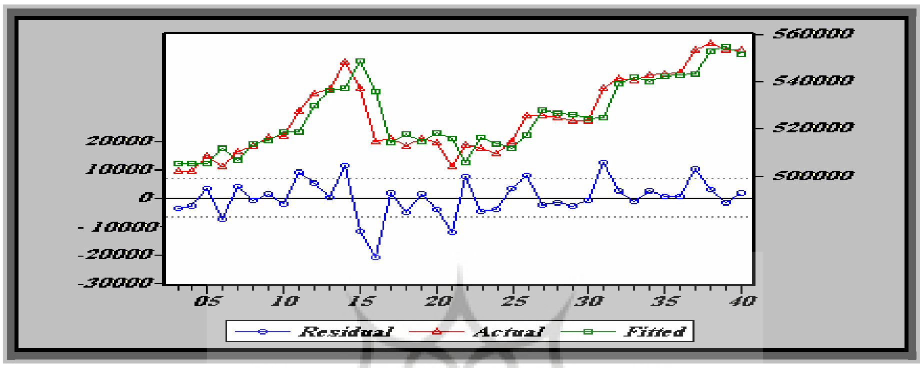


شکل (۱): داده روزانه قیمت طلا از٥ آذرماه الی ۲۸ دی‌ماه سال ۱۳۸٤(ریال). مرجع: بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران

٤-۱- پیش‌بینی

با بکارگیری مدل اریما فازی ابتدا ۳۵ مشاهده (پنج هفته) به منظور فرموله‌کردن مدل و سپس ۵ مشاهده (هفته آخر) برای ارزیابی عملکرد مدل مورد استفاده قرارگرفته‌اند. فاز یک: با بکارگیری نرم‌افزار Eveiws بهترین مدل برازش‌شده ARIMA(2,1,0) بوده و مقادیر باقیمانده‌ها (خطای خالص) و مدل حاصله در شکل (۲) نشان داده شده است:

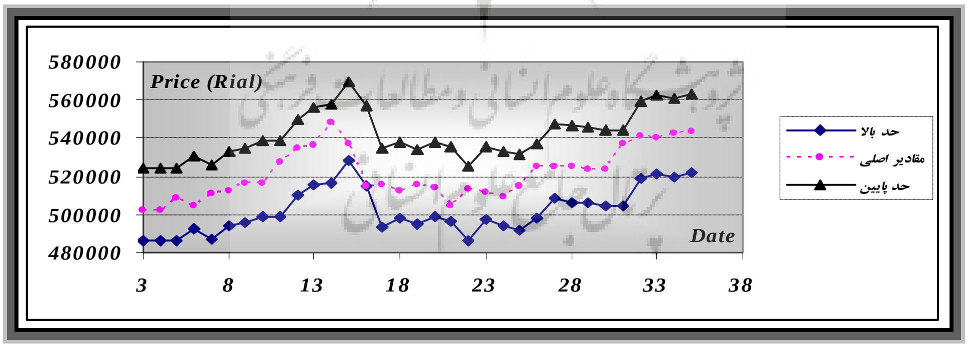
$$\tilde{Z}_t = 537918 + 1.039 Z_{t-1} - 0.124 Z_{t-2}. \qquad (۱۹)$$



شکل(۲):نتایج حاصله از برازش مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته.

فاز دو (تعیین حداقل ابهام): با قراردادن پارامترهای $(a_0, a_1, a_2) = (537918, 1.039, -0.124)$ فازی مدل با استفاده از معادله (۱۷) بدست آمده‌اند(h=0). نتایج حاصله درشکل (۳) آورده شده است.

$$\tilde{Z}_t = 537918 + \langle 1.039, 0.0382 \rangle Z_{t-1} - \langle 0.124, 0.000 \rangle Z_{t-2}. \qquad (۲۰)$$

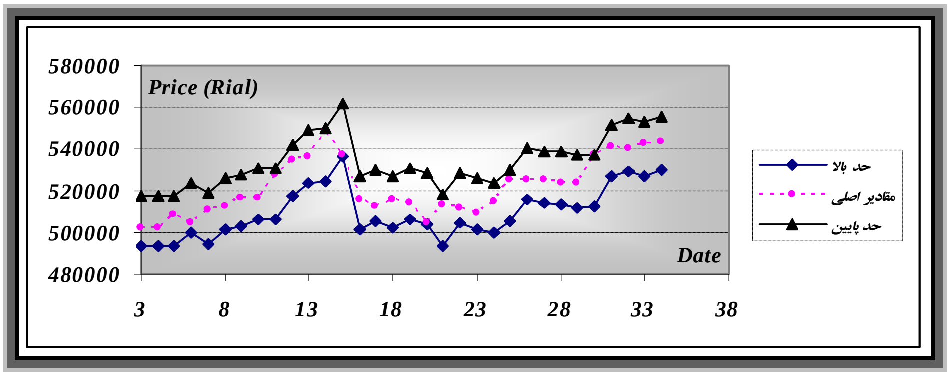


شکل(۳): مقادیر واقعی و حد بالا و پایین آنها.

همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود مقادیر واقعی در فواصل فازی قرارگرفته‌اند امّا طول فواصل فازی وسیع شده و مدل اریمای فازی فواصل مناسبی را بدست نمی‌دهد.

فاز سه: از نتایج فوق مشخص می‌گردد که مشاهده مربوط به بیست و ششم آذرماه (شماره١٦) در مرز پایینی قرارگرفته است، بنابراین محدودیت خطی که توسط این مشاهده تولید شده است را حذف [٢٦] و سپس فاز دوم

مجدداً تکرار می‌گردد(h=0). نتایج در شکل (٤) آورده شده است.



شکل(٤): مقادیر واقعی و حد بالا و پایین آنها.

در انتها نیز با استفاده از مدل اریما فازی بازبینی شده مقادیر آینده متغیر وابسته پیش‌بینی شده‌اند. نتایج مقادیر پیش‌بینی شده در جدول (۱) آورده شده است. همانطوری که مشاهده می‌گردد نتایج حاصله و فواصل فازی نسبت به مدل قبلی مطلوب‌تر است. مقایسه عرض بازه حاصله از روش ترکیبی (۲٦۱۰۰) با بازه ۹۵% اطمینان روش اریمای معمولی (۵۸۲۰۰) بیانگر بیش از ۵۵% بهبود در کاهش طول بازه توسط روش پیشنهادی می‌باشد.

جدول(۱): حدود بالا و پایین و مقادیر اصلی.

تاریخ	مقادیر واقعی	حدپایین مقادیر		حد بالای مقادیر	
		بعد از حذف	قبل از حذف	بعد از حذف	قبل از حذف
شنبه (۲٤- دی)	٥٤٣٦۰۰	٥۲۹۹۰۰	٥۲۲۱۰۰	٥٥٥۷۰۰	٥٦۳٦۰۰
یکشنبه(۲٥- دی)	٥٥۳۲۰۰	٥۳۰۲۰۰	٥۲۲٤۰۰	٥٥٦۱۰۰	٥٦۳۹۰۰
دوشنبه(۲٦- دی)	٥٥٤٤۰۰	٥٤۰۱۰۰	٥۳۲۳۰۰	٥٦٦۰۰۰	٥۷۳۹۰۰
سه‌شنبه(۲۷- دی)	٥٥۳۲۰۰	٥٤۱٦۰۰	٥۳۳۷۰۰	٥٦۸۰۰۰	٥۷٥۹۰۰
چهارشنبه(۲۸- دی)	٥٥۳۲۰۰	٥۳۸۳۰۰	٥۳۰۳۰۰	٥٦٤۸۰۰	٥۷۲۸۰۰

٥- نتیجه‌گیری

تغییرات تکنولوژیکی و جهانی‌شدن تجارت و بازارهای مالی باعث شده است تا توانایی در پیش‌بینی دقیق‌تر و سریع‌تر الگوهای موجود در حفظ توان رقابتی اهمیت بیشتری پیدا کند. تغییرات سریع در سیستم‌های مورد مطالعه و بویژه بازارهای مالی، پیش‌بینی‌کنندگان را از جهت تأمین تعداد داده‌های لازم به‌منظور حصول نتایج مطلوب دچار مشکل کرده است، لذا در این مقاله بر اساس مفاهیم و اصول پایه‌ای مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته (ARIMA) و رگرسیون فازی تاناکا، مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته فازی (Fuzzy ARIMA) برای پیش‌بینی بازه تغییرات قیمت طلا پیشنهاد شده است. نتایج حاصله بیانگر آن است که

مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته فازی نه تنها توانایی انجام یک پیش‌بینی مناسب را داشته بلکه برای تصمیم‌گیرندگان بهترین و بدترین حالت ممکن را نیز فراهم می‌سازد. همچنین مدل پیشنهادی با فازی درنظرگرفتن خروجی‌ها اولاً از فروض مربوط به جمله خطا رهایی می‌یابد و دوم به داده‌های کمتری نسبت به مدل اریمای معمولی نیاز داشته و مدل مناسبی به منظور پیش‌بینی در شرایط داداه‌های قابل حصول کم خواهد بود.

تشکر و قدردانی

در اینجا جا دارد از همکاریها و حمایت‌های جناب آقای مهندس مجید رفیعی به جهت ارایه اطلاعات و آمار مورد نیاز و همچنین جناب آقای مهندس عبدالله صالحی کمال تشکر و قدردانی را داشته باشیم.

منابع

۱- دامور، گجراتی. مبانی اقتصاد سنجی، دانشگاه تهران، موسسه انتشارات و چاپ تهران ویرایش دوم، ۱۳۷۷.

2- Ince, Huseyin, and Trafalis Theodore B, "A hybrid model for exchange rate prediction", Decision Support Systems, In Press, Corrected Proof, Available online 20 October 2005.

3- Chen, An-Sing and Leung, Mark T., " Regression neural network for error correction in foreign exchange forecasting and trading", Computers & Operations Research, Volume 31, Issue 7, Pages 1049-1068, June 2004.

4- Enke, David, and Thawornwong, Suraphan, "The use of data mining and neural networks for forecasting stock market returns", Expert Systems with Applications, Volume 29, Issue 4, Pages 927-940, November 2005.

5- Armano, G., Marchesi, M. and Murru, A, "A hybrid genetic-neural architecture for stock indexes forecasting", Information Sciences, Volume 170, Issue 1, Pages 3-33, 18 February 2005.

6- Mirmirani, Sam and Hsi Cheng, Li, "A comparison of var and neural networks with genetic algorithm in forecasting price of oil", Advances in Econometrics, Volume 19, Pages 203-223, 2004.

7- Luis M. Romeo, Raquel Gareta, and Gil, Antonia, "Forecasting of electricity prices with neural networks", Energy Conversion and Management, In Press, Corrected Proof, Available online 15 November 2005.

8- Nasr, G. E., Badr, E. A. and Joun, C., "Backpropagation neural networks for modeling gasoline consumption", Energy Conversion and Management, Volume 44, Issue 6, Pages 893-905, April 2003.

9- Conejo, Antonio J., Javier Contreras, Rosa Espínola and Miguel A. Plazas, "Forecasting electricity prices for a day-ahead pool-based electric energy market", International Journal of Forecasting, Volume 21, Issue 3, Pages 435-462, July-September 2005.

10- R, David, M, Chaudhry , T. W. Koch, "Do macroeconomics news releases affect gold and silver prices?", Journal of Economics and Business, Volume 52, Issue 5, Pages 405-421, September-October 2000.

11- S, Basu, M. L. Clouse, "A comparative analysis of gold market efficiency using derivative market information", Resources Policy, Volume 19, Issue 3, Pages 217-224, September 1993.

12- S, Mahdavi , S, Zhou, " Gold and commodity prices as leading indicators of inflation: Tests of long-run relationship and predictive performance", Journal of Economics and Business, Volume 49, Issue 5, Pages 475-489, September-October 1997.

13- L. E. Blose, "Gold price risk and the returns on gold mutual funds", Journal of Economics and Business, Volume 48, Issue 5, Pages 499-513, December 1996.

14- Balaban, E, ”Comparative forecasting performance of symmetric and asymmetric conditional volatility models of an exchange rate”, Economics Letters, Volume 83, Issue 1, April, Pages 99-105, 2004.

15- Nigel Meade," A comparison of the accuracy of short term foreign exchange forecasting methods", International Journal of Forecasting 18, 67–83, 2002.

16- Box, G.P, Jenkins, G.M.," Time Series Analysis: Forecasting and Control", Holden-day Inc., San Francisco, CA, 1976.

17- Tanaka, H, "Fuzzy data analysis by possibility linear models", Fuzzy Sets and Systems, 24(3), 363- 375, 1987.

18- Tanaka, H., Ishibuchi, H.," Possibility regression analysis based on linear programming", in: J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), Fuzzy Regression Analysis, Omnitech Press, Warsaw and Physica-Verlag, Heidelberg, pp. 47 -60, 1992.

19- Song, Q, Chissom, B.S, "Fuzzy time series and its models", Fuzzy Sets and Systems, 54(3), 269- 277, 1993.

20- Song, Q, Chissom, B.S, "Forecasting enrollments with fuzzy time series - part I", Fuzzy Sets and Systems 54(1), 1- 9, 1993.

21- Song, Q., Chissom, B.S, "Forecasting enrollments with fuzzy time series - part II", Fuzzy Sets and Systems, 62(1), 1- 8, 1994.

22- Chen, S.M, "Forecasting enrollments based on fuzzy time series", Fuzzy Sets and Systems, 81(3), 311-319, 1996.

23- Palm, F.C, Zellner, A, "To combine or not to combine? Issues of combining forecasts", J. Forecasting 11, 687–701, 1992.

24- Ching C., Guang C., Jia-Wen W., “Multi-attribute fuzzy time series method based on fuzzy clustering”, Expert Systems with Applications 34, 1235–1242, 2008.

25- Dubois, D., Prade, H, "Theory and Applications, Fuzzy Sets and Systems", Academic Press, New York, 1980.

26- Ishibuchi, H, Tanaka, H, "Interval regression analysis based on mixed 0-1 integer programming problem", J. Japan Soc. Ind. Eng40, (5), 312 - 319, 1988.