

## کاربرد تصمیم‌گیری چند معیاره خاکستری در ارزیابی عملکرد شرکت‌ها

علی محمدی<sup>۱</sup>، نبی مولایی<sup>۲\*</sup>

**چکیده:** رشد سریع فنی و اقتصادی در چند دهه گذشته، زندگی بشر را تغییر داده است و جامعه پیشرفته تکنولوژی را با مسائل تصمیم‌گیری پیچیده‌ای مواجه کرده است. این مشکلات معیارها یا اهداف متضاد یا متناقضی از قبیل هزینه، قابلیت اطمینان، عملکرد، ایمنی و بهره‌وری را معرفی نموده است. به طور کلی اطلاعات ترجیحی گزینه‌ها و معیارها به صورت قضاوت‌های تصمیم‌گیرندگان ارایه می‌شود و قضاوت‌ها هم نامعین بوده و نمی‌تواند به صورت اعداد قطعی ارایه شود. در این مقاله به منظور حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره در شرایط نامعین، یک مدل بر مبنای نظریه سیستم خاکستری شامل تحلیل نسبی و اعداد خاکستری پیشنهاد شده است و همچنین از آنترپری شانون به منظور وزن‌دهی معیارها استفاده شده است. در نهایت مدل پیشنهای نیز به منظور رتبه‌بندی شد که در سرمایه‌گذاری و مادر تخصصی در بازار بورس ایران استفاده شده است و توأم‌نده و قابلیت استفاده آن مورد ارزیابی قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** تصمیم‌گیری چند معیاره، تئوری سیستم خاکستری، تحلیل رابطه خاکستری، آنترپری شانون، نسبت‌های مالی.

۱. استادیار دانشگاه شیراز، دانشکده اقتصاد، مدیریت و علوم اجتماعی  
۲. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی دانشگاه شیراز، دانشکده اقتصاد، مدیریت و علوم اجتماعی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۱/۳۱

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۸۹/۲/۱۴

نویسنده مسئول مقاله: علی محمدی

Email: amohamadi@rose.shirau.ac.ir

#### مقدمه

مدیران و تصمیم‌گیران همواره بر اساس نتایج تصمیماتی که اتخاذ می‌کنند مورد قضاوت قرار می‌گیرند و بنابراین به منظور پاسخ‌گویی به شرایط پویای بازارهای امروزی و اتخاذ تصمیمات مؤثر، نیازمند افزایش قابلیت و دقت مدل‌های مورد استفاده جهت تصمیم‌گیری هستند علاوه بر این، رشد سریع اقتصادی و فناوری در چند دهه اخیر، زندگی بشر را به شدت متتحول کرده و جوامع مدرن را با مسایل پیچیده تصمیم‌گیری مواجه نموده است که مشخصه اساسی این گونه مسایل وجود معیارها و یا اهداف غیر همگون و ناسازگار، مثل هزینه، قابلیت اطمینان، عملکرد، ایمنی و بهره‌وری می‌باشد. تصمیم‌گیری چند معیاره یکی از رویکردهایی است که می‌تواند در حل مسایل پیچیده، در حوزه‌های مختلف فعالیت انسان، از علوم مهندسی گرفته تا علوم اجتماعی، اقتصاد و مدیریت، مورد استفاده قرار گیرد [۱۸] اما عموماً اطلاعات مربوط به ترجیحات تصمیم‌گیرندگان در مورد معیارها و به دلیل‌های مختلف بر اساس قضاوت کیفی آن‌ها، بیان می‌شود و همچنین در عمل نیز، قضاوت تصمیم‌گیرندگان اغلب نامطمئن بوده و به وسیله مقادیر عددی دقیق قابل بیان نیستند. بنابراین برای مواجهه با پیچیدگی‌های این گونه مسایل تصمیم‌گیری، استفاده از رویکردهای جدید و بین رشته‌ای، امری ضروری است. تصوری خاکستری یکی از روش‌هایی است که برای مطالعه عدم اطمینان و ناکامل بودن اطلاعات به کار می‌رود و استفاده از آن در تحلیل ریاضی سیستم‌های با اطلاعات ناقص، روند رو به رشدی را دارد [۱۰]. هر چند که حوزه پژوهش در زمینه استفاده از نظریه سیستم خاکستری برای ارزیابی عملکرد و تصمیم‌گیری چند معیاره یک حوزه نسبتاً جدید است با این حال پژوهش‌های متعددی در این زمینه انجام شده است. در بخش بعد برخی از این پژوهش‌های مورد بررسی قرار می‌گیرد.

#### پیشینه تحقیق

مهدیه [۶] در پژوهشی برای ارزیابی تعدادی از شرکت‌های فعال در بورس از تکنیک تاپسیس و تحصیص خطی استفاده کرده است. در این پژوهش با در نظر گرفتن ۲۰ نسبت مالی به عنوان شاخص ارزیابی شرکت‌های مورد مطالعه رتبه‌بندی شده‌اند. در پژوهشی دیگر محمدی [۵] با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها به رتبه‌بندی شرکت‌های داروسازی

فعال در بورس پرداخته است و نشان داده که تحلیل پوششی داده‌ها می‌تواند با تلفیق تعداد زیادی از نسبت‌های مالی در چارچوب یک شاخص یعنی کارآبی، معیاری را برای مقایسه شرکت‌ها از نگاه ذی‌نفعان فراهم سازد. فصلی و منصوری [۴] نیز در مطالعه‌ای دیگر با استفاده از رویکردهای تحلیل پوششی داده‌ها و فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی به رتبه‌بندی شاخص‌های کلیدی تصمیم‌گیری خرید و فروش سهام پرداخته‌اند. نتایج این پژوهش بیانگر آن است که تفاوت معناداری در اولویت‌بندی صورت گرفته توسط دو رویکرد وجود ندارد، اما تحلیل پوششی داده‌ها نسبت به فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی از توانمندی بالاتری در اولویت‌بندی شاخص‌های کلیدی و عملکرد برخوردار است.

در پژوهشی دیگر فانگ [۱۱] برای انتخاب کارکنان به منظور اعزام به مأموریت‌های خارج از کشور از رویکرد تحلیل رابطه خاکستری و تاپسیس استفاده کرده است. در این پژوهش خاطر نشان شده چون مسأله انتخاب کارکنان همراه با در نظر گرفتن معیارهای متعدد و بعضًا متضاد است، بنابراین باید بتوان با منظور کردن این معیارهای متعدد بهترین تصمیم را گرفت و افادی را برای اعزام انتخاب نمود که بیشترین مطلوبیت را داشته باشد. نتایج این پژوهش نشان داده که رویکرد تحلیل رابطه خاکستری از توانمندی بیشتری برای تحقق این هدف برخوردار بوده است.

در پژوهشی دیگر نیز پینگ [۱۷] برای پیش‌بینی بازده شرکت‌های مخابراتی از رویکرد تلفیقی پیش‌بینی خاکستری و شبکه‌های عصبی استفاده نمود و نشان داده که با توجه به فضای پیچیده و نامطمئن حاکم براین صنعت، مدل پیش‌بینی خاکستری بهتر می‌تواند بازده این شرکت‌ها را پیش‌بینی نماید.

دانگ [۱۰] در پژوهشی تحت عنوان تصمیم‌گیری خاکستری برای انتخاب تأمین کنندگان تلاش کرده است تا با استفاده از مفهوم درجه امکان خاکستری و باکاربرد متغیرهای زبانی، رویکردهای جدید را برای حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره در شرایط عدم اطمینان معرفی نماید.

کو [۱۳] در پژوهشی دیگر با استفاده از تحلیل رابطه خاکستری به حل یک مسأله جانمایی پرداخته و نشان داده که نتایج تحلیل رابطه خاکستری تا حد زیادی به نتیجه روش تاپسیس نزدیک است و تأیید نتایج این دو روش توسط یکدیگر را معیاری از واقعی بودن رتبه‌بندی ارایه شده دانسته است.

چانگ [۷] در پژوهشی دیگر برای رتبه‌بندی بانک‌های تجاری در کشور تایوان از رویکرد سیستم خاکستری استفاده کرده است. در این پژوهش با استفاده از نسبت‌های مالی به عنوان شاخص‌های ارزیابی، رتبه بانک‌های مورد مطالعه تعیین شده است. در گام بعدی این پژوهش ویژگی‌های مؤثر بر عملکرد این بانک‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. تایج این پژوهش یانگر آن است که رویکرد سیستم خاکستری بهتر از روش‌های آماری رایج نظری تحلیل رگرسیون، تحلیل عاملی و سایر روش‌های آماری چند متغیره می‌تواند، عملکرد بانک‌های مورد مطالعه را ارزیابی کند، زیرا قادر محدودیت‌های این روش‌ها یعنی موجود بودن حجم زیادی از داده‌ها است.

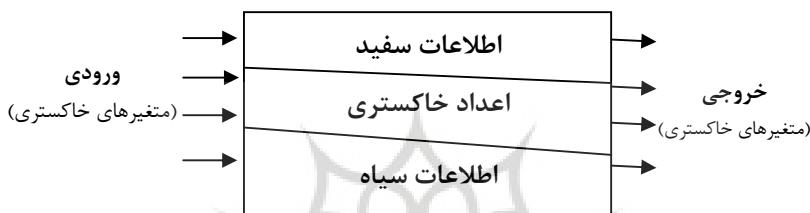
بنابراین با توجه به پژوهش‌های انجام شده برای ارزیابی و رتبه‌بندی در زمینه‌های مختلف می‌توان این گونه نتیجه‌گیری کرد، رویکرد سیستم خاکستری از دو مزیت اساسی نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است. مزیت اول این روش، نیاز به داده‌های کم است در حالی که استفاده از بسیاری از روش‌های آماری چند متغیره نظری تحلیل مؤلفه‌های اصلی مستلزم وجود حجم انبوهی از داده‌ها است. مزیت اساسی دیگر این سیستم توانایی مواجهه آن با ابهام در داده‌ها می‌باشد. زیرا در شرایط واقعی مقدار دقیق پارامترها معلوم نیست.

بنابراین با توجه به توانمندی‌های این روش و بستر جدیدی که این رویکرد فراهم کرده است در مطالعه حاضر از رویکرد سیستم خاکستری برای ارزیابی عملکرد شرکت‌های سرمایه‌گذاری و مادر تخصصی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار ایران استفاده می‌شود. به همین منظور ابتدا به بررسی و توضیح این نظری پرداخته می‌شود، سپس جامعه مورد مطالعه و معیارهای ارزیابی مورد بررسی قرار می‌گیرد و الگوریتم پیشنهادی ارایه می‌شود و پس از آن‌ها رویکرد پیشنهادی برای تحلیل داده‌ها مورد استفاده واقع می‌شود و پس از آن به بحث و نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

### تئوری سیستم خاکستری

در دنیای واقعی سیستم‌های گوناگون و فراوانی وجود دارد که هر یک از آن‌ها، اجزا و زیرسیستم‌های خاص خود را دارند و برای شناخت آن‌ها باید علاوه بر شناخت این اجزا، روابط بین آن‌ها و همچنین ساختار سیستم نیز معلوم شود.

اگر اطلاعات واضح و شفاف یک سیستم را بارنگ سفید و اطلاعات کاملاً ناشناخته یک سیستم با رنگ سیاه تجسم شود، در این صورت اطلاعات مربوط به بیشتر سیستم‌های موجود در طبیعت اطلاعات سفید (کاملاً ناشناخته شده) و یا سیاه (کاملاً ناشناخته) نیستند، بلکه مخلوطی از آن دو یعنی به رنگ خاکستری هستند. این گونه سیستم‌ها را سیستم‌های خاکستری می‌نامند که اصلی‌ترین مشخصه آن‌ها، کامل نبودن اطلاعات مربوط به آن سیستم است [۸]. هدف تئوری سیستم‌های خاکستری و کاربردهای آن ایجاد پلی بین علوم اجتماعی و علوم طبیعی است که در آن خاکستری بودن به معنای کمبود و نقص اطلاعات و عدم اطمینان است. نمودار (۱) مفهوم یک سیستم خاکستری را به نمایش می‌گذارد.



نمودار (۱). نمایش مفهومی یک سیستم خاکستری

در سال ۱۹۸۲، دنگ از دانشگاه علوم و تکنولوژی هازمونگ چین اولین مقاله را در زمینه تئوری سیستم خاکستری تحت عنوان مسئله کنترل سیستم‌های خاکستری ارایه کرد و از آن پس تئوری سیستم خاکستری معرفی شد [۹].

به طور خلاصه ایده‌ی اساسی تئوری خاکستری را می‌توان این گونه بیان کرد که با تمرکز بر اطلاعات جزیی یا محدود موجود درباره یک سیستم، تلاش می‌شود که تصویر کلی سیستم تجسم شود.

### اعداد خاکستری

هر سیستم خاکستری به وسیله‌ی اعداد خاکستری، معادلات خاکستری و ماتریس‌های خاکستری توصیف می‌شود که در این میان اعداد خاکستری به مثابه اتم‌ها و سلول‌های این سیستم هستند. عدد خاکستری می‌تواند به عنوان عددی با اطلاعات نامطمئن تعریف شود. مثلاً رتبه معیارها در یک تصمیم‌گیری، به صورت متغیرهای زبانی بیان می‌شوند که می‌توان

آنها را با بازه‌های عددی بیان نمود. این بازه‌های عددی شامل اطلاعات نامطمئن خواهد بود [۱۰].

همچنین می‌توان گفت که عدد خاکستری به عددی اطلاق می‌شود که مقدار دقیق آن نامشخص است اما بازه‌ای که مقدار آن را در بر می‌گیرد شناخته شده است. اعداد خاکستری می‌توانند فقط با کران پایین به شکل  $\infty \leq a < \underline{a}$  یا فقط با کران بالا به شکل  $a < \bar{a} \leq \infty$  باشند و یا اینکه هم دارای کران پایین  $a$  و هم دارای کران بالا  $\bar{a}$  باشند که در این صورت عدد خاکستری بازه‌ای نامیده می‌شود و به صورت  $\infty < \underline{a} < \bar{a} < \infty$  نمایش داده می‌شود. به عنوان نمونه، وزن یک بسته که بین ۲۰ تا ۲۵ کیلوگرم می‌باشد و یا اندازه قد یک مرد که بین  $1/8$  تا  $1/9$  متر می‌باشد، نمونه‌هایی از اعداد خاکستری بازه‌ای هستند که به ترتیب به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\infty < \underline{a} < \bar{a} < \infty \in [1/8, 1/9] \quad \infty < \underline{a} < \bar{a} < \infty \in [20, 25]$$

هر چند که به نظر می‌رسد که اعداد خاکستری مشابه با اعداد فازی هستند اما تفاوت اساسی بین اعداد خاکستری با اعداد فازی در آن است که در اعداد خاکستری مقدار دقیق عدد نامشخص است اما بازه‌ای که مقدار آن عدد را در بر می‌گیرد معلوم است یا به تعییر دیگر مقدار دقیق بال چپ و راست عدد معین و معلوم است. در حالی که در یک عدد فازی ضمن این که عدد به صورت یک بازه تعریف می‌شود، اما مقدار دقیق بال چپ و راست عدد معلوم نیست و از یکتابع عضویت تبعیت می‌کند. همین تفاوت ظریف بین عدد خاکستری و عدد فازی موجب می‌شود که محاسبات با اعداد خاکستری از سادگی بیشتری نسبت به اعداد خاکستری برخوردار باشد، زیرا تعیین تابع عضویت برای بال‌های چپ و راست یک عدد فازی خود همراه با پیچیدگی‌ها و عملیات محاسباتی است.

### عملگرهای اعداد خاکستری (بازه‌ای)

اگر دو عدد خاکستری زیر مفروض باشد:

$$\otimes_1 \in [a, b], a < b;$$

$$\otimes_2 \in [c, d], c < d;$$

و از علامت \* به عنوان نماد یک عملیات بین  $\otimes_1$  و  $\otimes_2$  استفاده شود در آن صورت:

$$\otimes_2 = \otimes_1 * \otimes_2$$

است که  $\otimes_2$  نیز یک عدد خاکستری بازه‌ای خواهد بود. لذا باید داشته باشیم:

$$\otimes_2 \in [e, f], e < f;$$

و برای هر  $\otimes_1$  و  $\tilde{\otimes}_2$  خواهیم داشت:

$$\tilde{\otimes}_1 * \tilde{\otimes}_2 \in [e, f]$$

که در این صورت جمع، تفریق، ضرب و تقسیم دو عدد خاکستری  $\otimes_1$  و  $\otimes_2$  و قرینه و

معکوس هر عدد خاکستری به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۴].

جمع دو عدد خاکستری:

$$\otimes_1 + \otimes_2 \in [a + c, b + d];$$

قرینه یک عدد خاکستری:

$$-\otimes = [-b, -a]$$

تفریق دو عدد خاکستری:

$$\otimes_1 - \otimes_2 = \otimes_1 + (-\otimes_2) \in [a - d, b - c]$$

معکوس یک عدد خاکستری:

$$ab \circ, \otimes^{-1} \in [\frac{1}{b}, \frac{1}{a}]$$

ضرب دو عدد خاکستری:

$$\otimes_1 \cdot \otimes_2 \in [\min\{ac, ad, bc, bd\}, \max\{ac, ad, bc, bd\}]$$

تقسیم دو عدد خاکستری:

$$\frac{\otimes_1}{\otimes_2} = \otimes_1 \cdot \otimes_2^{-1}$$

$$cd > 0, \frac{\otimes_1}{\otimes_2} \in [\min\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\}, \max\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\}]$$

$$K \in \Re^+, K \cdot \otimes \in [Ka, Kb]$$

در ضمن برای مقایسه دو عدد خاکستری از مفهوم درجه امکان خاکستری استفاده می‌شود.

اگر  $a < b$  و  $c < d$  و  $\otimes_2 \in [c, d]$  و  $\otimes_1 \in [a, b]$  دو عدد خاکستری باشند درجه امکان

خاکستری  $\otimes_2 \leq \otimes_1$  به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P\left(\otimes_1 \leq \otimes_2\right) = \frac{\max(\cdot, L^* - \max(\cdot, b - c))}{L^*}$$

$$L^* = L(\otimes_1) + L(\otimes_2)$$

چهار رابطه بین موقعیت‌های دو عدد خاکستری  $\otimes_1$  و  $\otimes_2$  متصور است.

الف) اگر  $c = a$  و  $b = d$  باشد، دو عدد خاکستری مساوی هستند و می‌توان نوشت:

$$\otimes_1 = \otimes_2$$

$$P(\otimes_1 \leq \otimes_2) = 0 / 5$$

ب) اگر  $b > c$  باشد، خواهیم داشت:

$$\otimes_2 = \otimes_1$$

$$P(\otimes_1 \leq \otimes_2) = 1$$

ج) اگر  $a < d$  باشد، خواهیم داشت:

$$\otimes_1 < \otimes_2$$

$$P(\otimes_1 \leq \otimes_2) = 0$$

د) اگر یک قسمت مشترک در دو عدد خاکستری وجود داشته باشد در این صورت اگر  $P(\otimes_1 \leq \otimes_2) < 0 / 5$  باشد در این صورت گفته می‌شود که عدد  $\otimes_2$  از عدد  $\otimes_1$  کوچک‌تر است و اگر  $P(\otimes_1 \leq \otimes_2) > 0 / 5$  باشد، عدد  $\otimes_2$  از عدد  $\otimes_1$  بزرگ‌تر است [۱۴].

### تحلیل رابطه خاکستری

در هر سیستم عمومی عوامل متعددی مؤثر هستند که تأثیر متقابل آن‌ها وضعیت و روند رشد و توسعه سیستم را تعیین می‌کنند. اغلب در تجزیه و تحلیل سیستم‌ها تلاش می‌شود، عوامل با اهمیت بیشتر شناسایی شوند اما در عمل همیشه در هر سیستم، عوامل ناشناخته و یا کمتر شناخته شده‌ای نیز وجود دارند. یکی از روش‌هایی که برای مواجهه با این‌گونه سیستم‌ها استفاده می‌شود تحلیل رابطه خاکستری است که از اجزاء مهم نظریه سیستم خاکستری به شمار می‌رود. ایده اصلی تحلیل رابطه خاکستری به عنوان یک روش آنالیز کمی، بر این نکته بنا شده است که مقدار نزدیکی و همبستگی رابطه بین دو عامل مختلف در یک فرآیند پویای در حال رشد است، باید بر اساس میزان شباهت منحنی‌های آنان سنجیده شود. هر چقدر میزان این شباهت بیشتر باشد؛ یعنی درجه بالاتری از رابطه بین سری‌ها وجود دارد و بر عکس [۱۳] [۲۰]. برای سنجش میزان این شباهت از درجه رابطه

خاکستری استفاده می‌شود. طبق تعریف اگر فرض شود،  $1 + m$  سری رفتاری مربوط به یک سیستم به صورت زیر موجود است:

$$X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)), i = 1, 2, \dots, m$$

در این صورت با فرض  $(0, 1) \in \gamma$  ضریب رابطه خاکستری و درجه روابط خاکستری به ترتیب با روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma_{\circ i} = \gamma(x_{\circ}(k), x_i(k)) = \frac{\min_i \min_k |x_{\circ}(k) - x_i(k)| + \xi \max_i \max_k |x_{\circ}(k) - x_i(k)|}{|x_{\circ}(k) - x_i(k)| + \xi \max_i \max_k |x_{\circ}(k) - x_i(k)|}$$

و

$$\gamma(X_{\circ}, X_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma(x_{\circ}(k), x_i(k))$$

در روابط بالا  $\gamma$  ضریب تمایز نامیده می‌شود. درجه رابطه خاکستری  $\gamma(X_{\circ}, X_i)$  اغلب به شکل  $\gamma_{\circ i}$  و ضریب رابطه خاکستری  $\gamma(x_{\circ}(k), x_i(k))$  در نقطه  $k$  اغلب به شکل  $\gamma_{\circ i}(k)$  نوشته می‌شود [۱۵].

### آنتروپی شانون

یکی از روش‌های استخراج وزن اهمیت معیارها در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه آنتروپی شانون است. مزیت این روش نسبت به سایر روش‌های استخراج وزن اهمیت این است که یک روش کاملاً عینی است و سوگیری نظرهای خبرگان در آن وجود ندارد؛ بنابراین اگر شرایط به گونه‌ای باشد که احتمال خطا در قضاوت خبرگان وجود داشته باشد، استفاده از این روش می‌تواند جایگزین خوب و قابل قبولی باشد. در تئوری اطلاعات آنتروپی نشان دهنده مقدار عدم اطمینان موجود، در محتواهی مورد انتظار اطلاعات یک پیام است. به عبارت دیگر، آنتروپی معیاری برای مقدار عدم اطمینان بیان شده توسط یک توزیع احتمال گسسته ( $p_i$ ) است، به طوری که این عدم اطمینان در صورت پخش بودن توزیع، بیشتر از موردنی است که توزیع فراوانی تیزتر باشد. این عدم اطمینان در یک مدل تصمیم‌گیری چند معیاره به صورت ذیل تشریح می‌شود [۱۶].

یک ماتریس تصمیم‌گیری مربوط به یک مدل تصمیم‌گیری چند شاخصه حاوی اطلاعاتی است که آنتروپی می‌تواند به عنوان معیاری برای ارزیابی آن به کار رود. در این ماتریس

تصمیم‌گیری  $A_i$  ها گزینه‌های مختلف،  $X_j$  ها معیارهای مختلف و مقادیر ماتریس تصمیم هستند. ابتدا با استفاده از فرمول زیر محتوای اطلاعاتی موجود در این ماتریس را به صورت نرمالیزه شده  $(p_{ij})$  محاسبه می‌کنیم.

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}}, \forall i, j$$

و برای  $E_j$  از مجموعه  $p_{ij}$  به ازای هر مشخصه خواهیم داشت:

$$E_j = -K \sum_{i=1}^m [p_{ij} \cdot \ln p_{ij}] \quad \forall j$$

$$K = \frac{1}{\ln(m)}$$

به طوری که  $K$  یک ثابت مثبت است که برای تأمین شرط  $1 \leq E \leq 0$  اعمال می‌شود. عدم اطمینان یا درجه انحراف ( $d_j$ ) از اطلاعات ایجاد شده و وزن ( $W_j$ ) مربوط به هر شاخص  $j$  به ترتیب عبارت است از:

$$d_j = 1 - E_j, \forall j$$

$$W_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j}, \forall j$$

از آنجا که تابع لگاریتم طبیعی یک تابع یکنواخت صعودی است و با توجه به تعریف عملگرها بر روی اعداد خاکستری، برای محاسبه  $E_j$  از این خاصیت استفاده شده است.

### روش پژوهش

پژوهش حاضر از نظر هدف کاربردی و روش جمع‌آوری اطلاعات توصیفی پس رویدادی است. در چارچوب هدف اصلی پژوهش که بررسی و به کارگیری مدلی برای حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره در شرایط نامطمئن ناشی از کمبود اطلاعات است، رتبه‌بندی شرکت‌های سرمایه‌گذاری و مادر تخصصی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار ایران به عنوان مطالعه موردی انتخاب شده است. علت انتخاب شرکت‌های سرمایه‌گذاری به عنوان

جامعه‌ی مورد مطالعه این است که این شرکت‌ها محل مناسبی برای سرمایه‌گذاری افرادی می‌باشند که فاقد اطلاعات تخصصی بورس هستند و به دنبال سرمایه‌گذاری در بورس هستند. این شرکت‌ها با سرمایه‌گذاری روی سبدهای مختلف سهام ریسک سرمایه‌گذاری را تعديل می‌کنند. بنابراین با ارایه تصویر واضح و شفاف از این شرکت‌ها برای سرمایه‌گذاران، فرصتی برای سرمایه‌گذاری مطمئن و آسوده خاطر فراهم می‌شود. در این راستا ۲۲ معیار از شاخص‌های مالی برای ارزیابی ۳۵ شرکت بورسی سرمایه‌گذاری و مادر تخصصی مربوط به سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۸۵ انتخاب و با استفاده از روش تحلیل رابطه خاکستری، مدل تصمیم‌گیری چند معیاره برای رتبه‌بندی آن‌ها به کار گرفته شد.

شاخص‌های مالی مورد نظر برای شرکت‌های تحت مطالعه از نرم‌افزار تدبیرپرداز استخراج شده است.

الگوریتم پیشنهادی برای ارزیابی شرکت‌های تحت مطالعه به شرح زیر است:

الف) نگاره تصمیم به شکل زیر برای داده‌های موجود تشکیل می‌شود.

	$X_1$	$X_2$	...	$X_n$
$A_1$	$\otimes X_{11}$	$\otimes X_{12}$	...	$\otimes X_{1n}$
$A_2$	$\otimes X_{21}$	$\otimes X_{22}$	...	$\otimes X_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
$A_m$	$\otimes X_{m1}$	$\otimes X_{m2}$	...	$\otimes X_{mn}$

ب) با استفاده از آنتروپی شانون مقادیر  $W_j$  (وزن هریک از شاخص‌ها) از جدول فوق استخراج می‌شود و بردار وزنی به صورت زیر تنظیم می‌شود:

$$\overline{W} = [\overline{W}_1, \overline{W}_2, \overline{W}_3, \dots, \overline{W}_n]$$

ج) با استفاده از نگاره تصمیم، ماتریس تصمیم خاکستری به صورت زیر تشکیل می‌شود.

$$D = \begin{bmatrix} X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n} \\ X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n} \\ \vdots \\ X_{m1}, X_{m2}, \dots, X_{mn} \end{bmatrix}$$

د) سپس ماتریس D را مطابق روش زیر نرمالیز کرده و ماتریس حاصل ماتریس R نامیده می‌شود.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1n} \\ r_{21}, r_{22}, \dots, r_{2n} \\ \vdots \\ r_{m1}, r_{m2}, \dots, r_{mn} \end{bmatrix}$$

اگر معیار مربوط از نوع معیار سود (بیشتر - بهتر) باشد در آن صورت از رابطه (۱) استفاده می‌شود.

$$r_{ij} = \left[ \frac{x_{ij}}{x_j^{\max}}, \frac{\bar{x}_{ij}}{x_j^{\max}} \right] \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$x_j^{\max} = \max_{1 \leq i \leq m} \{ \bar{x}_{ij} \}$$

و چنان‌چه معیار مربوط از نوع معیار زیان (کمتر - بهتر) باشد از رابطه (۲) استفاده می‌شود.

$$r_{ij} = \left[ \frac{x_j^{\min}}{x_{ij}}, \frac{x_j^{\min}}{\bar{x}_{ij}} \right] \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$x_j^{\min} = \min_{1 \leq i \leq m} \{ x_{ij} \}$$

روش نرمالیز کردن فوق باعث می‌شود تا اعدادهای خاکستری نرمالیز شده در فاصله  $[0, 1]$  قرار بگیرند.

$$R = [r_{ij}]_{m \times n}$$

ه) وزن هر یک از معیارها در ستون مربوط به آن معیار ضرب می‌شود تا ماتریس نرمالیز موزون R حاصل شود. این عمل باعث می‌شود تا هنگام مرتب‌سازی درجه رابطه خاکستری مربوط به گزینه‌های مختلف از مرتب‌سازی اعداد خاکستری اجتناب شود.

و) حال سری مبنا (جواب ایده آآل مثبت)  $A^*$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A^* = [r_{\circ 1}, r_{\circ 2}, \dots, r_{\circ n}]$$

ز) سپس فاصله بین گزینه مطلوب (سری مبنا) و سایر گزینه‌های مقایسه‌ای محاسبه می‌شود:

$$\Delta_{ij} = (r_{\circ j} - r_{ij}), i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

بدین ترتیب ماتریس فاصله گزینه‌ها (H) حاصل می‌شود:

$$H = \left[ \Delta_{ij} \right]_{m \times n}$$

ح) برای به دست آوردن ضریب رابطه خاکستری از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\gamma(r_{\cdot j}, r_{ij}) = \frac{\min_i \min_j \Delta_{ij} + \zeta \max_i \max_j \Delta_{ij}}{\Delta_{ij} + \zeta \max_i \max_j \Delta_{ij}}$$

ط) در مرحله بعد درجه رابطه خاکستری از رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$\Gamma_{\circ i} = \sum_{j=1}^n \gamma(r_{\cdot j}, r_{ij})$$

که  $\Gamma_{0i}$  مقدار ارزیابی نهایی مربوط به گزینه  $i$  است.

ی) در نهایت اولویت‌بندی گزینه‌ها به شکل زیر انجام می‌شود:

برای گزینه‌های  $\{1, 2, \dots, m\}$ ،  $p, q \in I = \{1, 2, \dots, m\}$  خواهیم داشت:

اگر  $\Gamma_q > \Gamma_p$  باشد آن‌گاه نتیجه می‌گیریم که مطلوبیت گزینه  $p$  بیشتر از مطلوبیت گزینه  $q$  است.

### تحلیل داده‌ها

بر اساس الگوریتم پیشنهادی در این بخش ابتدا با استفاده از آنتروپی شانون اوزان معیارهای ارزیابی محاسبه می‌شود. این محاسبات در محیط نرم افزار MATLAB انجام شده است.

نتیجه این کار در نگاره (۱) خلاصه شده است:

نگاره (۱). اوزان معیارها، محاسبه شده با استفاده از آنتروپی شانون (تعمیم یافته)

معیار	نماد	وزن معیار	معیار	نماد	وزن معیار	معیار	نماد
فروش خالص	X <sub>1</sub>	[۰..۰۲۹۶ ۰..۴۸۱۵۹]	آندوخته آزاد (خالص زیان)	X <sub>۱۲</sub>	[۰..۰۳۰۰۵۸ ۰..۴۷۱۲۸]	حقوق صاحبان سهام	X <sub>۱۳</sub>
سود (زیان) ناویزه	X <sub>۲</sub>	[۰..۰۳۰۶۲۹ ۰..۴۱۴۶۳]	تعداد سهام شرکت	X <sub>۱۴</sub>	[۰..۰۳۴۵۴ ۰..۴۷۲۷۲]	ارزش ویژه هر سهم	X <sub>۱۵</sub>
سود هر سهم (EPS)	X <sub>۴</sub>	[۰..۰۴۶۵ ۰..۴۹۳۶۱]	نسبت جاری	X <sub>۱۶</sub>	[۰..۰۴۸۱۳۱ ۰..۰۲۶۱۲]	نسبت آنی	X <sub>۱۷</sub>
سود پرداختی هر سهم	X <sub>۵</sub>	[۰..۰۴۸۰۳ ۰..۰۴۸۳۹۸]	خالص دارایی‌های ثابت	X <sub>۱۸</sub>	[۰..۰۴۷۹۳ ۰..۰۴۸۰۳]	نسبت سود ناویزه به فروش	X <sub>۱۹</sub>
دارایی‌های نامحدود	X <sub>۷</sub>	[۰..۰۵۰۱۲۱ ۰..۰۳۱۵۸۲]	نسبت سود ناویزه به فروش	X <sub>۲۰</sub>	[۰..۰۴۹۵۰۳ ۰..۰۴۹۵۹۳]	نسبت حقوق صاحبان سهام به کل دارایی	X <sub>۲۱</sub>
سرمایه‌گذاری بلندمدت	X <sub>۸</sub>	[۰..۰۴۹۵۰۳ ۰..۰۴۹۵۹۳]	دارایی‌های جاری	X <sub>۱</sub>	[۰..۰۴۷۲۰۳ ۰..۰۲۲۵۱۳]	نسبت قیمت بردرآمد	X <sub>۲۲</sub>
بدھی‌های جاری	X <sub>۱۰</sub>	[۰..۰۴۸۳۵۲ ۰..۰۱۷۵۰۱]	بدھی‌های بلندمدت	X <sub>۱۱</sub>	[۰..۰۵۱۴۰۸ ۰..۰۴۸۶۱۸]	پوشش سود سهام	X <sub>۱۲</sub>

همان‌گونه که مشاهده می‌شود این اوزان به صورت اعداد خاکستری هستند که با توجه به بازه‌ای بودن مقادیر ماتریس تصمیم، امری واضح است. در صورتی که این اعداد خاکستری با استفاده از درجه امکان خاکستری مرتب شوند، ترتیب اهمیت معیارها مشخص می‌شود. مشاهده می‌شود، معیارهای فروش خالص ( $x_1$ )، سود ویژه ( $x_2$ ) و خالص دارایی‌های ثابت ( $x_3$ ) به ترتیب دارای بیشترین وزن اهمیت هستند. در مرحله بعد ضریب رابطه خاکستری هر یک از گزینه‌ها (شرکت‌ها) با گزینه ایده آل محاسبه می‌شود. نتیجه این کار در نگاره (۲) خلاصه شده است:

#### نگاره (۲). ضرایب رابطه خاکستری

نام شرکت	شاخص گزینه	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
سرمایه‌گذاری پتروشیمی	A <sub>۱</sub>	.۳۹۷۷۰۹	.۴۰۵۷۳۶	.۴۳۶۳۷۹	.۴۶۷۵۶۹	.۳۷۴۴۴	.۳۷۷۱۵۱
دارو پخش	A <sub>۲</sub>	.۳۹۵۱۴۶	.۳۷۲۹۲۲	.۴۰۲۰۲۷	.۵۲۲۸۹۵	.۴۰۲۶۸	.۳۵۲۱۲۱
سرمایه‌گذاری آتیه دماوند	A <sub>۳</sub>	.۴۰۲۳۵۴	.۳۸۶۰۲۳	.۴۰۸۶۵۵	.۴۵۱۷۳۹	.۳۶۰۱۲۸	.۳۸۶۰۷۹
سرمایه‌گذاری اعتبار ایران	A <sub>۴</sub>	.۳۵۴۰۲	.۳۵۷۸۳۶	.۳۸۵۱۷۲	.۴۳۰۱۷۵	.۳۴۳۴	.۳۵۲۵۴۹
سرمایه‌گذاری البرز	A <sub>۵</sub>	.۳۶۳۸۹۴	.۳۷۱۶۵۹	.۴۰۱۹۱۳	.۴۷۰۸۳۱	.۳۸۰۳۰۷	.۴۱۴۲۴
سرمایه‌گذاری بانک ملی ایران	A <sub>۶</sub>	.۸۲۴۴۹۹	.۸۸۹۸۸۱	.۹۵۶۹۸۷	.۵۲۲۰۲۳	.۳۶۳۱۲۲	.۶۰۲۲۰۱
سرمایه‌گذاری بهمن	A <sub>۷</sub>	.۳۶۵۸۳۲	.۳۷۳۶۶۶	.۳۹۹۹۸۸	.۴۴۵۲۱۱	.۳۵۸۷۸۴	.۳۸۸۳۷
سرمایه‌گذاری پارس توشه	A <sub>۸</sub>	.۳۵۴۶۶	.۳۶۲۲۳۱	.۳۹۰۳۹۲	.۵۲۱۶۶۹	.۳۹۰۵۰۶	.۳۴۷۲۶۱
سرمایه‌گذاری توسعه آذربایجان	A <sub>۹</sub>	.۳۵۴۶۸	.۳۵۷۶۰۲	.۳۸۴۸۰۳	.۴۶۵۰۴۲	.۳۴۸۳۷۹	.۳۴۷۶۸۷
سرمایه‌گذاری توسعه خوزستان	A <sub>۱۰</sub>	.۳۴۹۷۰۱	.۳۵۷۳۳۴	.۳۸۴۸۰۲	.۴۲۶۸۹	.۳۵۰۹۱۳	.۳۴۷۳۲۸
سرمایه‌گذاری توسعه توس	A <sub>۱۱</sub>	.۳۵۴۱۲۲	.۳۵۹۵۶۵	.۳۸۷۱۴۳	.۴۶۲۵۴۲	.۳۷۲۶۹۷	.۳۵۳۸۷۵
توسعه صنعتی ایران	A <sub>۱۲</sub>	.۳۵۹۲۰۵	.۳۶۶۹۲۸	.۳۹۳۶۱۱	.۴۴۵۷۱۵	.۳۵۷۷۱۵	.۳۶۷۲۱۳
سرمایه‌گذاری توسعه ملی	A <sub>۱۳</sub>	.۳۶۹۵۰۹	.۳۷۷۳۲۲	.۴۰۵۹۹	.۴۷۴۲۲۶	.۳۴۶۸۷	.۳۵۹۱۳۸
سرمایه‌گذاری توکا فولاد	A <sub>۱۴</sub>	.۳۵۹۰۲۸	.۳۵۹۲۶۳	.۳۸۹۱۷۵	.۵۵۸۷۰۸	.۳۸۰۳۶۸	.۳۵۲۵۷۱
سرمایه‌گذاری رنا	A <sub>۱۵</sub>	.۳۹۹۰۱۲	.۴۰۷۰۴۷	.۴۳۳۶۹۸	.۵۰۲۳۶۸	.۴۰۶۰۸۳	.۳۸۵۱۹۶
سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	A <sub>۱۶</sub>	.۱۶۹۱۱۸	.۳۷۱۸۷۶	.۴۰۰۸۶	.۴۵۲۸۰۶	.۳۶۸۹۹۴	.۱۶۹۵۱۲
سرمایه‌گذاری ساپا	A <sub>۱۷</sub>	.۳۵۴۸۲۵	.۳۶۲۵۰۷	.۳۹۲۷۵۶	.۵۰۳۳۲۳	.۵۵۶۶	.۳۶۱۷۳۲
سرمایه‌گذاری سپه	A <sub>۱۸</sub>	.۳۷۱۶۷۷	.۳۷۹۴۵۹	.۴۰۸۰۰۷	.۴۵۹۰۸۹	.۳۶۸۶۹۴	.۱۶۹۹۰۸
سرمایه‌گذاری شاد	A <sub>۱۹</sub>	.۳۶۱۰۵۹	.۳۶۸۷۹۹	.۳۹۶۰۸۹	.۴۹۴۶۴۴	.۳۶۵۸۸۷	.۳۴۹۷۶۱

نگاره (۲) بخشی از مقادیر ضرایب رابطه خاکستری بین هر گزینه و گزینه مطلوب را نشان می‌دهد. گزینه مطلوب از بهترین عناصر مربوط به تمام گزینه‌ها تشکیل شده است. در مورد معیارهای "بیشتر بهتر" مقادیر حداکثر و در مورد معیارهای "کمتر بهتر" مقادیر حداقل انتخاب می‌شود. این نگاره بخشی از یک ماتریس  $35 \times 22$  است. پس از سنجش ضریب رابطه خاکستری، درجه رابطه خاکستری هر یک از گزینه‌ها و رتبه هر یک تعیین می‌شود. نتیجه این کار در نگاره (۳) خلاصه شده است.

نگاره (۳). مقادیر درجه رابطه خاکستری

رتبه	درجه رابطه خاکستری	شرکت	رتبه	درجه رابطه خاکستری	شرکت
۱۹	۰.۵۶۳۴۹۲	A <sub>۲۷</sub>	۱	۰.۷۷۸۳۳۵	A <sub>۶</sub>
۲۰	۰.۵۶۰۱۱۷	A <sub>۲۲</sub>	۲	۰.۷۱۵۳۵۹	A <sub>۲۲</sub>
۲۱	۰.۵۶۰۱۱۷	A <sub>۲۱</sub>	۳	۰.۶۳۴۹۷۴	A <sub>۲۲</sub>
۲۲	۰.۵۵۹۹۳۳	A <sub>۲۱</sub>	۴	۰.۶۱۷۱۴۱	A <sub>۲</sub>
۲۳	۰.۵۵۹۷۵۳	A <sub>۸</sub>	۵	۰.۶۰۹۷۱۸	A <sub>۲۱</sub>
۲۴	۰.۵۵۵۵۵۴	A <sub>۱۱</sub>	۶	۰.۶۰۱۹۵۲	A <sub>۲۴</sub>
۲۵	۰.۵۵۴۶۲۲	A <sub>۱۴</sub>	۷	۰.۶۰۰۴۳۲	A <sub>۲۸</sub>
۲۶	۰.۵۲۹۲۰۷	A <sub>۷</sub>	۸	۰.۵۹۸۳۹۶	A <sub>۱۳</sub>
۲۷	۰.۵۱۹۷۶۷	A <sub>۱۷</sub>	۹	۰.۵۹۳۹۷۲	A <sub>۱۹</sub>
۲۸	۰.۵۱۶۱۷۱	A <sub>۱۱</sub>	۱۰	۰.۵۸۶۲۲۶	A <sub>۵</sub>
۲۹	۰.۵۱۳۴۱۲	A <sub>۱۵</sub>	۱۱	۰.۵۸۵۶۴۸	A <sub>۲۵</sub>
۳۰	۰.۵۱۰۵۱۷	A <sub>۲۱</sub>	۱۲	۰.۵۸۵۴۱۳	A <sub>۲۵</sub>
۳۱	۰.۵۰۹۳۰۸	A <sub>۲۲</sub>	۱۳	۰.۵۷۷۶۷۹	A <sub>۲۶</sub>
۳۲	۰.۵۰۶۷۳	A <sub>۴</sub>	۱۴	۰.۵۷۳۵۳۷	A <sub>۱۸</sub>
۳۳	۰.۴۹۸۰۷۸	A <sub>۱۶</sub>	۱۵	۰.۵۷۲۰۵۱	A <sub>۱۲</sub>
۳۴	۰.۴۹۶۸۷۳	A <sub>۲۹</sub>	۱۶	۰.۵۷۱۸۵۱	A <sub>۱</sub>
۳۵	۰.۴۹۶۰۱۲	A <sub>۹</sub>	۱۷	۰.۵۷۰۰۱۱	A <sub>۲</sub>
			۱۸	۰.۵۶۵۲۰۸	A <sub>۲۴</sub>

با بررسی رتبه شرکت‌ها مشاهده می‌شود که شرکت‌های سرمایه‌گذاری بانک ملی ایران (A<sub>۶</sub>)، سرمایه‌گذاری غدیر (A<sub>۲۲</sub>) و ایران خودرو (A<sub>۲۲</sub>) حائز رتبه‌های اول تا سوم شده‌اند و

شرکت‌های سرمایه‌گذاری توسعه آذربایجان (A<sub>۹</sub>)، سرمایه‌گذاری نیرو (A<sub>۲۹</sub>) و سرمایه‌گذاری ساختمان ایران (A<sub>۱۶</sub>) پایین‌ترین رتبه‌ها را کسب کرده‌اند.

### نتیجه‌گیری

در تحلیل‌های مالی، عموماً به یک یا دو شاخص عمدۀ مانند سود هر سهم یا بازده نرخ سرمایه‌گذاری به عنوان ملاک و بنای تصمیم‌گیری نگاه می‌شود. حال آن که نه تنها نسبت‌های گوناگونی مانند انواع معیارهای نقدینگی، بدھی، فعالیت، بازدهی و ارزش بازار وجود دارد، بلکه این معیارها علاوه بر داشتن تضاد ذاتی، برای گروه‌های مختلف نیز از سطوح مطلوبیت متفاوتی برخوردارند. به علاوه بازار سرمایه و بازار مالی همواره بازاری پر نوسان است که طبعاً تغییر و کمبود اطلاعات در آن وجود داشته و تأثیر مهمی را نیز بر جای می‌گذارند. دو روش عمدۀ برای تجزیه و تحلیل صورت‌های مالی وجود دارد که هر یک از آن‌ها یعنی تجزیه و تحلیل افقی (رونده) و تجزیه و تحلیل عمودی (شاخص) فقط بخشی از اطلاعات را به کار می‌برند. در روش اول اطلاعات مالی یک شرکت در چند سال مختلف با یکدیگر مقایسه می‌شود و در روش دوم اغلب یکی از ارقام مهم صورت مالی به عنوان شاخص پایه و مبنای در نظر گرفته می‌شود و بقیه ارقام نسبت به آن سنجیده می‌شود [۳]. حال آن که این دو روش مکمل یکدیگر هستند و باید هر دو را بخشی از تجزیه و تحلیل صورت‌های مالی دانست [۲].

روش تحلیل رابطه خاکستری برای تصمیم‌گیری چند معیاره علاوه بر بررسی روابط بین عوامل و گزینه‌های مختلف، ورودی‌ها را به صورت اعداد بازه‌ای لحاظ می‌نماید که در واقع هم عدم اطمینان موجود در ساختار سیستم و هم عدم اطمینان موجود در ورودی‌ها سیستم تصمیم‌گیری را به نمایش می‌گذارد؛ در ضمن یک مدل ساده و کاربردی است که روش‌های فوق را به صورت همزمان پوشش می‌دهد. در این روش اولاً الزامی به وجود اطلاعات دقیق نیست و تئوری خاکستری با استفاده از مفهوم اعداد خاکستری قابلیت پذیرش و به کارگیری اطلاعات نامطمئن را فراهم کرده است. در ثانی در این روش معیارهای متعدد به طور همزمان لحاظ می‌شود و روابط بین آن‌ها نیز در مدل اعمال می‌شود. ثالثاً اطلاعات مربوط به سال‌های متوالی یک شرکت در کنار اطلاعات مالی سایر

شرکت‌ها در یک مدل و با یکدیگر مقایسه می‌شود که در واقع ترکیبی از دو روش مرسوم ارزیابی‌های مالی (افقی و عمودی) را دربرمی‌گیرد.

منابع :

۱. اصغرپور محمد جواد(۱۳۷۷). تصمیم‌گیری‌های چند معیاره، تهران، انتشارات دانشگاه تهران.
۲. ریموندپی نوو(۱۳۷۹). مدیریت مالی ترجمه جهانخانی علی، پارساییان علی، چاپ ششم، تهران، انتشارات سمت.
۳. صدر ارحامی مهدی(۱۳۷۸). مدیریت مالی(جلد اول)، تهران، نشر فناز.
۴. فضلی صفر، منصوری صالح(۱۳۸۶). مقایسه رویکردهای تحلیل پوششی داده‌ها و فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی در رتبه‌بندی شاخص‌های کلیدی تصمیم‌گیری خرید و فروش سهام، فصلنامه مطالعات مدیریت صنعتی، شماره ۱۵، صفحه ۲۴-۱.
۵. محمدی علی (۱۳۸۶). کاربرد تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی برای تجزیه و تحلیل صورت‌های مالی شرکت‌های دارو سازی، مجله علوم اجتماعی و انسانی، دوره بیست و ششم، شماره اول، صفحه ۱۱۷-۱۳۵.
۶. مهدیه نجف آبادی بتو(۱۳۸۶). کاربرد مقایسه‌ای روش تخصیص خطی و تاپسیس برای ارزیابی مالی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شیراز.
7. Chang ping chang (2006). Managing business attributes and performance for commercial namks, Journal of American Academy of Business, Vol. 9, no 1:104-109.
8. David, K (1994). Grey system and grey relational model ACM SIGCE Bulletin, Volume 20: 1-9.
9. Deng, J. (1988). Introduction to grey system theory, The Journal of Grey Systems, Volume 1:1-24.

10. Dong G., Yamaguchi D. and M. Nagai (2006). A grey-based decision-making approach to the supplier selection problem Mathematical and Computer Modeling , Volume 46: 573-581.
11. Fang, M. and G. Tzeng (2004). Combining grey relation and TOPSIS concepts for selecting an expatriate host country, Mathematical and computer Modeling, 46: 1473-1490.
12. Huang Lin Yong, Pin-Chan Lee and Hsin- I Ting (2008). Systematic multi- attribute decision making model with grey numbers evaluations, Expert system with Applications, Volume 35, Issue 4: 1638-1644.
13. Kuo, Y., Yang, T. and G Hung (2008). The use of grey relational analysis in solving multipile attribute decision making problems, xomputers and Industrial Engineering, 55: 80-93.
14. Liu S., Guo B. and Y. Dang (1999).Grey system Theory and applications, Scientific Press.
15. Liu S. and Y. Lin (2006). Grey Information Theory and practical applications, springer, London.
16. Makridakis S, Andersen A. and R. Carbone (1982). The accuracy of extrapolation (time series) method ; results of a forecasting competition Journal of Forecasting : 111-153
17. Ping, Y. and H. yang (2004). Using hybrid grey model to achieve revenue assurance of telecommunication companies Journal of grey system, 7: 39-50.
18. Wiecek M., Ehrgott M., Fadel G. and J. R. Figueira (2005). Multiple criteria decision making for engineering Omega,36,PP.337-339
19. Yung, C. and k. Liwen (2006). Applying grey relational analysis and grey decision making to evaluate the relationship between company attributes and its financial performance Decision Support System ,Vol 43: 842-852
20. Zhang Jijun, Wu Desheng and D.L. Olson (2005). The method of grey related analysis to multiple attribute decision making problems with interval numbers, Mathematical and Computer Modeling, Volume 42, Issues 9-10: 991-998.