# تحليل احتمالاتي شدت- مدت خشكسالي در استان تهران با استفاده از توابع مفصل

مهدي اميدي[۱]، محسن محمدزاده[۲]*و سعيد مريد[۳]
[۱] دانشجوي كارشناسي ارشد گروه آمار دانشگاه تربيت مدرس، [۲] دانشيار گروه آمار، دانشگاه تربيت مدرس
[۳] دانشيار گروه منابع آب، دانشگاه تربيت مدرس

## چكيده

براي تحليل و مديريت ريسک خشكسالي در يک ناحيه، اطلاعاتي لازم است كه از مهمترين آنها بررسي فراواني ويژگي شدت- مدت خشكسالي است. با توجه به همبستگي بالاي اين دو عامل بايستي از ابزاري استفاده شود كه ميزان ارتباط و تأثيراتي كه در تحليل خشكسالي دارند را نمايان سازد. در اين تحقيق از طيف متنوعي از توابع مفصل براي اين منظور استفاده شده است و براي ارائه روش‌شناسي مربوط نيز از شش ايستگاه در سطح استان تهران و شاخص بارندگي استاندارد شده (SPI) سه ماهه استفاده گرديد. در ادامه ضمن برآورد ارقام شدت- مدت و فراواني براي ايستگاه‌ها، مقايسه بين آنها نيز انجام گرديد. نتايج نشان داد كه بر اساس شاخص SPI، مقادير شدت- مدت و فراواني در ايستگاه‌هاي مورد مطالعه از شباهت نسبي برخوردار هستند و اين امكان را فراهم آورد كه بتوان آنها را بطور استاني ارائه نمود. تحليل‌هاي فوق براساس آستانه‌هاي خشكسالي نيز انجام شد، كه كاربردي شدن بيشتر نتايج و بخصوص امكان توليد سناريوهاي خشكسالي را فراهم مي‌آورد.

واژه‌هاي كليدي: شدت-مدت خشكسالي، تابع مفصل، دوره بازگشت خشكسالي.

## مقدمه

از مقدمات لازم در آمادگي براي مقابله با خشكسالي و كاهش اثرات آن، شناخت رفتار اين بليه طبيعي است. مدت و شدت دو ويژگي رفتاري خشكسالي مي‌باشند كه چنانچه در تلفيق با مباحثي احتمالاتي ارائه گردد، مي‌تواند در تدوين دقيقتر طرح-هاي مقابله با خشكسالي و ارزيابي ريسک آنها موثر باشد. مشخصات احتمالي خشكسالي در تحقيقاتي از جمله Gonzalez(۲۰۰۳)، Conceleiere and Salas (۲۰۰۴)، Loukas and Vasiliades (۲۰۰۴) و Salas et al. (۲۰۰۵) مد نظر بوده-اند، اما اين مطالعات عمدتا به تحليل تک متغيره مشخصات خشكسالي پرداخته‌اند، در حالي كه اين نوع تحليلها با دخالت همزمان متغيرهايي مانند مدت و شدت بهتر و دقيقتر قابل استفاده هستند. بدين منظور Shiau and Shen (۲۰۰۱)، and Gonzalez Valdez (۲۰۰۳) وSalas et al. (۲۰۰۵) از حاصلضرب توزيع شرطي شدت خشكسالي براي مقدار داده شده مدت خشكسالي و توزيع كناري مدت خشكسالي براي بدست آوردن توزيع توأم مدت و شدت خشكسالي استفاده نمودند. اما در روش‌هايي كه در اين تحقيقات مورد استفاده قرار گرفتند، همبستگي موجود بين دو متغير لحاظ نگرديد. براي اين منظور و رفع نواقص فوق، استفاده از توابع مفصل(Copula) (Sklar, 1959) مي‌تواند گزينه مناسبي باشد كه ضمن تحليل توام دو متغير، همبستگي بين آنها را نيز در محاسبات دخالت دهد. اين توابع خانواده‌هاي گسترده‌اي دارد كه Shiau (۲۰۰۶) با تعدادي محدودي از آنها، شدت و مدت خشكسالي را در يک ايستگاه هواشناسي در تايوان ارزيابي نمود. در اين مقاله تلاش شده است تا با طيف متنوعي از توابع مفصل، خشكسالي در استان تهران را با توجه به دو عامل مدت و شدت خشكسالي مدل‌بندي شود و توزيع توأم آنها نيز تعيين گردد. براي اين منظور با بكارگيري دو معيار لگاريتم حداكثر درستنمايي و ميانگين توان دوم فواصل توزيع توأم از توزيع تجربي (MSD) آن، بهترين تابع مفصل انتخاب و سپس توزيع شدت-مدت خشكسالي در استان تعيين و به كمک آنها دوره بازگشت خشكسالي‌ها مورد بررسي قرار -خواهد گرفت. همچنين در اين مقاله به استناد گزارشات Hong Wu and Wilhite (۲۰۰۴) و Mishra and Desaia(۲۰۰۶) براي شاخص مناسب پايش خشكسالي كشاورزي، از شاخص SPI سه ماهه استفاده شده است.

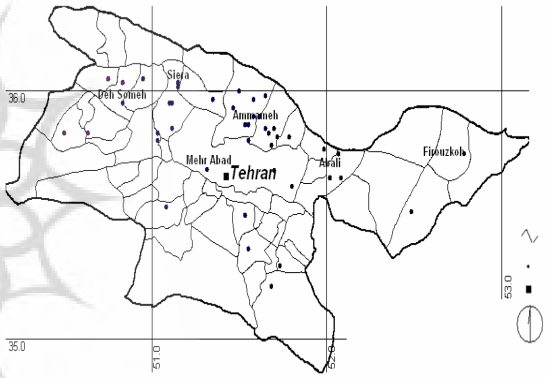
## مواد و روش‌ها

### منطقه مطالعاتي

استان تهران داراي اقليم متنوعي است، بطوريكه آب و هواي معتدل و كوهستاني در شمال و نيمه خشک در دشت‌هاي جنوبي خود را تجربه مي‌كند. اين ناحيه از كشور داراي

* پست الكترونيك مكاتبه كننده: mohsen_m@modares.ac.ir

ایستگاههاي متعددي است که به استناد آنها متوسط بارندگي سالانه حدود ۲۰۰ ميلي‌متر و دما ۲۲ درجه سانتي‌گراد برآورد مي‌گردد. در اين مقاله بر اساس عوامل اقليمي، توپوگرافي و توزيع ايستگاه‌ها، منطقه مطالعاتي به ۶ ناحيه تقسيم گرديد که اين نواحي عبارتند از: شمال، جنوب- مرکز، غرب، شرق، شمال شرقي و شمال غربي که به ترتيب ايستگاههاي ده‌صومه (کردان)، سيرا، مهرآباد (تهران)، آبعلي، امامه و فيروزکوه به عنوان معرف اين نواحي انتخاب شدند(شکل۱). دوره ۳۴ ساله ۵۰-۱۳۴۹ لغايت ۸۴-۱۳۸۳ که بالنسبه دوره مطلوبي براي اينگونه مطالعات مي‌باشد، در نظر گرفته شده‌است. همچنين براي تحليل اکتشافي داده‌ها، روشهاي من‌ويتني براي بررسي همگني، اسپيرمن (Sheskin, 2000) براي بررسي استقلال و همچنين گردش براي بررسي تصادفي بودن ( Pilon et al., 1989) بکار گرفته شد، که نتايج مويد معني‌دار بودن آنها بود.




شکل ۱- موقعيت‌هاي ايستگاه‌هاي مطالعاتي در استان تهران

شاخص بارندگي استاندارد شده

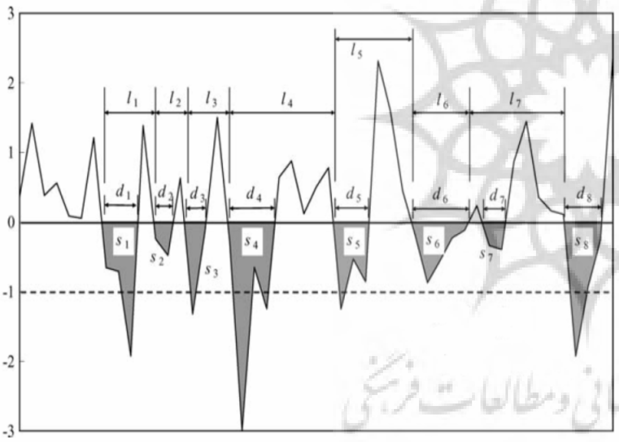
شاخص خشکسالي بيان کمي از شدت خشکسالي هستند که با کمک آنها مي‌توان نسبت به شروع، خاتمه و گستره آن اظهار نظر کرد. همانگونه که آمد در اينجا از شاخص SPI سه ماهه استفاده شده است. اين شاخص براي هر منطقه براساس ثبت بارندگي‌هاي طولاني مدت آن محاسبه مي‌گردد. در ابتدا توزيع آماري مناسب، بر آمار بلند مدت بارندگي‌ها برازش داده مي‌شود و سپس تابع توزيع تجمعي با استفاده از احتمالات مساوي به توزيع نرمال تبديل مي‌گردد، بطوريکه مقدار استاندارد شده و متوسط آن براي هر منطقه و دوره مورد نظر صفر شود. مقادير مثبت SPI نشان دهنده بارندگي بيشتر از بارش متوسط و مقادير منفي آن معناي عکس را دارد:

$$SPI_n = \frac{[P_0 + \sum(P_{-i}) - \mu_n]}{\sigma_n} \qquad (1)$$

در اين رابطه $n$ تعداد ماه‌هائي که بارندگي تجمعي براي آنها حساب شده است، $P_0$ مقدار نرمال شده بارندگي ماه فعلي، $P_{-i}$ مقدار نرمال شده بارندگي ماه قبل و $\mu_n$ و $\sigma_n$ به ترتيب ميانگين و انحراف معيار تعداد بارندگي تجمعي براي $n$ ماه مي‌باشند. براي اين تحقيق دوره خشکسالي (D)، وقوع مستمر SPI منفي و پايان آن رخداد مقدار مثبت آن مي‌باشد ( Loukas and Vasiliades, 2004; Shiau, 2006) همچنين شدت خشکسالي جمع مقادير شاخص طي اين دوره به صورت زير خواهد بود:

$$S = -\sum_{i=1}^{D} SPI_i \qquad (2)$$

سري زماني فرضي اين شاخص در شکل ۲ نشان داده شده است که در آن $s_i$ و $d_i$ به ترتيب نشان دهنده شدت و مدت خشکسالي $i$ام است و $l_i$ فاصله زماني بين دو خشکسالي $i$ام و $(i+1)$ام را نشان مي‌دهد. قابل ملاحظه است که بر اين اساس تعداد رخدادهاي خشکسالي مي‌تواند در يک سال صفر و يا بيش از يک مورد باشد. از اينرو در اين مقاله تحليل فراواني بر اساس سري زماني جزئي (Midment, 1992) انجام شده‌است. تعداد رخدادهاي ايستگاههاي مورد مطالعه در جدول ۱ آمده است.




شکل۲- سري زماني فرضي يک شاخص خشکسالي و تعاريف مربوط به شدت و مدت **(Shiau, 2006)**

در ادامه وجود همبستگي بين دو عامل مدت و شدت خشکسالي در رخدادهاي خشکسالي نيز در جدول ۱ ارائه شده است. همبستگي بالا و معني دار بين آنها، نشان دهنده اين واقعيت است که تحليل جداگانه اين دو عامل براي خشکسالي نمي‌تواند ميزان ارتباط و تأثيراتي که آنها در تحليل توزيع توأم احتمالاتي خشکسالي دارند را نمايان سازد.

جدول۱- ضرايب همبستگي بين دو عامل مدت و شدت خشکسالي در ايستگاه‌ها

| نام ايستگاه | آبعلي | امامه | سيرا | فيروزکوه | کردان | تهران |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تعداد رخداد خشکسالي | ۴۴ | ۵۶ | ۵۳ | ۴۵ | ۵۳ | ۵۹ |
| ضريب همبستگي اسپيرمن | ۰/۹۶ | ۰/۹۴ | ۰/۹۳ | ۰/۹۴ | ۰/۹۳ | ۰/۹۱ |

توابع مفصل

توابع مفصل توابعي چندمتغيره با حاشيه‌اي‌هاي يكنواخت بر بازه $[0,1]$ مي‌باشند، كه توابع توزيع چند متغيره را به توزيعهاي كناري آنها پيوند مي‌دهند. Sklar (۱۹۵۹) نشان داد اگر $H$ تابع توزيع توأم با توابع حاشيه‌اي $F_X$ و $G_Y$ باشد در اينصورت توابع مفصلي مانند $C$ وجود دارند كه براي هر $x$ و $y$ در $\overline{R} = R \cup \{-\infty, \infty\}$ توابع توزيع توأم و كناري Joint and (Marginal Distributions) را بصورت

$$H(x,y) = C(F_X(x), G_Y(y)) \quad (۳)$$

با هم مرتبط مي‌سازند. اگر $F_X$ و $G_Y$ توابعي پيوسته باشند، تابع مفصل $C$ يكتاست و در غير اينصورت تابعي غير يكتا بر روي $R_F \times R_G$ تعريف مي‌شود، كه در آن $R_F$ و $R_G$ به ترتيب دامنه $F_X$ و $G_Y$ است. بعلاوه اگر $f_X(x)$ و $f_Y(y)$ توابع چگالي دو متغير تصادفي $X$ و $Y$ باشند، آنگاه توابع چگالي توأم و كناري آنها بصورت:

$$f_{X,Y}(x,y) = c(F_X(y), F_Y(y))\, f_X(x)\, f_Y(y) \quad (۴)$$

با يكديگر در ارتباط هستند، كه در آن تابع $c$ بصورت

$$c(u,v) = \frac{\partial^2 C(u,v)}{\partial u \partial v}, 0 < u < 1, 0 < v < 1 \quad (۵)$$

با تابع مفصل C در ارتباط است، كه در آن u و v به ترتيب توابع حاشيه‌اي $F_X$ و $G_Y$ مي‌باشند. Joe (۱۹۹۷) و Nelsen(۱۹۹۹) چند خانواده از توابع مفصل را مورد بررسي قرار دادند كه با توجه به شرايط آنها مي‌توان خانواده‌هاي پلاكت، جو، علي-ميخاييل، كلايتون، فرانک، گالامبوس، گامبل-بارنت و گامبل-هوگارد را براي مدل‌بندي خشكسالي مورد استفاده قرار داد و توابع آنها در جدول۲ ارائه گرديده‌اند. اين توابع مفصل را نيز مي‌توان براي به دست آوردن اندازه همبستگي از طريق ضريب اسپيرمن $\rho_s = 12\int_0^1\int_0^1 [C(u,v) - uv]dudv$، كه در اين مقاله از آن استفاده مي‌گردد، بكار برد.

جدول ۲- خانواده هاي توابع مفصل

| خانواده | تابع مفصل |
|---|---|
| پلاكت | $\frac{[1+(\theta-1)(u+v)] - \sqrt{[1+(\theta-1)(u+v)]^2 - 4uv\theta(\theta-1)}}{2(\theta-1)}$ |
| جو | $1-[(1-u)^\theta + (1-v)^\theta - ((1-u)(1-v))^\theta]^{\frac{1}{\theta}}$ |
| كلايتون | $(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{\frac{-1}{\theta}}$ |
| فرانک | $\frac{-1}{\theta}\ln[1 + \frac{(e^{-\theta u}-1)(e^{-\theta v}-1)}{e^{-\theta}-1}]$ |
| گالامبوس | $uv\exp\{[(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta}]^{\frac{-1}{\theta}}\}$ |
| گامبل-بارنت | $uv\exp(-\theta \ln u \ln v)$ |
| گامبل-هوگارد | $\exp\{-[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{\frac{1}{\theta}}\}$ |
| علي-ميخائيل | $\frac{uv}{1-\theta(1-u)(1-v)}$ |

## نتايج و بحث

در اين بخش هشت خانواده توابع مفصل مندرج در جدول۲ را براي مدل بندي خشكسالي در نظر مي‌گيريم و پارامتر اين خانواده‌ها را به روش حداكثر درستنمايي برآورد مي‌كنيم. براي اين منظور ابتدا توزيع نمايي با تابع چگالي $\lambda e^{-\lambda d}, d \geq 0$ به داده‌هاي مدت خشكسالي و توزيع گاما با تابع چگالي $\frac{s^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{\frac{-s}{\beta}}, s \geq 0$ به داده‌هاي شدت خشكسالي برازش داده شده است. لازم به ذكر است كه درادامه مقاله، ارقام شدت خشكسالي اشاره به مقادير منفي SPI دارد.

جدول۳- برآورد پارامترهاي توزيع نمايي و گاما

| ايستگاه | | آبعلي | امامه | سيرا | فيروزكوه | كردان | تهران |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نمايي | $\lambda$ | ۴/۷۵۳۰ | ۳/۳۵۶۸ | ۳/۱۴۴۱ | ۴/۰۵۳۰ | ۳/۲۷۵۳ | ۳/۰۵۲۱ |
| گاما | $\alpha$ | ۱/۳۶۲۵ | ۰/۷۴۹۷ | ۰/۶۸۴۱ | ۱/۲۴۷۴ | ۰/۵۳۰۱ | ۰/۷۲۸۵ |
| | $\beta$ | ۲/۹۱۵۴ | ۳/۸۳۵۰ | ۰۴/۴۴۵۰ | ۲/۵۹۰۷ | ۳/۹۴۵۷ | ۳/۲۶۴۱ |

پارامترهاي اين دو توزيع به روش حداكثر درستنمايي برآورد شده و مقادير آنها براي ايستگاه‌هاي مختلف در جدول ۳ ارائه

شده‌اند. لگاریتم تابع درستنمايي براي مدت و شدت خشکسالي با توجه به تابع مفصل چگالي به صورت

$$\ln L(d,s;\lambda,\alpha,\beta,\theta) = \ln L_c(F_D(d),F_S(s);\theta) + \ln L_D(d;\lambda) + \ln L_S(s;\alpha,\beta) \quad (۶)$$

است، که در آن $F_S(s)$ و $F_D(d)$ توابع توزيع مدت شدت خشکسالي و $\ln L_c(.)$ لگاریتم طبيعي تابع مفصل چگالي است. براي هر كدام از خانواده‌هاي معرفي شده تابع مفصل مربوط به تابع چگالي توأم و برآورد پارامترهاي α ، β و λ را در رابطه (۶) قرار داده و آن را بر حسب θ ماکسيمم نموده و برآورد درستنمايي θ تا ۴ رقم اعشار بدست آمده است. براي انتخاب بهترين تابع مفصل از بين توابع مفصل جدول ۲ ، مي‌توان از مقدار لگاریتم حداکثر درستنمايي و همچنين ميانگين توان دوم فواصل توزيع توأم از توزيع تجربي دو متغير مدت و شدت خشکسالي استفاده نمود. به عنوان نمونه جدول ۴ مقادير برآورد حداكثر درستنمايي و MSD را براي ايستگاه مهرآباد به تفکيک توابع مفصل مختلف نشان مي‌دهد. همانطور که ملاحظه مي-شود تابع مفصل فرانک داراي بيشترين مقدار حداکثر درستنمايي و کمترين MSD از بين ساير توابع مفصل مي‌باشد. لذا اين خانواده بعنوان تابع مفصل برتر براي مدل بندي خشکسالي در ايستگاه مهرآباد انتخاب شده است. بهترين تابع مفصل هر كدام از ايستگاههاي ديگر نيز همراه با برآورد پارامتر آنها در جدول ۵ آمده است.

با استفاده از توزيع توأم $D$ و $S$ نمودار خطوط تراز (Contour plot) آن نيز قابل رسم است و مي‌توان احتمال وقوع يک خشکسالي با مدت و شدت بيشتر از مقدار يک آستانه را بدست آورد که براي مديريت ذخيره منابع آب در شرايط بحراني بسيار مفيد است. اين احتمال را مي‌توان با استفاده از تابع مفصل و توابع توزيع حاشيه‌اي و جايگذاري در رابطه

$$P(D \geq d, S \geq s) = 1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s)) \quad (۷)$$

محاسبه نمود. شکل ۳ نتايج محاسبات فوق را در ايستگاه مهرآباد نشان مي‌دهد. توابع توزيع شرطي را نيز مي‌توان با استفاده از توابع مفصل تعيين و بر اساس آنها احتمال چگونگي تغيير يک عامل در قبال تغييرات کنترل شده عامل ديگر بحث نمود. توزيع شرطي شدت خشکسالي براي مدت بيشتر از آستانه $d$ به صورت:

$$P(S \leq s \mid D \geq d) = \frac{F_S(s) - C(F_D(d), F_S(s))}{1 - F_D(d)} \quad (۸)$$

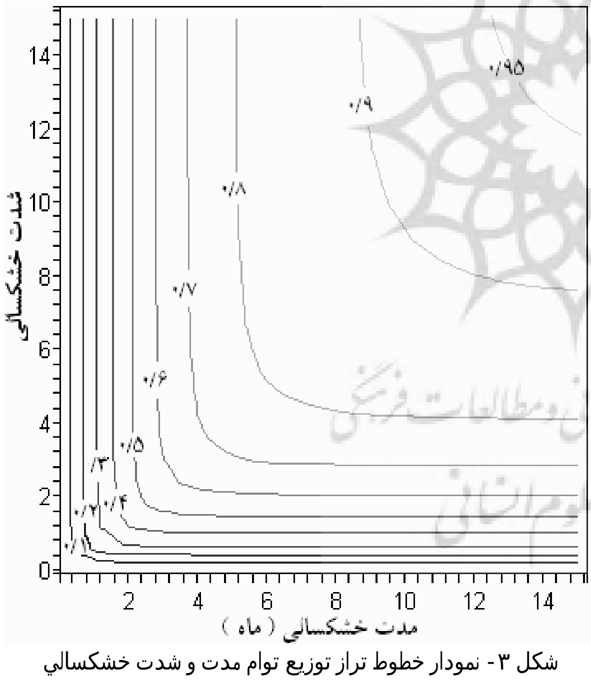
و توزيع شرطي مدت خشکسالي براي شدت بيشتر از آستانه به صورت:

$$P(D \leq d \mid S \geq s) = \frac{F_D(d) - C(F_D(d), F_S(s))}{1 - F_S(s)} \quad (۹)$$

است، که نمودار آنها به ترتيب در شکل‌هاي ۴ و ۵ براي ايستگاه مهرآباد نشان داده شده است. با محاسبه اين احتمالات شرطي مي‌توان ايمني لازم براي ذخاير آب در زمانهاي معين را ايجاد نمود.

جدول ۴- توابع مفصل و برآورد پارامتر آن در ايستگاه تهران

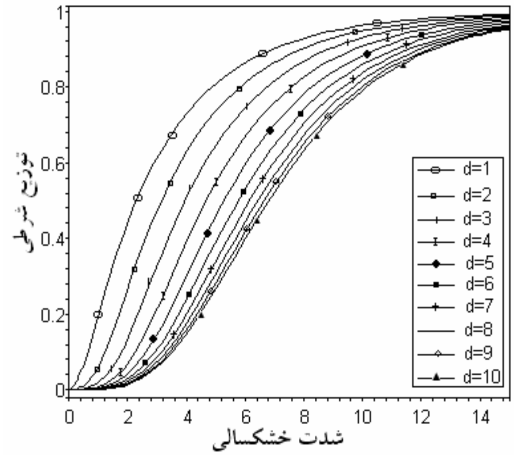
| تابع مفصل | برآورد $\theta$ | لگاریتم حداکثر درستنمايي | MSD |
|---|---|---|---|
| علي-ميخاييل | ۰/۹۴۵۵ | -۲۳۴/۲۹۲۵ | ۰/۰۰۹۲ |
| کلايتون | ۱/۵۳۹۱ | -۲۳۳/۵۸۵۱ | ۰/۰۰۵۶ |
| فرانک | ۱۰/۶۴۹۰ | -۲۰۸/۶۰۱۶ | ۰/۰۰۱۴ |
| گالامبوس | ۱/۹۷۹۲ | -۲۰۹/۶۴۷۳ | ۰/۰۰۲۴ |
| گامبل-بارنت | ۰/۳۳۸۸ | -۲۳۶/۲۳۵۲ | ۰/۰۲۹۲ |
| گامبل-هوگارد | ۲/۶۸۷۳ | -۲۰۹/۶۰۲۹ | ۰/۰۰۲۵ |
| پلاکت | ۰/۸۷۳۸ | -۲۴۷/۶۸۱۰ | ۰/۰۲۴۳ |
| جوي | ۳/۴۶۳۵ | -۲۱۰/۵۵۰۶ | ۰/۰۱۰۵ |



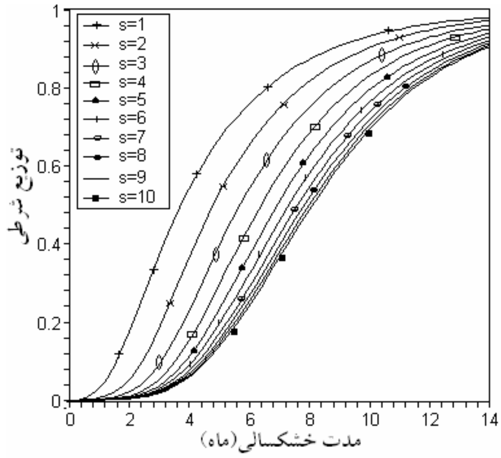

شکل ۳- نمودار خطوط تراز توزيع توام مدت و شدت خشکسالي

جدول ۵- بهترين تابع مفصل و برآورد پارامتر آن در ايستگاه‌هاي مختلف

| ايستگاه | بهترين تابع مفصل | برآورد $\theta$ |
|---|---|---|
| آبعلي | جوي | ۳/۲۹۸۵ |
| امامه | فرانک | ۱۱/۳۵۵۰ |
| سيرا | گامبل- هوگارد | ۳/۵۱۲۵ |
| فيروز | فرانک | ۸/۰۲۵۰ |
| کردان | گالامبوس | ۳/۴۵۹۵ |




شکل ۴- نمودار توزیع شرطي شدت برایمدت خشکسالي بیشتر از آستانه در ایستگاه مهرآباد




شکل ۵- نمودار توزیع شرطي مدت براي شدت خشکسالي بیشتر از آستانه در ایستگاه مهرآباد

دوره بازگشت خشکسالي

در کل دوره بازگشت خشکسالي را مي‌توان معادل مدت زمان بین دو واقعه $X \le x_t$ در یک سري زماني در نظر گرفت. Shiau and Shen (۲۰۰۱) دوره بازگشت خشکسالي‌هایي که مدت یا شدت آنها از مقدار آستانه بیشتر شود را به‌صورت

$$T_D = \frac{E(L)}{1-F_S(s)} \quad , \quad T_S = \frac{E(L)}{1-F_D(d)} \qquad (۱۰)$$

پیشنهاد نمودند، که در آنها $E(L)$ مقدار متوسط زمان بین دو خشکسالي است و از طریق مشاهدات قابل برآورد است. براي داده‌هاي مهرآباد برآورد مقدار متوسط زمان بین دو خشکسالي ۸/۲ ماه بدست آمد که براي داده‌هاي سالانه این برآورد برابر ۰/۶۸ سال است. براي داده‌هاي ایستگاه‌هاي دیگر مقدار $E(L)$ در جدول ۶ آمده است. با توجه به روابط (۱۰) دوره بازگشت ۲، ۵ ، ۱۰،۲۰،۵۰ و ۱۰۰ ساله براي مدت و شدت خشکسالي در ایستگاهها محاسبه و در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول۶- مقدار متوسط زمان بین دو خشکسالي براي ایستگاه‌هاي مختلف

| ایستگاه | آبعلي | امامه | سیرا | فیروزکوه | کردان | مهرآباد |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $E(L)$ | ۰/۸۰۴۹ | ۰/۶۴۵۵ | ۰/۶۴۳۵ | ۰/۷۴۱۳ | ۰/۶۷۴۶ | ۰/۶۸۲۵ |

جدول ۷- دوره بازگشت خشکسالي جداگانه در ایستگاه مهرآباد تهران

| ایستگاه | آبعلي | | امامه | | سیرا | | فیروزکوه | | کردان | | مهرآباد | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tr (سال) | شدت | مدت | شدت | مدت | شدت | مدت | شدت | مدت | شدت | مدت | شدت | مدت |
| ۲ | ۳/۸ | ۴/۳ | ۳/۱ | ۳/۸ | ۳/۲ | ۳/۶ | ۳/۳ | ۴/۰ | ۲/۰ | ۳/۶ | ۲/۵ | ۳/۲ |
| ۵ | ۶/۹ | ۸/۶ | ۶/۲ | ۶/۹ | ۶/۹ | ۶/۴ | ۵/۹ | ۷/۷ | ۴/۶ | ۶/۶ | ۵/۰ | ۶/۱ |
| ۱۰ | ۹/۲ | ۱۱/۹ | ۸/۶ | ۹/۲ | ۹/۴ | ۸/۶ | ۷/۸ | ۱۰/۵ | ۶/۹ | ۸/۸ | ۷/۰ | ۸/۲ |
| ۲۰ | ۱۱/۳ | ۱۵/۲ | ۱۱/۱ | ۱۱/۵ | ۱۲/۲ | ۱۰/۸ | ۹/۹ | ۱۳/۴ | ۹/۲ | ۱۱/۱ | ۹/۱ | ۱۰/۳ |
| ۵۰ | ۱۴/۲ | ۱۹/۶ | ۱۴/۴ | ۱۴/۶ | ۱۶/۰ | ۱۳/۷ | ۱۲/۳ | ۱۷/۱ | ۱۲/۴ | ۱۴/۱ | ۱۱/۹ | ۱۳/۱ |
| ۱۰۰ | ۱۶/۳ | ۲۲/۹ | ۱۶/۹ | ۱۶/۹ | ۱۸/۹ | ۱۵/۹ | ۱۴/۱ | ۱۹/۹ | ۱۴/۸ | ۱۶/۴ | ۱۴/۱ | ۱۵/۲ |

جدول ۷ نشان مي‌دهد که تفاوت مقادیر شدت (جمع مقادیر منفي SPI) و مدت (ماه) خشکسالي بین ایستگاه‌ها از تفاوت معني‌داري برخوردار نمي‌باشند. این مشاهده کمک مي‌کند تا بتوان مقادیر متوسط آنها را به عنوان مقادیر منطقه‌اي (استان تهران) پذیرفت که شکل ٦ آن را نشان مي‌دهد. از آنجائیکه پدیده خشکسالي بر اساس دو عامل مدت و شدت خشکسالي توأماً تفسیر مي‌شود. Shiau (۲۰۰۳) دوره بازگشت توأم خشکسالي بر حسب مدت و شدت خشکسالي را پیشنهاد نمود که براي حالات $P(D \geq d, S \geq s)$ و $P(D \geq d, S \geq s)$ به ترتیب به صورت:

$$T_{DS} = \frac{E(L)}{P(D \geq d, S \geq s)} = \frac{E(L)}{1-C(F_D(d), F_S(s))} \qquad (۱۱)$$

و (۱۲)

$$T'_{DS} = \frac{E(L)}{P(D \geq d \text{ or } S \geq s)} = \frac{E(L)}{1-F_D(d)-F_S(s)+C(F_D(d), F_S(s))}$$

تعیین مي‌شوند. نتایج این بخش نیز براي ایستگاه مهرآباد در شکل‌هاي ۷ و ۸ ارائه شده‌است. بعنوان مثال براي $d = 3$ ماه و شدت $s = 3$، دوره بازگشت خشکسالي توأم براي این ایستگاه $T_{DS}$ = ۲/۷ و $T'_{DS}$=۱/۷ سال است.

دوره بازگشت مدت خشکسالي به شرط آنکه شدت خشکسالي از آستانه s بيشتر باشد بصورت

(۱۳)

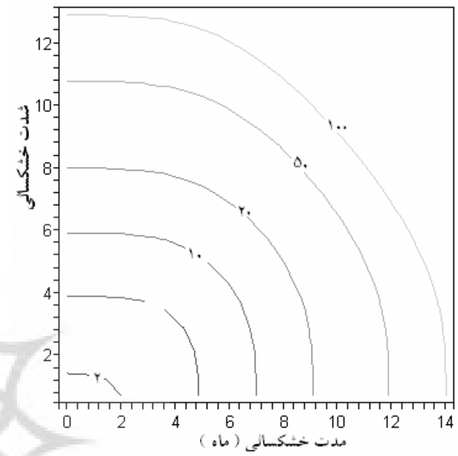
$$T_{D|S\geq s}=\frac{T_s}{P(D\geq d,S\geq s)}=\frac{E(L)}{[1-F_S(s)][1-F_D(d)-F_S(s)+C(F_D(d),F_S(s))]}$$

تعريف مي‌شود. مشابهاً دوره بازگشت شدت خشکسالي به شرط آنکه مدت خشکسالي از آستانه d بيشتر باشد نيز به صورت

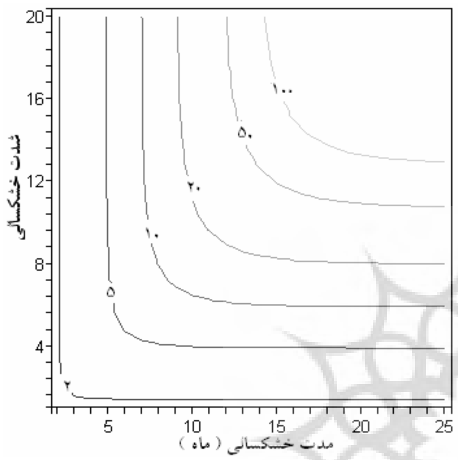
(۱۴)

$$T_{S|D\geq d}=\frac{T_s}{P(D\geq d,S\geq s)}=\frac{E(L)}{[1-F_D(d)][1-F_D(d)-F_S(s)+C(F_D(d),F_S(s))]}$$

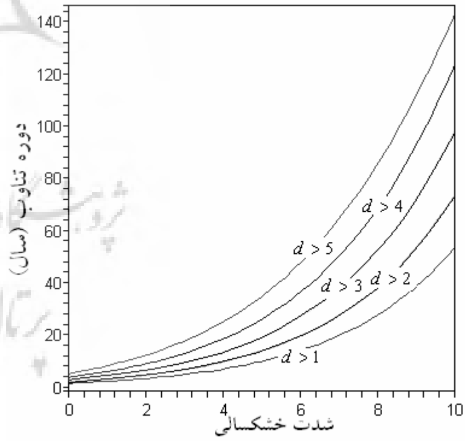
تعريف مي‌شود و نمودار آنها براي داده‌هاي ايستگاه مهرآباد به ترتيب در شکل‌هاي ۹ و ۱۰ ارائه شده است. دوره بازگشت توأم شرطي مدت و شدت خشکسالي را مي‌توان براي ارزيابي ريسک درست کار نکردن يک سيستم منابع آب خاص مورد استفاده قرار داد. به عنوان مثال، يک سيستم پشتيباني تامين آب نمي‌تواند آب کافي را تحت شرايطي که شدت خشکسالي آن بيشتر از ۴ شود مشروط به آنکه مدت خشکسالي بيشتر از ۲ ماه باشد را فراهم نمايد. بنابراين دوره بازگشت براي چنين وضعيتي در ايستگاه مهرآباد بر اساس رابطه (۱۴) حدود ۷ سال است.



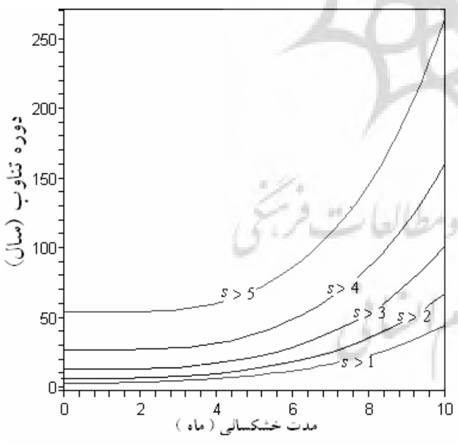

شکل ۷- نمودار دوره تناوب توأم $T_{DS}$ در ايستگاه مهرآباد




شکل ۸ -نمودار دوره تناوب توأم $T'_{DS}$ در ايستگاه مهرآباد




شکل ۹-نمودار دوره تناوب شرطي شدت براي مدت خشکسالي بيشتر از آستانه در ايستگاه مهرآباد




شکل۱۰-نمودار دوره تناوب شرطي مدت براي شدت خشکسالي بيشتر از آستانه در ايستگاه مهرآباد

نتيجه گيري کلي

تحقيق حاضر تلاشي بود براي بررسي احتمالاتي توام شدت و مدت خشکسالي در استان تهران با مد نظر قرار دادن همبستگي بين آنها و با استفاده از توابع مفصل. بدين منظور ۶ ايستگاه در سطح استان مورد استفاده قرار گرفت که نتايج زير از آن قابل ارائه مي‌باشد:

۱- توابع مفصلي مختلفي بر ايستگاهها برازش يافتند و هيچکدام اين قابليت را نداشتند که بتواند براي کل استان توصيه گردد. لذا نتايج بعضي تحقيقات قبلي مانند Shiau (۲۰۰۶) که تابع مفصل گالامبوس را توصيه نمود، در اين تحقيق بعنوان تابع مفصل برتر انتخاب نشد.

۲- نتايج تحليل فراواني شدت-مدت خشکسالي نشان داد که ارقام حاصل مقادير نزديکي را به هم دارند. اين شباهت عمدتا به ويژگي‌هاي محاسباتي شاخص SPI بازمي‌گردد که مقداري استاندارد شده است. ضمن اينکه تاثير سامانه‌هاي بارش‌زا يکنواخت نيز بر منطقه بي تاثير نبوده‌است.

۳- تلفيق نتايج قبل بر اساس آستانه‌هاي خاص خشکسالي، اين امکان را فراهم مي‌آورد که انواع مختلفي ازسناريوهاي ممکن خشکسالي را به لحاظ فراواني تحليل نمود و براي طرحهاي مقابله با خشکسالي بکار گرفت.

۴- هر چند در اين مطالعه توزيع‌هاي دو متغيره و توابع مفصل يک پارامتري مورد بررسي قرار گرفتند، اما به سادگي مي‌توان با روش شناسي اين تحقيق، براي توزيع‌هاي چند متغيره تعميم داد و مسأله خشکسالي را با متغيرهاي بيشتري مانند شدت-مدت- سطح بررسي نمود.

در خاتمه لازم بذکر است که ارائه نتايج نهايي اين تحقيق که بطور منطقه‌اي روابط شدت-مدت-فراواني را با استفاده از رويکرد مفصلي ارائه مي‌داد، از نوآوري‌هاي تحقيق بود که مي-تواند براي مطالعات بعدي مورد توجه قرار گيرد.

## سپاسگزاري

نويسندگان مقاله از پيشنهادها و نظرهاي ارزنده داوران محترم که باعث اصلاحات سازنده‌اي در محتوي و ارائه بهتر مقاله شده است، کمال تشکر را دارند. اين تحقيق به عنوان بخشي از طرح تحقيقاتي پايش و پهنه‌بندي خشکسالي در استان تهران و با حمايت سازمان جهاد کشاورزي وزارت جهاد کشاورزي انجام گرفته است. از حمايت قطب علمي داده‌هاي ترتيبي و فضايي دانشگاه فردوسي مشهد نيز قدرداني به عمل مي‌آيد.

## REFERENCES


Bacchi, B., Becciu, G., and Kottegoda, N. T. (1994), Bivariate Exponential Model Applied to Intensities and Durations of Extreme Rainfall, *Journal of Hydrology*, 155, 225-236.

Cancelliere, A. and Salas, J. D. (2004), Drought Length Properties for Periodic-Stochastic Hydrologic Data, *Water Resources Research*, 40, W02503, DOI: 10.1029/ 2002WR001750.

Frank, M.(1979),On the Simultaneous Associativity of F(x; y) and x + y - F(x; y)*; Aequationes Mathematica*, 19, 194-226.

Gonzalez, J. and Valdes, J. B. (2003), Bivariate Drought Recurrence Analysis Using Tree Ring Reconstructions, *Journal of Hydrologic Engineering ASCE*, 5, 247-258.

Joe, H. (1997), *Multivariate Models and Dependence Concepts*, Chapman and Hall, New York.

Hong Wu and Wilhite, D. A. (2004), An Operational Agricultural Drought Risk Assessment Model for Nebraska, USA, *Natural Hazards*, 33(1), 1-21.

Loukas, A. and Vasiliades, L. 2004, Probabilistic Analysis of Drought Spatiotemporal Characteristics in Thessaly Region, *Greece Natural Hazards and Earth System Sciences* , 4, 719–731.

Maidment, D.R. (1993), Handbook of Hydrology, McGraw-Hill, INC.

Mishra, A. K. and Desaia, V. R. (2006), Drought Forecasting Using Feed-Forward Recursive Neural Network, *Ecological Modelling*, 198, 127-138.

Nelsen, R. B. (1999), *An Introduction to Copula*, Springer Verlag, New York.

Pilon, P. J., Condie, R. and Harvey, K. D. (1995). *Consolidated frequency analysis package CFA*.

Salas, J. D., Fu, C., Cancelliere, A., Dustin, D., Bode, D., Pineda, A. and Vincent, E. (2005), Characterizing the Severity and Risk of Drought in the Poudre River, Colorado, *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE* 131(5), 383-393.

Sklar, A. ,(1959), Fonctions de Repartition an Dimensions et Leurs Marges, *Publications de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris*, 8 , 229-231.

Sheskin, D. J. (2000), Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedure, Chapman and Hall, New York.

Shiau, J. T. and Shen, H.W. (2001), Recurrence Analysis of Hydrologic Droughts of Differing Severity, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 127, 30-40.

Shiau, J. T., (2003), 'Return period of Bivariate Distributed Hydrological events, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 17(1–2), 42– 57.

Shiau J. T. (2006), Fitting Drought Duration and Severity with Two- Dimensional Copulas, *Water Resources Management*, 20, 795–815.

Yue , S. , Ouarda, T. B. M. J., Bobee, B., Legendry, P. and Bruneau , P. (1999), The Gumbel mixed Model for Flood Frequency Analysis, *Journal of Hydrology*, 226, 88-100.