مجله جغرافیا و برنامه‌ریزی محیطی، سال ۲۱، شماره پیاپی ۳۷، شماره ۱، بهار ۱۳۸۹
وصـول: ۱۳۸۷/۷/٦ پـذیرش: ۱۳۸۸/۸/٤
صص ۱٦-۱

احتمال تواتر و تداوم یخبندان‌های زودرس و دیررس در شهر زنجان

حسین عساکره*، استادیار گروه جغرافیا، دانشگاه زنجان

چکیده

دراین پژوهش، تواتر وتداوم یخبندان‌های زودرس و دیر رس شهر زنجـان براسـاس قـوانین احتمـالی، بـه صـورت فرایندهایی تصادفی و با استفاده از تکنیک زنجیره‌های مارکوف تجزیه و تحلیل گردید. از آن جا که مضرترین یخبندان‌ها مربوط به آغاز فصول انتقالی است و نیز طبق یافته‌های تحقیق حاضر از احتمال مـؤثری برخوردارنـد، از آمـار میـانگین دمای حداقل روزانه ماه‌های مهر و فروردین مربوط به ٤٤ سال (۱۳۳۹-۱۳۸۳) ایستگاه زنجان بهره گرفته شـد. مـاتریس احتمال تغییر وضعیت دمای یخبندان – بدون یخبندان براساس روش درست‌نمایی بیشینه محاسبه و احتمال پایای هریک از دو حالت یخبندان – فاقد یخبندان روزانه برای تمامی روزهای دو ماه فـروردین و مهـر بـرآورد شـد. احتمـال وقـوع یخبندان در هر روز برای فروردین ۰/۳۵۱۹ و برای مهرماه ۰/۰۳۷۵ حاصل شده اسـت. عـلاوه بـرآن، احتمـالات وقـوع یخبندان‌ها در تداوم‌های ۲ تا ۵ روزه و نیز احتمال وقوع یخبندان با شدت‌های مختلف (ضعیف، ملایم و شـدید) بـرای تمامی روزهای ماه فروردین و مهر محاسبه و به صورت ترسیمی ارایه شد.

واژه‌های کلیدی: درست‌نمایی بیشینه، روز یخبندان، زنجیره مارکوف، یخبندان زودرس، یخبندان دیررس

مقدمه

دمای شـهر زنجـان تحـت تـأثیر عـرض جغرافیـایی، نـاهمواری‌هـا و پوشـش برفـی نسـبتاً مـداوم نـواحی کوهسـتانی محـاط بـراین شـهر، شـدت و مـدت تـابش خورشید و یورش گاه و بی‌گـاه تـوده‌هـای هـوای سـرد (نظیر توده‌های هوایی قفقاز و سیبری) است. در بسـیاری اوقات سال همدمای صفر درجه و کمتر، از شـهر زنجـان عبور می‌کند. به طور کلی، این بخش از کشور زمسـتان و فصول انتقالی (اوایل پاییز و بهـار) سـرد و گـاهی بسـیار سردی را تجربه می‌کند. به همین علت پدیده‌ایـی بـه نـام یخبنـدان دیـررس (یخبنـدان‌هـای بهـاره) و زودرس (یخبندان پاییزه) از دغدغه‌های کشاورزی این محل است. این یخبندان‌ها از نظر کشاورزی مضرترین یخبندان‌ها بـه شمار می‌آیند و معمولاً بر محصولات باغی و زراعی آثـار ناهنجـاری بـه جـا مـی‌نهنـد. یخبنـدان‌هـای زودرس بـر محصولات کشت‌های تابستانه و یخبندان‌هـای بهـاره بـر شکوفه‌های بهاری تأثیر سوء می‌گذارد، چـرا کـه شـرایط رشد گیاهان برای تولید شکوفه، تلقیح و تولیـد میـوه در دمای مناسب و مداوم مهیا می‌شود. کاهش ناگهانی دمـای محیط و تداوم آن در فصل گلـدهی، مـانع از بـروز ایـن

*نویسنده مسؤول: ۰۹۱۲۲٤۱٦٦٥۸
E-mail: Asakereh@znu.ac.ir

چرخه طبیعی و موجب ظهور یا افزایش عوامل بیماری زا نظیر، قارچ‌ها و ویروس‌ها ، یخ بستن آب سلول‌های گیاهی و... می‌گردد. علاوه براین، یخبندان بر بسیاری فعالیت‌ها، سازه‌ها و زیرساخت‌های اقتصادی، نظیر حمل و نقل، سدها و آسفالت جاده‌ها، مصرف انرژی و نیز برآسایش حرارتی انسان اثرگذاراست. برای کاهش خسارات و آثار سوء یخبندان، آگاهی از فراوانی، تداوم و شدت یخبندان ضروری است.

اگر چه ریزش هوای سرد نواحی کوهستانی در ایجاد و تشدید یخبندان نقش عمده‌ای دارد و همان گونه که مجرد (۱۳۷٦) نیز برای منطقهٔ آذربایجان اثبات نموده، وقوع یخبندان، از ارتفاع تاثیر بیشتری می‌پذیرد تا عرض جغرافیایی، اما بسیاری یخبندان‌های بهاره ایران از نوع انتقالی بوده‌اند(براتی ۱۳۷۵: ۱٤۹). براساس نظر براتی (۱۳۷۵: ۱٤۹) ، جابه‌جایی محورهای فرود در سطح ۵۰۰ هکتو پاسکال و پرفشارهای مهاجر در سطح زمین از غرب مدیترانه به سوی ایران و سپس ادغام آنها با پرفشار معمول و شدید سیبری به وقوع یخبندان‌های بهاره می‌انجامد. بنابراین، عوامل متعددی در تکوین یخبندان دخیل‌اند. تفکیک نقش هریک از این یخبندان‌ها بسیار دشوار است (علیزاده و همکاران، ۱۳۷۳: ۳۹).

پدیده یخبندان مصداق بارز یک فرایند تصادفی است که آماردانان به آن می‌پردازند. طبق تعریف: " فرایندهای تصادفی به پدیده‌هایی گفته می‌شود که نمی‌توان نتیجه آنها را پیش از رخ دادن به طور قطع معلوم کرد." یک فرایند تصادفی مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی است که طی زمان، مقادیر (مشاهدات) مختلفی را نشان می‌دهند. برای مثال، خشکسالی، ترسالی، وقوع سیلاب، وقوع بارش با مقدارمعین، ریزش برف در یک زمان خاص، وقوع موج گرمایی، آستانه دمایی معین و. ... را می‌توان فرایندهای تصادفی به شمار آورد. واضح است که وقوع رویدادهای مزبور به عوامل متعددی بستگی دارد که تغییر اندکی در هر کدام ازاین عوامل، ممکن است ماهیت آن را به میزان زیادی تغییر دهد یا حتی از رخ دادن آن جلوگیری کند.

اگرچه پدیده یخبندان به عنوان پدیده‌ای تصادفی به طور دقیق قابل پیش‌بینی نیست، ولی از مشاهدات پیاپی آن آگاهی‌های مفیدی به دست می‌آید که از طریق قوانین احتمالی قابل تعریف است. بنابراین، فهم بخش مهمی از مکانیزم یخبندان منوط به شناخت احتمال وقوع این پدیده است. در این تحقیق کوشش شده است که با بهره گیری از دانش احتمالات و براساس رویه ای موسوم به " زنجیره‌های مارکوف" برخی مشخصات احتمالاتی وقوع یخبندان‌های زودرس و دیررس در ایستگاه زنجان بررسی شود.

زنجیره مارکوف یک روش ریاضی برای مدل بندی فرایندهای تصادفی است. این شیوه در مطالعات اقلیمی پرشماری به کار گرفته شده است. برای مثال، کاربرد این رویه در بررسی تغییر اقلیم به وسیله بنزی[1] و همکاران (۱۹۸۳) ارایه شده است. عمده کاربرد تکنیک زنجیره مارکوف برای کشف احتمال تواتر و تداوم دوره‌های

1 - Benzi

خشک و بارانی بوده است. برای مثال، دراین زمینه می‌توان به تحقیق بایشاند[1] (۱۹۷۸) و مون[2] و همکاران (۱۹۹٤) اشاره نمود.

توجه به یخبندان در مطالعات بی شماری قابل رویت است. برای مثال، تام و شو[3] (۱۹۵۸: ۳۰۸-۲۹۵) نحوه بررسی و وارسی داده‌های یخبندان را ارایه نموده‌اند. از اولین تحلیل‌های مکانی یخبندان می‌توان به کار کاپریو[4] (۱۹٦۱: ۳٤۸-۳۳۹) اشاره نمود. وی نحوه تهیه و تحلیل نقشه‌های یخبندان را ارایه کرده است. وستال[5] (۱۹۷۱ : ٦۵۰-٦۵۲) زمان وقوع اولین و آخرین یخبندان‌ها را برای دوره سرد سال ایالات متحده گزارش نمود. بوتسما[6] (۱۹۷٦: ٤٤۳- ٤۲۵) روش‌های پیش بینی و محافظت گیاهان در مقابل یخبندان‌ها به وسیله آنینیموس[7] (۱۹۷۸) را ارایه نمود. اشمدلین و دیزیر[8] (۱۹۸٦: ۲٤٦-۲۵۷) دریک تحلیل آماری، خطرات یخبندان را برای نیویورک بررسی نمودند. واتکینس[9] (۱۹۹۱ : ۸۸۹-۸۹٦) نیز ویژگی‌های دوره‌ای یخبندان را برای انگلستان مرکزی تجزیه و تحلیل قرار نمود. کونتینس[10] (۲۰۰۰) بارش‌های رخ داده در درجه حرارت‌های یخبندان را برای ناحیه دریاچه‌های پنجگانه ایالات متحده بررسی نمود.

علیزاده و همکاران (۱۳۷۳: ۵٦-۳۸) یخبندان‌های زودرس و دیررس استان خراسان را در شدت‌های مختلف بر مبنای روش‌های احتمالی بررسی نمودند. براتی (۱۳۷۵ :۱۵۰-۱۳۲) نقش پرفشارهای مهاجر را در تکوین یخبندان‌های بهاره ایران در معرض توجه قرار داده است. مجرد (۱۳۷٦) نیز یخبندان‌ها را برای منطقهٔ آذربایجان در معرض تحلیل قرار داده است. خلجی (۱۳۷۸ :۱۲٦-۱۳۹) سرمای دیررس بهاره و یخبندان زودرس پاییزه را برای تعدادی از گیاهان زراعی و باغی استان چهارمحال و بختیاری پیش‌بینی نمود. کمالی و صحرایی (۱۹۷:۱۳۸٤-۲۰۹) نیز وقوع سرما و یخبندان‌های بهاره و پاییزه در استان آذربایجان شرقی را از لحاظ آماری بررسی نموده‌اند. تغییرات طول دوره یخبندان برای آذربایجان غربی و شرقی نیز به وسیله پدرام و همکاران (۱۳۸٦: ۷۵-۸۸) در معرض تحلیل قرار گرفته است. هژبرپور و علیجانی (۱۳۸٦) الگوهای سینوپتیک مولد طولانی‌ترین، زودرس‌ترین و دیررس‌ترین یخبندان‌های استان اردبیل را براساس آمار چهار ایستگاه این استان و برای دوره ۲۰۰٤-۱۹۹۵ بررسی نمودند. خسروی و همکاران (۱۳۸۷: ۱٦۲-۱٤۵) نیز پدیده سرمازدگی (دماهای صفر و کم‌تر) دیررس را براساس قوانین احتمالی و با استفاده از تکنیک‌های سیستم اطلاعات جغرافیایی برای یکی از شهرستان‌های مرکزی استان خراسان رضوی تحلیل نموده‌اند. فتاحی کیاسری و صالحی پاک (۱۲۷:۱۳۸۸-۱۳٦) یخبندان‌های زمستانه کشور را از دیدگاه سینوپتیک تحلیل نمودند.

1 - Buishand
2 - Moon
3 - Thom and Show
4 - Cprio
5 - Vestal
6 - Bootsma
7 - Anonymous
8 - Schmidlin and Detheir
9 - Watkins
10 - Continas

۱- داده‌ها

در این تحقیق داده‌های دمای حداقل روزانه ماه‌های مهر و فروردین ایستگاه زنجان برای دوره آماری ۱۳۳۹-۱۳۸۳ (٤٥ سال) مورد بررسی گردید. زنجان، مرکزاستان زنجان بوده، در حاشیه شرقی فلات مرتفع آذربایجان واقع شده است. مختصات جغرافیایی ایستگاه سینوپتیک زنجان در ٤١َ ٣٦ْ شمالی و ٢٩َ ٤٨ْ شرقی در شمال غرب ایران قرار گرفته است. ارتفاع این شهر در محل ایستگاه هواشناسی حدود ١٦٦٣ متر است.

موقعیت و مقر استقرار این شهرستان؛ یعنی محصور شدن در ارتفاعاتی که بسیاری اوقات فصول انتقالی پوشیده از برف بوده، قرار گرفتن در مسیر توده‌های هوایی سرمازا، نظیر سیبری و ناوه‌های شمالی و همسایگی با سرزمین قفقاز، شرایط دمایی ویژه‌ای برای آن مهیا نموده است؛ به طوری که در بسیاری اوقات، بویژه در بهار و پاییز نفوذگاه و بی‌گاه توده‌های هوای سرد مورد انتظار است (علیجانی ١٣٧٤: ٤١- ٤٦). این امر و شرایط ویژه اقتصادی، بخصوص پهنه‌های مهم کشت وکار گیاهان پایا و ناپایا دلیلی معقول و قابل قبول برای مطالعه تواتر روزهای یخبندان دراین شهرستان است.

۲- روش‌ها

هربرآمد(نتیجه) فرایندهای تصادفی که به برآمدهای بلافاصله قبل ازآن بستگی دارد، فرایند تصادفی با ویژگی مارکوف نامیده می‌شود. براین اساس، فرایند تصادفی که در ویژگی مارکوف صدق کند، فرایند یا زنجیره‌های مارکوف نامیده می‌شود (هیگنز و مک نالتی، ۱۳۷۹: ١٦٧). فرایندهای تصادفی که تنها به برآمد بلافاصله قبل ازآن بستگی دارد، فرایند تصادفی با ویژگی مارکوف مرتبه اول نام دارد. در واقع، دراین رویه احتمال وقوع یک حالت اقلیمی در زمان t به وضعیت آن در زمان قبل، یعنی t-1 بستگی دارد(علیزاده، ۱۳۸۵: ۲۸٤-۲۸۵). براین اساس، فرایند تصادفی که در ویژگی مارکوف مرتبه اول صدق کند، فرایند یا زنجیره‌های مارکوف مرتبه اول نامیده می‌شود (هیگنز و مک نالتی، ۱۳۷۹: ۱۷۰). فرایند مارکوفی مرتبه اول را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

(۱)

$$y_t = py_{t-1} + e_i$$

مثلاً احتمال یخبندان امروز با وضعیت دمایی روز قبل بررسی می‌شود. بنابراین، برای هر زوج رویدادهای متوالی یک احتمال وجود دارد. دراین صورت، احتمال تغییر هریک از مشاهدات از حالتی به حالت دیگر مشخص می‌شود. شایان توضیح است که فرایند مارکفی مرتبه اول به مراتب بالاتری نیز قابل تعمیم است. برای مثال، در حالت کلی فرایند مرتبهp به صورت زیر قابل تعبیر است:

(۲)

$$y_t = p_1 y_{t-1} + p_2 y_{t-2} + ... + p_p y_{t-p}$$

دراین حالت زنجیره مارکوف به p دوره قبل بستگی دارد.

در بسیاری فرایندهای تصادفی، ممکن است برقراری ویژگی مارکوف معلوم نباشد. در این صورت، ویژگی

مارکوف یک فرض درنظر گرفته می‌شود. با این وصف، روش‌های معتبری برای آزمون برقراری ویژگی مارکوف وجود دارد که عمده‌ترین آنها آزمون استقلال و آزمون علیه روند[1] است (زارعی و شاهکار، ۱۳۸۱: ۵۱۳-۱۳۶). هرچند اقلیم شناسان عمدتاً برای بررسی تواتر و تداوم بارش – خشکی از مدل زنجیره مارکوف بهره گرفته‌اند، اما از آن جا که این یک رویهٔ احتمالی است، برای هر عنصر اقلیمی دیگر قابل استفاده است. برای مثال، همان‌گونه که در این تحقیق نیز مورد استفاده قرار گرفته، می‌توان احتمال وقوع یا عدم وقوع دماهای معینی را برآورد نمود.

به منظور تحلیل مارکوفی یخبندان‌های زودرس – دیررس شهر زنجان و نیز برای دستیابی به اهداف این تحقیق مراحل زیر به انجام رسید:

– داده‌های دمای روزانه به صورت زنجیره‌ای مارکوفی و برحسب آستانه صفر مرتب شدند. دراین روش، روزهای با دمای صفر وکمتر روز یخبندان و مقادیر بیشتر از صفر روز آزاد از یخ به حساب آمد. سپس فراوانی وقوع هریک از حالات دوگانه (یخبندان و آزاد از یخ) و تغییر حالات به هم محاسبه شد، تا براساس آنها محاسبات مرحله بعدی (محاسبه ماتریس احتمال تغییر حالت) به دست آید. برای ارزیابی نیکویی برازش این ماتریس فراوانی با فرایند دو حالته مارکوفی دو آزمون استقلال و آزمون علیه روند انجام شد. درآزمون استقلال براساس رویه ارایه شده به وسیله هوگلین[2] و همکاران (۲۰۰۶ : ۱۲۸-۱۲۵) فرض عدم پیروی داده‌ها از زنجیره مارکوف مرتبه مورد نظر که دراینجا ۲ است، و معنی‌داری فرض وجود روند، برپایه پیشنهاد سازمان جهانی هواشناسی[3] (۲۰۰۰: ۲۳-۲۱) بررسی گردید. ازآن جا که زنجیره مارکوف نوعی داده‌های رتبه‌ای حاصل از داده‌های نسبی است، برای آزمون علیه روند از روش رتبه‌ای بهره گرفته و با توجه به حدود بحرانی، فرض صفر(تصادفی بودن مقادیر) در ازای فرض مقابل(وجود روند در مقادیر) آزمون شد.

– در مرحله بعد ماتریس احتمال تغییر وضعیت براساس حداکثر (بیشینه) درستنمایی[4] محاسبه گردید. روش درستنمایی بیشینه متداول‌ترین رویه تخمین پارامترهای احتمالاتی است. این روش، براین اساس استوار است که رخدادهای مشاهداتی یا احتمال مرکب، همان حاصل ضرب احتمالات برای کلیه داده‌های مشاهده شده است. بنابراین، برآورد احتمال دراین روش شامل برآوردی است که حداکثر احتمال وقوع مشاهدات را تولید می‌کند. این درستنمایی غالباً با p نشان داده می‌شود. برای مثال، هر گاه آمارn روز را داشته باشیم و رویدادی معین m بار رخ دهد، آن گاه به $\frac{m}{n}$ فراوانی نسبی گفته می‌شود. فراوانی نسبی را می‌توان به عنوان برآوردی از ارزش احتمال (p) در نظر گرفت(Navidi , 2006: 54).

1 - Against Trend

2 - Hoaglin
3 - WMO
4 - Maximum Likelihood

شایان توضیح است که همه توان‌های ماتریس احتمال (P^k) نیز ماتریس تصادفی خواهند بود. همچنین، از یک مقدار به بعد با افزایش k هیچ تغییری در ماتریس احتمال ایجاد نمی‌شود و مقادیر ردیف‌های متناظر در ماتریس یکسان و برابر خواهند بود. دراین حالت گفته می‌شود که ماتریس به ایستایی(پایایی) رسیده است. این ماتریس احتمال وقوع را ماتریس ایستا (پایا) گویند. از آنجا که ردیف‌های این ماتریس برابرند، می‌توان این ماتریس را به شکل یک بردار و با π_j نشان داد. عناصر π یک توزیع احتمال را تشکیل می‌دهد. π بردار احتمال حالت پایا ودرایه‌های آن به احتمال‌های حالت پایا موسوم‌اند (چینلار، ۱۳۸۰: ۱۹۷). بردار احتمال حالت پایا نشان می‌دهد که درمدت طولانی احتمال وقوع مثلاً یخبندان و آزاد از یخبندان است. در مرحله بعد، براساس بردار احتمال پایا تداوم یخبندان‌ها برای دوره‌های ۲ تا ۵ روزه محاسبه شد.

در نهایت، سه شدت مختلف یخبندان تعریف شد و کلیه مراحل فوق برای شدت‌های مختلف یخبندان‌های روزهای فروردین و مهرماه محاسبه و احتمالات مربوط برآورد گردید. نتایج همه مراحل با استفاده از تکنیک‌های ترسیمی – تحلیلی ارایه شد.

۳- بحث

۳-۱- مشخصات توصیفی یخبندان‌های دیررس و زودرس

جدول شماره ۱ فراوانی وقوع و تداوم یخبندان‌های فروردین و مهرماه را برای ایستگاه زنجان نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، فراوانی وقوع یخبندان‌های مهرماه ۱۳۸۳-۱۳۳۹جمعاً ۲۶ یخبندان با تداوم‌های ۱ تا ۳ روزه بوده و طی دوره آماری هیچ یخبندانی بیش از ۳ روز طول نکشیده است. همچنین در بسیاری از سال‌ها مهرماه فاقد یخبندان بوده است.

در فروردین ماه تعداد ۱۹۵ یخبندان رخ داده است. تداوم یخبندان‌های فروردین از ۱ تا ٦ و ۹ و ۱۳ روزه نیز بوده است. بیشترین تداوم‌ها در فروردین ماه مربوط به یخبندان‌های یک روزه (۹٦ بار) و دو روزه (۵۱ بار) است. همچنین، دراین ماه و درطی دوره آماری یک بار یخبندان ۹ روزه (سال ۱۳٤٤) و یک بار یخبندان ۱۳ روزه (سال ۱۳٤۳) رخ داده است. فروردین ماه ۱۳٤۳ سردترین فروردین طی دوره آماری بوده است. دراین ماه ۱٦ روز توام با یخبندان رخ داده است. برحسب این مقادیر و با توجه به جدول (۱) فروردین ماه هم به لحاظ فراوانی و هم به لحاظ تداوم، برتر از مهرماه است. به عبارت دیگر، یخبندان‌های زودرس کم‌تر از یخبندان‌های دیررس رخ داده‌اند. ازاین رو، خطر وقوع یخبندان در انتهای تابستان کمتر از آغاز بهار است. لذا رویش‌های بهاره بیش از محصولات انتهای تابستان در معرض هجوم یخبندان هستند.

جدول شماره ۱: فراوانی وقوع و تداوم یخبندان‌های فروردین و مهر ماه زنجان طی دوره ۱۹۶۱-۲۰۰٤

	فروردین								مهر		
	تداوم به روز								تداوم به روز		
سال	۱	۲	۳	٤	٥	٦	۹	۱۳	۱	۲	۳
۱۳٤۰	۲	۲									
۱۳٤۱	–	٤	۲							۱	
۱۳٤۲	۱			۱							
۱۳٤۳	۱	۱						۱		۲	
۱۳٤٤	۱	۳					۱				
۱۳٤٥	۱	۲			۱						
۱۳٤٦	۲	۲	۱			۱			۱		
۱۳٤۷	۱	۱			۱	۱					
۱۳٤۸		۲	۲								
۱۳٤۹	۳		۱								
۱۳٥۰	۲	۲				۱			۲		
۱۳٥۱	۱	۲				۱					
۱۳٥۲	٤			۲							
۱۳٥۳	٥	۱							۱		۱
۱۳٥٤	۱	۱	۲						۱	۱	
۱۳٥٥	۱			۱		۱					
۱۳٥٦	۱	۲									
۱۳٥۷	۲			۱							
۱۳٥۸	۱										
۱۳٥۹	۲		۱						۱		
۱۳٦۰	۲	۱									
۱۳٦۱	۳	۱									
۱۳٦۲	۲	۲		٤							
۱۳٦۳	٤	۲									۱
۱۳٦٤	٥	۱									
۱۳٦٥	۲					۱					
۱۳٦٦	۳	۱		۲						۱	
۱۳٦۷	۲	۱			۱	۱					
۱۳٦۸	۱	۲		۱					۱		
۱۳٦۹	٤	۱	۳			۱			۱		
۱۳۷۰	۳	۲									
۱۳۷۱	٥		۱	۲					۲		
۱۳۷۲	۳	۱	۱			۱			۱		۱
۱۳۷۳	۱		۱						۱		
۱۳۷٤	۱	۲		۱					۳		
۱۳۷٥	۳			۱					۱		
۱۳۷٦	۲	۳			۱						
۱۳۷۷	٤	۱							۱		
۱۳۷۸	٤	۲									
۱۳۷۹	٤										
۱۳۸۰	۱								۱		
۱۳۸۱	۲	۱									
۱۳۸۲	۱	۲	۱								
۱۳۸۳	۲		۱								
جمع	۹٦	٥۱	۱۷	۱٦	٤	۹	۱	۱	۱۸	٥	۳

۳-۲- تواتر یخبندان ماهانه

وضعیت کلی احتمال یخبندان (F) و بدون یخبندان (N) برای تمامی روزهای ماه‌های فروردین و مهر ایستگاه زنجان با فرض دو حالت بودن در ماتریس فراوانی (f) و ماتریس احتمال تغییر حالت (P) به صورت زیر مرتب شده است:

(۳) فروردین	$P = \begin{matrix} \\ F \\ N \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} F & N \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.65 & 0.35 \\ 0.19 & 0.81 \end{bmatrix} \end{matrix}$	$f = \begin{matrix} \\ F \\ N \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} F & N \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 308 & 166 \\ 165 & 722 \end{bmatrix} \end{matrix} \rightarrow$
(٤) مهر	$f = \begin{matrix} \\ F \\ N \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} F & N \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 20 & 29 \\ 29 & 1239 \end{bmatrix} \end{matrix} \rightarrow$	$P = \begin{matrix} \\ F \\ N \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} F & N \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.41 & 0.59 \\ 0.023 & 0.977 \end{bmatrix} \end{matrix}$

در ردیف اول ماتریس‌های فراوانی، برای مثال ماتریس مربوط به فروردین عدد ۳۰۸ گویای تعداد تغییر وضعیت از روز یخبندان به روز یخبندان بعدی $(F \rightarrow F)$ است. در واقع، طی ٤٧٤ روز آمار موجود ۳۰۸ روز، روزهای یخبندانی است که بعد از روز یخبندان دیگر رخ داده است. عدد ١٦٦ در ردیف اول نشان می‌دهد که طی٤٧٤ روز بعد از روز یخبندان، ١٦٦ روز بدون یخبندان رخ داده است $(F \rightarrow D)$. در ردیف دوم، ماتریس تبدیل وضعیت از روز بدون یخبندان به روز یخبندان و بدون یخبندان است که به ترتیب ١٦٥ و۷۲۲ روز بوده است. با آزمون ماتریس فراوانی، اولاً معلوم شد که داده‌ها از زنجیره مارکوف دو حالتی پیروی می‌کند و دوم اینکه داده‌ها فاقد روند بوده، ایستایی زنجیره را نشان می‌دهد. در واقع، این قضیه گویای این امر است که فراوانی‌ها با زمان تغییر زیادی ندارند.

بنابراین، با توجه به تعداد تغییر وضعیت‌ها به حالت‌های دیگر و نیز با عنایت به تعریف احتمال، ماتریس احتمال تغییر حالت از ماتریس فراوانی حاصل شد و در سمت راست ماتریس فراوانی (با نماد P) ارایه شده است. در ماتریس احتمال تغییر حالت اندیس سطری با حالت کنونی و اندیس ستونی با حالت بعدی متناظر است. برای مثال، این که فرایند برای مهرماه دریک مرحله از یخبندان به یخبندان ($F \rightarrow F$) انتقال یابد، برابر با $p_{(F \rightarrow F)} = 0.65$ است؛ درصورتی که احتمال انتقال ازحالت یخبندان به حالت بدون یخبندان ($F \rightarrow N$) دریک مرحله برابر۰/۳۵است.

شایان ذکراست که برای فرایندهای با حالت‌های بیشمار، ماتریس تغییر وضعیت می‌تواند دارای ابعاد نامتناهی باشد. محاسبه احتمالی را که یک زنجیره مارکوف در زمان‌های ۱، ۲، ...، n وارد حالت‌های

$s_{(n)},...,s_{(2)},s_{(1)}$ شود، با این فرض که زنجیره از حالت $s_{(0)}$ آغاز کرده است، درنظرمی‌گیریم. دنباله‌ای ازحالت‌ها که به وسیله آنها فرایندی می‌تواند حرکت کند، مسیر فرایند نامیده می‌شود. احتمال یک مسیر، دقیقا برابر حاصل ضرب احتمال‌های تغییر وضعیت یک مرحله‌ای است (هیگنز و مک نالتی، ۱۳۷۹: ۲۱۱).

(۵)

$$p[s_{(0)} \to s_{(1)}]p[s_{(1)} \to s_{(2)}]...p[s_{(n-1)} \to s_{(n)}]$$

برای مثال، احتمال تغییر وضعیت از یخبندان به یخبندان و مجدداً یخبندان (یعنی سه روز متوالی یخبندان) در فروردین ماه به صورت زیر است:

(٦)

$$p_{[F\to F]}p_{[F\to F]}p_{[F\to F]} = (0.65)(0.65)(0.65) = 0.274625$$

بدیهی است با تغییر نقطه آغاز و مسیر، نتایج متفاوتی به دست خواهد آمد. محاسبه احتمال‌های تغییر وضعیت دومرحله‌ای، به این مفهوم است که با آغاز یک وضعیت پس از دو تغییر به حالت اول برگردد. برای مثال، یخبندان ← بدون یخبندان ← بدون یخبندان ← یخبندان یک تغییر وضعیت دو مرحله‌ای است. بنابراین، تغییر حالات پرشماری می‌توان برای زنجیره مارکوف تصور و برآورد نمود، اما جمع بندی این تغییرحالات دریک عبارت کلی می‌تواند تصویری ساده و روشن را ارایه نماید. برای به دست آوردن عبارت کلی احتمال‌های دو مرحله ای، فهرستی از مسیرهای ممکن را که فرایند در رفتن از i به j در دو مرحله می‌تواند دنبال کند، تصور می‌کنیم. این مسیرها برای مثال، $i \leftarrow s \leftarrow j$ است. احتمال همه این مسیرها را محاسبه نموده، نتایج را با هم جمع می‌کنیم تا $P_{(s\to j)}$ حاصل شود. بنابراین :

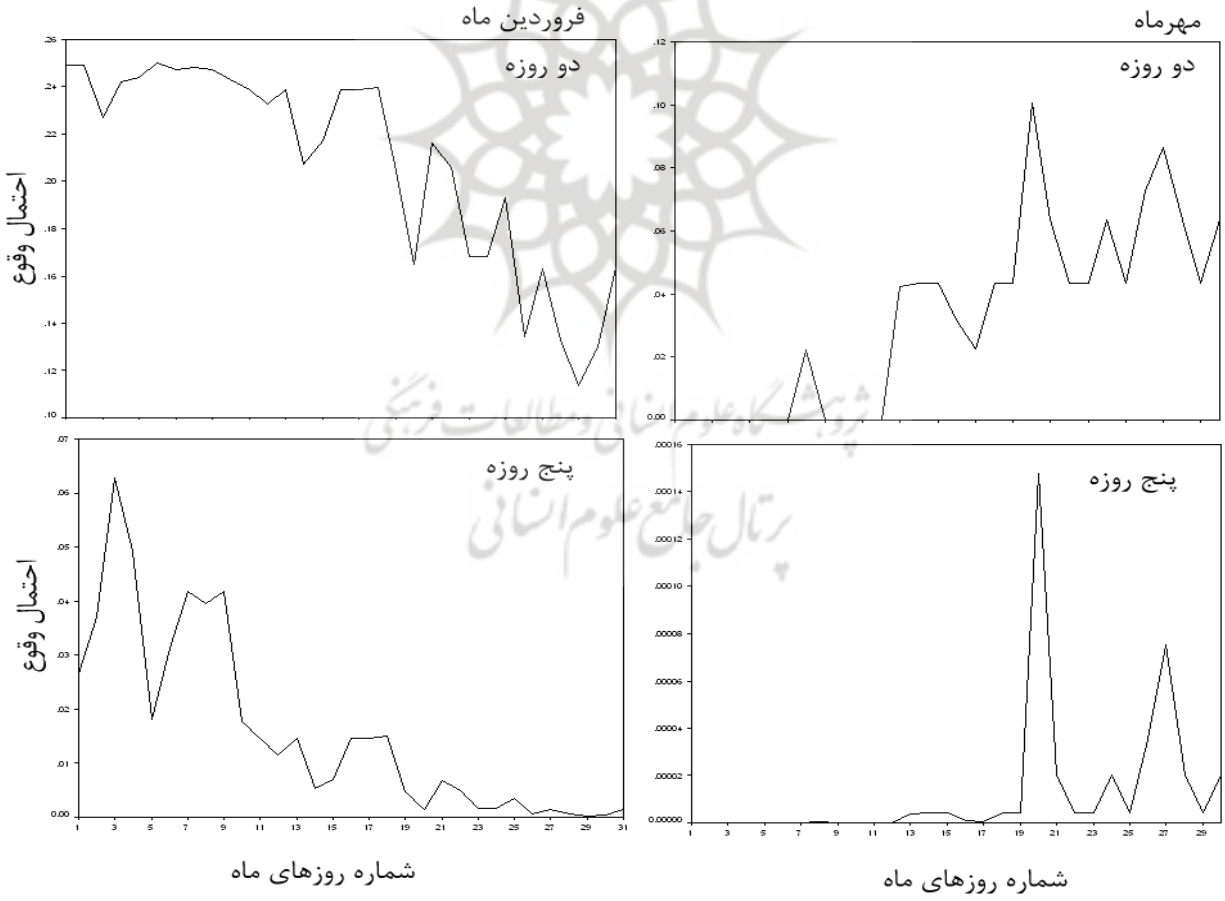
(۷)

$$p^2_{(j\to i)} = \sum_s p_{(i\to s)}p_{(s\to j)}$$

دراین فرمول مجموع حالت‌های ممکن فرایند است. این عبارت، مربع ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای است و به ماتریس تغییر وضعیت دو مرحله‌ای موسوم است. ماتریس P^4 را ماتریس تغییر وضعیت چهار مرحله‌ای می‌نامند. به طور کلی، احتمال‌های تغییر وضعیت k مرحله‌ای از به توان k ام رساندن ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای به دست می‌آید. برای ماتریس تغییر وضعیت k مرحله‌ای وقتی k بزرگ می‌شود، پدیده جالب توجهی رخ می‌دهد. دراین حالت، همه سطرهای ماتریس تغییر وضعیت باهم برابر می‌شوند، به طوری که اگر به توان رساندن ماتریس تغییر وضعیت را به توان‌های بالاتر ادامه دهیم، درایه‌ها هیچ‌گونه تغییری نخواهند نمود. برای ماتریس فراوانی حالات یخبندان – بدون یخبندان شهر زنجان، ماتریس تغییر وضعیت k مرحله‌ای در مرحله بیستم (فروردین ماه) و یازدهم (مهرماه) به این شرایط رسید؛ یعنی:

(۸) فروردین	$P^{20} = \begin{array}{c} \\ F \\ N \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} F & N \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.3519 & 0.6481 \\ 0.3519 & 0.6481 \end{bmatrix} \end{array}$
(۹) مهر	$P^{11} = \begin{array}{c} \\ F \\ N \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} F & N \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.0375 & 0.9625 \\ 0.0375 & 0.9625 \end{bmatrix} \end{array}$

شرایط بدون توجه به خانه آغازی، بعداز تقریباً ۲۰ وضعیت برای فروردین با احتمال‌های ۰/۳۵۱۹ و ۰/٦٤٨١ و ۱۱ وضعیت برای مهرماه با احتمال‌های ۰/۰۳۷۵ و ۰/۹٦۲۵ به شرط حالت پایا می‌رسد. درواقع، بردار سطری این ماتریس گویای احتمال وقوع وضعیت بلند مدت یخبندان – عدم یخبندان است. بنابراین، در فروردین ماه احتمال وقوع یخبندان بدون توجه به نقطه آغاز و مسیر آن ۰/۳۵۱۹ و در مهرماه ۰/۰۳۷۵ است. توجه کنید که این احتمال از احتمال اولیه‌ای که در ماتریس‌های احتمال تغییر حالت به دست آمد، بسیار متفاوت است؛ چه، ماتریس مزبور احتمال حاصل از فراوانی نسبی در تبدیل حالات را محاسبه می‌کند، درحالی که احتمال حاصل از این رویه یک مقدار احتمال بدون توجه به تبدیل حالات را ارایه می‌نماید.



شکل شماره ۳: احتمال وقوع یخبندان‌های دو و پنج روزه طی مهر و فروردین ماه برای ایستگاه زنجان

۳-۳- تداوم یخبندان‌های روزانه

از کاربردهای تکنیک زنجیره مارکوف، برآورد احتمال تداوم m روزه فرایندهاست. منظوراز تداوم، تعداد روزهایی متوالی است که یک فرایند درآن رخ داده باشد. برای مثال، تداوم دو روزه یخبندان، به معنی وقوع دماهای زیر صفر درجه در دو روز متوالی است، ولی اگر قبل از روز اول و بعد از روز دوم درجه حرارت بالای صفر باشد، احتمال مزبور براساس رابطه زیر به دست می‌آید(Berger and Goossens , 1983,p30):

(۱۰)

$$P_m = p^{m-1}(1-p)$$

در رابطه بالا p احتمال فرایند در زمان مورد نظر و m تداوم به روز ، P_m احتمال وقوع m روزه است. با برازش مدل مارکوف مرتبه اول بر دماهای روزانه و باقرار دادن مقادیر مختلف از ۲ و ۵ به ازای m ، احتمال یخبندان با تداوم‌های ۲ و ۵ روز برای هریک از روزهای فروردین و مهر ماه محاسبه شد. بدیهی است، تداوم‌های بین ۲ و ۵ از میان سنجی مقادیر ارایه شده در نمودارهای شکل ۱ دست یافتنی است. توجه کنید که مقیاس احتمال برای دو ماه متفاوت است. اولین مشاهده حاصل از این نمودارها، کاهش احتمال یخبندان با افزایش تداوم آن است. این کاهش بویژه در مهرماه نمایان‌تر است.

چنانکه دیده می‌شود، یخبندان‌های فروردین و مهر طی روزهای ماه در تداوم‌های مختلف رفتارهای معکوس نشان می‌دهند. به این معنی که در فروردین ماه از ابتدای ماه به سمت انتهای آن احتمال وقوع یخبندان کاهش می‌یابد، درحالی که برای مهرماه این وضعیت معکوس است. این ویژگی بدیهی را می‌توان به جابه‌جایی تدریجی سیستم‌های سرما زا به سمت شمال (در فروردین) و سمت جنوب (در مهرماه) زنجان و ایران نسبت داد. اگرچه این ویژگی به صورت روندی نزولی (برای فروردین) و صعودی (برای مهرماه) دیده می‌شود، اما بیشینهٔ احتمال وقوع (فرین‌های احتمال) در اول فروردین یا آخر مهر دیده نمی‌شود. برای مثال بیشترین احتمال یخبندان پنج روزه در بیستم مهرماه و سوم فروردین ماه دیده می‌شود. این ویژگی از تفاوت‌های قابل توجه یخبندان‌های زودرس و دیررس است. به بیان دیگر، فاصلهٔ بیشینه احتمال از آغاز حداکثر روند آن در فروردین بیش از فاصله بیشینه احتمال مهرماه تا حداکثر احتمال مهرماه است.

همچنین، چنانکه قبلاً نیز اشاره شد، احتمال تداوم یخبندان‌های مهرماه در دو مقیاس بسیار کمتر از احتمال تداوم آن در فروردین ماه است. برای مثال، یخبندان‌های دو روزه در مهرماه با حداقل و حداکثر احتمالات صفر و۰/۰۱ رخ می‌دهد، درحالی که این ارقام برای فروردین ماه ۰/۱۱ و ۰/۲۵ است. احتمال وقوع یخبندان‌های پنج روزه نیز برای مهرماه در دامنه صفر و۰/۰۰۰۲ و برای فروردین ماه در دامنه صفر و۰/۰۶ در نوسان است.

۳-٤- شدت - تداوم یخبندان‌ها

یکی از مشخصات یخبندان شدت آن است. شناخت شدت‌های مختلف یخبندان امکان اتخاذ تدابیر مدیریتی مناسب و متناسب را ممکن می‌سازد. بدیهی است برحسب اهداف مطالعاتی معیارهای مختلفی برای شدت یخبندان می‌توان تعریف نمود. یکی از معیارهای عام طبقات سه‌گانه یخبندان‌هاست که توسط علیزاده و همکاران (۱۳۷۳: ٤۱) به صورت زیر تعریف شده است:

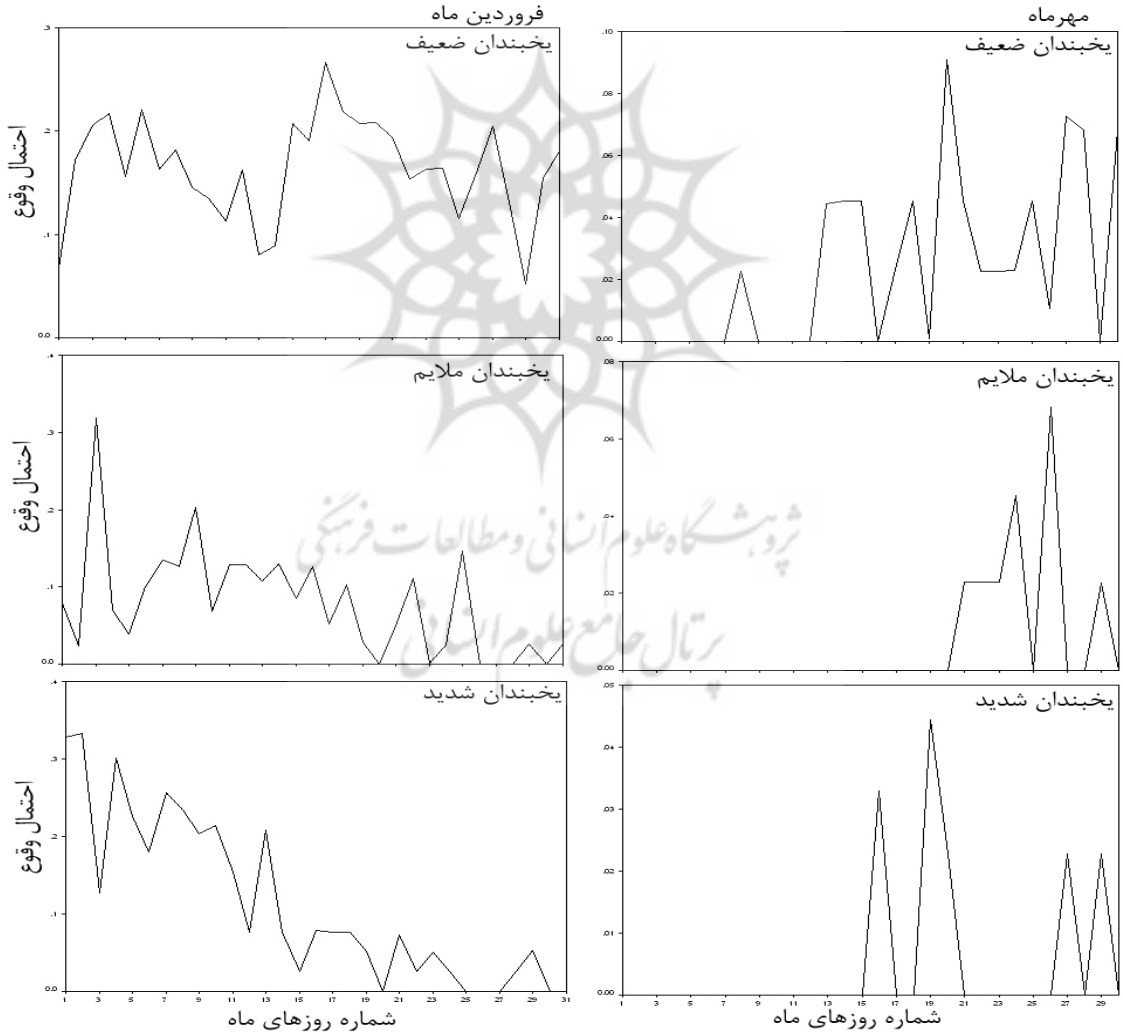
۱- یخبندان ضعیف : درجه حرارت‌های ۰ تا ۱/۵- درجه سلسیوس

۲- یخبندان ملایم : درجه حرارت‌های ۱/۵- تا ۳- درجه سلسیوس

۳- یخبندان شدید: درجه حرارت‌های کمتراز ۳- درجه سلسیوس

تمامی محاسبات مارکوفی و آزمون‌های مربوط برای شدت‌های مختلف یخبندان‌های دو ماه مهر و فروردین محاسبه شد. نتایج این محاسبات در شکل ۲ ارایه شده است.

نمودارهای سمت راست این شکل احتمال وقوع یخبندان با شدت‌های مختلف را برای مهرماه و نمودارهای سمت چپ این احتمالات را برای فروردین ماه نشان می‌دهد (به تفاوت مقیاس در محور عمودی نمودارها توجه کنید.). چنانکه دیده می‌شود بیشترین احتمال وقوع یخبندان‌های مهرماه به یخبندان‌های ضعیف اختصاص دارد و از هفته دوم مهرماه به صورت منقطع و ناپیوسته خود را نشان می‌دهد، در حالی که یخبندان‌های ملایم در ده روز انتهایی ماه با ناپیوستگی کمتر نمود بیشتری دارند. یخبندان‌های شدید نیز از ۱۵ تا ۲۱ ماه مهر با فواصل پرشده به وسیله احتمال وقوع یخبندان‌های ضعیف و شدید احتمال وقوع بیشتری دارند.



شکل شماره ٤: احتمال وقوع یخبندان‌های ضعیف، ملایم و شدید طی مهر و فروردین ماه برای ایستگاه زنجان

در سرتاسر فروردین ماه احتمال وقوع یخبندان‌های ضعیف وجود دارد (با احتمال حداقل ۰/۰۵ در ۲۹ فروردین تا ۰/۲۷ در ۱۷ فروردین). بنابراین، برخلاف مهرماه پیوستگی احتمال وقوع یخبندان در فروردین ماه بیشتر است. این ویژگی در یخبندان‌های ملایم و شدید نیز مشهود است. در فروردین ماه بیشترین احتمال وقوع یخبندان‌های شدید به ترتیب در دوم (۰/۳۳٤) و اول فروردین (۰/۳۲۸) دیده می‌شود. درحالی که یخبندان‌های ملایم در سوم فروردین بیشترین احتمال وقوع را دارند.

از ویژگی‌های درخور توجه یخبندان‌های فروردین، این است که احتمال وقوع یخبندان‌های ضعیف با افت و خیزهای شدید حول یک مقدار در نوسان است، اما احتمال یخبندان‌های ملایم با روندی آرام و احتمال یخبندان‌های شدید با روندی قابل ملاحظه کاهش می‌یابد.

٤- نتیجه

یکی از روش‌های تحلیل پدیده‌های اقلیمی، تحلیل احتمالی، این رویدادهاست. تحلیل‌های احتمالی روش‌هایی مفید برای شناخت و پیش بینی پدیده‌هایی، نظیر یخبندان به شمار می‌آیند. یکی ازاین روش‌ها، روش زنجیره مارکوف است. دراین رویه می‌توان احتمال وقوع و دوره بازگشت پدیده‌های اقلیمی را محاسبه نمود. با استفاده ازاین روش وبا به کارگیری آمار دمای حداقل روزانه حدود نیم قرن شهر زنجان و نیز براساس آزمون‌های معتبر آماری، معلوم شد که زنجیره مارکوف دو حالته برازش مناسبی بر حالت‌های دمای روزانه زنجان دارد و برآوردها نشان داد که احتمال وقوع یخبندان در هر روز برای فروردین ۰/۳۵۱۹ و برای مهرماه ۰/۰۳۷۵ و همچنین تداوم‌های مختلف یخبندان‌ها در فروردین ماه بیش از مهرماه است. این ویژگی برای شدت‌های مختلف یخبندان صادق است. علاوه براین، یخبندان‌های هرماه عمدتاً از نوع ضعیف بوده، درحالی که تمام انواع یخبندان برای فروردین ماه محتمل است. توضیح اینکه: احتمالات حاصل از زنجیره مارکوف دراین مطالعه نوعی برآورد و پیش بینی تلقی می‌شود؛ بااین تفاوت که در مدل‌های آماری پیش بینی و در توزیع‌های احتمال، برآورد به ازای تاخیر زمانی بیان می‌شود، درحالی که زنجیره مارکوف نوعی برآورد احتمال "جامعه" از روی "نمونه" تلقی می‌شود. بنابراین، احتمالات حاصل از مدل زنجیره مارکوف قابل تعمیم برهر بازه زمانی است. ازاین رو، احتمال وقوع برای تمامی روزهای ماه فروردین و مهر برآورد شد تا تصویری از احتمال وقوع آن ارایه گردد. علاوه برآنچه گفته شد، ردیابی علت یا علل پدیده‌ها از صلاحیت‌های زنجیره مارکوف نیست و نیز از آنجا که شناخت علل این رویدادها نیاز به ارزیابی و مطالعات سینوپتیک دارد، پیشنهاد مشخص این تحقیق، مطالعه سیستم‌های سینوپتیک و نحوه عمل آنها در تولید یخبندان دراین دو

ماه و پیش بینی آن است. بااین وصف، به نظر می‌رسد که اتخاذ اقدامات پیشگیرانه و مدیریت یخبندان با احتمال خطر بیشتر در فروردین ماه بیش از مهرماه است.

منابع

۱- براتی ، غلامرضا.(۱۳۷۸). «روابط سیستمی پرفشارهای مهاجر و یخبندان‌های بهاره ایران»، فصلنامه تحقیقات جغرافیایی. ش ٥٤ و ٥٥ صص ۱۳۲- ۱۵۰.

۲- پدرام، مژده ، رحیم زاده ، فاطمه ، صحرائیان ، فاطمه و نوحی ، کیوان ، «بررسی تغییرات طول دوره بدون یخبندان و تعداد روزهای یخبندان در استان‌های آذربایجان غربی و شرقی» ، مجله پژوهشی علوم انسانی دانشگاه اصفهان ، ج٢٤، ش ۳، صص ۸۸- ۷۵

۳- چینلار، ارهان.(۱۳۸۰). آشنایی با فرایندهای تصادفی، ترجمه غلامحسین شاهکار و ابوالقاسم بزرگ نیا، تهران: موسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

٤- خسروی ، محمود، حبیبی نوخندان، مجید و اسماعیلی، رضا.(۱۳۸۷).« پهنه بندی اثر خطر سرمازدگی دیررس بر روی باغات . مطالعه موردی : شهرستان مه ولات»، مجلهجغرافیا و توسعه ش ۱۲، صص ١٤٥-١٦٢.

٥- خلجی، مهدی.(۱۳۷۸). پیش بینی سرمای دیررس بهاره و یخبندان زودرس پاییزه برای تعدادی از گیاهان زراعی و باغی در استان چهارمحال و بختیاری، مجله نهال و بذر ج ۱۷، ش ۲، صص ١٢٦-١٣٩.

٦- زارعی، حسن و شاهکار، غلامحسین.(۱۳۸۰).« بررسی احتمال تواتر روزهای بارانی و خشک مناطق خرمدره-ارداک و زشک»، سومین سمینار احتمال و فرایندهای تصادفی، دانشگاه اصفهان ، صص ١٣٤- ١٤٤ ٧ و٨ شهریور ماه.

۷- سازمان هواشناسی کل کشور، آمار دمای حداقل روزانه شهر زنجان طی دوره ۱۹۵۱-۲۰۰٤.

۸- علیجانی ، بهلول.(۱۳۷٤). آب و هوای ایران، انتشارات پیام نور تهران، ۱۳۷٤

۹- علیزاده، امین. (۱۳۸۵). اصول هیدرولوژی کاربردی، چاپ بیست و یکم، مشهد انتشارات دانشگاه امام رضا.

۱۰- علیزاده، امین. موسوی بایگی، محمد و کمالی ، غلامعلی.(۱۳۷۳). «تاریخ وقوع اولین یخبندان‌های پاییزه و آخرین یخبندان‌های بهاره در خراسان» مجله نیوار ش ٢٤، صص ۳۸ – ٥٦ .

۱۱- فتاحی کیاسری ، ابراهیم و صالحی پاک ، تهمینه.(۱۳۸۸). «تحلیل الگوهای سینوپتیکی

یخبنـدان‌هـای زمسـتانه ایـران»، مجلـه جغرافیـا و توسعه، ش ۱۳، صص ۱۲۷-۱۳٦.

۱۲- کمـالی، غلامعلـی و صـحرائیان، فاطمـه.(۱۳۸٤). بررسی آماری وقوع سرما و یخبنـدان‌هـای بهـاره و پاییزه در استان آذربایجـان شـرقی. ش ۱۵ ، صـص ۱۹۷-۲۰۹.

۱۳- مجرد قره باغ ، فیروز.(۱۳۷٦). « تحلیل و پیش بینی یخبندان در آذربایجان»، پایان نامه دکتـری . تهـران: دانشگاه تربیت مدرس .

۱٤- هژبرپور، قاسم و علیجانی ، بهلول. «تحلیل همدید یخبندان‌های استان اردبیل»، مجله جغرافیا و توسعه. ش ۱۰، صص ۸۹-۱۰٦.

۱۵- هیگنز، جیمز.ج و مـک نـالتی، سـالی کلـر.(۱۳۷۹). مفاهیم احتمال و مدل بندی تصادفی، ترجمـه علـی مشکانی، مشهد: انتشارات دانشگاه فردوسی.

16- Anonymous. 1978. Technique of Frost Prediction and Methods of Frost Protection, W.M.O. No 487. Geneva, Switzerland.

17- Benzi .G , A.Parisi. and A. Sutera and A. Vulpiani, 1983: " A theory of Stochastic reasons in climatic change, Siam J. Appl.Math.,43, 565-578

18- Berger, A. and Goossens, C.H.R. 1983. 'Persistence of wet and dry spells at Uccle (Belgium)', J. Climatol., **3**, 21–34.

19- Bootsma, A (1976). Estimating minimum temperature and climatological freeze risk in hilly terrain. Agricultural Meteorology, 16. 425-443

20- Buishand, T.A. 1978. 'Some remarks on the use of daily rainfall models', J. Hydrol., **36**, 295–308.

21- Caprio, J.M. 1961 : " A Rational Approach to the Mapping of Freeze Dates. Bull. Amer.Meteo. 13: 339-348.

22- Continas, J V; (2000) A Climatology of Freezing Rain in Great Lake region of North America. Mon , Wea.Rev.128

23- Hoaglin, David C. Mosteller, Frederick and Tukey , John W.(edit) 2006: Exploring Data Table, Trends, and Shapes. John Wily & Sons.Inc.U.S.A .

24- Moon. Eull.S , Boom Ryoo. S , Gi Kwon. J .1994: A Markov Chain Model for Daily Precipitation Occurrence in South Korea. Inter.Jour.Climato

25- Navidi, William,(2006), Statistics for Engineers and Scientists , The McGrow – Hill Companies Inc , New York.

26- Schmidlin, T.W. and Detheir, B.C (1986) "A statistical analysis of Freeze hazard in New York State, Physical Geography, 7(3) 246- 257.

27- Thom, H. C . and Show. R. H. 1958: Climatological Analysis of Freeze Data For Iowa. Monthly Weather Review.8 b(7) 251-257

28- Watkins, S.C. (1991) "The annual period of freezing temperatures in central England 1850-1959 International Journal of Climatology. 11(8) 889-896.

29- W.M.O. 2000: Detecting Trend and Other Change in Hydrological Data. WMO/ TD- NO.1013

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی