بودجه‌بندی بهینه سرمایه

در شرایط اطمینان و عدم اطمینان

حسین بیگی*

مصطفی دستمردی**

واژه‌های کلیدی

بودجه‌بندی سرمایه، بهینه‌سازی، سرمایه‌گذاری در شرایط اطمینان، انتخاب سبد سهام[1]، پایش سودآوری.

چکیده

از جمله مسائل مبتلابه مدیران مالی و صاحبان سرمایه، بودجه‌بندی سرمایه به گونه‌ای است که علاوه بر تأمین جریان نقدی[2] مطلوب، از رکود سرمایه جلوگیری گردد و انتخاب گزینه‌های مناسب و خرید سهام در بازار بورس از جمله مسائل جذاب دیگری است که همواره توجه محققان، مدیران و سرمایه‌گذاران را به خود معطوف نموده است. هر چند تاکنون برای تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان، مدل‌های متعددی پیشنهاد شده است، اما در بسیاری از مدل‌های مزبور مجموع ریسک در طول دوره زمانی نمونه‌گیری در حالی کمینه می‌گردد که به اثر بازده هر دوره برای تأمین جریان نقدی مورد

* عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد نراق؛ E_Mail: h_beigi@yahoo.com

** عضو باشگاه پژوهشگران جوان دانشگاه آزاد اسلامی نراق؛ E_Mail: mdastmardi@yahoo.com

1. Protfolio selection. 2. cash-flow.

نیاز سرمایه‌گذاران توجه نشده و یا در صورت توجه به آن مدل بسیار پیچیده شده است.

در این مقاله ضمن پرداختن به انواع شاخص‌های رایج سرمایه‌گذاری[1] در شرایط اطمینان و عدم اطمینان و نقد هر یک، به معرفی انواع مدل‌های رایج سرمایه‌گذاری به صورت بهینه در اوراق قرضه و بازار بورس پرداخته می‌شود و یک مدل ابتکاری **مبتنی بر حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده** ناشی از سرمایه‌گذاری برای انتخاب سبد سهام ارائه می‌گردد که علاوه بر سادگی و دارا بودن توانایی‌های مدل‌های مرسوم، بازده سود هر دوره نیز در فرآیند بهینه‌سازی مورد توجه قرار می‌گیرد. سپس به همراه یک مثال عددی، عملکرد مدل ارائه شده نسبت به برخی از مدل‌های رایج مورد سنجش و بررسی قرار خواهد گرفت. هم‌چنین نحوه کشف و ایجاد تغییرات در هنگام وقوع خطر برای نجات سرمایه مشخص می‌گردد.

۱. مقدمه

مدیران سرمایه و سرمایه‌گذاران همواره در پی رسیدن به راه‌حلی برای افزایش سودآوری سرمایه و یا کاهش ریسک سرمایه‌گذاری خود بوده‌اند و بازار رقابتی امکان انتخاب گزینه‌های متفاوتی را برای سرمایه‌گذاری فراهم نموده است که به نوعی افزایش این گزینه‌ها تا حدود زیادی فرآیند انتخاب را دشوار نموده است و تکنیک‌ها و مدل‌هایی که بر اساس مفروضات سنتی بنا شده است تکافوی نیازهای جدید این بازار و سرمایه‌گذاری در شرایط عدم اطمینان را نمی‌دهد و باید متناسب با شرایط موجود تعمیم و بهبود داده شود. هنگامی می‌توان ادعا نمود که مطالعات مناسبی راجع به سرمایه‌گذاری انجام شده است که به سؤالاتی نظیر ذیل پاسخ مناسب داده شود:

- در شرایط اطمینان چه میزان از سرمایه موجود را به کدامین پروژه سرمایه‌گذاری اختصاص دهیم تا سود ناشی از سرمایه‌گذاری بیشینه گردد؟
- جهت کاهش هزینه‌ها و تأمین جریان نقدی لازم در زمان مقرر در شرایط اطمینان کدامین گزینه‌ها و به چه نوع برای سرمایه‌گذاری انتخاب می‌شوند؟
- در شرایط عدم اطمینان یا سرمایه‌گذاری در بازار بورس خرید کدامین سهام برای سرمایه‌گذاری مناسب است؟

1. Investments.

● متناسب با سرمایه‌گذاری انتظار حصول چه فوائدی را داریم؟

● با توجه به عوامل و متغیرهای تصادفی، درصد سرمایه‌گذاری برای خرید سهام‌های مختلف چقدر باشد؟

در ادامه برای پاسخ به سؤالات مطروحه ابتدا به بیان مفروضات در نظر گرفته پرداخته و انواع مدل‌های سرمایه‌گذاری در شرایط اطمینان و عدم اطمینان را مورد بررسی قرار می‌دهیم. هم‌چنین مدل و الگریتمی ابتکاری معرفی می‌گردد که علاوه بر دارا بودن توانایی‌های مدل‌های مرسوم، بازده سود هر دوره را نیز در فرآیند تعیین پاسخ مناسب مورد توجه قرار می‌دهد سپس به همراه یک مثال عددی عملکرد مدل طراحی‌شده را با سایر مدل‌ها مورد بررسی قرار داده و در انتها نیز، نحوه کشف و ایجاد تغییرات در هنگام وقوع خطر برای نجات سرمایه به همراه مدل مشخص می‌گردد.

۲. مفروضات

معیارهای بودجه‌بندی سرمایه‌ای، مطلوبیت طرح‌های مختلف سرمایه‌گذاری را با توجه به ارقام سود و هزینه‌ها و بدون توجه به متغیرهای غیر مالی تعیین می‌کنند.

مفروضات بودجه‌بندی سرمایه در شرایط اطمینان یا سرمایه‌گذاری بر روی اوراق قرضه به شرح زیر است:[۱]

۱. انگیزه اصلی به حداکثر رسانیدن ثروت سهامداران است.

۲. قطعی بودن میزان درآمد و هزینه‌ها.

۳. جریان‌های ورودی و خروجی به صورت نقد.

۴. الگوی متعارف جریان‌های نقدی یک طرح.

۵. ثابت و مشخص بودن نرخ بازده مورد توقع.

۶. عدم وجود جیره‌بندی سرمایه.

مفروضات بودجه‌بندی سرمایه در شرایط عدم اطمینان یا سرمایه‌گذاری در بازار سهام به شرح زیر است:

۱. سود ناشی از خرید هر سهام از تابع توزیع نرمال با میانگین مطلوب μ و واریانس σ پیروی می‌کند.

میزان ریسک قابل قبول برای هر سرمایه‌گذار مشخص و معلوم است.

۳. سرمایه‌گذاری بر روی اوراق قرضه

عموماً اوراق قرضه کم‌ریسک‌ترین دارایی‌ها تصور شده‌اند. اگر یک اوراق قرضه کیفیت اعتبارش کاملاً به تغییرات نرخ بهره بالا برود، قیمت اوراق قرضه پایین می‌آید و بالعکس چنانچه نرخ بهره کاهش یابد، قیمت اوراق قرضه بالا خواهد رفت. به هر حال بهره پرداختی خیلی از اوراق قرضه در یک سال (یا در یک نیم سال) که به صورت کوپن می‌باشد می‌تواند دوباره سرمایه‌گذاری شود که تغییراتی که نرخ بهره بر روی قیمت اوراق قرضه ایجاد می‌کند با سرمایه‌گذاری مجدد اوراق قرضه پوشش داده می‌شود؛ یعنی در زمان سر رسید اوراق قرضه این دو اثر هم‌دیگر را خنثی می‌کنند. زمان سر رسید اوراق قرضه مدت زمانی است که اوراق قرضه پس داده می‌شود. یک سبد سهام از اوراق قرضه یک مدت دارد که آن میانگین موزون مدت تک‌تک اوراق قرضه است.

در هنگام سرمایه‌گذاری بر روی اوراق قرضه، مدیران مالی و سرمایه‌گذاران به دو نوع سرمایه‌گذاری باید توجه نمایند.[۳و ۲]

I. سرمایه‌گذاری‌هایی که هدفشان مستقیماً افزایش سود است

در این حالت تابع هدف را می‌توان به صورت ساده $\text{Max} \sum_{i=1}^{n} X_i \times YM_i$ فرموله کرد.

که در آن X_i درصد سرمایه‌گذاری برای خرید اوراق قرضه iام و YM_i میزان بازده سررسید[1] حاصل از سرمایه‌گذاری در اوراق قرضه i است. هم‌چنین محدودیت‌های این مدل را می‌توان به صورت ساده

$$(X_i \geq 0)\ ,\ \Sigma X_i = 1,\ X_i \times D_i = T.H$$

فرموله کرد. که در آن D_i معرف زمان سررسید[2] و T.H نماینده افق زمانی[3] سرمایه‌گذاری است.[۳]

II. سرمایه‌گذاری‌هایی که هدفشان کاهش هزینه‌ها و در نتیجه، افزایش سود شرکت و صاحبان سرمایه است

در این مدل با استفاده از کاهش هزینه‌ها در جهت افزایش سود شرکت گام

---

1. Yield to Muturity (YMi).
2. Duration (Di).
3. Time - horizon (T.H).

برمی‌داریم. هدف اینجا برآورده‌سازی جریان نقدی مورد نیاز سرمایه‌گذاران با کمترین سرمایه‌گذاری اولیه است. این مسئله به صورت مدل زیر فرموله می‌گردد.[۳]

$$\text{Minc} = \sum_{S.T} Y_i \times P_i$$
$$\Sigma[CP_1 \times Y_{i1}] \geq L_1$$
$$\Sigma[CP_2 \times Y_{i2}] \geq L_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\Sigma[CP_n \times Y_m] \geq L_n$$

۴. انتخاب سبد سهام مطلوب

هر چند برای تصمیم‌گیری در این شرایط نیز مدل‌های متعددی پیشنهاد شده است، اما در بسیاری از مدل‌های مزبور مجموع ریسک در طول دوره زمانی نمونه‌گیری در حالی کمینه می‌گردد که به اثر بازده هر دوره برای تأمین جریان نقدی مورد نیاز سرمایه‌گذاران توجه نشده و یا در صورت توجه به آن مدل بسیار پیچیده شده است.

این بخش حاوی چهار قسمت است. در قسمت اول مفاهیم بازده دوره تملک و نسبت سود سرمایه مرور می‌گردد، در قسمت دوم مدل‌های شارپ، Down Side Risk، مینیمم واریانس و مینیمم نیم‌واریانس به عنوان چهار مدل رایج تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان معرفی می‌گردد، سپس در قسمت سوم مدل نوینی بر اساس تکنیک حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده ارائه می‌گردد و در قسمت آخر مقایسه‌ای بر حسب شاخص ریسک بین مدل‌های معرفی شده انجام می‌گیرد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۴ـ۱. مفاهیم

به طور کلی روش‌های تخصیص سرمایه عمدتاً با توجه به تکنیک‌های تحقیق در عملیات و اقتصاد مهندسی طراحی می‌شوند. در زمینه سرمایه‌گذاری سهام، تحقیقات محدودی انجام شده و عمده این تحقیقات بر اساس دو شاخص نسبت سود سرمایه و میزان ریسک سرمایه‌گذاری صورت گرفته است که در ذیل تشریح می‌گردند.

بازده دوره تملک [۱]

P_t	قیمت خرید یک سهام در زمان t
P_{t+1}	قیمت فروش یک سهام در زمان t+1

D سود سهام دریافتی در زمانی که شخص صاحب آن سهام بوده

Y_i بازده دوره تملک

$$Y_i = \frac{P_{i+1} - P_i + D}{P_i}$$

نسبت سود سرمایه

چنانچه میزان سود مربوط به سرمایه‌گذاری در پروژه j که در پایان دوره زمانی i حاصل می‌شود با نماد y_{ij} و کل سرمایه‌ای که به پروژه j تخصیص یافته با X_j نمایش دهیم، آنگاه نسبت سود سرمایه I_{ij} از رابطه $I_{ij}=y_{ij}/x_i$ به دست می‌آید.

ریسک سرمایه‌گذاری[1]

مفهوم ریسک برای مدیران و سرمایه‌گذاران دارای تعابیر یکسانی نیست و برای اندازه‌گیری آن اختلاف نظر وجود دارد. یکی از مناسب‌ترین و در عین حال ساده‌ترین شاخص‌های سنجش ریسک که مورد توجه و توافق اغلب محققین قرار گرفته است انحراف معیار نسبت سود سرمایه است.[۳]

$$\sigma^2 = E(I_{ij} - \mu_j) = \sum_{I_{ij}} (I_{ij} - \mu_j)^2 . f(I_{ij})^2$$

۴ـ۲. مدل‌های انتخاب سبد سهام

بازار بورس دارای نوسانات زیاد و غیر قابل پیش‌بینی است، لذا اغلب مدل‌های پیشنهاد شده دارای طبیعتی تصادفی هستند. از جمله کارهای انجام شده در این زمینه می‌توان به تحقیقات Markowitz و Sharpe اشاره نمود [4] , [5]. این دو محقق مدل‌هایی را فرموله نمودند که از دو رویکرد ذیل پیروی می‌کنند:

- افزایش نسبت سود سرمایه با ریسک قابل قبول.
- کاهش ریسک با حصول نسبت سود سرمایه مطلوب.

مدل Sharp

ویلیام شارپ[2] در سال ۱۹۶۶ مدلی را برای انتخاب سبد سهام ارائه داد.[۵] در این مدل، فرض می‌گردد، بازده سهام از دو بخش وابسته و مستقل از عملکرد بازار تشکیل شده

1. investment Risk.
2. William Sharp.

است و با برآورد این ضرایب برای پروژه‌های مختلف، ترکیبی را در جهت بیشینه نمودن بازده سبد سهام با یک ریسک قابل قبول ارائه می‌دهد. این مدل به شکل زیر می‌باشد:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{m} x_i \alpha_i + (\sum_{i=1}^{m} x_i \beta_i) \times (\frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} m_j)$$

S.t:

$$(\Sigma x_j \beta_j)^2 \times \text{Var}(m_j) + \Sigma x_i^2 \times \sigma_i^2 \leq \sigma^*$$

$$\sum_i x_i = 100\% \quad , \quad x_i \geq 0$$

که در آن؛ X_i؛ درصد سرمایه‌گذاری شده برای خرید سهام پروژه i، α_i؛ ضریب مستقل از وضعیت بازار در سهام پروژه i، β_i؛ ضریب وابسته به وضعیت بازار در سهام پروژه i، M_i: بازده بازار مربوط به دوره j، σ_i؛ واریانس پس‌مانده‌ها مربوط به برآورد ضرایب سهام پروژه I می‌باشد.

مدل Markowitz

مدیران و سرمایه‌گذاران تمایل دارند که حتی‌الامکان پروژه‌های مورد سرمایه‌گذاری وابستگی کمتری به یکدیگر داشته باشند، تا با رکود قیمت و یا ورشکستگی سهام مربوط به یک پروژه، سودآوری سهام سایر پروژه‌ها از خطر در امان بمانند. از طرفی با تنوع پروژه‌های سبد سهام، احتمال مخاطره کاهش یافته و حتی ممکن است حذف گردد، به طور مثال هنگامی که سبد سهام متشکل از دو نوع سهام متفاوت با ضریب همبستگی منفی یک باشد، مخاطره یا ریسک به طور کلی در این سبد سهام حذف می‌گردد، اما در عمل وجود همبستگی کاملاً منفی بین نرخ سود سهام به ندرت مشاهده می‌شود؛ زیرا نرخ سود به وضعیت اقتصادی جامعه بستگی دارد.

مدل Markowitz علاوه بر کمینه نمودن تغییرات سهام هر پروژه این امکان را فراهم می‌آورد تا وابستگی بین پروژه‌ها حداقل گردد. [۴] به همین منظور در این مدل، تابع ریسک که متشکل از مجموع واریانس و کوواریانس سهام خریداری شده می‌باشد کمینه می‌گردد. میزان درصد سرمایه‌گذاری در هر پروژه، متغیرهای تصمیم‌گیری است که با حل مدل میسر می‌گردد. مدل Markowitz به شکل ذیل است:

$$\text{Min} \sum_i \sum_j x_i x_j \sigma_{ij}$$

S.t:

$$\sum_i \sum_j x_i \quad I_{ij} \geq I^*$$

$$\sum_i x_i = 100\% \quad x_i \geq 0$$

که در آن: X_i، درصد سرمایه‌گذاری برای خرید سهام پروژه i، σ_{ij}: کوواریانس سهام پروژه i نسبت به j، σ_{ij}: واریانس سهام پروژه j، I_{ij} و I^*: نسبت سود سرمایه مطلوب و نسبت سود سرمایه مربوط به پروژه j در انتهای دوره زمانی I است.

مدل نیم واریانس

مدل نیم‌پراش بازده از نظر ساختار شباهت بسیار زیادی با مدل Markowitz دارد. در این مدل تفاوت بازده سناریو از حد پایین بازده، وقتی بازده کمتر از مقدار آستانه است به عنوان شاخص ریسک مورد محاسبه قرار می‌گیرد.[۶]

$$\text{MINZ} = \frac{\sum U_j^2}{n}$$

$$\text{S.T} \qquad O_j - U_j = SR_j - TR \qquad (۱-۴)$$

$$\sum X_i = 1 \qquad X_i \geq 0$$

$$ER \geq TR$$

که در آن:

$$ER = \frac{\sum SR_j}{n} \quad , \quad SR_j = \sum X_i R_{ij}$$

TR حد تحتانی بازده، O_j تفاوت بازده از حد تحتانی هنگامی که بازده بیش از مقدار آستانه و U_j تفاوت بازده از حد تحتانی هنگامی که بازده کمتر از مقدار آستانه است.

هم‌چنین در رابطه (۲-۱) داریم:

- چنانچه $SR_j \geq TR$ آنگاه $O_j = SR_j - TR$ در غیر این صورت $O_j = ۰$.
- چنانچه $SR_j \leq TR$ آنگاه $U_j = TR - SR_j$ در غیر این صورت $U_j = ۰$.

SR_j بازده سناریو در دوره j، ER بازده مورد انتظار،[1] R_{ij} بازده تجربی پروژه i در دوره j و X_i درصد سرمایه‌گذاری در پروژه i می‌باشند.

1. Expected Return.

مدل Down Side Risk

در مدل Down Side Risk با مشخص بودن بازده مطلوب[1] برای مدیریت سرمایه و حد پایین بازده[2] میزان ریسک سرمایه‌گذاری کمینه می‌گردد.[۸ و ۷]

$$MINZ = \frac{\Sigma U_j}{n} \qquad (۲-۴)$$

$$S.T \qquad U_j \geq DR - SR_j$$

$$\frac{\Sigma SR_j}{n} \geq DR$$

$$\Sigma X_i = 1 \qquad X_i \geq 0$$

$$i = 1, 2, 3, \ldots, m \quad , j = 1, 2, 3, \ldots, n$$

که در آن SR_j و U_j به ترتیب بازده سناریو[3] در دوره j می‌باشد. ریسک کاهش قیمت در دوره J نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$SR_j = \Sigma X_i R_{ij}$$

در این رابطه:

چنانچه $SR_j \leq TR$ آنگاه $O_j = SR_j - TR$ در غیر این صورت $U_j = ۰$.

هم‌چنین R_{ij} بازده تجربی پروژه I در دوره J و X_i درصد سرمایه‌گذاری در پروژه i می‌باشد.

۴ـ۳. ارائه مدل ابتکاری

دنباله اعداد صحیح از بازده دوره‌ها در نمودار پراش بازده را در نظر بگیرید، با میل بازده مورد انتظار به حد سود مطلوب سرمایه‌گذاران، ریسک کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر هر چه بازده مورد انتظار پراش کمتری نسبت به بازده مطلوب سرمایه‌گذاران داشته باشد به سمت ریسک کمتر و بازده قطعی‌تری پیش رفته و هنگامی که ماکزیمم مجموع پراش‌ها در دوره‌های زمانی مختلف به سمت صفر میل می‌کند، ریسک سرمایه‌گذاری نیز به همان نسبت کاهش می‌یابد. تنها در شرایط اطمینان است که خطوط بازده مورد انتظار با بازده مطلوب کاملاً منطبق و ریسک سرمایه‌گذاری نیز صفر می‌باشد.

از طرفی برای کاهش ریسک مورد انتظار، بهتر آن است تکنیکی به کار برده شود که

---

1. Desird Return (DR).
2. Threshod Return (TR).
3. Scenario Return.

دارای حافظه باشد. رابطه‌ای که در سال ۱۹۵۴ از سوی پیج[1] معرفی گردید[۹] و توسط جانسون[2] از طریق تئوری نسبت‌های احتمال[3] تأیید و بهینگی آن به اثبات رسید[۱۰]، دارای این خاصیت است. جمع تجمعی[4] جدول پیج به شکل رابطه (۳ـ۱) است:

$$C_i = \text{Max}\ \{((\mu_0 - k) - X_i + C_{i-1}^-)\ ,\ (X_i - (\mu_0 + k) + C_{i-1}^+)\} \qquad (۱ـ۳)$$

که در آن C_i، جمع تجمعی انحرافات، μ_0 میانگین مطلوب بازده، P_j درصد سرمایه‌گذاری در پروژه j و $X_i = P_j \times x_i$.

بازده حاصل در دوره زمانی i را نشان می‌دهد. هم‌چنین i: تعداد مشاهده و K: معرف مقدار مرجع[5] و معمولاً برابر نصف اندازه تغییری است که رخ داد آن از نظر سرمایه‌گذاران بلامانع است و از رابطه (۳ـ۲) به دست می‌آید:

$$\Delta = (\mu_0 - \mu_1)\ ,\ K = \frac{\Delta}{2} \qquad (۲ـ۳)$$

با توجه به رابطه پیج مدلی که قادر به احتساب بازده دوره‌ها و تأمین جریان نقدی مورد نیاز باشد دارای ساختار (۳ـ۳) است:[۱۱]

$$\text{Min.Max}\ C_i = \text{Min}\ \{((\mu_0 - k) - X_i + C_{i-1}^-),(X_i - (\mu_0 + k) + C_{i-1}^+)\}$$

$$\text{S.T:} \quad \sum_i \sum_j p_i\ \bar{x}_{ij} \geq \mu_0 \qquad (۳ـ۳)$$

$$\sum_i p_i = 100\% \ ,\quad p_i \geq 0$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد، تابع هدف مدل ماکزیمم جمع تجمعی انحرافات بازده در قسمت پایین را حداقل می‌نماید و محدودیت نامساوی تضمین می‌نماید، میزان بازده از حداقلی که مورد نظر سرمایه‌گذار است کمتر نشود.

---

1. Page.
2. Johnson. N.
3. Sequential Probapility Ratio Test (SPRT)
4. Cumulative sum (CUSUM).
5. Reference Value.

۴ـ۴. ارائه مثال

در این قسمت، به منظور تشریح مسئله و نحوه حل آن یک مثال عددی ارائه می‌دهیم. هم‌چنین عملکرد مدل ابتکاری طراحی شده با مدل‌های حداقل پراش، نیم‌پراش بازده و Down Side Risk مورد مقایسه قرار می‌گیرد. داده‌های تجربی مربوط به نسبت سود حاصل از سرمایه‌گذاری در سه پروژه متفاوت و مربوط به دوازده دوره زمانی را مطابق جدول (۱) در نظر بگیرید:[۱۱]

Scenario	Asset3	Asset2	Asset3
	0.0%	0.0%	0.0%
1	30.0%	22.5%	14.9%
2	10.3%	29.0%	26.0%
3	21.6%	21.6%	41.9%
4	-4.6%	-27.2%	-7.8%
5	-7.1%	14.4%	16.9%
6	5.6%	7.0%	-3.6%
7	3.8%	32.1%	13.3%
8	8.9%	30.5%	73.2%
9	9.0%	19.5%	2.1%
10	8.3%	39.0%	13.1%
11	3.5%	-7.2%	0.6%
12	17.6%	71.5%	90.6%

جدول ۱: داده‌های تجربی سه پروژه سرمایه‌گذاری برای ۱۲ دوره زمانی

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

چنانچه داده‌های تجربی را در مدل‌های مزبور قرار داده و با استفاده از نرم‌افزارهای بهینه‌یابی آنها را حل نماییم، آنگاه می‌توان عملکرد هر مدل را در مقایسه با سایر مدل‌ها ارزیابی نمود. جدول شماره ۲ نشان‌دهنده نتایج حاصل از حل مدل با نرم‌افزار Whars Best است.[۱۲]

Target Return	Model Variance				Model Semi-Variance			
	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Min Risk	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Min Risk
15.0%	57.87%	1.59%	40.54%	0.89%	57.87%	1.59%	40.54%	0.89%
16.0%	50.76%	3.05%	46.20%	1.02%	50.76%	3.05%	46.20%	1.02%
17.0%	43.64%	4.51%	51.85%	1.16%	43.64%	4.51%	51.85%	1.16%
18.0%	36.5%	6.0%	57.5%	1.3%	36.5%	6.0%	57.5%	1.3%
19.0%	29.4%	7.4%	63.2%	1.5%	29.4%	7.4%	63.2%	1.5%
20.0%	22.3%	9.2%	68.6%	1.7%	22.3%	9.2%	68.6%	1.7%
21.0%	15.1%	11.1%	73.8%	1.9%	15.1%	11.1%	73.8%	1.9%
22.0%	0.0%	60.8%	39.2%	2.4%	0.0%	60.8%	39.2%	2.4%
Target Return	Model Downside Risk				Model Min-Max			
	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Min Risk	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Min. Max
15.0%	52.3%	35.5%	12.3%	5.7%	51.3%	41.7%	7.0%	0.48
16.0%	45.1%	37.2%	17.7%	6.1%	44.2%	42.9%	12.9%	0.51
17.0%	38.0%	38.9%	23.2%	6.5%	37.1%	44.1%	18.8%	0.53
18.0%	36.5%	6.0%	57.5%	6.9%	30.0%	45.3%	24.7%	0.55
19.0%	23.7%	42.3%	34.1%	7.3%	23.0%	46.4%	30.6%	0.58
20.0%	16.5%	44.0%	39.5%	7.7%	15.9%	47.6%	36.5%	0.60
21.0%	5.4%	69.5%	25.1%	8.2%	8.8%	48.8%	42.4%	0.62
22.0%	0.0%	60.8%	39.2%	8.8%	1.8%	50.0%	48.2%	0.64

جدول ۲ : نتایج حاصل از مدل‌های برای انتخاب سبد سهام بیهنه

۴ـ۴. مقایسه و سنجش عملکرد مدل ابتکاری با سایر مدل‌ها

برای مقایسه و سنجش عملکرد مدل طراحی شده با مدل‌های رایج نیاز به شاخص سنجش واحدی داریم، از آنجا که شاخص‌های ریسک متفاوتی برای هر مدل معرفی شده است، نمی‌توان نتایج حاصل از تابع هدف آنها را به صورت مستقیم با هم مقایسه نمود به همین منظور انحراف معیار نسبت سود سرمایه که مطابق با رابطه (۴ـ۳) تعریف می‌گردد. به عنوان یک شاخص پایه برای ارزیابی ریسک در مدل‌های مختلف در نظر گرفته می‌شود، دلایل به کارگیری این شاخص عبارتند از:[۱۳]

ـ در سپرده‌گذاری با سود قطعی ریسک از بین می‌رود. $I_{ij} = \mu_j$

ـ با کاهش احتمال وقوع یک سود معین، ریسک آن نیز به تناسب کم می‌شود.

ـ شاخص انحراف معیار نسبت به شاخص واریانس واقع‌بینانه‌تر میزان ریسک را محاسبه می‌کند. به عبارت دیگر دیمانسیون انحراف معیار همان واحد سود حاصل از سرمایه‌گذاری است.

$$\sigma = \sqrt{(E(I_{ij} - \mu_j)^2)} = \sqrt[I_{ij}]{(\Sigma(I_{ij} - {}_j)^2 . I(I_{ij}))} \quad (۴ـ۳)$$

برای مقایسه و سنجش عملکرد مدل‌ها از نتایج حاصل جدول شماره ۳ استفاده و ریسک هر یک از سبدهای سهام را با شاخص انحراف معیار محاسبه می‌نماییم.

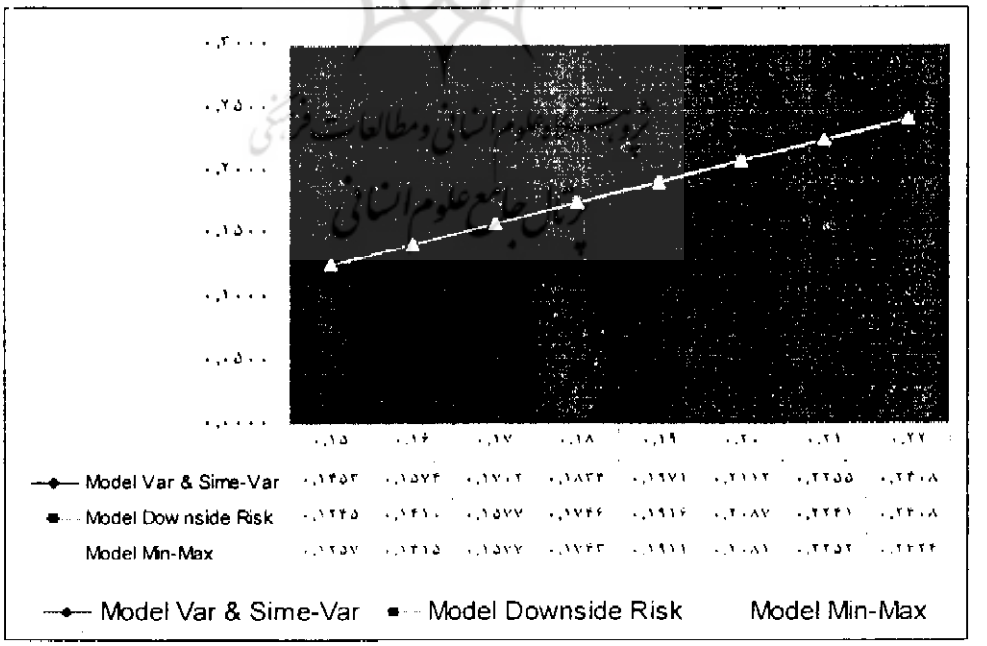
همان‌گونه که در نمودار شماره ۱ نشان داده شده است:[۱۱]

■ مدل حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده‌ها نسبت به مدل حداقل پراش از عملکرد بهتری برخوردار است.

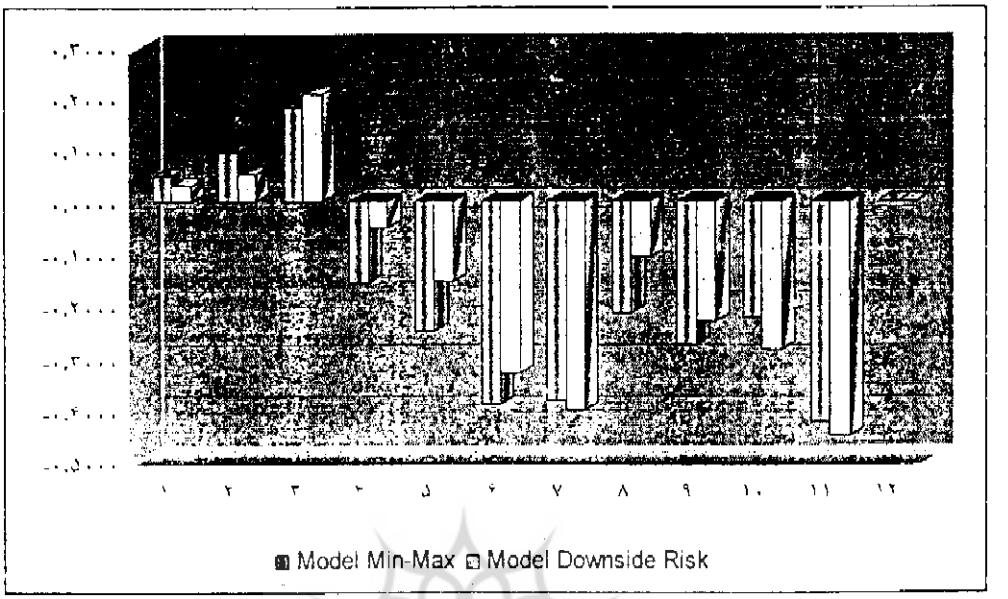
■ مدل حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده‌ها نسبت به مدل حداقل نیم‌پراش از عملکرد بهتری برخوردار است.

■ در برخی موارد، مدل حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده‌ها عملکرد بهتری نسبت به Down Side Risk دارد، اما عملکرد مزبور همواره بهتر نیست. با وجود آنکه دو مدل حداقل سازی حداکثر پراش بازده‌ها و Down Side Risk عملکرد بسیار نزدیک به هم دارند، اما درصد سرمایه‌گذاری آنها در پروژه‌های مختلف متفاوت می‌باشد.

با رسم نمودار جمع تجمعی پراش بازده‌ها، با نسبت بازده مطلوب ۱۸٪ برای هر دو مدل مشخص می‌شود حداکثر موجودی اطمینان مورد نیاز برای تأمین جریان نقدی در مدل حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده‌ها برای ۴۲٪ سود مطلوب و برای مدل Down Side Risk برابر ۴۵٪ سود مطلوب می‌باشد. بنابراین از آنجا که مدل حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده‌ها نیاز به موجودی اطمینان کمتری برای تأمین جریان نقدی و برآورده‌سازی هزینه‌های جاری دارد می‌توان گفت این مدل نسبت به سایر مدل‌های ارائه شده از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد.



نمودار ۱ : نتایج ارزیابی عملکرد سه مدل با شاخص انحراف از معیار



نمودار ۲: جمع تجمعی پراش بازده‌های برای دو مدل Downside Risk و حداقل - حداکثر پراش بازده‌ها

مدل انتخاب بهینه سبد سهام با هزینه معاملات

بازده منتظره و ریسک سرمایه‌گذاری در سبد سهام ممکن است تغییر کند که این تغییرات را می‌توان در کوتاه‌ترین زمان ممکن با استفاده از نمودارهای کنترل جمع تجمعی[1] کشف نمود. [۱۴]،[۱۵] در هنگام وقوع خطر سرمایه‌گذاران برای نجات سرمایه خود باید در سبد سهام تغییراتی را ایجاد نمایند. به همین منظور مدلی به کار گرفته شده که هزینه‌های معاملاتی نقل و انتقالات و کمیسیون‌ها را در بر می‌گیرد و ساختار این مدل به شکل ذیل می‌باشد.[۱۶]

$$\text{Min} \sum_i \sum_j x_i x_j \sigma_{ij}$$

S.T.

$$\sum S_i(1\text{-}TCR_i) \geq \sum B_i(1+TCR_i)$$

$$\sum X_i(1+R_i) \geq 1 + DR$$

1. Cumulative Sum Control Charts.

که در این جا X_i درصد کنونی سرمایه‌گذاری شده در پروژه i می‌باشد که به صورت ذیل محاسبه می‌گردد.

X_i=i درصد سرمایه‌گذاری اولیه در پروژه - $S_i + B_i$

هم‌چنین S_i و B_i به ترتیب درصد واگذاری شده سهام پروژه i و درصد خریداری شده از سهام پروژه i می‌باشند R_i و DR نیز بازده سهام پروژه i و بازده مطلوب سرمایه‌گذاران می‌باشند.

مثال: سبد سهام جاری شما متشکل از ۵۰٪ سهام پروژه یک، ۳۰٪ سهام پروژه دوم و ۲۰٪ سهام پروژه سوم می‌باشد. پس از بررسی مشخص می‌گردد ریسک سرمایه‌گذاری از حد مطلوب سرمایه‌گذاران خارج گردیده، لذا باید تغییراتی در سبد سهام به وجود آورده شود. این تغییرات به چه شکل اعمال شوند تا خواسته‌های سرمایه‌گذاران را تأمین نماید. DR = ۹٫۵٪

	Return	Transaction Cost Rate	Begin	Sold	Bought	End
Asset 1	9.0%	1.0%	50.0%	0.0%	0.0%	50.0%
Asset 2	13.5%	1.5%	30.0%	0.0%	0.0%	30.0%
Asset 3	18.0%	2.0%	20.0%	0.0%	0.0%	20.0%

	Covariance Matrix Asset 1	Asset 2	Asset 3	End Value Port. + Return		Desired End Value
				112.2%	>=	109.5%
Asset 1	25.0	2.5	0.0			
Asset 2	2.5	150.0	40.0	Proceeds		Cost of Buys
Asset 3	0.0	40.0	256.0	From Sales		
				0.0%	=>=	0.0%
Variance	35.54					

جدول ۳: داده تاریخی مربوط به یک سبد سهام

با توجه به اطلاعات به دست آمده از داده‌های تاریخی خواهیم داشت:

$$MINV = \{ (0/5 - S_1 + B_1)^2 \times 25 + (0/5 - S_1 + B_1) \times (0/3 - S_2 + B_2) \times 2/5 + ... + (0/2 - S_3 + B_3)^2 \times 256\}$$

S.T:

$$1/09 \times (0/5 - S_1 + B_1) + 1/135 \times (0/3 - S_2 + B_2) + 1/18 \times (0/2 - S_3 + B_3) \geq 1/095$$

$$0/99S_1 + 0/958S_2 + 0/98S_3 \geq 1/01B_1 + 1/015B_2 + 1/02B_3$$

	Return	Transaction Cost Rate	Begin	Sold	Bought	End
Asset 1	9.0%	1.0%	50.0%	0.0%	28.1%	78.1%
Asset 2	13.5%	1.5%	30.0%	17.6%	0.0%	12.4%
Asset 3	18.0%	2.0%	20.0%	11.3%	0.0%	8.7%

	Covariance Matrix			End Value		Desired
	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Port. + Return		End Value
				109.5%	=>=	109.5%
Asset 1	25.0	2.5	0.0			
Asset 2	2.5	150.0	40.0	Proceeds		Cost of
Asset 3	0.0	40.0	256.0	From Sales		Buys
				28.4%	=>=	28.4%
Variance	20.85					

جدول ۴ : ارائه نتایج حاصل از حل مدل با نرم افزار

پس از واردکردن مدل داخل نرم‌افزار و حل آن مشاهده می‌گردد که مینیمم واریانس سرمایه‌گذاری از ۳۵/۵۴ به ۲۰/۸۵ کاهش خواهد یافت که این تغییر با افزایش سرمایه‌گذاری در سهام پروژه یک به میزان ۲۸/۱٪ و کاهش سرمایه‌گذاری در پروژه‌های دو و سه به ترتیب به میزان ۱۷/۶٪ و ۱۱/۳٪ ایجاد می‌گردد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله در ضمن بیان عنوان مدل‌های سرمایه‌گذاری در شرایط اطمینان و عدم اطمینان به نقد و بررسی آنها پرداخته شد. هم‌چنین مدل ابتکاری معرفی گردید که علاوه بر سادگی قادر است میزان ریسک و موجودی اطمینان مورد نیاز را توأماً در جهت

برآورده‌سازی سود مطلوب و جریان نقدی مورد نیاز سرمایه‌گذار کمینه نماید. هم‌چنین با توجه به شاخص انحراف معیار مدل طراحی شده با سه مدل رایج دیگر موسوم به ۱. حداقل پراش بازده. ۲. مدل نیم‌پراش بازده و ۳. Down Side Risk مورد مقایسه قرار گرفتند. نتایج نشان‌دهنده آن است که مدل ارائه شده:

- نسبت به دو مدل حداقل‌سازی پراش بازده و نیم‌پراش بازده از ریسک کمتری برخوردار است.
- نسبت به مدل Down Side Risk عملکرد نزدیک به هم دارند.

در مجموع با توجه به آنکه مدل ارائه شده به تأثیر بازده در دوره‌های مختلف توجه نموده و به موجودی اطمینان کمتری برای تأمین جریان نقدی نیاز دارد از قابلیت بهتری نسبت به مدل‌های مورد بررسی برخوردار است. هم‌چنین مدل طراحی شده نسبت به بسیاری از مدل‌های ارائه شده دارای ساختاری ساده‌تر است. در انتها نیز به نحوه کشف تغییرات در هنگام وقوع خطر و چگونگی ایجاد تغییرات لازم در سبد سهام بهینه برای نجات سرمایه پرداخته شد.

استفاده از نظر خبرگان در فرآیند مدل‌سازی سرمایه‌گذاری و تخصیص بودجه مبتنی بر حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده موضوع بسیار جالبی برای تحقیق آینده می‌باشد. به این منظور به نظر می‌رسد استفاده از رویکرد فازی و سیستم خبره بسیار مفید باشد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

فهرست منابع و مآخذ

۱. ع. جهانخانی، ع. پارسائیان؛ مدیریت مالی، ج ۱، چاپ ششم، تهران، بهار ۷۹.

2. Martin, A. D. (1975), *Mathematical Programming of Portfolio Selection*, Management Science, 1(1),152-66.

3. Shao, S. and S.Shao, *Mathematics for Management And Finance*, 5th ed. Cincinnati, Ohio: South-Western Publishing Cimpany, 1986.

4. Markowitz, Harry, *Porifolio Selection: Effient Diversification of Investments*, John Wiley, New York Second Edition, (1991), Basil Blackwell, Cambridge, MA.

5. Sharpe, William F. (1967), A Linear Programming Algorithm for Mutual Fund Portfolio Selection, Management Science, (March); 499-510.

6. Bey, Roger P. *Estimating The Optimal Stochastic Dominance Efficient Set With A MeanSemivariance Algorithm*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1979, 714(5), 1059-1070.

7. Nawrocki N (1999), *A Brief History of Down Side Risk Measures*, Journal of Investing, 8(3), 9-25.

8. Sortino, Frank A. and Robert Van Der Meer. *Down Side Risk*, Journal of Protfolio Management, 1991, 717(4), 27-32.

9. Page, E. S, (1961) *Cumulative Sum Charts*, Technometrics, Vol.3, No.1, PP.1-9.

10. Johnson, N. L; Leone, F. C, (1962), Cumulative Sum Control Charts-Mathematical Principles Applied to Their Construction and Use, Part III, Industrial Quality Control Vol.19, No.2, pp.22-28.

۱۱. ع. سرایی، م. دستمردی، انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از تکنیک حداقل‌سازی حداکثر پراش بازده، دومین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، آذرماه ۱۳۸۴.

۱۲. ع. بیگی، م. دستمردی، تحقیق در عملیات کاربردی در اکسل، چاپ اول، قم، انتشارات توسعه قلم، ۱۳۸۲.

۱۳. ر. شباهنگ، مدیریت مالی، جلد ۱، چاپ اول، تهران، انتشارات سازمان حسابرسی، تهران، ۱۳۷۲.

۱۴. ع. سرایی، م. دستمردی، پایش عملکرد مدیران با استفاده از تکنیک جمع تجمعی، مقاله ارائه شده در اولین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، تیرماه ۸۳.

۱۵. ع. سرایی، م. دستمردی، ارائه مدل جمع تجمعی چند متغیره برای پایش تغییرات سودآوری در شرایط عدم اطمینان، مقاله ارائه شده در دومین کنفرانس بین‌المللی مدیریت، تهران، دی‌ماه ۸۳.

16. Rom, Brian M. and Kathleen W. Ferguson, *Using Post-Modern Portfolio Theory to Improve Investment Performance Measurement*,1997/1998, 72(2), 5-13.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی