

انتخاب پرتفوی بر مبنای تعریف جدیدی از ریسک

چکیده

در زمینه‌ی انتخاب پرتفوی، ریئاس، نیمه ریئاس و احتمال بی‌امان نام‌سازند. سه تعریف شناخته‌شده از ریسک، به زبان ریاضی هستند. نمونه‌های زیادی برای حداقل کردن ریسک بر پایه‌ی این تعاریف، ساخته شده است. این مقاله تعریف جدیدی از ریسک در انتخاب پرتفوی ارائه داده و نمونه جدیدی بر مبنای این تعریف مطرح می‌کند. به علاوه برای حل مسأله‌ی بهینه‌سازی در موارد کلی، الگوریتم هوشمند پیوندی به کار گرفته می‌شود. همچنین یک مثال عددی به منظور تشریح مطالب ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: انتخاب پرتفوی، برنامه‌نویسی تصادفی، تجزیه و تحلیل ریسک، سرمایه‌گذاری، بهینه‌سازی

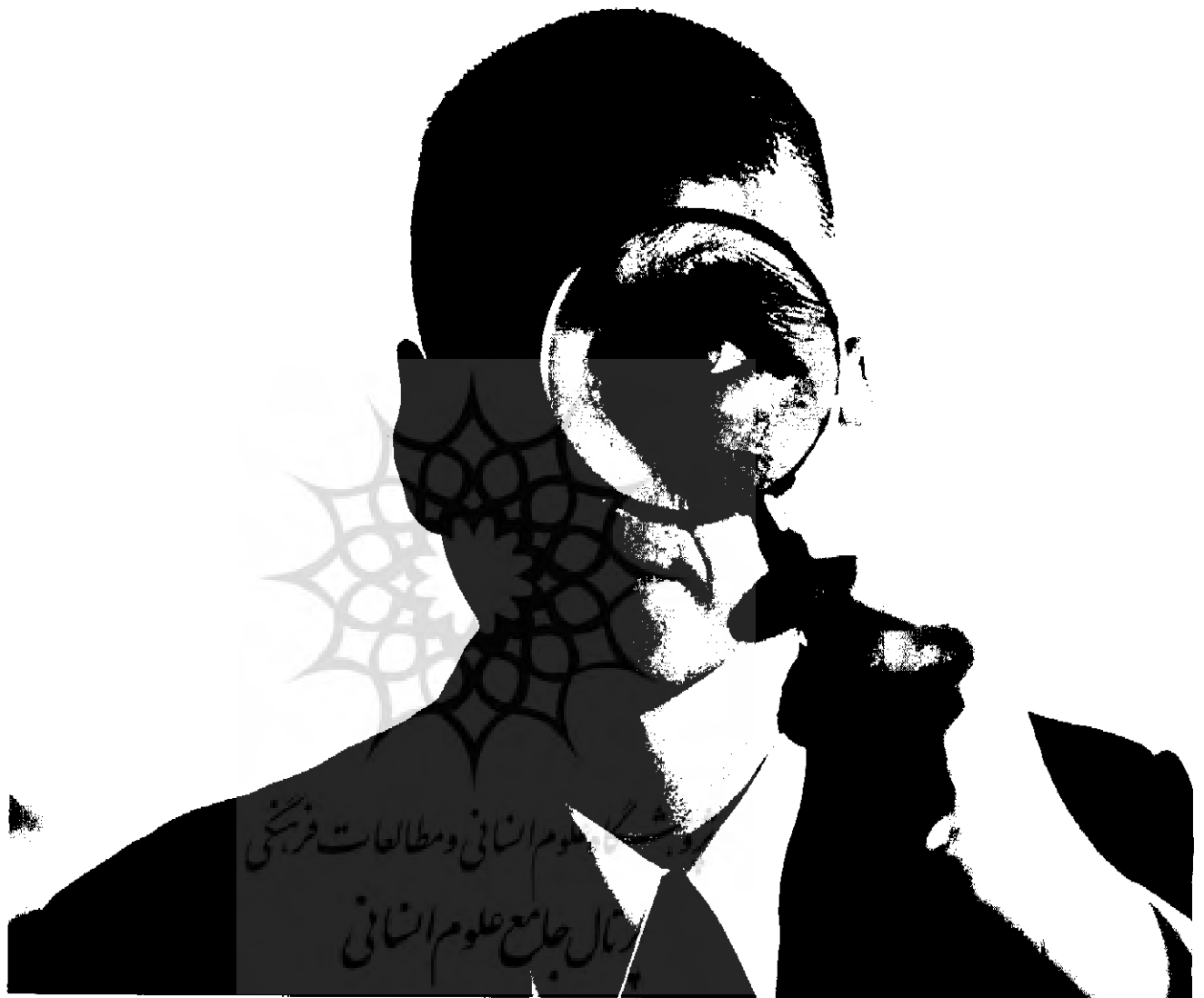
۱- مقدمه

مقاله‌ای که هری مارکوویتز^۱ در سال ۱۹۵۲ نوشت منشأ پیدایش نظریه‌ی مجموعه اوراق بهادار (پرتفوی) شد. او فرض خود را بر این گذاشت که سرمایه‌گذارها الزاما در پی به حداکثر رسانیدن بازده مورد انتظار نیستند. اگر آنان تنها در پی به حداکثر رساندن بازده مورد انتظار بودند، تنها در یک قلم‌داری که دارای بیش‌ترین بازده مورد انتظار است، سرمایه‌گذاری می‌کردند. ولی با یک نگاه می‌توان مشاهده کرد که سرمایه‌گذارها به صورت هم‌زمان به دو بدیده

ریسک و بازده توجه می‌کنند (جهانگانی و پارسائیان ۱۳۷۶). انتخاب پرتفوی، مسأله‌ی چگونگی تخصیص سرمایه‌ی اشخاص در تعداد بیش‌تری از اوراق بهادار. به منظور کسب بازدهی بیش‌تر از سرمایه‌گذاری را مورد بحث قرار می‌دهد. در گذشته سرمایه

1 - Early Markowitz

2 - Portfolio



روش کار علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
رساله جامع علوم انسانی

گذاران درباره‌ی ریسک حرف می‌زدند ولی اصطلاح قابل اندازه‌گیری در تعریف ریسک نداشتند. در سال ۱۹۵۲ مارکوویتز اظهار داشت که واریانس می‌تواند بیان‌کننده‌ی ریسک باشد. نمونه میانگین واریانس مارکوویتز مشهورترین و متداول‌ترین رویکرد در

مسئله انتخاب سرمایه‌گذاری است. کارترین ابزار برای انتخاب پرتفوی بهینه، نمونه برنامه ریزی ارایه شده توسط مارکوویتز است. از برجسته‌ترین نکات مورد توجه در نمونه مارکوویتز، توجه به ریسک سرمایه‌گذاری، نه تنها بر اساس انحراف معیار یک سهم، بلکه بر اساس ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری است (راعی و تلنگی ۱۳۸۳). بعد از اظهار نظر مارکوویتز، تجزیه و تحلیل ریاضی، در

مدیریت پرتفوی^۳، به طور وسیعی توسعه یافت و واریانس تعریفی عمومی از ریسک به شکل ریاضی برای انتخاب پرتفوی شناخته شد. محققان نمونه‌های متنوعی را با استفاده از واریانس برای کمی‌کردن ریسک در موقعیت‌های مختلف توسعه دادند (Hirschberger ۲۰۰۷). در مواردی که توزیع



بازدهی اوراق بهادار نامتقارن⁴ است، پرتفوی انتخاب شده بر مبنای واریانس ممکن است خطر بالقوه ای در قربانی کردن بازده مورد انتظار بسیار زیاد به علت حذف بازده بالای خیلی زیاد و نیز بازده پایین خیلی زیاد داشته باشد، از این رو نیمه واریانس⁵ به عنوان یک تعریف از ریسک ارائه شد (Markowitz 1952)

و نمونه های زیادی

برای حداقل کردن نیمه واریانس در موقعیت های مختلف ایجاد شده است. تعریف جایگزین دیگری از ریسک، احتمال پی آمد نامساعد⁶ است. هم چنین بسیاری از محققان در مورد حداقل کردن احتمال پی آمد نامساعد کار کرده اند. معیار ریسک عمومی ارزش ریسک است (Philippe 1996). این در حقیقت بیان تعریف ریسک به نوعی دیگر است.

این تعاریف از ریسک منعکس کننده ی درک متفاوت افراد از ریسک است. ولی حقیقت این است که افراد ریسک را به روش های دیگری نیز درک می کنند. اگر چه برخی از افراد ممکن است فقط به یک سطح زیان خطرناک از قبل تعیین شده حساس باشند و احتمال رویداد آن را ریسک به

4 - asymmetric
5 - Semivariance
6 - Adverse outcome

جدیدی برای بهینه سازی انتخاب پرتفوی پیشنهاد می کنیم و در بخش بعدی الگوریتم هوشمند پیوندی را برای حل مساله ی نمونه جدید در موارد کلی به کار می گیریم. در نهایت یک مثال عددی برای تشریح ایده ی بهینه سازی ارائه می کنیم.

سه تعریف عمومی ریسک

اجازه دهید قبل از ارائه تعریف جدید ریسک، مروری بر تعاریف عمومی پیشین ریسک، مورد استفاده در انتخاب پرتفوی، داشته باشیم.

واریانس پرتفوی اولین نوع تعریف

شمار آورند اما افراد دیگر ممکن است تمام سطوح زیان ممکن و احتمال رویداد مناظر با آن را مدنظر قرار دهند. این یک پدیده ی متداول است وقتی که یک سرمایه گذار تصمیمی بدون ریسک یا دارای ریسک می گیرد. در حقیقت هر سطح شدت زیان بالقوه و احتمال رخداد آن را وزن دهی می کند. این موارد موجب شده تا تعریف دیگری از ریسک ارائه داده، و مساله ی انتخاب پرتفوی را بر مبنای تعریف جدید مورد بحث قرار دهیم.

ادامه ی مقاله به این صورت سازمان یافته است که ابتدا به طور خلاصه، مروری بر تعاریف عمومی پیشین ریسک، مورد استفاده در انتخاب پرتفوی، خواهیم داشت. سپس تعریف جدیدی از ریسک ارائه کرده و معیار رتبه بندی مخاطره آمیزی پرتفوی را مورد بحث قرار می دهیم. پس از آن نمونه

ریسک به شکل ریاضی در انتخاب پرتفوی است که برای اولین بار توسط مارکوویتز کمی شد. مارکوویتز بازده پرتفوی را با میانگین و ریسک آن را با واریانس کمی کرد. مارکوویتز در کار پیش گامانه‌ی خود دو نمونه اساسی ایجاد کرد (۱۹۵۲ و ۱۹۵۹ Markowitz) بدین ترتیب که برای سطح مشخصی از واریانس پرتفوی، ارزش مورد انتظار باید حداکثر و یا برای سطح مشخص بازده مورد انتظار پرتفوی، واریانس باید حداقل شود. برای بیان تعریف مارکوویتز از ریسک به شکل ریاضی، اجازه دهید X بازده تصادفی پرتفوی و e ارزش مورد انتظار آن باشد. بنابراین واریانس X یعنی $V = E[(X - e)^2]$ ریسک سرمایه گذاری در پرتفوی نامیده می شود (V) علامت ریاضی واریانس و E ارزش مورد انتظار است).

دومین تعریف از ریسک، نیمه واریانس است که این نیز توسط مارکوویتز به ما معرفی شده است. نیمه واریانس فقط تغییرپذیری بازده های کم تر از میانگین را اندازه گیری کرده و از بازده های بیش تر از میانگین صرف نظر می کند. نیمه واریانس نگرش سرمایه گذاران به ریسک را در مقایسه با واریانس، بهتر مورد مقایسه قرار می دهد. همچنین رویکرد میانگین - نیمه واریانس در مواقعی که رویکرد میانگین - واریانس به علت توزیع نامتقارن بازده اوراق بهادار ناکارآمد می شود، می تواند در اتخاذ تصمیم بهینه موثر واقع شود. تعریف ریاضی این نوع از ریسک در ادامه بیان می شود. اگر X بازده تصادفی پرتفوی و e ارزش مورد

انتظار باشد، بنابراین نیمه واریانس X یعنی $V(x, e) = E[(x - e)^+]$ ریسک سرمایه گذاری در پرتفوی نامیده می شود. در این معادله SV علامت ریاضی نیمه واریانس است و

$$V(x, e) = \begin{cases} x - e & / \quad x \geq e \\ 0 & / \quad x < e \end{cases}$$

سومین تعریف ریاضی از ریسک یعنی احتمال بی آمد نامساعد پس از آن که روی مقیاس ایمنی اولیه^۸ را رتبه بندی کرد، معروف شد. روی، ریسک سرمایه گذاری را با اندازه گیری شانس نزول ارزش سرمایه گذاری به کم تر از سطح مشخص شده ی فاجعه بار، مقیاس بندی کرد (Roy, D.A) (۱۹۵۲). به عبارت دیگر ریسک عبارت است از احتمال رویداد ناخوشایندی که زیان مشخص برابر یا بیش تر از سطح زیان مورد انتظار شود. مقیاس روی عبارت از حداقل کرن احتمال رویداد چنین حادثه ی ناخوشایندی است. ما می توانیم تعریف روی از ریسک را به روشی که در ادامه می آید بیان کنیم. اگر X نشان دهنده ی بازده سرمایه گذاری، h بازده هدف و V_0 بیان گر سطح زیان قابل قبول باشد، بنابراین $\{ (b - X) \geq V_0 \}$ ریسک سرمایه گذاری در پرتفوی نامیده می شود. در این معادله مشخص است که عبارت $(b - X)$ ، زیان سرمایه گذاری در پرتفوی است.

تعریف جدید ریسک

از موارد مورد بحث در بخش اول دیدیم

7 - Roy

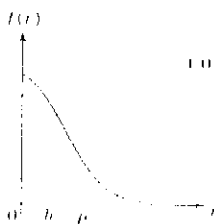
8 - Safety first criterion

مقاله ای که هری مارکوویتز در سال ۱۹۵۲ نوشت منشأ پیدایش نظریه مجموعه اوراق بهادار (پرتفوی) شد. او فرض خود را بر این گذاشت که سرمایه گذارها الزاما در پی به حداکثر رسانیدن بازده مورد انتظار نیستند.



که هنگام ارزیابی ریسک، بعضی مواقع سرمایه گذاران هر سطح شدید زیان بالقوه و احتمال رویداد آن را ارزیابی می کنند. بنابراین مادر تعریف جدید از ریسک، سطوح شدید زیان و احتمال رویداد متناظر با هر سطح را یک پارچه^۹ می کنیم (برای مثال به شکل ۱ و ۲ نگاه کنید).

تعریف ۱. اگر X بازده تصادفی پرتفوی و h بازده هدف تعیین شده توسط سرمایه گذار باشد. بنابراین منحنی



شکل ۱. منحنی ریسک پرتفوی با توزیع نرمال بازده

9 - integrate



در سال ۱۹۵۲ مارکویتز اظهار داشت که واریانس می تواند بیان کننده ی ریسک باشد. نمونه میانگین واریانس مارکویتز مشهورترین و متداول ترین رویکرد در مسئله انتخاب سرمایه گذاری است.



حالی که به عقیده ما سرمایه گذاران نگران تمام موارد ناخوشایند ممکن هستند.

مثال ۱. فرض کنید X (بازده ms^{-1}) بازده تصادفی یک پرتفوی با توزیع نرمال باشد (در این جا m و S اعداد حقیقی هستند) هم چنین b بازده هدفی باشد که توسط سرمایه گذار تعیین شده است. بنابراین منحنی ریسک X را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

مثال ۲. اگر X بازده تصادفی یک پرتفوی با توزیع یکتواخت و با تابع چگالی احتمال

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a-b} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

هم چنین اگر b بازده هدف مشخص شده سرمایه گذار باشد، منحنی ریسک X را به صورت زیر خواهیم داشت:

تحمیل احتمال رخداد حادثه ی ناخوشایندی را که زیان آن بزرگتر یا مساوی r می شود را تعیین کند. ما در این جا از منحنی اطمینان $a(r)$ برای تعیین حداکثر حدود قابل تحمل احتمال رخداد تمامی حوادث ناخوشایند بالقوه استفاده می کنیم. منحنی اطمینان در شکل ۳ نشان داده شده است. هم چنین که در شکل ۳ نشان داده شده است، معمولاً زمانی که مقدار r پایین است سرمایه گذار بالنسبه با احتمال بیش تری رخداد حادثه ی ناخوشایندی را که باعث می شود زیان بزرگتر یا مساوی r شود را می تواند تحمل کند. اما زمانی که r بزرگ باشد سرمایه گذار فقط می تواند احتمال رخداد حادثه ی ناخوشایند کمی را تحمل کند. آشکار است که ناحیه ی زیر منحنی اطمینان $a(r)$ ناحیه ی ریسک پایین است و ناحیه بالای منحنی اطمینان $a(r)$ ناحیه ی ریسک زیاد است که سرمایه گذار باید از ایجاد آن اجتناب کند.



شکل ۳. میزان شدت ریسک

پسک با فرض این که X بازده پرتفوی A باشد. اجازه دهید مخاطره آمیزی A را بر طبق چهار تعریف مشخص کنیم:

ضابطه ۱. بر طبق روش مارکویتز می توانیم

بر طبق تعریف جدید ریسک، برای تعیین میزان ریسک، سرمایه گذار در ابتدا بایستی بازده هدف b را مشخص کند. سپس سه داده به معادله وارد می شود. اولین داده r (شدت زیان) است. دومین داده احتمال رخداد حادثه ناخوشایندی است که تحت آن زیان $(b-x)$ بزرگتر یا مساوی r شود. سومین داده قضاوت ذهنی سرمایه گذاران در رابطه با دو داده ی اول است. چیر که سرمایه گذاران مختلف، قضاوت های متفاوتی دارند. برای هر مقدار مشخص r ، سرمایه گذار بایستی بتواند حداکثر دمنه قابل

شکل ۲. منحنی ریسک پرتفوی با توزیع یکتواخت بازده

با توجه به تعریف اولیه شده مشخص است که $(b-x)$ زیان بالقوه و r بیانگر سطح شدیدی از بین زیان است. علامت بزرگتر r را از زیان $(b-x)$ جدا می کند. منحنی $f(r)$ احتمال کمتر بودن بازده اوراق بهادری X از بازده هدف b به اندازه r است. وجه تمایز بین تعریف از تعریف روی بین است که در بین تعریف ریسک به جای یک مقدار ویژه، یک منحنی در نظر گرفته می شود. از نقطه نظر روی سرمایه گذاران فقط نگران یک مورد ناخوشایند هستند در



نمونه جدید برای انتخاب پرتفوی

فرض کنید X_i بیانگر بازده تصادفی ورقه بهادار i ام باشد. بازده این اوراق در طول سال طبق تعریف به صورت زیر خواهد بود:

$$r_i = (p'_i + d_i - p_i) / p_i$$

در این فرمول p'_i قیمت پایان سال اوراق بهادار، p_i قیمت پایان سال اوراق بهادار در سال قبل، d_i سودهای نقدی اوراق بهادار طی سال و $i = 1, 2, \dots, n$ است.

با فرض این که b بیانگر بازده هدف از پیش تعیین شده ی یک سرمایه گذاری، X_i نسبت سرمایه گذاری در اوراق بهادار i ($i = 1, 2, \dots, n$) باشد. زیان حاصل از سرمایه گذاری به صورت زیر قابل بیان

پیش تعیین شده و a_0 سطح اطمینان تعیین شده به وسیله سرمایه گذار است.

ضابطه ۴. بر طبق ایده ی جدید بیان شده در این مقاله، می توانیم بگوییم A ایمن است اگر $r_i \leq a_0$ که در این جا a_0 سطح بازده هدف مشخص شده توسط سرمایه گذار، r_i هر سطح زیان ممکن و a_0 سطح اطمینان تعیین شده به وسیله ی سرمایه گذار است.

این آشکار است که پرتفوی ایمن شناخته شده طبق ضابطه ی ۳ ممکن است وقتی که طبق ضابطه ی ۴ مورد قضاوت قرار گیرد دارای ریسک تشخیص داده شود. اما اگر یک پرتفوی طبق ضابطه ی ۴ ایمن شناخته شود، این پرتفوی باید طبق ضابطه ی ۳ نیز ایمن شناخته شود.

بگوییم A ایمن است اگر $I[X] \leq a$ که در این جا I علامت واریانس و a حداکثر سطح واریانس معینی است که سرمایه گذار می تواند تحمل کند.

ضابطه ۲. بر طبق روش مارکوویتز می توانیم بگوییم A ایمن است اگر $I[X] < b$ که در این جا b علامت نیمه واریانس و b حداکثر سطح نیمه واریانس معینی است که سرمایه گذار می تواند تحمل کند.

ضابطه ۳. بر طبق روش "روی" می توانیم بگوییم A ایمن است اگر $a_0 \leq r_i \leq a_0$ که در این جا b بازده هدف مشخص شده توسط سرمایه گذار و I_0 سطح حادثه ی ناخوشایند از

Journal of Applied Mathematics
 Subject: *Hybrid Intelligent Algorithm*
 Volume 10, Number 11, 2018
 ISSN: 1934-2659

که این ریسک، همان چیزی است که "روی" پیشنهاد کرده است (Roy.D.A) ۱۹۵۲.

الگوریتم هوشمند پیوندی¹⁰

هنگامی که تابع توزیع احتمال بازده اوراق بهادار نوع مشخصی از توابع نباشد، حل مسأله‌ی بهینه‌سازی مطرح شده با استفاده از روش‌های سنتی مشکل خواهد بود. الگوریتم ژنتیک نیازی به تجزیه و تحلیل‌های ریاضی به‌خصوصی در حل مسأله‌ی بهینه‌سازی ندارد، و به‌صورت گسترده‌ای در حل مسأله‌ی بهینه‌سازی صنعتی که حل آن‌ها روش‌های سنتی مشکل است مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوریتم ژنتیک در سال ۱۹۷۵ توسط جان هالند¹¹ مطرح و توسط فردی جون کوزا¹² و کن و جنگ¹³ توسعه داده شد. برای محاسبه مقادیر هدف و محدودیت‌ها در موارد پیچیده، شبیه‌سازی تصادفی¹⁴ می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. در اینجا شبیه‌سازی ترکیب شبیه‌سازی تصادفی در الگوریتم ژنتیک، برای حل مسأله‌ی بهینه‌سازی عمومی و برای حل نمونه پیشنهادی به کار می‌گیریم. در ابتدا شبیه‌سازی تصادفی برای محاسبه ارزش‌های مورد انتظار و مقادیر تابع منحنی ریسک به کار گرفته می‌شود و سپس الگوریتم ژنتیک برای مشخص کردن



هدف را حداکثر کردن ارزش مورد انتظار سرمایه‌گذاری تعیین کنیم، به شرط آن که

$$h = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n p_i = 1 \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i = h \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i^2 = h^2 + \sigma^2 \\ p_i \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

زمانی که F به یک عدد مشخص F_0 تبدیل شود، منحنی اطمینان، یک سطح اطمینان مشخص a_0 خواهد شد ($a_0 = a(F_0)$).

با فرض این‌که F نشان دهنده‌ی شدت زیان ممکن باشد، و $\sigma(F)$ منحنی اطمینان سرمایه‌گذار باشد، برای کسب حداکثر بازده سرمایه‌گذاری و اجتناب از ریسک، بایستی

10 - Hybrid Intelligent algorithm

11 -Jun Holland

پرتفوی بهینه مورد استفاده قرار می گیرد. الگوریتم به صورت زیر خلاصه می شود:

مرحله ۱. مقداردهی اولیه اندازه ی جمعیت کروموزوم های امکان پذیر و استفاده از شبیه سازی تصادفی برای بررسی امکان پذیری کروموزوم ها. هنگام بررسی امکان پذیری یک کروموزوم برای نمونه (۱)، از محدوده ای که سرمایه گذار در زمان های N (عددی است به حد کافی بزرگ) می دهد اعداد مثبت حقیقی r به صورت تصادفی ایجاد می شود. در هر زمان که یک r حاصل شود، یک سطح اطمینان $a(r)$ متناظر با آن خواهیم داشت. با فرض این که $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ بیانگر بردار نسبت سرمایه گذاری و (x_1, x_2, \dots, x_n) بردار بازده اوراق بهادار باشد. اگر $a(r) \leq r \cdot x$ جفت هایی از r و $a(r)$ برای N تصرف کند، کروموزوم امکان پذیر است. در غیر این صورت فرایند بالا را تا زمانی که کروموزوم امکان پذیر حاصل شود تکرار می کنیم.

مرحله ۲. استفاده از شبیه سازی تصادفی برای محاسبه ی مقادیر هدف کروموزوم ها، و سپس رتبه بندی ترتیبی کروموزوم ها بر طبق مقادیر هدف. به گونه ای که بزرگترین مقدار هدف دارای کوچکترین رتبه ی ترتیبی کروموزوم متناظر باشد.

مرحله ۳. محاسبه ی مقادیر تابع ارزیابی^{۱۷} مبنای رتبه ای کروموزوم ها و سپس برآزش^{۱۸} هر کروموزوم مطابق با تابع ارزیابی مبنای رتبه ای.

مرحله ۴. انتخاب کروموزوم ها با چرخاندن چرخ گردونه. به طوری که کروموزوم های بهتر شانس بیش تری برای تولید نوزاد^{۱۹} داشته باشند.

مرحله ۶. کروموزوم ها را با عملگرهای تقاطعی^{۱۸} و جهشی^{۱۹} به روز کنید.

مرحله ۷. مراحل دوم تا ششم را به تعداد دوره های از قبل تعیین شده تکرار کنید و

مرحله ۸. بهترین کروموزوم را برای انتخاب پرتفوی بهینه اتخاذ کنید.

مثال عددی

برای توضیح ایده ی بهینه سازی ارائه شده و برای آزمون اثربخشی الگوریتم هوشمند پیوندی طراحی شده. یک مثال عددی ارائه می دهیم. برای حل مساله ی نمونه، پارامترهای مورد اشاره در ادامه ی متن را در الگوریتم ژنتیک قرار می دهیم. اندازه جمعیت ۳۰، احتمال تقاطعی $p_c = 0.3$ ، احتمال جهشی $p_m = 0.2$ و پارامتر تابع ارزیابی مبنای رتبه ای $v = 0.6$.

مثال ۳. فرض کنید ۱۰ عدد اوراق بهادار وجود دارد. تابع توزیع احتمال بازده اوراق بهادار یعنی X_i ($i = 1, 2, \dots, 10$) در جدول ۱ داده شده است. فرض کنید سرمایه گذار منحنی اطمینان زیر را مدنظر داشته باشد

ردیف	بازده	احتمال
۱	۱.۰۹۴	۰.۰۹
۲	۱.۰۸۵	۰.۱۲
۳	۱.۰۴۲	۰.۳۳
۴	۱.۰۰۳	۰.۳۳
۵	۰.۹۶۳	۰.۱۳
۶	۰.۹۲۴	۰.۰۹

17 - offspring
18 - crossover
19 - mutation

اگر چه برخی از افراد ممکن است فقط به یک سطح زیان خطرناک از قبل تعیین شده حساس باشند و احتمال رویداد آن را ریسک به شمار آورند اما افراد دیگر ممکن است تمام سطوح زیان ممکن و احتمال رویداد متناظر با آن را مدنظر قرار دهند.



هم چنین فرض کنید سرمایه گذار بازده هدف را $b = 0.4$ تعیین کرده باشد. مطابق ایده

$$\begin{cases} \max E_r(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot r_i \\ \text{subject to} \\ D = 0.4 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot d_i \\ x_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i = 0, i = 1, 2, \dots, 10 \end{cases}$$

در این نمونه ۲ بیانگر سطح شدید زیان پرتفوی است.

از آنجا که در مثال ۳، بازده های ۱۰ ورقه بهادار تماما متغیرهای دارای توزیع نرمال هستند، ما می توانیم مقدار هدف را به طور مستقیم با فرمول $m = m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n$ (میانگین بازده ورقه بهادار نام بوده و m_i میانگین بازده ورقه بهادار i است) محاسبه کنیم. اما محدودیت زیر را با استفاده از شبیه سازی تصادفی محاسبه می کنیم.

$$D = 0.4 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot d_i$$

واریانس پرتفوی اولین نوع تعریف ریسک به شکل ریاضی در انتخاب پرتفوی است که برای اولین بار توسط مارکوویتز کمی شد. مارکوویتز بازده پرتفوی را با میانگین و ریسک آن را با واریانس کمی کرد.



(۱۰)

اجرای الگوریتم هوشمند پیوندی با نسل های ۳۰۰۰ در میان ۱۰ ورقه بهادار نشان می دهد که تحت محدودیت معین، به منظور حداکثر کردن بازده مورد انتظار پرتفوی، سرمایه گذار باید پول خود را طبق جدول ۲ تخصیص دهد. حداکثر بازده مورد انتظار پرتفوی ۰.۷۹۷ است. همان طور که در شکل ۴ مشخص است، منحنی ریسک پرتفوی انتخابی $r(p)$ زیر منحنی تضمینان سرمایه گذار $a(p)$ قرار دارد.

Figure 4. Risk curve for and confidence interval

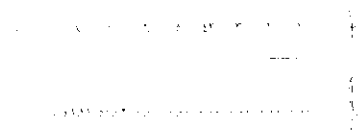
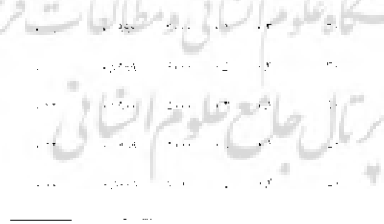


Figure 4. Risk curve for and confidence interval

به منظور تست مجدد اثربخشی الگوریتم طراحی شده، از مزمون های عددی بیش تری با مقادیر پارامترهای متفاوت برای الگوریتم ژنتیک انجام دادیم. که نتایج آن در جدول ۳ نشان داده شده است. برای مقایسه نتایج مقادیر هدف، خطای نسبی (۱۰۰٪/مقدار بهینه) مقدار واقعی - مقدار بهینه) در بین فرمول، مقدار بهینه بزرگترین مقدار هدف بهینه می محاسبه شده است. نیز ارایه شده است. همان طور که در جدول ۳ مشخص است، هنگامی که مقادیر متفاوتی برای پارامترهای الگوریتم ژنتیک اتخاذ و جای گذاری می شود خطای نسبی از ۱ تجاوز نمی کند، که این نشان دهنده ی پایداری الگوریتم طراحی شده در مجموعه ای از پارامترها و مؤثر بودن در حل مساله نمونه (۳) است.

Figure 3. Risk curve for and confidence interval



نتیجه گیری

ما در این مقاله تعریف جدیدی از ریسک ارایه دادیم. بر مبنای تعریف جدید نوع جدیدی از نمونه بهینه سازی را معرفی کردیم. در ادامه الگوریتم هوشمند پیوندی را برای حل مساله ی نمونه جدید در وضعیت های عددی به کار بستیم. نتایج مثال عددی

و آزمون های تجربی نشان داد که الگوریتم طراحی شده بری مجموعه ی از پارامترها پایدار بوده و بری حل مساله بهینه سازی مؤثر است. در حل مساله بیش ترین زمان، صرف شبیه سازی تصادفی می شود. اگر بتوان تعداد متغیرها را با استفاده از تجزیه و تحلیل کاهش داد، فرایند حل مساله را می توان سرعت بیش تری بخشید. در موقع پیچیده ای که نتوان مساله بهینه سازی را از راه تحلیلی حل کرد الگوریتم هوشمند پیوندی مطرح شده در مقاله، جایگزین خوبی محسوب می شود.

Abstract

In the field of portfolio selection, variance, semivariance and probability of an adverse outcome are three best-known mathematical definitions of risk. Lots of models were built to minimize risk based on these definitions. This paper gives a new definition of risk for portfolio selection and proposes a new type of model based on this definition. In addition, a hybrid intelligent algorithm is employed to solve the optimization problem in general cases. One numerical example is also presented for the sake of illustration. © 2007 Elsevier B.V. All rights reserved.

Keywords: Portfolio selection; Random programming; Risk analysis; Investment; Optimization

منابع و ماخذ

- ۱- جهانخانی، علی و غنی پارسائیان (۱۳۷۶). «مدیریت سرمایه گذاری و ارزیابی و رزق بهادار»، چاپ اول، موسسه انتشارات و چاپ دانشگاه تهران

- ۲- راعی، رضا و احمد تنگی (۱۳۸۳). مدیریت سرمایه گذاری پیشرفته، چاپ اول، سازمان چاپ و انتشارات، وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی

1. M.I. Best, A. Fiacchine, The efficient frontier



7 (1952) 77-91.

[25] H. Markowitz, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, Wiley, New York, 1959.

[26] H. Markowitz, Computation of mean-semivariance efficient sets by the critical line algorithm, *Annals of Operational Research* 45 (1993) 307-317.

[27] J. Philippe, *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, Irwin Professional Publishing, Chicago, 1996.

[28] B.M. Rom, K.W. Ferguson, Post-modern portfolio theory comes of age, *Journal of Investing* 3 (1994) 11-17.

[29] A.D. Roy, Safety first and the holding of assets, *Econometrica* 29 (1952) 431-449.

[30] H. Tanaka, P. Guo, B. Tu, Risker, Portfolio selection based on fuzzy probabilities and

possibility distributions, *Fuzzy Sets and Systems* 111 (2000) 387-397.

bridge, 1994.

[19] M.T. Leung, H. Danik, A.S. Chen, Using investment portfolio return to combine forecasts: A multiobjective approach, *European Journal of Operational Research* 134 (2001) 84-102.

[20] Z. Li, S. Wang, X. Deng, A linear programming algorithm for optimal portfolio selection with transaction costs, *International Journal of Systems Science* 31 (2000) 107-117.

[21] R. Liu, *Theory and Practice of Uncertain Programming*, Physica-Verlag, Heidelberg, 2002.

[22] S.C. Lu, S.Y. Wang, W.H. Qiu, A mean-variance-safety-first model for portfolio selection with transaction costs, *International Journal of Systems Sciences* 34 (2003) 255-282.

[23] J.C.T. Mao, Models for capital budgeting: I - V vs. E - S, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 6 (1970) 657-675.

[24] H. Markowitz, Portfolio selection, *Journal of Finance*

bounded assets, *Mathematical Methods of Operations Research* 52 (2000) 195-212.

[2] G. Castellucci, M.J. Sicari, The practice of Delta-Gamma VaR: Implementing the quadratic portfolio model, *European Journal of Operational Research* 150 (2003) 529-545.

[3] V.K. Chopra, W.T. Ziemba, The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choices, in: W.T. Ziemba, J.M. Mulvey (Eds.), *Worldwide Asset and Liability Modeling*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998, pp. 53-61.

[4] K. Chow, K.C. Denning, On variance and lower partial moment betas: The equivalence of systematic risk measures, *Journal of Business Finance and Accounting* 21 (1994) 231-241.

[5] Y. Crama, M. Schyns, Simulated annealing for complex portfolio selection problems, *European Journal of Operational Research* 150 (2003) 546-571.

[6] X.T. Dong, Z.F. Li, S.Y. Wang, A minimal portfolio selection strategy with equilibrium, *European Journal of Operational Research* 166 (2005) 278-292.

[7] E.J. Elton, M.J. Gruber, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, John Wiley and Sons, New York, 1995.

[8] M. Gen, R.W. Chang, *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*, John Wiley and Sons, New York, 2000.

[9] H. Grootveld, W. Hallerbach, Variance vs. downside risk: Is there really that much difference? *European Journal of Operational Research* 114 (1999) 304-319.

[10] M. Hirschberger, Y. Qi, R.F. Steuer, Randomly generating portfolio selection covariance matrices with specified distributional characteristics, *European Journal of Operational Research* 177 (2007) 1610-1625.

[11] J. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

[12] G. Homafar, D.B. Craddy, Variance and lower partial moment betas as alternative risk measures in cost of capital estimation: A defense of the CAPM beta, *Journal of Business Finance and Accounting* 17 (1990) 677-688.

[13] C. Huang, R. Litzenberger, *Foundations for Financial Economics*, Academic Press, New York, 1988.

[14] X. Huang, Fuzzy chance-constrained portfolio selection, *Applied Mathematics and Computation* 177 (2006) 500-507.

[15] X. Huang, Two new models for portfolio selection with stochastic returns taking fuzzy information, *European Journal of Operational Research* (2006), doi:10.1016/j.ejor.2006.04.010.

[16] X. Huang, Portfolio selection with fuzzy returns, *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, in press.

[17] H. Konno, R. Suzuki, A fast algorithm for solving large-scale mean-variance models by compact factorization of covariance matrices, *Journal of the Operations Research* 35 (1992) 93-104.

[18] J. Koza, *Genetic Programming II*, MIT Press, Cam-