

دانش مدیریت

شماره ۶۳ - زمستان ۱۳۸۲  
صص ۱۳۱-۱۵۳

# کاربرد برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و الگوریتم ژنتیک در برنامه‌ریزی توسعه ظرفیت و جایگزینی ماشین‌آلات

دکتر محمد مدرس\* - دکتر سعید خدامرادی\*\*

## چکیده

در این مقاله با استفاده از یک مدل ریاضی روش جدیدی جهت برنامه‌ریزی همزمان توسعه ظرفیت<sup>۱</sup> و جایگزینی ماشین‌آلات<sup>۲</sup> با انجام تجزیه و تحلیل معیارهای مالی، عملیاتی، و سرمایه‌گذاری ارایه می‌گردد. از آن‌جا که راهبردهای بلندمدت هر سازمان با طرح‌های ظرفیتی تبیین می‌شود و از طرفی اجرای چنین طرح‌هایی مستلزم هزینه‌های بسیار بالا و در عین حال غیرقابل برگشت است از این‌رو فرایند تصمیم‌گیری درمورد طرح‌های توسعه ظرفیت و جایگزینی ماشین‌آلات و تجهیزات مسئله‌ای حساس و پیچیده در مراکز صنعتی است.

مدل ریاضی حاصل از نوع برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط<sup>۳</sup> شامل متغیرهای پیوسته و صفر و یک است. با توجه به این‌که مدل حاصل بسیار پیچیده و بزرگ است و قابل حل با روش‌های تحلیلی موجود نیست از این‌رو روش حل این مسئله با در نظر گرفتن ویژگی‌های مدل ریاضی توسعه می‌یابد. این مدل در چارچوب الگوریتم ژنتیک مختلط<sup>۴</sup> طراحی می‌گردد. در پایان برای اطمینان از اعتبار روش ارایه شده، نتایج حل مدل ریاضی با نتایج اجرای الگوریتم ژنتیک پیشنهادی مقایسه می‌شوند. یک مورد واقعی نیز معرفی و با استفاده از روش پیشنهادی بررسی می‌گردد.

**واژه‌های کلیدی:** توسعه ظرفیت، جایگزینی ماشین‌آلات، برنامه‌ریزی عدد صحیح، الگوریتم ژنتیک مختلط.

\* استاد دانشگاه صنعتی شریف

\*\* دکتری مدیریت تولید از دانشگاه تهران

1. Capacity Expansion
2. Equipment Replacement
3. Mixed Integer Programming (MIP)
4. Hybrid Genetic Algorithm

## مقدمه

در این تحقیق دو موضوع برنامه‌ریزی توسعه ظرفیت و جایگزینی تجهیزات را طی یک مدل بررسی می‌کنیم. برنامه‌ریزی توسعه ظرفیت عبارت است از تعیین مکان، زمان، و اندازه طرح‌های نصب ماشین‌آلات و راه‌اندازی خطوط تولیدی برای افزایش توان تولیدی صنایع با هدف ایجاد توازن بین صرفه‌جویی حاصل از مقیاس<sup>۱</sup> ظرفیت ایجاد شده و هزینه ظرفیت مازاد. جایگزینی تجهیزات و ماشین‌آلات نیز به فرایند تعویض ماشین‌آلات قدیمی با هدف افزایش بازده تولید و کاهش هزینه‌های عملیاتی و نگهداری اطلاق می‌شود.

اگرچه در هر دو زمینه برنامه‌ریزی توسعه ظرفیت و جایگزینی تجهیزات و ماشین‌آلات تحقیقات زیادی انجام شده ولی عمدتاً مجزا بوده است. طی سال‌های اخیر برخی از محققان در صدد طراحی مدل‌هایی برای تحلیل یکپارچه هر دو بحث بوده‌اند. برنامه‌ریزی توسعه ظرفیت و جایگزینی ماشین‌آلات به عنوان یک فرایند تحلیلی پیش سرمایه‌گذاری<sup>۲</sup> از عوامل مختلفی متأثر است. رشد تقاضا، گزینه‌های فناوری، متغیرهای هزینه‌ای مربوط به تحقق ظرفیت، ارزش زمانی پول، تعدد محصولات و مکان‌های تولید، جریانات نقدی آتی، نحوه تأمین منابع مالی، بازده اقتصادی و غیره قابل یادآوری هستند. برخی از تحقیقات مرتبط با موضوع، عوامل فوق و سایر عوامل را در سه دسته عوامل یا معیارهای عملیاتی، مالی، و سرمایه‌گذاری طبقه‌بندی می‌کنند.

شرکت‌های هولدینگ<sup>۳</sup> به عنوان سازمان‌های متولی اداره و راهبری شرکت‌های تحت پوشش و سرمایه‌پذیر به دلایل مختلف نظیر حفظ سهم بازار و قدرت رقابتی آن‌ها همواره با مشکل تصمیم‌گیری در خصوص توسعه ظرفیت و جایگزینی ماشین‌آلات مواجه هستند. به منظور دستیابی به سازوکار منطقی بررسی، تأیید و تصویب طرح‌های فوق الذکر در شرکت‌های هولدینگ به ضرورتی غیر قابل انکار تبدیل شده است. پر واضح است که شکست مالی طرح‌های صنعتی، اثرات زیانبار قابل توجهی بر حقوق صاحبان سهام و آتیه شرکت‌ها بر جای می‌گذارد.

- 
1. Economy Of Scale
  2. Pre-Investment
  3. Holding

زمانبندی و تعیین اولویت اجرای طرح‌های توسعه ظرفیت و جایگزینی ماشین‌آلات در شرکت‌های تحت پوشش یک هولدینگ با اهدافی نظیر پاسخ‌گویی به تقاضای قابل افزایش، به روزآوری ماشین‌آلات، حفظ سهم بازار و قدرت رقابتی، افزایش نرخ بازدهی آتی سرمایه‌گذاری‌ها و غیره نیاز به یک سازوکار منطقی و ابزار پشتیبانی تصمیم‌گیری دارد.

توجه به مطالب فوق طرح این سؤال را قوت می‌بخشد که آیا می‌توان مدلی ریاضی طراحی کرد که با دخیل کردن انواع عوامل و معیارهای عملیاتی، مالی و سرمایه‌گذاری یک شرکت هولدینگ را در تعیین تعداد، زمان، اندازه، و مکان اجرای طرح‌های توسعه ظرفیت و جایگزینی ماشین‌آلات شرکت‌های تحت پوشش خویش یاری کند؟

پاسخ به سؤال فوق به طراحی یک مدل ریاضی منجر می‌شود که حل آن با توجه به ابعاد گسترده و وجود متغیرهای صفر و یک فراوان با روش‌های تحلیلی کلاسیک امکان پذیر نیست و نیاز به طراحی یک روش مبتنی بر الگوریتم‌های فرا ابتکاری<sup>۱</sup> را ضروری می‌سازد.

در ادامه و در بخش دوم به بررسی ادبیات علمی مربوط پرداخته می‌شود. این بخش مروری جامع بر کل تحقیقات انجام شده دارد. طراحی مدل ریاضی شامل تعریف مسئله، فرضیات، قراردادها، و ساختار ریاضی مدل در بخش سوم ارایه می‌شود. در بخش چهارم روش حل مسئله توسعه می‌یابد و ضمناً الگوریتم ژنتیک نیز معرفی و بررسی می‌گردد. سرانجام در بخش پنجم، یک مسئله واقعی بررسی و حل می‌شود.

### پیشینه تحقیق

روش‌های مختلفی نظیر شبیه‌سازی، بهینه سازی پایدار<sup>۲</sup>، برنامه‌ریزی پویا، برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط، روش تجزیه بندرز<sup>۳</sup>، برنامه‌ریزی خطی، روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری به خصوص الگوریتم ژنتیک در ادبیات علمی مرتبط با موضوع مسئله وجود دارند.

- 
1. Meta-Heuristic
  2. Robust Optimization
  3. Benders Decomposition

کتاب ارزنده مان<sup>۱</sup> (۱۹۷۶:۱۸) را می‌توان مرجعی مفید برای شروع اولیه تحقیقات در بحث توسعه ظرفیت برشمرد. البته وی قبل از آن نیز (۱۹۶۱:۱۷) با الهام از قواعد و اصول مدل‌های اولیه کنترل موجودی با دخیل نمودن عواملی همچون رشد تقاضا، نرخ تنزیل، و صرفه جوئی حاصل از مقیاس در نصب ظرفیت روشنی برای تعیین نقطه تجدید یا زمان نصب ظرفیت جدید ارایه نمود.

با الهام از نتایج تحقیقات فوق، مان و ارلن کاتر<sup>۲</sup> (۱۹۶۸:۵) ابعاد و جوانب واقعی مرتبط با طراحی مدل توسعه ظرفیت در صنعت کود شیمیایی نیتروژن هندوستان را تشریح نمودند. ارلن کاتر (۱۹۷۷:۴) با اضافه کردن عواملی نظیر واردات<sup>۳</sup> و موجودی‌ها، مدل توسعه ظرفیت صنایع آلومینیوم هندوستان روش برنامه‌ریزی پویا را پیشنهاد کرد. ارلن کاتر و تریپی<sup>۴</sup> (۱۹۷۶:۷) عواملی همچون قیمت گذاری و کمیت تولید را در تحلیل‌های قبلی وارد کردند.

هم‌زمان با افزایش عوامل مؤثر بر عملکرد و پیچیدگی محیط بنگاه‌های اقتصادی، به کارگیری روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی به دلیل کارایی و سودمندی آن‌ها رواج یافت.

مدل برنامه‌ریزی پویا جهت تعیین توالی بهینه مجموعه‌ای محدود از طرح‌های توسعه ظرفیت توسط ارلن کاتر و راجرز<sup>۵</sup> (۱۹۷۷:۶) و مدل برنامه‌ریزی خطی با فرض توسعه ظرفیت در موقعیت‌های چند کارخانه‌ای و بازارهای متعدد با هدف کاهش هزینه‌های تنزیل شده توسعه ظرفیت و حمل و نقل کالاها طی افق برنامه‌ریزی توسط فونگ و سرینیواسان<sup>۶</sup> (۱۹۸۰:۸) طراحی و ارایه شدند. لوس<sup>۷</sup> (۱۹۸۲:۱۶) با جمع‌آوری و دسته‌بندی نتایج تحقیقات قبلی یک راهنمای جامع بحث توسعه ظرفیت ارایه کرد. بررسی فرض

1. Manne,A.S

2. Erlenkotter,D.

3. Imports

4. Trippi,R.

5. Rogers,J.

6. Srinivasan,V.

7. Luss,H.

تبديل ظرفیت از یک نوع به نوع دیگر در مدل‌های سنتی توسعه ظرفیت توسط لی<sup>۱</sup> و لوس (۱۳:۱۹۸۱) انجام و روش حلی مبتنی بر نظریه شبکه توسعه داده شد.

سیم<sup>۲</sup> (۲۹:۲۰۰۰) با فرض فعالیت در بازارهای جهانی، کاهش خطرپذیری و انتخاب ترکیب مناسب سرمایه‌گذاری‌ها در نقاط مختلف جهان، کمیت‌های گسته ظرفیت و وجود هزینه‌های حمل و نقل یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای تعیین اندازه و زمان بهینه توسعه ظرفیت طراحی و از روش آزادسازی لاگرانژی<sup>۳</sup> برای حل آن استفاده نمود. لی و تیروپاتی<sup>۴</sup> (۱۴:۱۹۹۳) با بهره‌گیری از نتایج تحقیقات انجام شده در بحث فناوری‌های انعطاف پذیریک مدل صفر و یک با هدف انجام توازن و مصالحه بین صرفه‌جویی حاصل از مقیاس و مزایای حاصل از حوزه عملکردی وسیع<sup>۵</sup> به منظور تعیین اندازه بهینه توسعه ظرفیت و گزینش فناوری ارایه نمودند. آنان هم‌چنین یک روش ابتکاری برای حل مدل صفر و یک مسأله با ابعاد بزرگ پردازش کردند.

جونز<sup>۶</sup> و همکاران (۱۰:۱۹۹۱) با بررسی نتایج تحقیقات انجام شده در حوزه توسعه ظرفیت تا سال ۱۹۹۰ پی بردند که مدل‌های مذکور عمر ماشین‌آلات تولیدی را نامحدود فرض می‌کند و به رغم افزایش هزینه‌های عملیاتی و نگهداری هیچ گاه ماشین‌آلات نصب شده تعویض نمی‌شوند. در نتیجه آنان یک مدل دو مرحله‌ای برای حل مسأله جایگزینی ماشین‌آلات موازی ارایه نمودند. در مرحله اول با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا بهترین مقدار تابع هزینه‌ای حالات و تصمیم مربوط به آن (نگهداری یا جایگزینی) یافته می‌شود و به عنوان متغیر تصمیم به مدل برنامه‌ریزی خطی مرحله دوم وارد می‌گردد. محدودیت‌های مدل نیز شامل گزینه‌های نگهداری یا جایگزینی هر خوش<sup>۷</sup> از ماشین‌آلات مشابه است. راجاگوپالان<sup>۸</sup> (۲۱:۱۹۹۲) تأثیرات کهنگی و فرسودگی ماشین‌آلات را در کاهش ضرایب بهره‌برداری در دوره‌های بعد از نصب و به کارگیری ماشین‌آلات بر روی مدل‌های سنتی

1. Lee,H.
2. Syam,S.
3. Lagrangean Relaxation
4. Tirupati,D.
5. Economy Of Scope
6. Jones,P.
7. Cluster
8. Rajagopalan,S.

بررسی و یک روش حل ابتکاری برای حل مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مورد نظر نیز ارایه نمود. وی (۱۹۹۴:۲۲) همچنین با الهام از لی و تیروپاتی (۱۹۹۳)؛ لی و لوس (۱۹۸۷) و لوس (۱۹۸۲) یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با فرض اینکه گزینه‌های فناوری دارای درجه خاصی از صرفه‌جویی حاصل از مقیاس هستند طراحی کرد. اضافه کردن فرض فوق باعث افزایش اندازه و پیچیدگی مدل‌های قبلی می‌شود.

راجاگوپالان و سوتريو<sup>۱</sup> (۱۹۹۴:۱۹) فرض جایگزینی ماشین‌آلات به دلیل کهنگی یا افزایش هزینه‌های عملیاتی، نگهداری و برکناری و توقف عملیاتی آنها به دلیل تقاضای کاهنده، به مدل‌های قبلی اضافه نمودند و یک مدل عدد صحیح ارایه کردند.

نیر<sup>۲</sup> و هاپ<sup>۳</sup> (۱۹۹۲:۱۹) با این فرض که در برخی صنایع، جایگزینی به دلیل منسوخ شدن فناوری بیش از جایگزینی به دلیل افزایش هزینه‌های عملیاتی و نگهداری اهمیت دارد، یک مدل برنامه‌ریزی پویا ارایه نمودند. به نظر آنان با فرض وجود تحولات فناورانه آتی، با سه موقعیت در هریک از تجهیزات نصب شده مواجه هستیم: فناوری در دست یا مورد استفاده، فناوری برتر موجود و فناوری پیشرفته‌تری که در آتیه ظاهر خواهد شد.

راجاگوپالان و همکاران (۱۹۹۸:۲۵) با بهره‌گیری از نتایج راجاگوپالان (۱۹۹۲) و جونز و همکاران (۱۹۹۱) با فرض وجود رشته‌ای از تحولات فناورانه، عدم اطمینانی در وقوع تحولات و عدم اطمینانی در چرخه حیات فناورانه ماشین‌آلات؛ به تجدید نظر در مدل‌های سنتی توسعه ظرفیت پرداختند. اولین مدل با فرض تحولات قابل پیش‌بینی به صورت خطی طراحی شد و مدل دوم با فرض فرایند نیمه مارکوفی تحولات فناورانه و مبتنی بر نتایج نیر و هاپ (۱۹۹۲) تحلیل‌های لازم را ارایه می‌دهد.

همچنین راجاگوپالان (۱۹۹۶:۲۳) با تأکید بر نتایج راجاگوپالان و سوتريو (۱۹۹۴)، راجاگوپالان و همکاران (۱۹۹۸)، نیر و هاپ (۱۹۹۲)، راجاگوپالان (۱۹۹۲)، و جونز و همکاران (۱۹۹۱) رویکردی یکپارچه برای تحلیل مسایل توسعه ظرفیت و جایگزینی تجهیزات ارایه نمود. در هر صورت این مقاله یک مرجع نسبتاً کامل برای پیگیری بحث به شمار می‌رود.

1. Soteriou,A.
2. Nair,S.
3. Hopp,W.

راجاگوپالان و رائوسانگ<sup>۱</sup> (۲۴، ۱۹۹۸) با الهام از لیرمن<sup>۲</sup> (۱۵:۱۹۸۷) ماهیت پیچیده و پویای مسابقه توسعه ظرفیت را در قالب یک صنعت و تأثیرات آن بر سیاست‌های اتخاذی یک شرکت از همان صنعت را با استفاده از نظام پویای غیرخطی تحلیل نمودند. آن‌ها با استفاده از یک مدل شبیه سازی به تحلیل سیاست‌های توسعه ظرفیت صنایع در شرایط عدم تعادل پایدار یا آشوب پرداختند.

راجاگوپالان و سوامیراثن<sup>۳</sup> (۲۷:۲۰۰۰) با طراحی یک مدل ریاضی و به کارگیری گسترده روش ابتکاری تعامل تصمیمات توسعه ظرفیت و برنامه‌ریزی تولید در محیط تقاضای رشد یابنده را بررسی نمودند.

برمون<sup>۴</sup> و هود<sup>۵</sup> (۱:۱۹۹۹) یک نظام پشتیبانی تصمیم‌گیری مبتنی بر روش برنامه‌ریزی خطی در صنعت نیمه‌هادی‌ها با عنوان نظام برنامه‌ریزی بهینه‌سازی ظرفیت توسعه دادند. چند<sup>۶</sup> و مک کلارگ<sup>۷</sup> (۲۰۰۰، ۲) پس از بررسی نتایج تحقیقات مان (۱۹۶۱) و سایر موارد اعلام کردند که در اکثر موارد سعی بر آن است تا دوره‌های از قبل تعیین شده جایگزینی را پیش بینی کنند. در حالی که به دلیل وابستگی تصمیمات توسعه ظرفیت و جایگزینی انجام این کار ارضاء کننده نیست. در نتیجه مدل عدد صحیح پیشنهادی آن‌ها دارای متغیرهای تصمیمی نظیر تعداد ماشین‌آلات قابل خرید در یک دوره، تعداد ماشین‌آلات با عمر ز و فعال در دوره  $t$ ، تعداد ماشین‌آلات دارای عمر  $Z$  دوره که در پایان دوره  $T$  به معرض فروش گذاشته می‌شوند و تعداد ماشین‌آلات هرگز استفاده نشده در پایان دوره  $T$  بوده و تصمیم جایگزینی به صراحت عنوان نمی‌شود.

اپن<sup>۸</sup> و دیگران (۱۹۸۸) با دخیل کردن عدم اطمینان در مسئله توسعه ظرفیت چند محصولی، چند کارخانه‌ای و پویا به جایگاه خوبی در ادبیات علمی بحث توسعه

1. Raosong ,H.
2. Liberman ,M.
3. Swamirathen
4. Bermon, S.
5. Hood, S.
6. Chand, S.
7. McClurg, T.
8. Eppen, G.

ظرفیت دست یافتند. استیلیانیدس<sup>۱</sup> (۱۹۹۸: ۲۸) یک مدل خطی عدد صحیح محض برای تعیین برنامه بهینه توسعه ظرفیت کلینکر کمپانی بی‌سی‌سی<sup>۲</sup> آفریقای جنوبی ارایه نمود. تعیین تعداد، اندازه و مکان بهینه استقرار کوره‌های پخت سیمان در فرمولاسیون مدل نقش مهمی بازی می‌کند.

کر<sup>۳</sup> (۱۹۸۸: ۱۱) یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای حل مسئله تعیین مکان، ظرفیت، شروع سال تولید کارخانجات تازه تأسیس، افزایش ظرفیت و سال انجام آن، سطوح تولید کارخانجات، جریان مواد خام و محصولات در جریان کار و محصولات نهایی بین بخش‌ها، و سطوح واردات و صادرات در صنعت فولاد ترکیه طراحی نمود.

فوکویاما<sup>۴</sup> و چیانگ<sup>۵</sup> (۱۹۹۶: ۹) از روش موازی در الگوریتم ژنتیک برای برنامه‌ریزی توسعه ظرفیت نظام‌های تولید انرژی الکتریکی استفاده کردند. پارک<sup>۶</sup> و همکاران (۲۰۰۰: ۲۰) برای افزایش کارایی و سرعت محاسبات الگوریتم و دوری جستن از دام نقاط بهینه محلی<sup>۷</sup> و مبتنی بر نتایج تحقیقات فوکویاما و چیانگ (۱۹۹۶) نوعی روش خلق مصنوعی جمعیت اولیه با استفاده از روش‌های تصادفی پیشنهاد نمودند.

## مدل ریاضی برنامه‌ریزی توسعه ظرفیت و جایگزینی ماشین‌آلات

**تعريف مسئله و تشریح عوامل مؤثر بر طراحی مدل ریاضی**

الف) هریک از شرکت‌ها یا کارخانجات (W) تحت پوشش هولدینگ دارای یک یا چند خط تولید (L) به منظور تولید یک یا چند محصول (I) هستند. هریک از خطوط تولید دارای چند بخش (S) است و هر بخش نیز دارای چند جزء (j) یا ماشین است. هر ماشین از حیث ظرفیت تولید، نوع فناوری و متغیرهای هزینه‌ای دارای وضعیت خاص (K) است.

ب) هر شرکت با یک تابع تقاضای افزایش‌یابنده مواجه است.

1. Stylianides, T.
2. Blue Circle Company (B.C.C.)
3. Kuru, S.
4. Fukuyama, Y.
5. Chiang, H.
6. Park, J.
7. Local Optimization

- ج) حجم عمدۀ سرمایه‌گذاری بلندمدت در هر کارخانه صرف خرید ماشین‌آلات به‌منظور توسعه ظرفیت و جایگزینی خواهد شد.
- د) بخش کوره به‌عنوان بخش اصلی تلقی می‌شود و سایر بخش‌ها به صورت بالادست و پایین دست نسبت به آن مستقر می‌شوند.
- ه) تعویض و نصب کوره جدید با آگاهی از زمان انتظار<sup>۱</sup> معین انجام شده که در نتیجه باعث از دست رفتن بخشی از ظرفیت فعلی و جدید خواهد شد.
- و) در نظام چند مرحله‌ای هر خط تولید، فرض می‌شود که کمیت ظرفیت هریک از بخش‌های بالادست و پایین دست کوره باید معادل ضریب  $k_{\text{eff}}$  بیشتر از کمیت ظرفیت کوره باشد.
- ز) تغییر حالت اجزاء با هدف جایگزینی یا توسعه ظرفیت طی افق برنامه‌ریزی فقط یک بار صورت می‌گیرد.
- ح) نگهداری موجودی به دلیل حجم بودن محصولات و کالاهای نیمه‌ساخته و نیاز به فضای وسیع انبار امکان پذیر نیست.
- ط) برای ایجاد توازن بین جریانات نقدی ورودی و خروجی و شرط تداوم فعالیت‌ها باید معادله زیر در هر دوره از افق برنامه‌ریزی و به ازای هر شرکت سرمایه‌پذیر برقرار باشد:
- $$\text{استقراض} + \text{افزایش سرمایه} + \text{فروش دارایی‌های مولد} + \text{هزینه استهلاک} + \text{درآمد حاصل از فروش} = \text{هزینه مالی} + \text{هزینه تبدیل} + \text{بازپرداخت اصل وجوه استقراضی} + \text{سود تقسیم شده و مالیات} + \text{خرید دارایی‌های مولد}$$
- ک) استقراض بلندمدت فقط برای خرید دارایی ثابت انجام شده و استقراض کوتاه مدت با هدف تأمین سرمایه در گردش صورت می‌پذیرد.
- ل) تناسب بین حقوق صاحبان سهام و حجم بدھی‌ها طی هر دوره باید رعایت شود.
- م) سود نقدی قابل تقسیم با نرخ رشد تعریف شده در هر دوره افزایش یافته و تأمین مالی از طریق افزایش سرمایه نیز امکان پذیر است.

**صورت‌بندی مدل ریاضی**  
متغیرهای تصمیم مدل پیشنهادی به شرح ذیل هستند:

- ماشین زام بخش  $s$  خط تولید  $L$  کارخانه  $W$  در وضعیت  $K$  ام در دوره  $t$  باقی بماند یا خیر:  $Y_{jkslwt} \in (0,1)$
  - ماشین زام بخش  $s$  خط تولید  $L$  کارخانه  $W$  در دوره  $t$  به وضعیت  $K$  تغییر حالت بدهد یا خیر:  $W_{jkslwt} \in (0,1)$
  - افزایش سرمایه در کارخانه  $W$  در سال  $t$  انجام گیرد یا خیر:  $W_{wt} \in (0,1)$
  - کمیت تولید کالای زام در خط تولید  $L$  کارخانه  $W$  در دوره  $t$  ام:  $X_{ilwt} \geq 0$
  - کمیت تولیدی محصول  $i$  ام در ماشین زام بخش:  $S X_{ijkslwt} \geq 0$  خط تولید  $L$  کارخانه  $W$  با وضعیت  $K$  ام در دوره  $t$
  - کمیت بدھی بلند مدت أخذشده کارخانه  $W$  در دوره  $t$  ام:  $L_{wt} \geq 0$
  - کمیت بدھی کوتاه مدت أخذشده کارخانه  $W$  در دوره  $t$  ام:  $S_{wt} \geq 0$
  - تعداد سهام متشره کارخانه  $W$  بابت افزایش سرمایه در سال  $t$  ام:  $Q_{wt} \geq 0$
  - کمیت سود تقسیم شده کارخانه  $W$  در دوره  $t$  ام:  $D_{wt} \geq 0$
- مدل ریاضی برنامه ریزی توسعه ظرفیت و جایگزینی ماشین آلات به شرح ذیل است:

$$\begin{aligned}
 MaxZ = & \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T R_{ilwt} X_{ilwt} \\
 & - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T P_{ijkslwt} X_{ijkslwt} \\
 & - \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T n_{lt} L_{wt} - \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T m_t S_{wt} - \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T b_{Qt} \\
 & - \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T T X_{Dwt} - \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T f_w S_{wt} \\
 & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T d_j Y_{jkslwt} \\
 & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L \sum_{w=1}^W \sum_{t=1}^T h_j W_{jkslwt}
 \end{aligned}$$

Subject to:

1. تأمین تقاضا:

$$\begin{array}{ll}
 X_{ilwt} = D_{ilwt} & \\
 i=1,2,\dots,I & l:1,2,\dots,L \\
 w:1,2,\dots,W & t:0,1,\dots,T
 \end{array}$$

## ۲. ظرفیت مرحله پخت یا کوره

$$X_{ilwt} \leq COY_{j,n\ lwt} + \sum_{k=1}^K C_R Y_{jkstlwt-1} - \sum_{k=1}^K V_{ok} W_{jkstlwt-1}$$

۳. توازن ظرفیت بخش‌های بالادست و پایین‌دست کوره با ظرفیت مرحله کوره یا پخت

$$\sum_{j=1}^J COY_{joslwt} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K C_k Y_{jkslwt-1} - \sum_{J=1}^J \sum_{k=1}^K V_{ok} W_{jkslwt-1} \geq \\ \alpha S \left[ COY_{joslwt} + \sum_{k=1}^K C_k Y_{jkslwt-1} - \sum_{k=1}^K V_{ok} W_{jkslwt-1} \right] \\ w:1,2,\dots,W \quad s:1,2,\dots,S \\ l:1,2,\dots,L \quad t:0,1,\dots,T$$

۴. الزام به تغییر شکل یا حالت هر ماشین در صورت تحقق تصمیم جایگزینی یا توسعه

## ۵. تغییر شکل حد اکثر فقط یک بار طی افق برنامه ریزی

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K W_{jkslwt} \leq 1$$

j : 1, 2, ..., J      l : 1, 2, ..., L  
 s : 1, 2, ..., S      w : 1, 2, ..., W

۶. هر جزء در هر سال به یک شکل یا ترکیب باشد

$$\sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T Y_{jkslw t} = 1$$

j : 1, 2, ..., J      s : 1, 2, ..., S  
 l : 1, 2, ..., L      w : 1, 2, ..., W

## ۷. حد بالائی یا حداقل تولید هر جزء در سال t ام

$$X_{ijklwt} \leq \sum_{k=1}^K C_k Y_{jkslwt}$$

i:1,.....,I	l:1.....,L
w:1.....,W	t:0,1,.....,T
j :1.....,J	s :1,.....,S

## ۸. توازن تولید بین مراحل

$$X_{ilwt} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K X_{ijklwt}$$

i:1,.....,I	l:1.....,L
s :1,.....,S	w:1.....,W
t:0,1,.....,T	

## ۹. تعادل یا بالانس جریانات نقدی ورودی و خروجی هر سال

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L R_{ilwt} X_{ilwt} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L d_j Y_{jkslwt} + L_{wt} + S_{wt} \\ & + ZQ_{wt} - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L P_{ijklwt} X_{ijklwt} \\ & - \sum_{t=1}^T n_t L_{wt-1} - (1+m_t) S_{wt-1} - T_x D_{wt} - fW_{wt} \\ & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L h_j W_{jkslwt} = . \end{aligned}$$

w:1,2,.....,W	t:0,1,.....,T
---------------	---------------

## ۱۰. تأمین مالی بلندمدت

$$L_{wt} \leq \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L h_j W_{jkslwt}$$

w:1,2,.....,W	t:0,1,.....,T
---------------	---------------

## ۱۱. افزایش سرمایه

$$Q_{wt} \leq fW_{wt}$$

w:1,2,.....,W	t:0,1,.....,T
---------------	---------------



## روش حل مسأله با استفاده از الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک به عنوان یک فن جستجوی تصادفی مبتنی بر فرایند انتخاب طبیعی کروموزوم‌ها یا گونه جاندار سازگارتر با محیط توسط هلند در سال ۱۹۷۰ ارایه و بعدها به شکل کامل‌تری بسط داده شد. هر جواب ممکن مسأله به صورت یک رشته یا کروموزوم تصادفی داده می‌شود. این رشته ممکن است شباهت‌هایی با کروموزوم بهینه (پاسخ بهینه مسأله) داشته باشد. این شباهت‌ها در واقع به صورت یکسان بودن مقادیر بیت‌های کروموزوم بهینه و کروموزوم مورد نظر در برخی از مکان‌ها برابر روی رشته کروموزومی ظاهر می‌شوند. مطلوبیت هر کروموزوم از حیث میزان نزدیکی به پاسخ بهینه نیز بر حسب همین شباهت‌ها قابل تبیین است.

استفاده از الگوریتم ژنتیک جهت حل یک مسأله خاص به دو نوع تصمیم‌گیری نیاز دارد. اول باید نحوه تبدیل مسأله یا مدل‌سازی آن در چارچوب الگوریتم ژنتیک را که شامل تعریف فضای جواب موجه، شکل تابع تطابق و روشی است که جواب‌های ممکن به عنوان یک رشته بیان می‌شوند، تعریف کرد. دومین تصمیم نیز به تعیین منطقی متغیرهای کنترلی الگوریتم شامل تعداد جمعیت اولیه، تعداد نسل‌ها، احتمال تداخل و جهش<sup>۱</sup> برمی‌گردد.

رویه متعارف یک الگوریتم ژنتیک ساده بدین صورت قابل تشریع است که ابتدا نحوه نمایش کروموزوم‌ها مشخص می‌شود. معمولاً از روش توصیف باینری<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها به طور تصادفی تعریف می‌شود و به ذخیره‌ای از کروموزوم‌ها به نام جمعیت اولیه تخصیص می‌یابد. پس از این مرحله، جستجوی به صورت موازی بر روی تمام کروموزوم‌ها با استفاده از عملیات نسل گردانی صورت می‌گیرد. این ویژگی یعنی جستجوی موازی تمامی نقاط فضای جواب یکی از مزیت‌های اصلی الگوریتم ژنتیک نسبت به سایر روش‌های بهینه‌سازی موجود است.

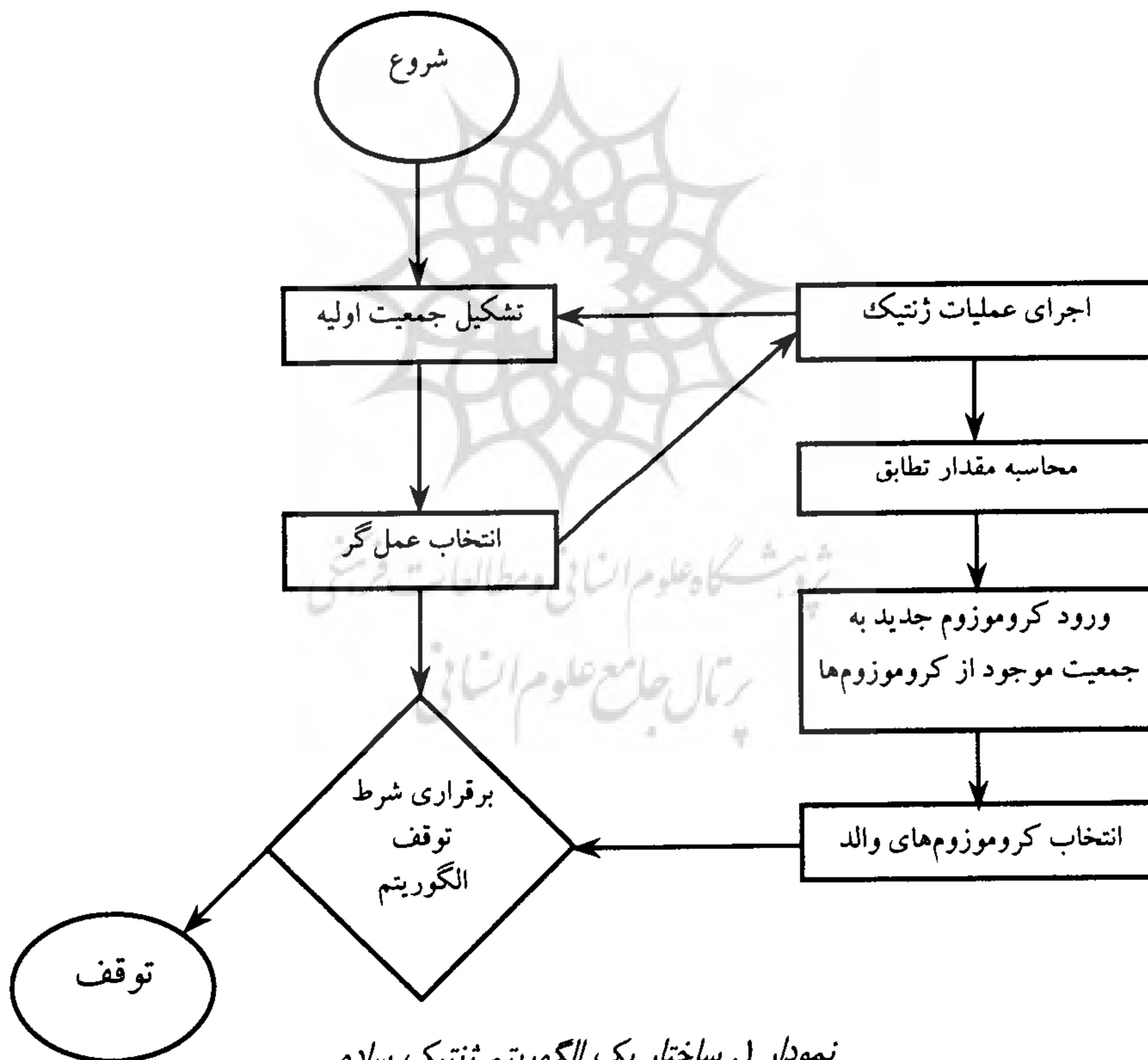
پس از تشکیل جمعیت اولیه؛ با استفاده از یک عملگر<sup>۳</sup> ژنتیک نظیر تکثیر، تداخل، و جهش که به طور تصادفی انتخاب می‌شوند اقدام به انجام تغییراتی در برخی از کروموزوم‌ها و بررسی نحوه تأثیر آن در همگرایی جواب الگوریتم به پاسخ بهینه می‌نماییم. سازوکار انتخاب، کروموزوم‌های دارای میزان تطابق بیشتر را جهت تکثیر و اجرای عملیات ژنتیکی

1. Crossover ,Mutation

2. Binary Coding

3. Operator

برمی گزینند. این گزینش با یک روش تصادفی نظری روش چرخ گردان<sup>۱</sup> انجام می‌شود. عمل گر تداخل، کروموزوم‌های والد مناسب‌تر را جهت دستیابی به کروموزوم فرزند دارای میزان تطابق بیشتر، مبادله و تعویض می‌نماید. عمل گرجهش نیز با انجام تغیراتی در کروموزوم والد به صورت ایجاد تغییر در مقادیر یک بیت یا چند بیت سبب کشف کروموزوم‌های بهتر شده و از همگرائی سریع الگوریتم جلوگیری می‌کند. پس از اتمام عملیات و تحقق شرط توقف الگوریتم، رشته‌ی دارای بهترین مقدار تطابق انتخاب می‌شود و به عنوان پاسخ بهینه باید مقادیر آن مجدداً به پاسخ‌های واقعی متغیرهای تصمیم مسئله اصلی تبدیل شود. در نمودار ۱ ساختار یک الگوریتم ژنتیک ساده را ملاحظه می‌نمایید.



به دلیل کارآیی، روش الگوریتم ژنتیک در مقایسه با سایر روش‌های ابتکاری و فراتکاری، کاربرد بیشتری در حل مسائل تحقیق در عملیات یافته است. مدل‌های

کاربردی توسعه یافته به مدد رویکردهای خاص مدل سازی تحقیق در عملیات به دلایل نظیر پیچیدگی تابع هدف، تعداد قابل ملاحظه محدودیت‌ها و متغیرهای تصمیم از نوع مسایل سخت<sup>۱</sup> تلقی شده و با استفاده از ابزارها و نرم افزارهای موجود قابل حل نمی باشند. مدل ریاضی طراحی شده در این تحقیق نیز به دلیل وجود متغیرهای صفر و یک فراوان حین به کارگیری در موقعیت‌های عملی و کاربردی از نوع مسایل سخت بوده و به دلیل تعداد زیاد محدودیت‌ها با نرم افزارهای متداول موجود قابل حل نیست. در نتیجه، استفاده از روش حل مبتنی بر الگوریتم ژنتیک به صورت مختلط<sup>۲</sup> توصیه می‌شود.

### ویژگی‌های الگوریتم ژنتیک مختلط پیشنهادی

هریک از کروموزوم یا رشته‌های جمعیت اولیه، حاوی متغیرهای دودویی  $W_{wt}$  و  $W_{jkslwt}$  است. با مشخص شدن مقادیر متغیرهای تصمیم  $W_{jkslwt}$  به تبع آن وضعیت متغیرهای  $Y_{jkslwt}$  نیز تعیین خواهد شد. ساختار هر کروموزوم را در نگاره ۱ ملاحظه نمایید.

#### نگاره ۱. ساختار هر کروموزوم

$W_{jkslwt}$				$W_{wt}$			
$W_{w_1}$	$W_{w_2}$	$W_{w_3}$		$W_{jkslwt}$	$W_{w_1}$		$W_{w_1}$
تصمیم به خرید و تعویض						تصمیم به افزایش سرمایه	

رویه مورد استفاده در الگوریتم مختلط پیشنهادی به طور خلاصه به شرح ذیل است: پس از تولید تصادفی هریک از کروموزوم‌ها چنان‌چه وضعیت هر رشته با توجه به محدودیت شماره سه مدل ریاضی توجیه‌پذیر باشد، به عنوان یک عضو جمعیت اولیه پذیرفته خواهد شد. پس از جایگذاری مقادیر متغیرهای دودویی ( $W_{wt}, Y_{jkslwt}, W_{jkslwt}$ ) در مدل MIP طراحی شده با یک مدل برنامه‌ریزی خطی روبرو هستیم. مدل مزبور پس از حل به روش سیمپلکس<sup>۳</sup> دارای مقدار تابع هدفی است که به عنوان مقدار تطابق کروموزوم

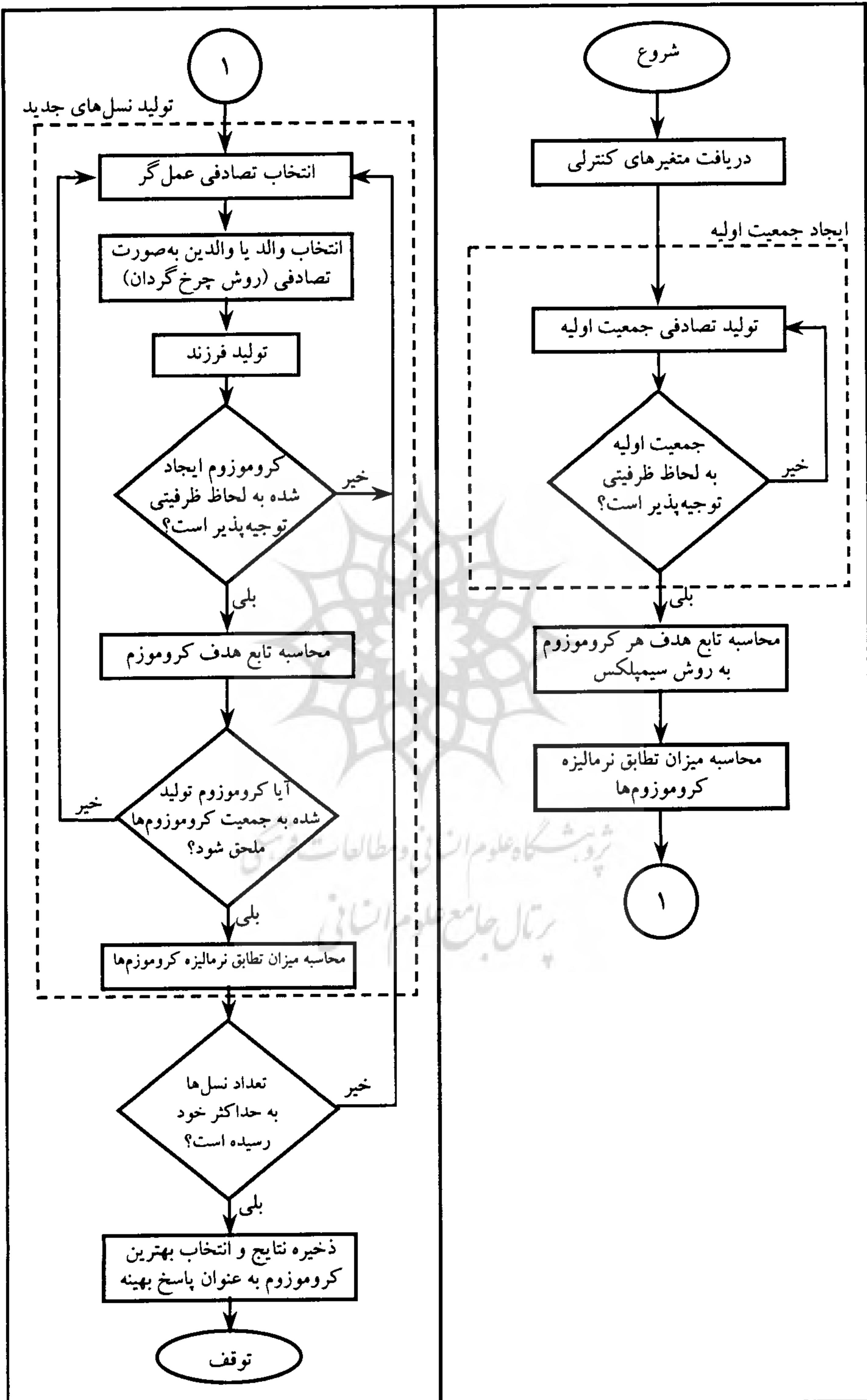
1. NP-hard
2. Hybrid
3. Simplex

انتخاب می‌شود. پس از تشکیل جمعیت اولیه مقدار تطابق نرمالیزه کلیه کروموزوم‌ها محاسبه می‌شود. پاسخ مقادیر متغیرهای پیوسته مدل ریاضی نیز پس از حل مدل برنامه‌ریزی خطی قابل استخراج است.

پس از تولید کروموزوم‌ها به اندازه جمعیت اولیه، با استفاده از روش چرخ‌گردان انتخاب تصادفی والد یا والدین انجام می‌شود و عمل تولید مثل با توجه به نوع عمل گر مورد نظر صورت می‌گیرد. هرگاه کروموزوم فرزند تولید شده از لحاظ ظرفیت توجیه پذیر باشد، اقدام به محاسبه مقدار تطابق آن می‌نماییم. هرگاه کروموزوم تولید شده مشابه هیچ یک از کروموزوم‌های موجود در جامعه کروموزوم‌ها نباشد و مقدار تطابق آن نیز از کوچک‌ترین مقدار تطابق موجود در جامعه کمتر نباشد، پس به عنوان یک کروموزوم جدید وارد جامعه می‌شود و تجدید نسل صورت می‌پذیرد. در نهایت پس از اتمام عملیات نسل گردانی، بهترین کروموزوم جامعه به عنوان پاسخ مسئله برگزیده می‌شود.

نمودار جریان یافتن پاسخ بهینه مسئله به روش الگوریتم ژنتیک را در نمودار ۲ ملاحظه می‌شود.

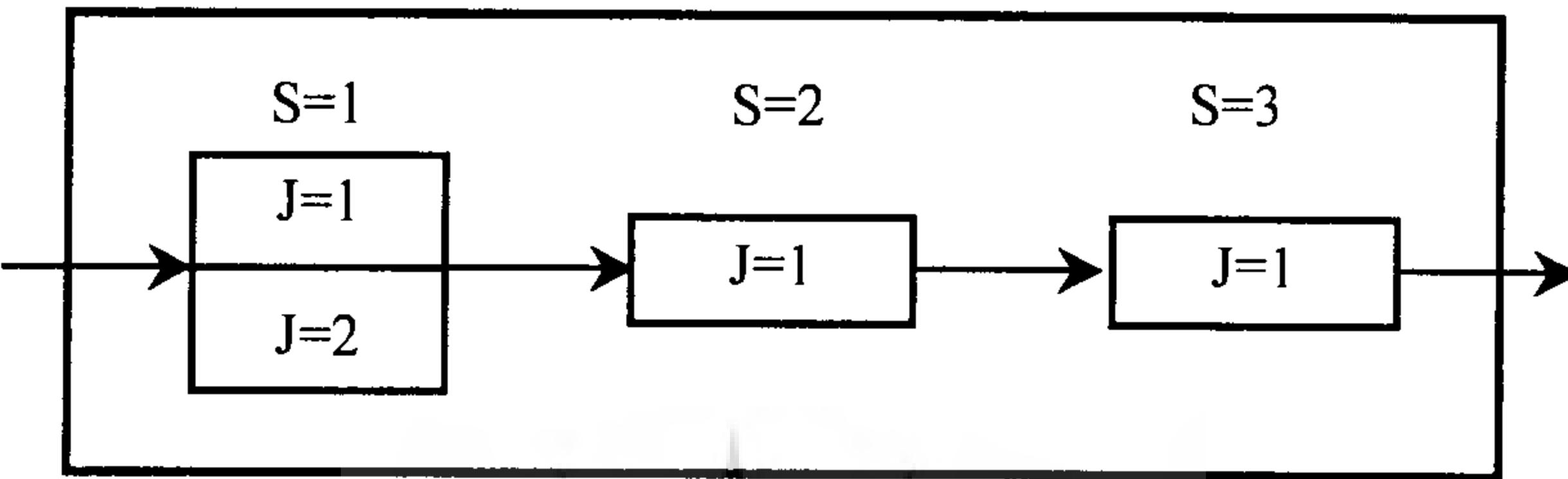
پروشکاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرکال جامع علوم انسانی



نمودار ۲. جریان حل مسئله به روش الگوریتم ژنتیک

## اجرای مدل در یک نظام واقعی

اطلاعات واقعی یک شرکت تولیدکننده کاشی گرانیتی جهت استفاده آماده شد. شرکت دارای یک خط تولید و سه مرحله اصلی تولیدی است. مرحله اول دارای دو جزء، مرحله دوم و سوم نیز هریک دارای یک جزء هستند.



نمودار ۳. فرایند تولید شرکت تولیدکننده کاشی

پس از ورود داده‌ها به نرم افزار لیندو<sup>۱</sup> و حل آن، نتایج به دست آمده به طور خلاصه به شرح زیر می‌باشد:

نگاره ۲. مقادیر متغیرهای  $W_{jkslwt}$

$t$	0	1	2	3	4	5
	J=1	K=1				
S=1	J=2	K=3				
S=2	J=1		K=2			
S=3	J=1		K=3			

در  $t=1$  به ازای  $S=1$  و  $J=1$  به آن معنا است که ماشین اول در بخش اول در سال اول به ترکیب  $K=1$  تغییر حالت یابد. متغیرهای  $W_{jkslwt}$  همگی دارای مقدار مساوی صفر هستند. با تعیین مقادیر متغیرهای کنترلی الگوریتم ژنتیک به صورت زیر پس از بررسی ترکیب‌های متعدد، اقدام به اجرای الگوریتم گردید.

$0/10 =$  احتمال تداخل یک نقطه‌ای  $0/5 =$  احتمال جهش

$0/20 =$  احتمال تداخل دونقطه‌ای  $100 =$  اندازه جامعه ( $M$ )

$18 =$  حداقل تعداد نسل‌ها

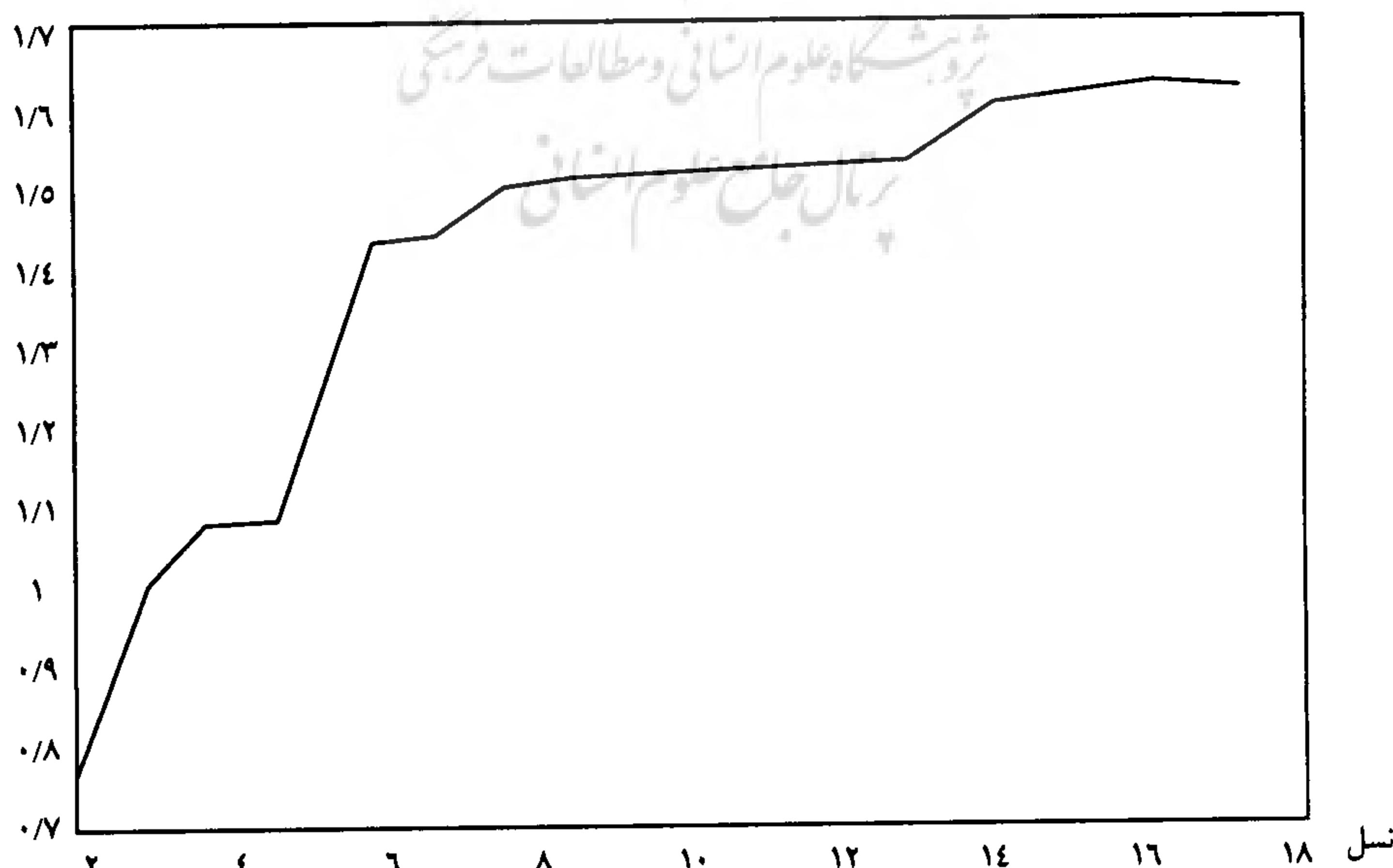
الگوریتم پس از ۱۴ نسل به همگرایی رسید و مقادیر مساوی یک کروموزوم بهینه به صورت  $M(2), M(26), M(38), M(57), M(62)$  و  $M(64)$  به دست آمد. چهار متغیر اول با توجه به تعریف کروموزوم در بخش‌های قبلی دارای مقادیر کاملاً برابر با پاسخ‌های متغیر  $W_{jkslw}$  در مدل ریاضی است و فقط افزایش سرمایه در سال‌های اول و سوم مجاز شمرده می‌شود. در نگاره ۳ به صورت مقایسه‌ای، نتایج حاصل از مدل ریاضی و اجرای الگوریتم را مشاهده می‌گردد.

### نگاره ۳. مقایسه نتایج حاصل از حل مدل ریاضی و اجرای الگوریتم ژنتیک

شرح	حل مدل ریاضی	اجرای الگوریتم ژنتیک
درصد تقاضای ارضاء‌نشده کل دوره‌ها	%۰/۷	%۰/۵
فروش (میلیارد ریال)	۱/۳۱۲/۶	۴۹۲/۵
سود قابل تقسیم (میلیارد ریال)	۳۷۵/۱	%۱۴/۲
متوجه درصد قابل تقسیم بر فروش	%۲۰/۷	۱/۸۲۶/۸۰۰
مقدار تابع هدف (۱۰۰۰۰ ریال)	۱/۹۴۶/۱۳۱	

در نمودار بعدی، نتایج حاصل از اجرای الگوریتم ژنتیک مختلط و نحوه همگرایی جواب‌ها را ملاحظه می‌کنید.

مقدار تطابق



نمودار ۴. نتایج اجرای الگوریتم ژنتیک با  $pm = ۰/۰$  و  $pc1 = ۰/۲۵$  و  $pc2 = ۰/۱۵$

## نتیجه‌گیری و پیشنهادها

احداث و نصب کارخانجات جدید، توسعه خطوط تولید فعلی و جایگزینی ماشین آلات از جمله طرح‌های هزینه‌بر و با مخارج سنگین تلقی می‌شود. بررسی هم‌زمان معیارهای عملیاتی و مالی در کنار معیارهای سرمایه‌گذاری جهت ارایه تصویری روشن‌تر از فضای سرمایه‌گذاری‌ها و اطمینان‌بخشی به سهامداران از سودآوری آتی طرح‌ها ضروری انکارناپذیر است.

مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط طراحی شده با توجه به مسئله تحقیق، دارای ویژگی‌های خاصی نظیر در نظر گرفتن محدودیت توازن جریان نقدی، نحوه تأمین منابع مالی، ماهیت چند مرحله‌ای نظام تولید، تأثیر زمان خرید و انتظار نصب ماشین آلات، پیوستگی مراحل تولید و غیره بوده که آن را از مدل‌های موجود در ادبیات علمی متمایز می‌سازد. این مدل قابلیت استفاده در صنایع و شرکت‌های زیر گروه کانی غیر فلزی را بدون توجه به تعداد محصولات، خطوط تولید، کارخانجات، بخش‌ها، اجزاء و ماشین آلات و افق برنامه‌ریزی را دارا می‌باشد.

به علاوه نرم‌افزار تهیه شده با استفاده از MATLAB Ver 6.5 برای الگوریتم ژنتیک مختلط پیشنهادی را با اندک تغییراتی مناسب با شرایط نظام‌های دیگر می‌توان به کار گرفت. با در نظر گرفتن عامل موجودی‌ها، فناوری به عنوان یک عامل تصادفی، بررسی مسئله خطرپذیری، تنظیم دینامیکی متغیرهای الگوریتم ژنتیک و غیره می‌توان مدل ریاضی و نتایج تحقیق را توسعه داد.

## منابع

- Bermon, S., and Hood, S.J. (1999). "Capacity optimization planning system" *Interfaces*, 29, No.5.
- Chand, S. and T. McClurg, J. Ward, (2000). "A model for parallel machine replacement with capacity expansion" *European Journal Of Operational Research*, 121, 519-531.
- Eppen, G.D. Martin, R.K and Schrage, L. (1988). "A scenario approach to capacity planning" *Operations Research*, 37, 517-527.
- Erlenkotter, D. (1977). "Capacity expansion with imports and inventories" *Management Science*, 23,7, 694-702.
- Erlenkotter, D. and Manne, A.S. (1968). "Capacity expansion for Indian's nitrojenous fertilizer industry" *Management Science*, 14,B-553-B-572.
- Erlenkotter,D. and Rogers, J.S. (1977). "Sequencing competitive expansion projects" *Operations Research*, 25,6,937-951.
- Erlenkotter, D. and Trippi, R.R. (1976). "Optimal investment scheduling with price-sensetive dynamic dermend" *Management Science*, 23,1,1-11.
- Fong, C.O. and Srinivasan, V. (1980). "The multigrain dynamic capacity expansion problem" *Operations Researchs*, 29,787-799.
- Fukuyama.Y,H.D.Chiang, (1996) "A parallel genetic algorithm for generation expansion planning" *IEEE Trans. On Power Systems*, 11,no.3, 1-8.
- Jones, P.C. and Others, (1991). "Parallel machine replacement" *Naval Research Logisitics*, 38, 351-365.
- Kuru, S. (1988). "Long term planning of a major national sector using a linear programming model" *European Journal of Operational Research*, 36, 153-166.
- Lee, H. and Guignard, M. (1995). "Selection of capacity expansion projects" *Journal Of The Operational Research Society*, 46, 1418-1432.
- Lee, S. and Luss, H. (1987). "Multi-facility type capacity expansion planning algorithms and complexities" *Operations Research*, 35,249-253.
- Li, S. and Tirupati, D. (1993). "Dynamic capacity expansion problem with multiple products: technology selection and timing of capacity additions" *Operationas Research*, 42,958-979.
- Lieberman, M.B. (1987). "Strategies for capacity expansion" *Sloan Management Review*, Summer, 19-27.
- Luss, H. (1982). "Operations research and capacity expansion problems: A survey" *Operations Research*, 30, 907-947.
- Manne, A.S. (1961). "Capacity expansion and probablistic growth" *Econometrica*, 29,4,632-649.

- Manne, A.S. (1976). "Investments for capacity expansion: size, location and time-phasing" *MIT Press. Massachusette*.
- Nair, S.K. and Hopp, W.J. (1992). "A model for equipment due to technological obsolescence" *European Journal of Operational Research*, 63, 207-221.
- Park, J.B. and Others, (2000). "An improved genetic algorithm for generation capacity expansion planning" *IEEE Trans. On Power Systems*, 15, No.3, 916-922.
- Rajagopalan, S. (1992). "Deterministic capacity expansion under deterioration", *Management Science*, 38, 525-539.
- Rajangopalan, S. (1994). "capacity expansion with alternative technology choices" *European Journal of Operational Research*, 77, 392-403.
- Rajagopalan, S. (1996). "Capacity expansion and equipment replacement: a unified approach" *Operations Research*, 46, 846-857.
- Rajagopalan, S. and RaoSong, H.R. (1998). "Deterministic chaos in the capacity expansion race" *Thirty-First Annual Hawaii International Conference On system Sciences*
- Rajagopalan, S., Singh, M.R. and Morton, t.e. (1998). "Capacity expansion and replacement in growing markets with uncertain technological break throughs" *Management Science*, 44, 12-30.
- Rajagopalan, S. and Soteriou, A.C. (1994). "Capacity acquisition and disposal with discrete facility sizes" *Management Science*, 40 , 903-917.
- Rajagopalan, S. Swamirathen, (2001). "A coordinated production planning model with capacity expansion and inventory management" *Management Science*, 47, No.11
- Stylianides, T. (1998). "A model of clinker capacity expansion" *European Journal of Operational Research*, 110, 215-222.
- Syam, S.S. (2000). "Multiperiod capacity expansion in globally dispersed regions" *Decision Sciences*, Winter, 173-195.