

ترجمه : هوشنگ ایرانی

لوژیستیک^۱

قدمت منطق بطور کلی نامعلوم است. ولی بهرحال، ابتدای پیدایش آن برای غربیان از زمان ارسطو و افلاطون گمان می‌رود. منطقی دیگر نیز بنام منطق هندی وجود دارد که در باره تقدم آن بر منطق یونانی گفته‌گو بسیار است. ولی این منطق اصولاً بر منطق یونانی تأثیری نکرده و جنبشی که بارسطو ختم گردید مستقلاً پیشرفت داشته است.

منطق ارسطو در طی حکومت دوهزار و سیصدساله خود کمتر از هر علمی نقطه ضعف نشان داد. حتی چندسال در ردیف قوانین مذهبی قرار گرفت. اگر این پیشگویی برابست و وطن‌دار راست باشد که ما گذرانندگان لحظه‌ای تاریخی در تاریخ بشریت هستیم، لرزش پایه کاخ استوار منطق ارسطو و ریزش آنرا نیز باید از نمودهای فعل و انفعال این پیچش عظیم شمرد. اکنون در کنار منطق غیر ارسطویی فلسفه‌ای بنام فلسفه «جزآنان که بودند» وجود آمده است و عنوان هر کدام از رشته‌های آن کلمه «غیر» را بر خود دارد.

تحول اساسی منطق از قرن هفدهم آغاز شد، و اکنون بحرانی ترین لحظات را میگذرانند. لحظه‌ای که باید بود و یا نبود منطق قدیم را ابدی سازد. ریاضی دانان با خشونت بی نظیر بساط قدیم پرستان را در مینوردند، و دوستان سنن با کینه‌ای شدید «کودکان نوبا» را دچار سخره و تهمت و تکفیر میسازند. اما مسلم است که دوران حکومت سنن (حد اقل در علوم) پایان رسیده، و ضریب احتمال در کلیه زوایا و بیچ و خمهای علوم رخنه کرده است.

داستان پیدایش منطق سهولیک را «ولف»^۲ در مقاله خود بیان کرده است، و هر کدام از مراحل تکامل آنرا به مختصر اشاره‌ای گذرانده است. اکنون منطق و ریاضیات از یکدیگر انفکاک نابدیر شده‌اند، و منطق جدید اتکالی خود را تماماً بر دوش ریاضیات نهاده است. این همبستگی و پیشرفت آن بطور کلی بر اثر کوشش‌های «فرگه»^۳، «بثانو»^۴، «راسل»^۵، و «واپتهد»^۶ بدست آمد، اما توسط «لودویک - ویت گشتاین»^۷ و «فرانک رمزی»^۸ توسعه بیشتری یافت و قابل استفاده تر گردید. روش آنها بر گسترش دستگامی قرار دارد که در آن تمام مفروضات پیچیده صراحت یافته‌اند. و بوسیله گذاردن تدریجی اعداد معین بجای متغیرها، تمام قضایا از این مفروضات استنتاج میشوند. «فرگه» اصول این تحلیل منطقی را در «Grundlagen der Arithmetik» و «Aritmetik»^۹ و برخی دیگر از آثارش آورده است. «فرگه» در کتاب دومی حساب را صرفاً از نظر قضایای منطقی بررسی می‌کند. اما ابداً عاقل او آنچنان مشکل بود که نتوانست تأثیری عمیق بر پیشرفت‌های آینده این علم داشته باشد. در ۱۸۹۴ «بثانو» با چاپ Formulaire de Mathématique سمبولهای که برای بیان اصول کافی بودند ایتکار کرد. و «راسل» با کمک «واپتهد» با بکار بردن علامات «بثانو» و روش تحلیل «فرگه» در ۱۹۱۰ کتاب Principia Mathematica را انتشار داد، و با این اثر ترقی

1- Logistic 2- A. Wolf 3- G. Frege 4- G. Peano 5- B. Russell
6- A. N. Whitehead 7- L. Wittgenstein 8- F. Ramsey

و پیشرفت لوژیستیک آغاز شد. «راسل» قضایا را اصلی گرفته و رسته‌ها را بوسیله آنها محاسبه میکند. او میان سمبولهائی که موجودی را نامگذاری نمیکنند بلکه آنرا وصف مینمایند، و «نامها» تفاوتی عظیم یافته است. «راسل» این سمبولها را «توصیفهای محدود» مینامد، و آنها را با سمبولهائی چون «یک بشر»، «یک نویسنده» که «توصیفهای نامحدود» نامیده میشوند مقایسه میکند. تشخیص تفاوت میان نام و توصیف بسیار مهم است. از آنجا که بخطا تصور میکردند توصیف‌هایی نظیر «کاملترین موجودات» باید بر چیزی اطلاق شود، هر جمله‌ای را که از لحاظ دستور زبان درست بود، قابل اهمیت میشردند. و از اینجا اشکالاتی که «اشکالات دور و تسلسل» نامیده میشوند بوجود میآمدند. «راسل» برای رفع این اشکالات نظریه «تیپ» هارا ساخت. اساس نظریه او چنین است که: غالباً گمان میرفته است که مقدار x در رابطه $x \cdot \varphi \cdot x = 0$ دلخواه است در حالیکه چنین نباید باشد و اشکالات تسلسل از همین خطا ناشی میگردد. «راسل» میگوید اگر مقدارهای متغیر به تیپ‌های معینی که با موقعیت آن مناسب باشد محدود گردد اشکالات مزبور مرتفع خواهند شد. و در حقیقت اگر مقداری نامناسب برای متغیر در نظر گرفته شود، قضیه منتهجه، گذشته از درستی یا نادرستی، اصولاً بی معنی خواهد بود.

بسطی که «راسل» بنظریه تیپ‌ها میدهد اشکالات دور و تسلسل را برطرف میکند، اما بر رسیهای او بر اصل بدیهی قابلیت تبدیل استوار است، که آن خود موجود مشکلات مهمی است، و برای رهائی از این مشکل «رمزی» روشی پیشنهاد کرد که در آن از اصل بدیهی قابلیت تبدیل صرف نظر میشود. بهرحال مطلب بسیار غامض و بحث آن بسیار مطول است و جز با مطالعات مداوم و دقیق فهم منطقی جدید امکان پذیر نیست.

«ولف» منطق دان انگلیسی که هنوز بای بند منطق باستانی است، در مقاله خود بر سلای علم منطق ریاضی حمله میبرد و بخیال خود کوشش میکند نقاط ضعفی در ابداعات آنها بدست آورد، ولی از مطالعه مقاله بخوبی واضح خواهد شد که کوشش او بجائی نرسیده است. مخالفت او خاصه متوجه لوژیستیک و نظریه تطابق ریاضیات بر منطق است. و این مخالفت را با وضعی کینه آمیز اعمال میکند. این مقاله گذشته از مطالبی که در باره منطق علمی در بردارد، دال بر استحکام پایه‌های منطق جدید نیز میتواند باشد. و چون این اولین باری است که در باره منطق سمبولیک بحثی آغاز میشود نیکوتر آنست که دانشمندان ریاضی دان (که صلاحیت و نیروی تحقیق و بررسی در چنان مواضعی را دارند) این مبحث پیچیده را برای دانش دوستان ایرانی روشن سازند. و مخصوصاً از آقای دکتر هشرودی استاد عالیقدر ریاضیات، که یگانه دانشمند متبحر در لوژیستیک هستند، انتظار میرود اجازه دهند همگان از فیضان نبوغ ایشان بهره ور شوند و فارسی زبانان را بطریق آشنائی با منطق علمی راهنما گردند.

منطق علمی در ابتدا منطق سمبولیک، و سپس جبر منطق و منطق ریاضی نام گرفت و عالیترین صورت آن بنام لوژیستیک خوانده میشود؛ و عنوان لوژیستیک عموماً به بررسیهای (فرگه - راسل) اطلاق میگردد و منظور از آن اینست که بطور کلی ریاضیات قابل تبدیلند بمنطق. تاکنون استادی «فرگه» دانشمند آلمانی در منطق علمی مسلم است، و پس از او «برتراند راسل» دانشمند انگلیسی و سپس «بثانو» ایتالیائی، «کانتور» (۱) آلمانی، «دد کیند» (۲) آلمانی، «واپتهد» انگلیسی، «هیلبرت» (۳) آلمانی، «بول» (۴) انگلیسی، «شروتر» (۵) آلمانی، «ویت گنشتاین» آلمانی، «پرس» (۶) آمریکائی (که «جینز» (۷) «دیوئی» (۸) و بسیاری

1- G. Cantor 2- R. Dedekind 3- D. Hilbert 4- G. Boole 5- E. Schröder
6- C. S. Peirce 7- W. James 8- J. Dewey

دیگر از علمای آمریکائی تحت تأثیر او بید «ون» (۱) و بالاخره «رمزی» (که شاگرد «ویت گشتاین» بود و در سن بیست و هفت سالگی فوت شد، و معهدا از علمای بنام منطق علمی بشمار میرود) قرار دارند. کتبی که اساس منطق علمی را میتوان در آنها یافت، عبارتند از «مقدمه‌ای بر منطق سمبولیک» تألیف «لانگر» (۲) انگلیسی، «اصول ریاضیات» تألیف «راسل - وایتهد» انگلیسی، «فرمولر ریاضیات» تألیف «پنانو» ایتالیائی، «اصول لوژیستیک» تألیف «کار ناپ» (۳) آلمانی، «اصول منطق تئوری» تألیف «هیلبرت - و - آکرمان» (۴) آلمانی، «تحقیقی درباره قضایاییکه در کتاب (اصول ریاضیات) و مباحث نظیر آن از نظر منطق رسمی مشکوک است.» تألیف «گودل» آلمانی.

منطق سمبولیک

عنوان «منطق سمبولیک» اکنون به بررسیهایی اطلاق میشود که نامهای مختلف «جبر منطق»، «منطق ریاضی»، «لوژیستیک» و غیره را بر خود دارند. بررسیهایی که در این قسمت بعمل آمده است، عموماً توسط علمای ریاضی صورت گرفته، ولی البته هدف‌های آنان تفاوتی فاحش با یکدیگر ندارد. برخلاف تاریخ مطولی که این رشته از دانش دارد معهدا هنوز هم نمیتوان گفت که مواضع آن بصورت یک مجموعه متجانس و هم بسته، مشخص و قابل استفاده برای مبتدیان گردیده است. برای آنکه بتوانیم توضیحی قابل درک و مکفی از این موضوع بیان داریم، کتابی چهارصد صفحه‌ای مورد نیاز است؛ و معهدا نوشتجانی بسیار حجیم تر از میزان گفته شده وجود دارند که نتوانسته‌اند منطق سمبولیک را آنچنان که باید معرفی کنند. نظراساسی این مختصر عبارتست از توضیح منظور منطق جدید. و کسانی که بخواهند اطلاعات بیشتری در این باره کسب کنند می‌توانند به کتاب «لانگر» K. S. Langer موسوم به «مقدمه‌ای بر منطق سمبولیک» مراجعه کنند.

موفقیت‌های استدلال مطلق در وادی ریاضیات محض عموم را بر آن داشت تا رشته این نوع تفکر استقرائی یا *a priori* را بوادیهای دیگر ادامه دهند. هنگامیکه این روش بواقیت‌های زیست‌شناسی و فیزیکی عمل شد بی‌ثری این نوع «اصالت تعقل» واضح گردید؛ و کوشندگان طریق علوم جدید اهمیت ادراک عینی اشیاء را تأکید کردند، و بافتن و بهم‌انداختن تار و پودهای عقل مجرد را عملی سخیف شمردند. بهرحال، ریاضیات آنچنان نقش مهمی در پیشرفت‌های جدید علوم فیزیک ایفا میکند، که تصور کهن گذشتگان درباره اهمیت بیش از حد نیروهای تفکر مطلق، جانی تازه بخود گرفته است. اقدام موفقیت آمیز و بارور «دکارت» در بکار بردن روشهای جبری در هندسه طبعاً براهیمت و اعتبار روشهای جبری افزود، و این تصور بر بسیاری از مردم دست یافت که شاید بتوان کلیه مسائل و مراحل را که در منطق کلی، رسمی، و یا استقرائی مورد بحث است با توسعه روشهای جبری بوسیله آنها بررسی کرد. و این تصور چنان پذیرفتنی جلوه کرد که متفکرینی چون «تامس هابس» و دیگران استدلال را نوعی محاسبه دانستند و بدنبال آن، در طی قرن هفدهم، کوششهای مختلفی برای یافتن نوعی صنعت یا علم محاسبه‌همگانی برای توسعه دامنه منطق رسمی بعمل آمد. مهمترین کوشندگان اینطریق در قرن هفدهم، فیلسوف و ریاضی‌دان عظیم‌الشان «لایب‌نیتز» بود. او از سه جهت بسوی این هدف پیش‌رفت، ولی چیز مفید و قانع‌کننده‌ای بدست نیاورد. بکار بردن و تطابق دادن روشهای جبری در سایر شعب ریاضیات برای خود امری مهم شمرده میشد؛ اما اقدام بتوسعه آنها بنحوی که منطقه شمول آنها از ریاضیات فراتر رود، کاری است بس

1- J. Venn 2- S. K. Langer 3- Ackermann 4- K. Gödel

صعب و عظیم .

در طول قرن هیجدهم، این کوششها دچار رخوت شدند . نتایج حاصله از آنها بر « کانت » بزرگترین فیلسوف عصر، تأثیری نکرد و نتوانست او را برای ساختن منطقی جبری برانگیزاند، و پذیرشی که او در مقابل منطق رسمی نشان داد، هرگونه احتمال سازشی را با دیگر صور منطق از میان برد . و باین ترتیب، تا حدود نیمه قرن نوزدهم پیشرفت مهمی در این زمینه حاصل نگردید .

« اوگوستوس دومرگان » ریاضی دان انگلیسی (۱۸۰۶-۷۸) در کتابهای خود بنامهای *Sylabus of a Proposed System of Logic* و *Formal Logic*، و دیگر آثارش، کوشش کرد تا بوسیله توجه بانواع دیگر روابط میان عوامل يك قضیه جز آنکه بصورت « است » بیان میشود، فضای منطق رسمی، و مخصوصاً دامنه عمل نظریه استنتاج را وسعت بخشد . او نشان داد که « رابطه » در هر حال معانی مختلفی در بردارد، زیرا گاهی معرف اشیائی است که نامهای مختلف بر خود دارند، و زمانی فقط تمین اشیائی معین را میرساند؛ و برخی اوقات دال بر همسان بودن محمولات دو مفهوم است . چیزی که در تمام این روابط مهم است « قابل تبدیل بودن » و « متعدی » بودن آنها است، زیرا استنباط و استنتاج بر این خواص متکی است . اما انواع دیگری از روابط نیز همان خواص را دارند، و از آنجا میتوان صور دیگری از استنباط بر آنها بنا کرد . و باین ترتیب « دومرگان » اصول آنچه را که امروز « منطق روابط » نامیده میشود، بوجود آورد . در بررسیهای دیگر روابط نکاتی که اهمیت اساسی دارند، عبارتند از « عده عوامل مرتبط »، « تقارن » « متعدی » بودن رابطه . عوامل ممکن است دو، سه، یا بیشتر باشند؛ ولی شماره ممکن است گاهی اختیاری باشد . مثلاً در جمله « رستورانها مردم را غذا میدهند » رابطه دارای دو محمول؛ در جمله « رستورانها برای مردم غذا تهیه میکنند » دارای سه محمول؛ و در جمله « رستورانها برای رفع حوائج مردم غذا تهیه میکنند » دارای چهار محمول است . رابطه « متقارن » رابطه ایست که قابل تبدیل باشد؛ مثلاً اگر « الف شریک ب است »، پس « ب شریک الف است »؛ و در غیر اینصورت آنرا متباین مینامند؛ مانند آنکه اگر « الف از ب بزرگتر است » پس ب از الف بزرگتر نیست » واضح است که خصوصیت اوقسی يك رابطه، در هر موقعیتی، بایستی بوسیله علم بر حقایق مربوط بآن مشخص گردد . و علامات اختصاری (سمبولها) را میتوان برای بیان چنان علمی بکار برد، نه آنکه آنها را جانشین علم مذکور قرارداد .

اولین توصیفی که در کوشش برای بنای يك منطق جبری یا نیم جبری (یا چنانکه بعدها نامیده شد « منطق سمبولیک ») بدست آمد از آن « جرج بول *George Boole* » (۱۸۱۵-۶۴) ریاضی دان انگلیسی است . بررسی های او در دو اثر مهمش آورده شده است و آن دو عبارتند از :

The Mathematical Analysis of Logic, being an essay towards a Calculus of deductive reasoning.

An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probability.

« بول » علامات بیروح x, y, z, \dots را برای نمایش « چیزهایی که موضوع و مورد درک ما هستند » بکار برد؛ و علامات $+, -, \times, \dots$ را معرف افزایش و کاهش و جدان چیزها قرارداد « تا بتوان مفاهیمی جدید با عناصری محدود بوجود آورد . »؛ و علامت تساوی را بعنوان اتحاد (یا

همسنگ «است» برگزید. باین ترتیب مثلاً ممکن است بشر را x و فناپذیر را y فرض کرد. علامت جمع میتواند معنی «و»، «و همچنین «یا» بدهد؛ زیرا اگر دسته «مردان» و دسته «زنان» جمع آیند (که میتوان چنین گفت $x+y$)، رسته جدید از «مردان و زنان» تشکیل میشود، ولی برای تعریف هر کدام از اعضای این رسته باید گفت «یک مرد یا زن». علامت ضرب برای تعریف اعضای دسته‌هایی که عمل ضرب بر آنها عمل میشود بکار رفت، مثلاً: اگر x نماینده «اشیاء سیاه» باشد و z نماینده «گاو»؛ پس xz معرف «گاو سیاه» خواهد بود. البته در «جبر منطق» xx یا x^2 باید همیشه $x =$ باشد؛ زیرا اگر ما از دسته «گاو» آنتهایی را که «گاو» هستند (ZZ) جدا کنیم، جز «گاو» (z) چیزی نخواهیم داشت. «بول» علامت منها (—) را همسنگ (مگر) گرفت، چنانکه $z-x$ این معنی را میدهد که «تمام گاو مگر آنها که سیاه رنگند» او عدد (۱) را برای تعریف کلیه «کل مورد بحث» بکار برد، و صفر را معرف خالی بودن یک رسته (x یا y)، یا 0 قرار داد. باین ترتیب $1-x$ مفهومی داشت که امروز با \bar{x} نمایش داده میشود. و قانون تضاد را با معادله $x(1-x) = 0$ نمایش داد. برای تعریف یک عامل مرکب علامت اختصاری v بکار رفت، آنچنانکه مفهوم «هر چه x دارد y نیز دارد» با این رابطه $x=vy$ ، و «هر چه x دارد تمام آنست که y دارد» با $x=y$ نمایش داده شد. روشهای «بول» پیچیده‌تر از آن بودند که پذیرش عمومی یابند، ولی او باعث تحریک بسیاری از ریاضی‌دانان شد تا کوششهایش را در بنای روشی مناسب در محاسبه استنباطات استنتاجی ادامه دهند.

در حدود اواخر قرن نوزدهم «E. Schröder» (۱۸۴۱-۱۹۰۲)؛ «C. S. Peirce» (۱۸۳۹-۱۹۱۴) و عده‌ای دیگر برای گسترش و تکمیل یک «جبر منطقی» بررسیهای دامنه‌دارتری کردند. در سال ۱۸۸۱ «ژان ون» Jule von در کتاب «منطق سمبولیک» خود کوشید تا کلیه نتایجی را که تا زمان او بدست آمده بود، تنظیم و انتقاد کند. این اولین باری بود که عنوان «منطق سمبولیک» بکار رفت. «ون» کلمه «رسته» را بمفهوم «قسمت» (یاددلیلی) بکار برد که میتواند خالی باشد (آنچه که بعدها «رسته نول» نامیده شد)، و هدف او تنظیم و تحدید یک «انتظام رسته‌ای» بود که در آن تمام قضایا از نظر تقریر «بود» (در یک «کل» یا کل دیگر) یا «نبود» رسته‌هایی معین که بوسیله عواملشان مشخصی شده بودند، (در حقیقت، از نظر خالی یا پر بودن «قسمت»ها) بررسی شوند. «ون» چهار نوع عادی قضیه صریح را بترتیب زیر بیان میدارد:

$$1- \text{ « هر چه } x \text{ دارد } y \text{ نیز دارد» } xy = 0$$

$$2- \text{ « چیزی از متعلقات } x \text{ را } y \text{ ندارد» } xy = 0$$

$$3- \text{ « برخی از متعلقات } x \text{ را } y \text{ دارد» } xy > 0$$

$$4- \text{ « برخی از متعلقات } x \text{ را } y \text{ ندارد» } xy > 0$$

(که در آنجا « $>$ » معنی «بیش از» یا چیزی جز، هیچ «در بردارد») چون «ون» تعبیر عدم وجودی قضایای کلی را قبول کرد، پذیرفتن تعبیر وجودی قضایای جزئی بعنوان متناقض‌های کلی‌ها، برای او اجتناب‌ناپذیر گردید. «ون» آگاه بود که بکاری مستبدانه و دلخواه پرداخته است؛ اما او آنرا بعنوان یک قرارداد ابتدایی برای رسیدن به هدف محاسبات خود تلقی میکردند؛ و مفهومی که از «رسته‌ها» بعنوان قسمت یا دهلیز (یا فقط سوراخهای کیوتر)، و از انواع وجود «قراردادی» برای خود درست کرده بود و جدانش را آسوده میداشت.

چهار نوع قضیه صریح منطق قدیمی، برای عمل محاسبه کافی نبودند. زیرا، حتی با دو عامل مانند x و y ، و دو مقدار عددی مانند صفر و یک (آنطور که «بول» تعبیر میکرد) شانزده قضیه

متصور است :

$$\begin{array}{cccc} xy=0 & xy>0 & xy=1 & xy<1 \\ \bar{x}\bar{y}=0 & \bar{x}\bar{y}>0 & \bar{x}\bar{y}=1 & \bar{x}\bar{y}<1 \\ x\bar{y}=0 & x\bar{y}>0 & x\bar{y}=1 & x\bar{y}<1 \\ \bar{x}y=0 & \bar{x}y>0 & \bar{x}y=1 & \bar{x}y<1 \end{array}$$

(که در آنجا <1 یعنی «تمام کل مورد بحث را در بر ندارد»)

اکنون، با فقط دو عامل مناسب، مانند x و y ، تمام کل مورد بحث را میتوان با چهار ترکیب xy ، $\bar{x}\bar{y}$ ، $x\bar{y}$ ، $\bar{x}y$ بیان کرد بقسمی که $\bar{x}\bar{y} + x\bar{y} + \bar{x}y + xy = 1$ این رابطه می تواند جانشین هر کدام از شانزده رابطه بالا گردد. مثلا بجای $xy=0$ میتوانیم $\bar{x}\bar{y} + x\bar{y} + \bar{x}y = 1$ را قرار دهیم. و به همین ترتیب بجای $xy=1$ رابطه $\bar{x}\bar{y} + x\bar{y} + \bar{x}y = 0$ بجای $xy>0$ نامساوی $xy<1$ بجای $xy<1$ نامساوی $xy + x\bar{y} + \bar{x}y < 1$ و

«ون» در عین حال سعی کرد محاسبات رسته ای را بر محاسبات قضیه ای منطبق سازد، بطوریکه x ، y ، z ، ... هر کدام معرف صحت یک قضیه باشند؛ و x ، y ، z ، ... نادرستی آنرا برسانند؛ « 1 » معرف مجموع کلیه احتمالات و « 0 » معرف عدم وجود احتمال باشد. در آنحال رابطه $\bar{x}\bar{y} + x\bar{y} + \bar{x}y + xy = 1$ این معنی را در بردارد که: «صحت x و y ، صحت x تنها، صحت y تنها، و نادرستی x و \bar{y} کلیه احتمالات واقع میان آن دو را در بردارد.» «ون» بر این توجه یعنی $xy=0$ مفهوم کاذبی برای «دلالت ضمنی» تصور کرد. معنی $xy=0$ آنست که «هر چه x دارد y نیز دارد»؛ و اگر x و y را معرف دو قضیه فرض کنیم، معنی آن اینست که، غیر ممکن است در حالی که y باطل است x صحیح باشد، و یا بزبان دیگر x دلالت ضمنی دارد بر y ، و یا آنکه «اگر x صحیح است، پس y نیز صحیح است.» اما ممکن است $y=1$ باشد، یعنی آنسکه y تمام کل مورد بحث را شامل باشد، و یا کلیه احتمالات را در برداشته باشد، و باین ترتیب y مستقل از x خواهد بود. و بر این طریق «ون» نتیجه گرفت که: «جمله x دلالت ضمنی دارد بر y ، دلالت بر آن ندارد که واقعیت های مربوط بهم (هنگامیکه در رابطه $xy=0$ ، x و y معرف رسته باشند)، بیکدیگر پیوسته باشند، و یا آنسکه یک قضیه اصولا غیر قابل استنباط از قضیه دیگر است.» اکنون این نوع طرز تعبیر از «دلالت ضمنی» پذیرشی جهانی یافته و گاهی آنرا دلالت ضمنی غیر رسمی یا «مادی» نامند.

مهم ترین بررسی ها و کوششهایی که در طی شصت سال اخیر برای تکمیل منطق سمبولیک بعمل آمد، از سوی ریاضی دانان بوده است. ولی، هدف اصلی آنان چیزی دیگر میباشد. منظور اساسی آنان این بود که ابداعی پرسرو صدا و گرانها برای علوم ریاضی بعمل آورده باشند. و این شعبه از منطق سمبولیک را معمولا «لوژیستیک» مینامند. برجسته ترین کوشندگان این طریق عبارتند از:

R. Dedekind, G. Cantor, G. Frege, G. Peano, B. Russell, A. N. Whitehead

البته، این موضوع از نظر ریاضی دانان واجد اهمیت بسیاری است، اما دانشجویان مبتدی منطق را بندرت با آن ارتباطی حاصل میگردد. هر چند که برخی از استادان منطق درزمره پرسرو صداترین جنگجویان مدافع این علم قرار دارند.

یکی از اقدامات اخیر جویندگان طریق منطق سمبولیک عبارتست از کوشش بسوی گردانیدن آن بصورت یک محاسبه قضایا. محققین قدیمی منطق سمبولیک خود را یا محدود بحاسبه رسته ها میکردند، و یا میکوشیدند هم دوش محاسبه رسته ها، محاسبه قضایا را گسترش و پیشی بخشند،

اکنون تمایل عمومی بر آن شده است که نوعی محاسبه قضایا را جانشین محاسبه رسته‌ها سازند. بر این زمینه که هر رابطه‌ای میان رسته‌ها طبعاً بوسیله یک قضیه بیان میگردد. اگر در این امر موفق گردند، راه پیشرفت منطق سمبولیک هموارتر و تکامل آن تسریع خواهد شد. اما بهر حال هنوز هستند کسانی که معتقدند روش محاسبه رسته‌ها نیکوتر است.

علاماتی که اکنون در منطق سمبولیک بکار میروند بسیار بیشتر از پیش گردیده است، و در معانی برخی از آنها نیز تغییراتی حاصل شده است. در اینجا چند مثال برای روشن شدن مطلب کفایت میکند. اکنون در محاسبات رسته‌ای علامت « \llcorner » معنی شمول میدهد آنچنانکه $a \llcorner b$ یعنی «هرچه a دارد b نیز دارد»، و یا «رسته b رسته a را در بر دارد» اما اگر a معرف یک فرد و b معرف یک رسته باشد، آنسگاه « a همان b است» بوسیله $a \in b$ نمایش داده میشود. اختلاف مزبور مربوط باین حقیقت است که رابطه میان یک جزء رسته و رسته‌اش با رابطه میان یک «جور» و نوعش متفاوت است، زیرا رابطه دومی همیشه متعدی است در حالیکه رابطه اولی چنین نیست. رسم بر آنست که حروف اول الفبای لاتین را (a, b, c, \dots) معرف رسته‌ها و حروف آخر آنرا (p, q, r, \dots) معرف قضایا بنامند. علامت تضاد قضایا و رسته‌ها نیز با یکدیگر متفاوت است - باین ترتیب \neg معنی رسته‌ای جز a را میدهد، ولی متضاد قضیه p عبارتست از $\neg p$. و بر این ترتیب علامات شمول نیز درآند و تفاوت دارد. علامت \supset برای نمایاندن آنکه یک قضیه دالت ضمنی دارد بر قضیه دیگر بکار می‌رود. و از آنجا « $p \supset q$ » یعنی « p دالت ضمنی دارد بر q »، ولی « $a \llcorner b$ » یعنی «رسته a واقع است در b ، یا دالت ضمنی دارد بر رسته b ». علامت «یا» نیز برای قضیه و رسته فرق دارد: برای رسته‌ها آنرا اینطور نشان میدهند $a + b$ ؛ و برای قضایا $p \vee q$. علامت ضرب منطقی در مورد رسته‌ها $a \times b$ یا فقط ab و در مورد قضایا $p \cdot q$ است ($p \cdot q$ یعنی « p و q هر دو درستند.») و بالاخره، عدد (۱) هنوز معرف «کل مورد بحث»؛ و بارسته‌ای است که تمام رسته‌های مورد نظر را در بر دارد؛ اما در مورد قضایا معنی «درست»؛ و (ه) معنی «نادرست» میدهد.

بسیاری، و یا بیشتر، کوشندگان اولیه وادی منطق سمبولیک محاسبه‌ای نیرومند و وسیع را در رؤیا میدیدند، که با آن پیشرفت‌های سریع و عمیق در مورد استدلال ممکن گردد، و ناگهان نتایجی قطعی و صریح بدست آید، و اهمیت مراحل واسطه را که بر حسب روش علوم ریاضی باید پیمود از نظر دور میداشتند. اکنون ریاضی‌دانان این تصور را، از نظر گسترش صحیح علوم ریاضی مطرود شمرده‌اند. بایستی بخاطر داشت که خارج از فضای ریاضی محض استدلال عملی خود را در تماس نزدیک با واقعیت‌های روزمره نگاه میدارد، و نمی‌تواند فقط با امکان تطابق بر سمبولها رضایت یابد، علاقه با استعمال و بازی با علامات برخی اوقات منجر بتضعیف شعور میشود، و باعث میگردد که وسیله یافتن واقعیت با خود واقعیت مخلوط گردد.

مواردیکه تعقیب یکنواخت روش سمبولیسم مطلق بسوی حماقتی متکبرانانه (که با حسن تدبیر آنرا «نتیجه منطقی آن» مینامند) پیش می‌رود، با بررسی معدودی از نتایج لوژیستیک بخوبی روشن میشود؛ و این نتایج را گاهی آنچنان باهیجان و نفس‌جس شده بیان میدادند که گویی اسراری عمیق را فاش می‌سازند.

۱- در جبر اینرابطه محقق است که $x = x + 0$ و مفهوم آن چنین است که اگر بر مقداری معین «هچ» افزوده شود مقدار آن ثابت خواهد ماند. علمای علم لوژیستیک مسلم دانسته‌اند که این رابطه باید در لوژیستیک نیز مشابهی داشته باشد. و از آنجا، چون x علامت یک رسته، و « 0 » علامت یک رسته «نول» (رسته خالی) است، پس چنین نتیجه گرفته می‌شود که «هر رسته‌ای رسته

نول را متضمن است، $x < e$ در حقیقت مفهوم رابطه جبری اینست که «اگر چیزی بر مقداری افزوده نشود، آن مقدار ثابت خواهد ماند» و مفهوم مشابه آن در لوژیستیک چنین است که «اگر بربك رسته چیزی افزوده نشود آن رسته ثابت خواهد ماند» و آن طرز تعبیر را جز «لغزی» بیفایده چیزی نمی توان نامید.

بآسانی می توان «لغزی» دیگر از این نوع در لوژیستیک بدست آورد. و عجیب آنست که تاکنون باین لغز توجهی نشده است و آن عبارتست از:

۲- در جبر داریم $x = x$ از روش تعبیری که گذشت چنین نتیجه گرفته می شود که این رابطه یعنی «هر دسته ای از رسته نول محروم است.» و چون این دو «لغز» را کنار یکدیگر بگذاریم، چنین نتیجه گرفته می شود که هر دسته ای هم شامل و هم محروم از رسته نول است و علمای علم لوژیستیک می توانند در مطالب فوق شواهد دیگری برای ابطال تناقض بیابند. البته، اگر بخواهیم عاقلانه موضوع را بررسی کنیم، معنی رابطه $x = x$ آنست که، «اگر از مقداری، یا رسته ای چیزی کاسته نشود، آن مقدار، یا آن رسته ثابت خواهد ماند» و این طرز تعبیر فارغ از پرده اسرار و نکات «لغزی» است.

۳- با بکار بردن روش استادانه فوق درباره علاماتی که معرف قضایا باشد، طرز تعبیر غلط $x = x$ گروهی از علمای علم لوژیستیک را بر آن داشته است تا با ایهت و وقار این راز نگفتنی را آشکار کنند که: «يك قضیه نادرست، دلالت ضمنی دارد بر تمام قضایای دیگر» حتی اگر معنی کاذبی را که در لوژیستیک برای دلالت ضمنی بیان میدارند قبول کنیم، این «لغز درباره دلالت ضمنی» چیزی جز يك گفته احمقانه نمیتواند باشد. دلیل این ادعا بر اینقرار است. چون داریم که «رسته نول» در هر رسته ای جای دارد، آنرا می توانیم چنین بیان کنیم $x < e$ و اما در مورد قضایا، (ه) معنی «نادرست» میدهد، و نادرستی p با p' بیان میگردد. پس همسنگ $x < e$ در موردیکه قضایا مورد نظر باشند $p \supset q$ است؛ که معنی آن چنین است که هر قضیه نادرست دلالت ضمنی دارد بر هر قضیه دیگر؛ چون هم اکنون نشان دادیم که $x < e$ تعبیری است نادرست از رابطه $x = x$ ، اتلاف وقت در مورد ادعای فوق لزومی نخواهد داشت عمیق ترین مفهومی که آن «لغز» می تواند داشته باشد آنست که: «نادرستی يك قضیه بادرست یا نادرست بودن هر عده قضایای دیگر سازگار است.» آیا این چنین گفته ای ارزش اثبات دارد؟ گفته منطق رسمی که نادرستی يك قضیه درستی متضاد آنرا در بر دارد بسیار عاقلانه تر و قابل قبول تر است.

۴- ادعای دیگر لوژیستیک آنست که: «هر قضیه دلالت ضمنی دارد بر يك قضیه درست.» این نتیجه بر سر و صدا بطریق زیر بدست آمده است. با رسیدن بنا مساوی $x < e$ (بطریقی که ذکر شد)، و $x < 1$ (یعنی هر رسته x در کل مورد بحث جای دارد.) و آنها را بزبان قضایا تعبیر کردن، رابطه زیرین بدست می آید. اولاً همانطور که در ۳- توضیح داده شد، $p \supset q$ ؛ نائیباً $p \supset q$ که معنی «يك قضیه درست دلالت ضمنی دارد بر هر قضیه درست دیگر» با مقایسه دو نامساوی فوق بدست می آید که: «هر قضیه دلالت ضمنی دارد بر يك قضیه درست» همانطور که هم اکنون تعبیر مفروض $x < e$ و تعبیر قضیه ای آنرا باطل کردیم؛ ادعای جدید را هم که بر پایه آنها قرار دارد، رد میکنیم. و اضافه بر این، عمیق ترین معنی این «لغز» عبارتست از: «درستی یا نادرستی يك قضیه بادرست بودن یا نادرست بودن هر قضیه دیگر سازگار است» و اینجا نیز باز، گفته منطق رسمی قابل قبول تر و عاقلانه تر است، زیرا میگوید: «هر قضیه درست باید بنا برستی هر قضیه دیگر سازگار باشد، و هر قضیه ای که با درستی قضایای دیگر ناسازگار باشد، نادرست است»

صید تو

مپسند که دور از تو برای تو بمیرم
صید تو شدم من که بیای تو بمیرم
هر عضو ز اعضای تو غارتگر دلهاست
ای آفت جان بهر کجای تو بمیرم؟
گر عمر ابد خواهم از آنست که خواهم
آنقدر نمیرم که بجای تو بمیرم
بامن همه لطف تو هم از روی عتابست
تا هم ز جفا هم زوفای تو بمیرم

آخر دل حساس، تورا کشت امیرا

ای کشته احساس برای تو بمیرم

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

پرتال جامع علوم انسانی

معاهای فوق را علمای علم لوژیستیک بعنوان «لنز» (و مفهوم «عجائب») تفسیر و توجیه می دهند. بدلالی که شاید روشن باشد، برخی از نویسندگان غالباً بجای آنکه بکشف حقایق جدید همت گمارند، به تولید اعجاب و ساختن عجائب علاقه میورزند و البته برخی از حملات آنها بر منطق فعلی، نتیجه این عجائب طلبی است. اما چنین گفته هائی بزودی از میان خواهند رفت، و هرگز نباید تمجب کرد از این «لنز» باشکوهی که علمای علم لوژیستیک بیان میدارند که: دانشی که بر منطق استوار شده است، اکثراً موضوعی است مخلوق زبان!