حل مسئله در کلاس های درس ریاضی
ژاپن

زهرا کرمی زرندی، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران
غلامعلی احمدی، عضو هیئت علمی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران
ابراهیم ریحانی، عضو هیئت علمی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران

چکیده:
حل مسئله موضوعی است که در چند دهه اخیر در آموزش ریاضی کشورهای پیشرفته آموزشی جایگاه قابل توجهی پیدا کرده است. اما در کشور ما هنوز حل مسئله به عنوان یک روش برای آموزش ریاضی مورد توجه جدی قرار نگرفته است. هدف این نوشتار معرفی چگونگی مواجهه ژاپنی ها با این موضوع در کلاس های درس ریاضی است. آگاهی از آنچه در کلاس‌های درس ژاپن می‌گذرد می‌تواند دورنمای مناسبی برای دست اندرکاران و برنامه ریزان درسی کشورمان در طراحی الگوی آموزشی مناسب باشد. همچنین استفاده از تجربه این کشور می‌تواند به معلمان ریاضی و سایر همکاران آموزشی کمک کند تا با روش‌هایی که منجر به بسط تفکر دانش‌آموزان می‌شود، آشنایی بیشتری پیدا کنند.

کلمات کلیدی: آموزش ریاضی، حل مسئله، برنامه درسی

مقدمه

در ژاپن استانداردهای برنامه ی درسی ملی تحت عنوان « مطالعات درسی» وجود دارد که توسط آموزش و پرورش آن کشور تعیین می‌شود. « مطالعات درسی» در ژاپن از جنگ جهانی دوم تاکنون تقریباً هر ده سال یک بار مورد بازنگری قرار گرفته است. اهداف و استانداردهای بیان شده در هر بازنگری منعکس کننده علائق و نیازهای جامعه ژاپن و نیازهای آموزشی آن کشور می‌باشد. شکل ۱-۲ تأکید مطالعات درسی در هر دوره ده ساله در شصت سال اخیر ژاپن را نشان می‌دهد (بخش انجمن تحقیقات آموزش ریاضی، ۲۰۰۰)[۱].

شکل ۱-۲ پیشرفت مطالعات درسی ژاپن از جنگ جهانی دوم به بعد پیشرفت مطالعات

اشتیاق به زندگی و ادغام یادگیری
دیدگاه‌های جدید درباره توانایی مدرسه ای
مدرنیزه شدن ریاضیات
سیستم محتوای ریاضی
تجارب زندگی روزمره

درسی نشان می‌دهد که ژاپن بر مبنای فلسفه خود آموزش ریاضی را ارائه کرده و در عین حال اصلاحاتی که در سراسر جهان صورت گرفته را مدنظر قرار داده است.

در دوره ۱۹۴۷ تا ۱۹۵۱ به دلیل آموزش روبه رشد ژاپن تأکید مطالعات درسی بیشتر بر روی تجارب زندگی روزمره قرار گرفت و در همین دوره حل مسئله به عنوان بخشی از برنامه درسی مدارس ابتدایی درآمد. در ۱۹۵۱ حل مسئله به عنوان هدف آموزش ریاضیات در مدرسه مطرح شد. با این وجود این دوره تنها دوره ای بود که حل مسئله به عنوان هدف اصلی برنامه درسی این کشور بیان شد. البته در این دوره حل مسئله اساساً مربوط به جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و تناسب می شد (ناگاساکی[۲]، ۱۹۹۰). بعد از ۱۹۵۸ هدف آموزش ریاضیات تقویت تفکر ریاضی بود. در مطالعات درسی ۱۹۵۸ اهداف آموزش ریاضی این گونه بیان می‌شد : « دانش‌آموزان باید مفاهیم و اصول اعداد، کمیت‌ها و اشکال هندسی را بفهمند. آنها باید بتوانند تفکر ریاضیات پیشرفته داشته باشند و نیز بتوانند با استفاده از ریاضیات مسائل خود را حل کنند». تأکید بر تفکر ریاضی در مطالعات درسی دوره بعد که بر مدرنیزه کردن ریاضی تمرکز داشت نیز وجود داشت و حتی تاکنون یکی از اهداف اصلی آموزش ریاضی در ژاپن بوده است. در دوره بعد کاهش ساعت‌های کلاسی باعث شد که برنامه ریزان بیشتر به فکر آوردن مفاهیم پایه و گزینشی در برنامه‌ی درسی ریاضی باشند. آموزشگران ریاضی تلاش کردند تا ایده‌های اساسی ریاضیات مدرن را در برنامه‌های درسی خود حفظ کنند. یعنی سعی آنها براین بود که خلاقیت و تفکر ریاضی دانش‌آموزان را تقویت کنند. علاقه به بهبود روش آموزش و یادگیری به صورت فزاینده‌ای رشد می‌کرد چرا که باور بر این بود که برای تحقق فضای ریاضیات مدرن بسیار مهم هستند. حل مسئله ریاضی یکی از موضوعات اصلی تحقیق محسوب می شد. حل مسئله ریاضی به عنوان یک فاکتور بسیار مهم در بازنگری های آموزشی ریاضی در ژاپن مطرح شد (شیمیزو[۳]،۱۹۹۰). نتایج مطالعات ریاضی بین المللی که در دو مرحله انجام شد، آموزشگران ریاضی ژاپن را وادار کرد تا توجه بیشتری به حل مسئله بکنند چرا که در این مطالعات مشخص شده بود که دانش آموزان ژاپنی در تفکر ریاضی در مقایسه با مهارت‌های محاسبه‌ای ضعیف هستند (میس[۴]،۱۹۸۲).

به دلیل تأکید بر تفکر ریاضی در میان آموزشگران ریاضی ژاپن، تاکید بر حل مسئله باعث سردرگمی معلمان شد. آنها تلاش می‌کردند تا رابطه بین ریاضی و حل مسئله ریاضی را روشن کنند تا بتوانند بین آنها تمایز قائل شوند (کاتاگیری و همکاران[۵]، ۱۹۸۵) حتی امروزه نیز برخی در تمایز بین این دو مشکل دارند و برخی نیز لزومی بر این تمایز نمی بینند. چرا که اکنون مشخص شده است که وجه اشتراک بین این دو مقوله بسیار زیاد است. با این وجود به نظر می‌رسید که تفکر ریاضی بیشتر مربوط به ایجاد و شکل دهی مفاهیم، قواعد، الگوریتم و... ریاضی باشد در حالی که حل مسئله بیشتر به استفاده و به کارگیری چنین مفاهیم و الگوریتم‌ها به صورت انعطاف‌پذیر و کارآمد مربوط شود.

ناگاساکی (۱۹۹۰) بیان می دارد که نقش اصلی حل مسئله افزایش توانایی دانش‌آموزان در فهم محتوای ریاضی است. وی سپس سه رویکرد به حل مسئله را عنوان می‌کند: (۱) حل مسئله به مثابه هدف آموزشی (۲) حل مسئله به مثابه فرآیند آموزشی و(۳) حل مسئله به مثابه محتوای آموزشی. در رویکرد اول هدف آموزشی افزایش توانایی حل مسئله دانش‌آموزان یا توانایی تفکر آنها می‌باشد. در این رویکرد هر موقعیت یادگیری را می‌توان یک موقعیت حل مسئله ای در نظر گرفت. در نگاه دوم هدف آموزش ریاضی، آموزش فرآیندهای ایجاد مفاهیم ریاضی از طریق حل مسئله به دانش‌آموزان است. او خاطر نشان می‌کندکه دو رویکرد اول در تاریخ طولانی آموزش ریاضی ژاپن همواره وجود داشته اند. رویکرد سوم را نیز می‌توان در تاریخ آموزش ریاضی ژاپن یافت، اما بعد از ۱۹۸۰ تأکید بیشتری بر این رویکرد شد. از این منظر فراگیری روش‌های حل مسئله توسط دانش‌آموزان اهمیت بسیاری دارد.

در این رویکرد؛ روش‌ها، مراحل یا راهبردها به عنوان روش حل مسئله مورد مطالعه قرار گرفتند و این موضوعات محتوای آموزش ریاضی را تشکیل می دادند. می‌توان گفت که آموزش درباره حل مسئله (اسشرودر ولستر[۶]، ۱۹۸۹) به عنوان یک روش جدید توجه آموزشگران ریاضی را به خود جلب کرد.

تحقیقات حل مسئله در ژاپن

یامازاکی[۷] (۱۹۹۵) پیشرفت تحقیق در حل مسئله ژاپن را از سال ۱۹۸۰ تا ۱۹۹۵ نشان می‌دهد. او با جمع آوری داده‌ها از کتاب‌ها و مجلات علمی مختلف و سمینارها به این نتیجه رسید که بعد از ۱۹۸۰ مطالعات بسیار زیادی در این زمینه انجام شده است. مجلات علمی تحقیقی و سمینارها بعد از ۱۹۸۵ افزایش چشمگیری یافت و سپس نسبتاً ثابت ماند. یامازاکی خاطر نشان می کند که در طول این دوره، تحقیق درباره حل مسئله ریاضی یکی از مهمترین موضوعات محققین دانشگاه و معلمان مدرسه بود.

به نظر می‌رسد در ده سال اخیر که تعداد تحقیقاتی که کلمه «حل مسئله» را در عنوان

تحقیق داشته باشند رو به کاهش بوده است. با این وجود مطالعاتی وجود داشتند که به صراحت «حل مسئله» را در عنوان مقاله خود نیاوردند، اما اساساً به این موضوع پرداخته‌اند. مثلاً مطالعاتی در زمینه تعامل اجتماعی در یادگیری ریاضیات یا فرآیند مدلسازی ریاضی و نیز مطالعاتی که بر روی فرآیند یادگیری محتوای ریاضیات مدرسه انجام شده است. این موضوع را می‌توان به این صورت تفسیر کرد که مطالعات حل مسئله ای جدید به بسط مطالعات قبلی می پردازد و هر کس بر مبنای علاقه خود جنبه ای از آن را مورد تحقیق قرار داده است (شیمیزو،۲۰۰۶ ؛ نانوکاو[۸] ، ۲۰۰۲).

تأثیرات حل مسئله بر مطالب آموزشی و درسی

حل مسئله توجه معلمان مدارس را نیز به خود جلب کرده است. یامازاکی(۱۹۹۵) بیان می دارد که مجلات علمی با موضوع خاص حل مسئله در دهه ۱۹۸۰ به صورت منظمی چاپ می شد. علاوه بر این در ژاپن معلمان تحقیقاتی انجام می‌دهندکه بر مبنای تجربه آنها از فعالیت‌های کلاسی است. آنها نتایج این تحقیقات را در جلسات منطقه‌ای و ملی ارائه می‌دهند. طبق گفته ناگاساکی و سینما[۹] (۱۹۸۶)، تعداد مطالعاتی که در این مورد در سال ۱۹۸۵ انجام شده است در مقایسه با تحقیقات دیگر، ده درصد رشد را نشان می‌دهد. در نتیجه آنها معتقدند تحقیقاتی که در این زمینه انجام شده هرگز کم نبوده و کاهش هم پیدا نکرده است. تاکنون مطالعات تجربی معلمان به میزان زیادی ارائه شده است. عناوین این تحقیقات متنوع است؛ از جمله این عناوین می توان به تحقیقات درباره چگونگی تقویت تفکر ریاضی و خلاقیت دانش‌آموزان و بررسی تفاوت های فردی دانش‌آموزان در کلاس اشاره کرد. اما به صورت کلی این مطالعات تجربی معلمان را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: اول، تبیین مطالب درسی به نحوی که توانایی حل مسئله دانش‌آموزان را افزایش دهد و دوم، مطالعاتی که مربوط به سازماندهی کارآمد درس ها می‌باشد. در زیر به توضیح بیشتر این دو رویکرد مطالعاتی به حل مسئله می پردازیم.

آموزش ریاضیات با استفاده از مسائل باز پاسخ یکی از روش‌هایی است که به تقویت توانایی حل مسئله دانش‌آموزان ژاپن کمک می‌کند (یامازاکی، ۱۹۹۵). مسئله باز پاسخ به مسئله‌ای گفته می‌شود که طراحی آن به نحوی است که چندین جواب صحیح داشته باشد. ریشه رویکرد بازپاسخ به تحقیقات انجام شده در اوایل دهه ۱۹۷۰ بر می‌گردد. هدف این تحقیقات پیدا کردن روشی برای ارزیابی میزان یادگیری دانش‌آموزان از ریاضیات بود. آنان تلاشمی‌کردند که بدانند دانش‌آموزان مفاهیم ریاضی را چگونه درک می‌کنند. بنابراین نیاز به طرح مسائلی بود که دانش‌آموزان بتوانند از جنبه‌های مختلف آنها را مورد بررسی قرار دهند و در این مقطع بود که مسائل باز پاسخ مطرح شد.

نتایج این تحقیقات نیاز به آموزش با اهداف بلند مدت را نشان داد. از الزامات این آموزش توجه به مطالب درسی مرتبط و استفاده از مسائل بازپاسخ برای طراحی درس بود. معلمانی که در این تحقیقات سهیم بودند، یافته‌های تحقیقات را در کلاس های ریاضی به کار بردند. بعدها مواد کمک آموزشی و روش‌های متنوع تدریس به وجود آمدند و کتاب‌های بسیار زیادی در این زمینه به چاپ رسید (برای مثال نوهدا ، ۱۹۸۳). استفاده از مسائل بازپاسخ در آموزش و ارزیابی از آن زمان تاکنون با همکاری محققین دانشگاهی و معلمان گسترش زیادی یافته است (نوهدا[۱۰] ، ۲۰۰۰). مثال‌های بازپاسخ اکنون نیز در کتاب‌های درسی ریاضی ژاپن یافت می‌شود، با وجود این که تعداد آنها زیاد نیست ولی در تمام سطوح از ابتدایی تا دبیرستان وجود دارند.

بررسی نحوه ارائه درس در ژاپن

ویدئوهای ضبط شده توسط محققین مختلف نشان می‌دهد که از جمله مراحل آموزش یک درس در ژاپن، مرور درس گذشته، ارائه مسئله آن روز، کار فردی دانش‌آموزان بر روی راه حل‌ها و برجسته یا خلاصه کردن نکات اصلی آن روز می‌باشد (استیگلر و هایبرت[۱۱] ، ۱۹۹۹). الگو یا شاید بتوان گفت شعار آموزش ریاضی ژاپن حل مسئله ساختار بندی شده نامیده شده است.

شیمازو (۱۹۹۹) نیز چارچوب متداول طرح درس ژاپن را به طرز مشابهی معرفی کرده است. وی براین باور است که این نوع روش ارائه درس ریشه در فرهنگ ژاپن دارد. همان‌طور که قبلاً گفتیم از دهه ۶۰ و ۷۰ بر تفکر ریاضی تأکید زیادی می‌شد. آموزشگران ریاضی ژاپن تلاشمی‌کردند تا به دانش‌آموزان کمک کنند ایده‌های جدید را کشف کرده و دانش خود از ریاضی را پایه گذاری کنند.

با معرفی کارهای پولیا، در ژاپن رویکردها و فرضیه‌های مختلفی به وجود آمد. بعد از ۱۹۸۰ تلاش‌های انجام شده برای تدریسی که تفکر ریاضی را تقویت می بخشد، ادامه یافت. آموزشگران به این نتیجه رسیدند که اگر زمینه ای فراهم کنند تا دانش‌آموزان بتوانند فرآیند حل مسئله را تجربه کنند، خواهند توانست تفکر ریاضی را به کار برند. برای مثال کاتاگیری[۱۲] (۱۹۸۸) به مطالعه تفکر ریاضی در هر مرحله از حل مسئله پرداخت و لیستی از سؤالاتی را داد که با پرسیدن آنها در کلاس معلمان بتوانند تفکر ریاضی دانش‌آموزان را بهبود ببخشند. همان‌طور که از این گفته ها بر می‌آید می‌توان نتیجه گرفت که در این سال‌ها به حل مسئله به عنوان یک فرآیند آموزشی توجه شده است.

موفقیت سیستم آموزشی ژاپن در آماده کردن دانش‌آموزانی که در ریاضی نسبت به کشورهای دیگر پیشی می گیرند معروف است. نتایج تیمز هم این موضوع را تأیید می‌کند. ژاپن از جمله کشورهایی است که برنامه درسی ملی دارد و بنابراین آموزشگران ژاپنی این امکان را دارند که یک کار جمعی و در سطح ملی ارائه دهند. برخی دستاورد دانش‌آموزان در ژاپن را از مزایای اهداف منسجم و متمرکز فعالیت‌های آموزشی می دانند. برخی دیگر مانند تاکاهاشی بر این باور هستند که چند نوشته مهم از جمله «چگونه مسئله حل کنیم» پولیا (۱۹۴۵) تأثیرزیادی در مطرح شدن بر موضوع حل مسئله در آموزش ریاضی ژاپن داشته است. این کتاب پولیا ۱۹۵۴، در ژاپن ترجمه و منتشر شد و توسط محققان و آموزشگران ژاپنی متعدد مورد استفاده قرار گرفته است. اما جنبش‌های اصلاحی عمده در یادگیری و آموزش ریاضی ژاپن از اواخر دهه ۷۰ به بعد رخ داد. محققان، معلمان و برنامه ریزان به صورت جمعی با همدیگر همکاری کردند تا آموزش ریاضی خود را با لحاظ کردن چهار مرحله حل مسئله پولیا شکل دهند (تاکاهاشی[۱۳] ۲۰۰۰). یکی از نتایج مطالعات حل مسئله رویکرد حل مسئله ی باز پاسخ بود که در ۱۹۷۷ توسط شیمادا و دیگران به چاپ رسید این رویکرد بعد از آن همواره در آموزش ریاضی ژاپن مورد استفاده قرار گرفته است. ترجمه انگلیسی این کتاب که در سال ۱۹۷۷ منتشر شد (بکر و شیمادا) مورد توجه آموزشگران آمریکایی نیز قرار گرفت. وزارت آموزش ژاپن از ۱۹۸۰ اهمیت حل مسئله را در ریاضیات مدرسه تشخیص داده و بر این نکته در اسناد مختلف تأکید داشته است که لازم است دانش‌آموزان به گسترش مهارت‌های حل مسئله بپردازند و استفاده از ریاضیات را یاد بگیرند. این جمله NCTM (۱۹۸۱) که بیان می داشت "حل مسئله باید محور آموزش ریاضی باشد"، در تحقیقات مختلف ، مراجع و مواد آموزشی در ژاپن برای معلمان در طول سال‌های ۸۰ بیان می شد. همچنین کتاب آموزش حل مسئله چه چیز، چرا و چگونه (چارلز[۱۴] و لستر، ۱۹۸۲) در سال ۱۹۸۳ به ژاپنی ترجمه شد. استفاده از حل مسئله ساختاربندی شده به عنوان رویکرد آموزشی عمده در سیستم آموزشی ژاپن ویژگی‌های خاصی دارد که توسط محققان بسیاری در آموزش ریاضی مورد توجه قرار گرفته است. از مهمترین این ویژگی‌ها مسائل و فعالیت‌های حل مسئله ای انتخاب شده و انسجام آنها و نیز بحث گسترده در مورد آنها معروف به نریاج[۱۵] است.

به صورت کلی دو نوع نگاه به آموزش حل مسئله در آموزش ریاضی وجود دارد. بعضی وقت‌ها درس‌های ریاضی که از حل مسئله استفاده می کنند به مثابه رویکردی نگریسته می‌شوند که در آن دانش‌آموزان می بایست مهارت‌ها و استراتژی‌های حل مسئله ای خود را افزایش می‌دهند و معلمان بعضی وقت ها صرفاً بر استراتژی های حل مسئله تأکید دارند و توجه خاصی به بسط مفاهیم و مهارت‌های ریاضی نمی‌کنند. در این نوع تفسیراز درس های حل مسئله ای، کلاس معمولاً با رسیدن هر دانش‌آموز به راه حل مسئله پایان می‌یابد و نقش معلم در طول حل مسئله دانش‌آموزان کمک به آنها برای پیدا کردن راه حل از طریق به کارگیری استراتژی های کارآمد است. چرا که هدف اصلی درس حل مسائل توسط دانش‌آموزان است.

از طرف دیگر می‌توان به حل مسئله به

عنوان یک رویکرد قوی برای گسترش مهارت‌ها و مفاهیم ریاضی نگریست بنابراین در این رویکرد معلمان علاوه براین که به گسترش استراتژی‌ها و مهارت‌های حل مسئله ای می پردازند، به آموزش مهارت‌ها ، مفاهیم و روش‌های ریاضی نیز می پردازند. در نتیجه در این رویکرد طرح درس علاوه بر آموزش استراتژی‌های حل مسئله‌ای اهداف محتوایی را نیز دنبال می‌کند. رویکرد دوم را معمولاً آموزش از طریق حل مسئله می نامند. حل مسئله ساختار بندی شده در ژاپن به عنوان یک فرآیندی برای یادگیری محتوای ریاضی در نظر گرفته می‌شود.

در رویکرد حل مسئله ساختار بندی شده، تأکید بر این است که مهمترین نقش معلمان در طول آموزش تسهیل بحث ریاضی بعد از پیدا کردن راه حل ها توسط هر کدام از دانش‌آموزان است یعنی در ابتدا دانش‌آموزان به صورت فردی و با استفاده از دانش ریاضی خود بر روی یک مسئله کار می‌کنند و سپس راه حل ها و رویکردهای مختلفی را برای آن مسئله ارائه می‌دهند. وجود راه‌حل‌های مختلف طبیعی است چرا که معلم بدون گفتن روش، مسئله ای را در کلاس ارائه داده است. بنابراین در کتاب‌های درسی رویکردها و ایده‌های رایج دانش‌آموزان آمده است. از آنجایی که هدف رویکرد حل مسئله ساختار بندی شده گسترش فهم دانش‌آموزان از مفاهیم و مهارت‌های ریاضی است از معلم انتظار می رود که در طی بحث هایی برای کل کلاس راه حل ها را با هم مقایسه کرده و به راهنمایی دانش‌آموزان بپردازد. به این منظور لازم است معلمان به عنوان بخشی از طرح درس خود برنامه مشخصی برای این بحث ها داشته باشند که انواع راه حل هایی که ممکن است دانش‌آموزان ارائه کنند را پیش‌بینی کرده است. این پیش‌بینی راه حل ها، نه تنها کار آمدترین متدها بلکه راه حلهایی که نتیجه ی سوء فهم دانش‌آموزان هست را نیز در بر می‌گیرد (تاکاهاشی ۱۹۹۷).

نتیجه گیری

به طور خلاصه می‌توان گفت که رویکرد حل مسئله ی ژاپنی دارای ویژگی‌های زیر است : اول، از آنجایی که این رویکرد برای یادگیری محتوای ریاضیات طراحی شده است جایگاه ویژه ای در برنامه درسی نظام آموزشی ژاپن دارد و معلمان ژاپنی سعی می‌کنند از این رویکرد نه تنها برای بسط مفاهیم و فهم ریاضیات استفاده کنند بلکه برای به دست آوردن مهارت‌های یادگیری و استفاده ریاضیات نیز از آن بهره‌مند شوند. دوم، درس های حل مسئله ای ژاپنی ها حتی بعد از این که دانش‌آموزان راه حل مسئله را پیدا کردند پایان نمی پذیرد. معلمان و محققان ژاپنی بر این باورند که بخش عمده درس بعد از رسیدن دانش‌آموزان به جواب شروع می‌شود و در این مرحله (نریاج) معلمان بحث های گسترده ای با دانش‌آموزان شروع می‌کنند و در آنها به مقایسه و بررسی شباهت های بین راه حل های دانش‌آموزان پرداخته می‌شود (هیروناکا و سوگیما[16]، ۲۰۰۶).

پی‌نوشت:

1-Japan Society of Mathematical Education Research Section

2-Nagasaki

3-Shimizu

4-Mase

5-Katagiri

6-Schroeder & Lester

7-Yamazaki

8-Nunokawa

9-Senuma

10-Nohda

11-Stigler & Hiebert

12-Katagiri

13-Takahashi

14-Charles

15-Neriage

16-Hironaka & Sugiyama

منابع:

-Charles, R., & Lester, F. (1982). Teaching Problem Solving: What, why & how. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

-Hironaka, H., & Sugiyama, Y. (Eds.). (2006). Mathematics 5B for

-Elementary School.Tokyo, Japan: Tokyo Shoseki Co., Ltd.

-Katagiri, S., Koto S., Hiraoka T. (Eds.). (1985). Mondai kaiketsu no noryoku wonobasu shido (Teaching for fostering problem solving ability). Tokyo: Meiji Tosho.

-Katagiri, S. (1988). Mondai kaiketsu katei to hatsumon bunseki (Problem solving processes and analysis of teacher's questioning). Tokyo: Meiji Tosho.

-Japan Society of Mathematical Education Research Section (Ed.). (2000, August):School mathematics in Japan. Resources of the national presentation at the 9th International Congress on Mathematical Education, Makuhari, Japan.

-Mase, H. (1982). Konnichiteki mondai kaiketsu no haikei ni tsuite (A study of background of problem solving today). Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics, 1, 3–11.

-Nagasaki, E., & Senuma, H. (1986). Sugaku kyoiku ni okeru mondai kaiketsu ni tsuite no kenkyu no doko (1) (Trends in research on problem solving in mathematics education). National Institute for Educational Research.

-Nagasaki, E. (1990). Problem solving. In: Sin Sansu Kyoiku Kenkyukai (Ed.), Sansu kyoiku no kiso riron (Basic theory of elementary

-mathematics education) (pp.34–146). Tokyo: Toyokan.

-National Council of Teachers of Mathematics. (1980). An agenda for action:Recommendations for school mathematics of the 1980s. Reston, VA: Author.

-Nohda, N. (1983). Sansu/sugakuka open approach ni yoru sidou no kenkyu (A study of "open-approach" strategy in school mathematics teaching). Tokyo: Toyokan.(in Japanese).

-Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese

-mathematics classroom. In: T. Nakahara, & M. Koyama (Eds.), Proceedings of the 24the conference of the international group for the psychology of mathematics education (Vol. 1, pp. 39–53). Hiroshima, Japan: Hiroshima Universit

-Nunokawa, K. (2002). Kaiketsu katei eno chakumoku to kangaeuru kenkyu kadai (Focus on the solving processes and tasks for future research). In: Japan Society of Mathematical Education (Ed.), Proceedings of the 35th conference of the Japan Society of Mathematical Education (Summary volume of topic groups, pp. 60–70). Tottori, Japan: Author.

-Pólya, G. (1945). How to Solve it. Princeton : Princeton University Press.

-Sawada, T., Sakai, Y., et al. (2005). Chugakkou sugaku 3 [Lower secondary school Mathematics, 3rd grade). Kyoiku Shuppan

-Schroeder, T., & Lester, F. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. Traafton, & A. Shulte (Eds.), New directions for elementary school mathematics (1989 Yearbook). Reston: NCTM (cite inStacey,2005).

-Shimizu, Y. (1999). Studying sample lessons rather than one excellent lesson: A Japanese perspective on the TIMSS videotape classroom study. Zentralblatt fu¨r Didactik der Mathematik, 6, 191–195.

-Shimizu, Y. (2006). How do you conclude today's lesson? The form and functions of 'Matome' in mathematics lessons. In: D. Klarke, E. Jonas, E. Jablonka, & I. Mok (eds.), Making connections: Comparing mathematics classrooms around the world, (pp. 127–145). Rotterdam: Sense Publishers

-Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap. New York: Free Press.

-Takahashi, A. (2000). Current trends and issues in lesson study in Japan and the United States. Journal of Japan Society of Mathematical Education,82(12), 15-21.

-Takahashi,T.(2007). Beyond show and tell: Neriage for teaching through

-problem- solving- ideas from Japanese problem solving approaches for teaching mathematics. TSG 19: Research and development in problem solving in mathematics education.

-Yamazaki, K. (1995, November): Wagakuni no sugaku kyoiku ni okeru mondai kaiketsu ni kansuru kenkyu no doko (Trends in research on problem solving in mathematics education in Japan). Paper presented at the 28th conference of the Japan Society of Mathematical Education, Hiroshima, Japan.