دانش مدیریت
مجله دانشکده مدیریت دانشگاه تهران
سال پانزدهم - شماره ۵۶ - بهار ۱۳۸۱
ص‌ص ۱۲۷- ۱۱۵

ارائه مدلی برای دستیابی به بهترین مسیر در شبکه بر اساس معیارهای چندگانه

دکتر منصور مؤمنی*

چکیده مقاله

شبکه ابزار مناسب و ملموسی برای تصمیم‌گیری درباره مسایل متنوع و پیچیده‌ای است که تحلیل آنها به کمک روش‌های دیگر دشوار و گاهی به محاسبات طولانی نیازمند است. برای پیدا کردن کوتاهترین مسیر در شبکه، روش‌های مختلفی وجود دارد. روش‌های مورد نظر بر اساس یک معیار طراحی شده‌اند، مثلاً معیار مسافت، هزینه، زمان و .... به طوری که مقادیر هر معیار جمع‌پذیر است. حال اگر تصمیم‌گیرنده بخواهد برای رسیدن از مبدأ به مقصدی همزمان چند معیار مختلف و گاهی متضاد را که بعضی از معیارها جمع‌ناپذیرند در نظر بگیرد، روش انتخاب مسیر چگونه خواهد بود؟ در این مقاله سعی شده است مدلی برای پیدا کردن بهترین مسیر برای اینگونه شبکه‌ها ارایه شود.

واژه‌های کلیدی: *شبکه، بهترین مسیر، معیارهای چندگانه، تصمیم‌گیری چند معیاره، تبدیل لگاریتمی.*

مقدمه

مدل‌ها و تحلیل‌های شبکه‌ای به صورت وسیعی در تحقیق در عملیات استفاده می‌شود.

---

* - عضو هیأت علمی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

چند کاربرد شبکه‌ها را می‌توان تحلیل و طراحی سیستم‌های آبیاری در مقیاس بزرگ، شبکه‌های حمل و نقل، شبکه‌های کامپیوتری، شبکه‌های پروازی، شبکه‌های ارتباطی زمینی و ماهواره‌ای، نام برد.

از متدولوژی کارای شبکه برای حل مسایل صنعتی همچون انبارداری و توزیع کالا، برنامه‌ریزی پروژه، جایگزینی تجهیزات، کنترل هزینه. مطالعه ترافیک، تحلیل صف (خط انتظار)، موازنه خط مونتاژ، و تخصیص نیروی انسانی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

پریتسکر (Pritsker, 1966) در خصوص استفاده فزاینده از تکنیک‌های شبکه می‌گوید:

شبکه‌ها و تحلیل‌های شبکه‌ای نقش مهم و در حال گسترشی در توصیف و بهبود سیستم‌های عملیاتی اولیه ایفا می‌کند زیرا با شبکه می‌توان سیستم واقعی را مدلسازی کرد. این استفاده فزاینده از شبکه‌ها را می‌توان ناشی از موارد زیر دانست:

۱ـ قابلیت مدلسازی سیتم‌های پیچیده بوسیله ادغام سیستم‌های ساده

۲ـ نیاز به ساز و کار ارتباطی جهت بحث در مورد سیستم عملیاتی برحسب ویژگیهای مهم شبکه

۳ـ ابزاری برای مشخص کردن داده‌های لازم برای تحلیل سیستم

۴ـ نقطه شروعی برای تحلیل و زمان‌بندی سیستم عملیاتی

فلیپس و گارسیا دیاز (Phillips & Diaz, 1981) گیرایی‌های استفاده از مدلهای شبکه را به صورت زیر بیان کرده‌اند:

۱ـ مدلهای شبکه به صورت دقیقی بسیاری از سیستم‌های واقعی را معرفی می‌کنند.

۲ـ برای بسیاری از افراد غیر متخصص، مدلهای شبکه نسبت به مدلهای دیگر تحقیق در عملیات به راحتی پذیرفته می‌شود. افزون بر این به جهت اینکه مدلهای شبکه اغلب با مسایل فیزیکی مرتبط است، برای افرادی که از زمینه کمّی اندکی برخوردارند، به راحتی می‌توان توضیح داده شود.

۳ـ الگوریتم‌های شبکه جوابهای بی‌نهایت کارآیی را برای حل بعضی از مدلهای در مقیاس وسیع تسهیل می‌کند.

۴ـ مدل‌های شبکه در بسیاری مواقع می‌توانند مسایلی را حل کنند که دارای تعداد زیادی

متغیر و محدودیت است و حل آنهاتوسط تکنیک‌های بهینه‌سازی دیگر پیچیده است. این پدیده را می‌توان ناشی از این امر دانست که رویکرد شبکه در اکثر مواقع این امکان را فراهم می‌کند که متناسب با مساله ساختار ویژه‌ای را برای آن طراحی کند.

تعریف مسأله

در صورتی که برای تصمیم‌گیری در خصوص بهترین مسیر در شبکه تنها یک معیار وجود داشته باشد، به آن نوع مساله، مساله کوتاهترین مسیر [1] گفته می‌شود. معیار مورد نظر می‌تواند مسافت، زمان، هزینه، ... یا هر معیار دیگری باشد که هدف حداقل کردن مجموعه شاخه‌های واقع در مسیر است.

حال اگر برای انتخاب مسیر به جای یک معیار، دو یا چند معیار مختلف و احیاناً متضاد وجود داشته باشند که دارای معیارهای مخیلف اندازه‌گیری بوده، به طوریکه مقادیر یک یا چند معیار جمع‌ناپذیر [2] چگونه می‌توان بهترین مسیر را انتخاب کرد؟ بدیهی است که در این حالت نمی‌توان از واژه «کوتاترین» استفاده کرد زیرادراین حالت بیش از یک معیار وجود دارد، که از نظر معیاری حداکثر کردن مطلوب است و از نظر معیار دیگری ممکن است حداقل کردن مطلوب باشد. در این وضعیت به جای استفاده از «کوتاترین مسیر» از واژه «بهترین مسیر» استفاده می‌شود.

مثلاً می‌خواهیم در شبکه از گره مبداء به گره مقصد برویم و چهار معیار مختلف مسافت، هزینه، و ایمنی مورد نظر باشد. دو معیار اول (مسافت و هزینه)منفی و در ضمن کمی هستند. معیار سوم (ایمنی) معیار مثبت و در عین حال کیفی است. حال چگونه می‌توان با در نظر گرفتن این سه معیار با توجه به وزن (ضریب اهمیت) هر کدام بهترین مسیر را مشخص کرد؟ این مساله از نوع مسایل MCDM است زیرا برای تصمیم‌گیری در مورد بهترین مسیر، معیارهای مختلفی در نظر گرفته می‌شود و ضمناً نوع خاصی از مسایل MCDM است زیرا هر

1- Shortest Route Problem

2- Non-additive

شاخه از شبکه یا در مسیر قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر از منطق صفر و یک بر خوردار است.

بررسی ادبیات

برای حل مسایل کوتاهترین مسیر در شبکه براساس یک معیار (هدف) روشهای مختلفی وجود دارد که برنامه ریزی خطی و الگوریتم دایکسترا[1] از آن جمله‌اند. درروش برنامه‌ریزی خطی هر متغیر عبارتند از انتخاب یا عدم شاخه‌های مختلف، تابع هدف عبارتست از مجموع ضرایب شاخه‌ها (مسافت، هزینه، زمان، ...) ضربدر متغیر مربوط به انتخاب یا عدم انتخاب شاخه. در مدل برنامه ریزی خطی محدودیت هایی برای هر شاخه وجود دارد که در صورتی که متغیر در سمت چپ قرار گیرند برای گره مبداء، گره‌های میانی، گره مقصد، مقادیر ۱، ۰، و (۱-) در سمت راست قرار می‌گیرند.

الگوریتم دایکسترا (روش نشانه گذاری) برای حل مسایل کوتاهترین مسیر براساس یک معیار، مبتنی بر دو نوع نشانه گذاری است: موقت و دایم. نشانه موقت نشان می‌دهد که از مبداء تا گره مشخصی، مسیری تعیین شده است و نشانه دایم نشان می‌دهد که کوتاهترین مسیر از مبداء تا گره مشخصی چقدر است شرط استفاده از الگوریتم دایکسترا غیر منفی بودن ضرایب شاخه‌های شبکه ($c_{ij} \geq 0$) است (لاری، ۱۳۷۷).

اگر در شبکه ضرایب منفی برای همه یا بعضی شاخه‌ها وجود داشته باشد، در این حالت نمی‌توان از الگوریتم دایکسترا استفاده کرد زیرا در این حالت با حرکت ز گره ی مبداء به سمت مقصد ممکن است از طول مسیر کم شود در نتیجه به سرعت به گره مقصد خواهیم رسید بدون اینکه مسیرهای ممکن دیگر بررسی شود در این گونه شبکه‌ها (وجود شاخه با طول منفی) برای حل مسایل از الگوریتم «دوگان[2]» استفاده می‌شود (اصغرپور، ۱۳۷۷).

برنامه‌ریزی خطی اساس این الگوریتم را تشکیل می‌دهد به طوری‌که حل مساله با یک حل مافوق بهینه شروع می‌شود از این جهت که این حل محدودیت‌های مساله دوگان را تامین

---

1. Dikestra

2. Dual

نمی‌کند، کلیه شاخه‌های الگوریتم دوگان بررسی می‌شود. این رویه آنقدر تکرار می‌شود تا آنکه کوتاهترین فاصله و مسیر پیدا شود.

در صورتی که در شبکه‌ها، به طور کلی، بیش از یک هدف وجود داشته باشد، می‌توان برای حل این مساله از یک تابع مطلوبیت چند معیاره استفاده کرد و سپس مساله را به صورت یک هدفه حل کرد، آنکه کلیه راه حل‌های موثر را برای مسأله مفروض تولید کرد و به تصمیم گیرنده برای انتخاب مناسب‌ترین مسیر معرفی کرد (اصغرپور، ۱۳۷۸).

کلینگ من و موت در سال ۱۹۸۲ یک زیر برنامه برای آزمون یک جواب پایه‌ای از نظر موثر بودن یا نبودن در حل مسایل شبکه ارایه می‌دهند و می‌توان آن را به ازاء هر راه حل پایه‌ای مجاور مورد استفاده قرار داد (Bazaraa et.al, 1990) .

در سال ۱۹۷۸ دیاز استفاده از راه حل‌های سازشی[1] را برای حل مسایل شبکه چند هدفه پیشنهاد می‌نماید یعنی نزدیکی یک راه حل را نسبت به راه حل ایده‌آل (بهینه هر تابع هدف به طور مجزا) با استفاده از یک راه حل مقایسه می‌کند (Du & Panos, 1993) .

در حل مسایل MCDM، در صورتی که گزینه‌ها گسسته باشند روش‌های مختلفی برای رتبه‌بندی گزینه‌ها وجود دارد که مهمترین آنها عبارتند از: ELECTRE, TOPSIS, AHP, SAW.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

ارائه مدل

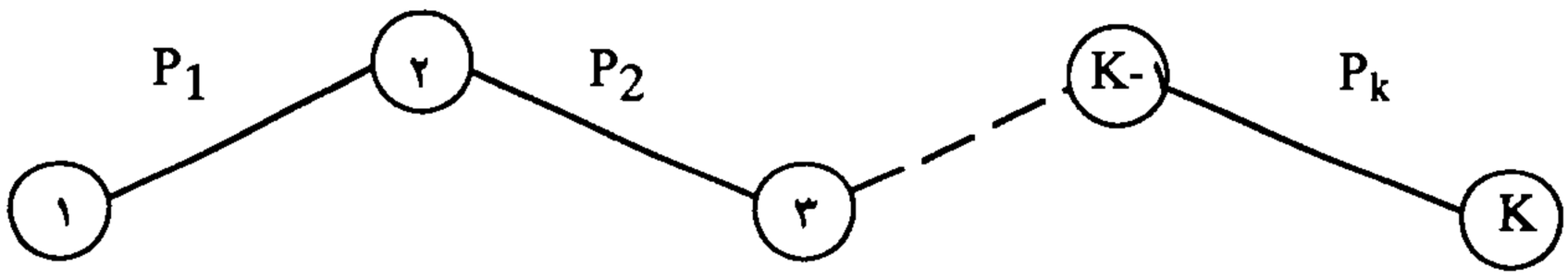
برای یافتن مسیر بر اساس معیارهایی که جمع‌پذیر نیستند، هیچکدام‌از روش‌های که قبلاً مطرح شد در شکل اولیه آن قابل استفاده نیست علت آن که انتخاب بهترین مسیر بر مبنای معیارهای مختلف و احیاناً متضاد در شبکه مستلزم در نظر گرفتن موارد زیر است:

الف) انتخاب شاخه در شبکه بر اساس منطق صفرویک است (عدم انتخاب یا انتخاب یک شاخه)

ب) مقادیر شاخه‌های یک مسیر ممکن است از نظر معیاری جمع‌پذیر باشند ولی از نظر

1- Compromise Solutions

معیار دیگری جمع‌پذیر نباشند. مثلاً دو معیار مسافت (بر حسب کیلومتر) و ایمنی (بر حسب احتمال) را در نظر بگیرید. یک مسیر از نظر مسافت جمع‌پذیر است، یعنی مس توان مسافت شاخه‌های مسیر را با هم جمع زد و مسافت مسیر را بدست آورد، اما در مورد ایمنی اینطور نیست برای روشن شدن موضوع نمودار شماره ۱ را ملاحظه کنید.



نمودار ۱. معیار ایمنی

اگر قابلیت اعتماد (ایمنی) شاخه ۲ـ۱ با P_1، ۳ـ۲ با P_2، ... و k-(k-l) با P_k نشان داده شود، قابلیت اعتماد کل مسیر از گروه ۱ تا گره k، که با P_{lk} نشان می‌دهیم، به صورت زیر خواهد بود:

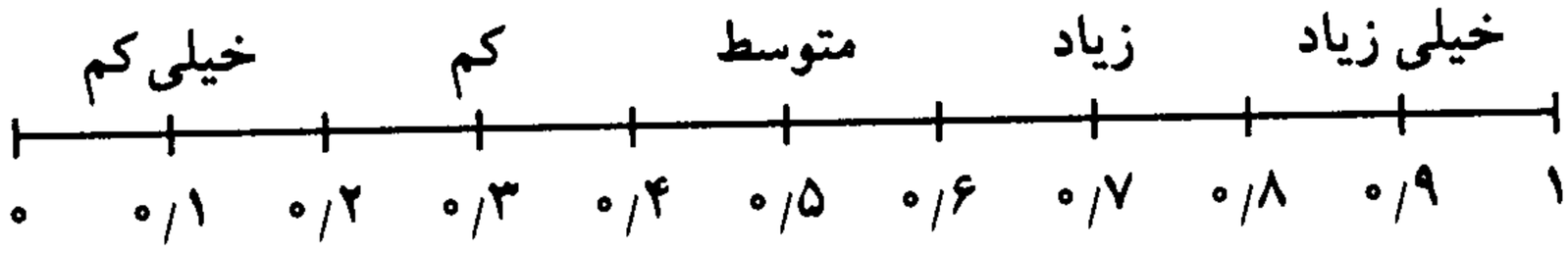
$$P_{lk} = P_1 \times P_2 \times ... \times P_k$$

در این حالت، با استفاده از یک تبدیل لگاریتمی که حاصل ضرب احتمالات را به جمع تبدیل کند می‌توان بر این مشکل فایق آمد. این تبدیل به صورت زیر خواهد بود:

$$\log P_{lk} = \log P_1 + \log P_2 + ... + \log P_k$$

از نظر ریاضی $\max P_{lk}$ معادل $\text{Max} \log P_{lk}$ است و چون ایمنی بر حسب احتمال بیان می‌شود P_{lk} مقداری بین صفر و یک است، و چون $\log P_{lk} < O$ است، در نتیجه $\text{Max} \log P_{lk}$ معادل $\text{Min}(-\log P_{lk})$ است. بنابراین با استفاده از این تبدیل احتمال P_i در شبکه با $\text{Min} (-\log P_i)$ است. بنابراین با استفاده از این تبدیل احتمال P_i در شبکه با $(-\log P_i)$ جایگزین می‌شود.

در صورتی که معیاری جمع‌ناپذیر همچون ایمنی با کلماتی مانند خیلی کم، کم، متوسط و ... بیان شوند، در این صورت لازم است با استفاده از مقیاس زیر آن را به صورت اعداد احتمالی (بین صفر و یک) تبدیل کرد.



نمره‌گذاری مقیاس‌های کیفی در شبکه

چنانچه در شبکه‌ای معیاری کیفی را جنبه‌ی منفی وجود داشته باشد، لازم است ابتدا آنها را به شاخص کیفی با جنبه‌ی مثبت تبدیل کرد. برای این کار می‌توان از روش مکمل‌سازی استفاده کرد مثلاً سختی با عدد ۰/۳، معادل معیار راحتی با عدد ۰/۷ است. (۰/۷ = ۰/۳ - ۱)

با توجه به تمهیدات فوق، برای دسترسی به بهترین مسیر در شبکه‌های چند معیاره می‌توان از الگوریتم زیر استفاده کرد.

مرحله ۱. تشکیل ماتریس مقادیر $D = [r_{ij}]$، که در آن D ماتریس تصمیم، و r_{ij} ارزش ناشی از انتخاب شاخه i با توجه به معیار j است. در تشکیل این ماتریس باید موارد زیر به ترتیب رعایت شده باشد.

الف) همه‌ی مقادیر مربوط به شاخص‌های کیفی به صورت عددی بیان شوند.

ب) مقادیر معیار کیفی با جنبه‌های منفی با روش مکمل‌سازی به مقادیر با جنبه مثبت تبدیل می‌شوند.

ج) (log-) مقادیر معیارهای کیفی محاسبه و جایگزین شود.

مرحله‌ی ۲. بی مقیاس کردن مقادیر مربوط به هر معیار و تشکیل ماتریس $D_n = [n_{ij}]$ که در آن:

$$n_{ij} = \frac{r_{ni}}{\max r_{ij}}$$

مرحله ۳. محاسبه میانگین وزنی مقادیر شاخه i با استفاده از بردار وزن شاخص‌ها به صورت زیر

$$\mu_i = \Sigma\ W_i \times n_{ij}$$

که در آن W_j وزن معیار j است.

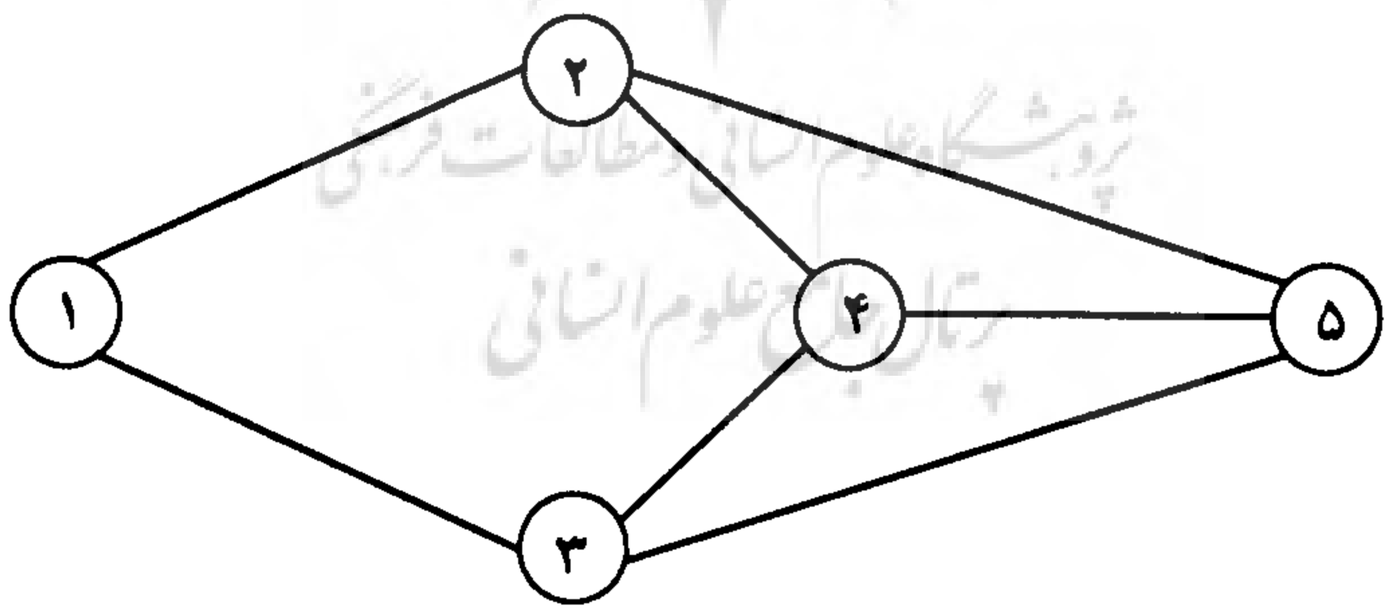
مرحله ۴. یافتن کوتاهترین مسیر در شبکه با استفاده از روش برنامه‌ریزی خطی و یا روش نشانه‌گذاری.

کاری که الگوریتم فوق انجام می‌دهد آن است که اولاً کاری کند که مقادیر شاخه‌های مختلف جمع‌پذیر شوند (این کار در مرحله ۱ انجام می‌شود) سپس طی دو مرحله بعدی (۲ و ۳) مقادیر بی‌مقیاس شده و سپس برای هر شاخه‌ای مقادیر بی‌مقیاس شده با توجه به وزنشان ترکیب می‌شوند. و در نهایت (مرحله ۴) این امکان فراهم می‌شود که از طریق یکی از روش‌های کلاسیک، مثلاً برنامه‌ریزی خطی یا نشانه‌گذاری، بهترین مسیر انتخاب شود.

مثال عددی

نمودار شماره ۲ شبکه‌ای را نشان می‌دهد که هدف پیدا کردن بهترین مسیر با توجه به چهار معیار هزینه، مسافت، ایمنی، و سختی راه است. ضریب اهمیت شاخص‌های مختلف، W_j به این صورت است:

W_j = (۰/۲ و ۰/۴ و ۰/۱ و ۰/۳)



نمودار ۲. شبکه

در نگاره ۱، اطلاعات مربوط به هر شاخه از نظر چهار معیار مختلف مشخص شده است.

نگاره ۱. اطلاعاتی مربوط به شبکه (نمودار ۱)

سختی	ایمنی	مسافت (کیلومتر)	هزینه (میلیون ریال)	معیار / شاخه
x_4^-	x_3^+	x_2^-	x_1^-	
متوسط	زیاد	۱۰	۵۰	۱ـ۲
کم	زیاد	۱۲	۵۰	۱ـ۳
زیاد	متوسط	۴	۲۰	۲ـ۴
خیلی کم	متوسط تا زیاد	۱۵	۹۰	۲ـ۵
کم	خیل زیاد	۶	۴۰	۳ـ۴
متوسط	متوسط	۸	۲۰	۳ـ۵
خیلی کم	متوسط تاخیلی زیاد	۵	۳۰	۴ـ۵

حال با استفاده از الگوریتم به حل مثال پرداخته می‌شود:

مرحله ۱) دو مقیاس ایمنی و سختی کیفی هستند، بنابراین لازم است:

الف) مقادیر این دو معیار با استفاده از طیفی که قبلاً برای شاخص‌های کیفی معرفی شد به کمی تبدیل شود؛

ب) برای معیار کیفی سختی که جنبه منفی دارد (هر چه سختی بیشتر شود، نامطلوبتر است، با استفاده از روش مکمل‌سازی به شاخص کیفی یا جنبه مثبت تبدیل می‌شود و

ج) برای دو شاخص کیفی ایمنی و سختی (که با مکمل‌سازی به راحتی تبدیل شده)، (log-) مقادیر محاسبه و جایگزین می‌شود. عملیات در نگاره ۲ آورده شده است.

نگاره ۲. عملیات مرحله ۱

معیار / شاخه	X_3^+ (ایمنی)	$(-\log x_3)^-$	X_4^- (سختی)	X_4^+ (راحتی)	$(-\log x_4)^-$
۱ـ۲	۰/۷	۰/۱۵۵	۰/۵	۰/۵	۰/۳۰۱
۱ـ۳	۰/۷	۰/۱۵۵	۰/۳	۰/۷	۰/۱۵۵
۲ـ۴	۰/۵	۰/۳۰۱	۰/۷	۰/۳	۰/۵۲۳
۲ـ۵	۰/۶	۰/۲۲۲	۰/۱	۰/۹	۰/۰۴۶
۳ـ۴	۰/۹	۰/۰۴۶	۰/۳	۰/۷	۰/۱۵۵
۳ـ۵	۰/۵	۰/۳۰۱	۰/۵	۰/۵	۰/۳۰۱
۴ـ۵	۰/۸	۰/۰۹۷	۰/۱	۰/۹	۰/۰۴۶

بدین ترتیب ماتریس مقادیر برای چهار معیار که اکنون همگی جنبه منفی دارند قابل تشکیل است و در نگاره ۳ آورده می‌شود:

نگاره ۳. ماتریس مقادیر

معیار / شاخه	X_1^-	X_2^-	X_3^-	X_4^-
۱ـ۲	۵۰	۱۰	۰/۱۵۵	۰/۳۰۱
۱ـ۳	۵۰	۱۲	۰/۱۵۵	۰/۱۵۵
۲ـ۴	۲۰	۴	۰/۳۰۱	۰/۵۲۳
۲ـ۵	۹۰	۱۵	۰/۲۲	۰/۰۴۶
۳ـ۴	۴۰	۶	۰/۰۴۶	۰/۱۵۵
۳ـ۵	۲۰	۸	۰/۳۰۱	۰/۳۱۰
۴ـ۵	۳۰	۵	۰/۰۹۷	۰/۰۴۶

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مرحله ۲) اکنون مقادیر مربوط به هر معیار با استفاده از فرمول زیر بی مقیاس می‌شوند: مثلاً برای شاخص مسافت (x_1)

$n1-1$ و۱ = $\frac{۵۰}{۹۰}$ = ۰/۵۵۶ و $n1-2$ و۱ = $\frac{۵۰}{۹۰}$ = ۰/۵۵۶ و ... $n3-5$ و۱ = $\frac{۳۰}{۹۰}$ = ۰/۳۳۳

مرحله ۳) مقادیر مربوط به هر شاخه با توجه به وزن‌های شاخص‌ها (۰/۲ و ۰/۴ و ۰/۱ و ۰/۳) = W با استفاده از فرمول زیر با هم ترکیب می‌شوند:

$$\mu_i = \sum_j W_j \times n_{ij}$$

مثلاً برای شاخه ۲ـ۱ داریم:

$$\mu 1-2 = (۰/۳)(۰/۵۵۶) + ۰/۱(۰/۶۶۷) + ۰/۴(۰/۵۱۵) + ۰/۲(۰/۵۷۶) = ۰/۵۵۴۷$$

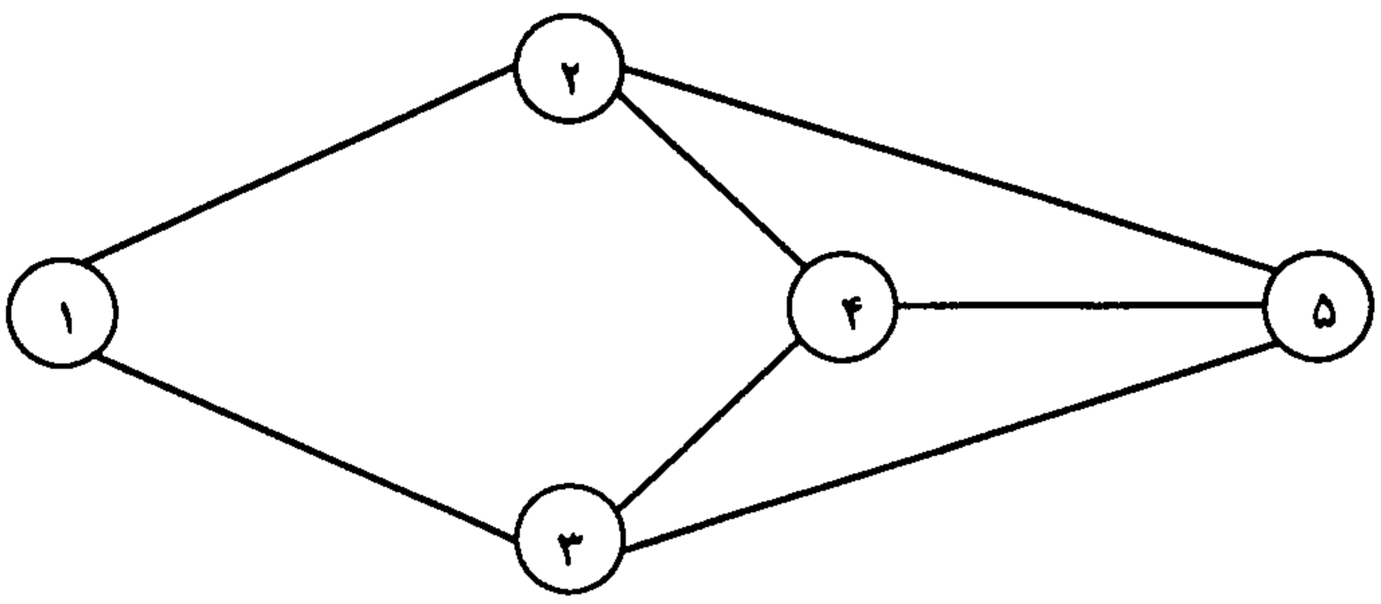
نتایج مرحله ۲ و ۳ در نگاره ۴ آورده شده است.

نگاره ۴. نتایج مربوط به مراحل ۳ و ۴

معیار / شاخه	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_3$	$\bar{X}_4$	μ_i
۱ـ۲	۰/۵۵۶	۰/۶۶۷	۰/۵۱۵	۰/۵۷۶	۰/۵۵۴۷
۱ـ۳	۰/۵۵۶	۰/۸۰۰	۰/۵۱۵	۰/۲۹۶	۰/۵۱۲۰
۲ـ۴	۰/۲۲	۰/۲۶۷	۱	۱	۰/۶۹۳۳
۲ـ۵	۱	۱	۰/۷۳۸	۰/۰۸۸	۰/۷۱۲۸
۳ـ۴	۰/۴۴۴	۰/۴۰۰	۰/۱۵۳	۰/۲۹۶	۰/۲۹۳۶
۳ـ۵	۰/۲۲۲	۰/۵۳۳	۱	۰/۵۷۶	۰/۶۳۵۱
۴ـ۵	۰/۳۳۳	۰/۳۳۳	۰/۳۲۲	۰/۰۸۸	۰/۲۷۹۶

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مرحله ۴) با استفاده از روش نشانه‌گذاری، کوتاهترین مسیر به صورت زیر بدست می‌آید:



نمودار ۳. یافتن کوتاهترین مسیر

بنابراین بهترین مسیر در شبکه با توجه به چهار معیار مورد نظر، مسیر ۵-۴-۳-۱ است.

بحث و نتیجه‌گیری

در صورتی که برای پیداکردن بهترین مسیر در شبکه چندین معیار مختلف (کمی و کیفی و همچنین مثبت و منفی) وجود داشته باشد، می‌توان شاخص‌های کیفی را با استفاده از مقیاسی که قبلاً معرفی شده بین ۰ تا ۱ نمره‌گذاری کرد. مقیاس‌های کیفی معمولاً در شبکه‌ها جمع‌پذیر نیستند بنابراین لازم است با استفاده از تبدیل لگاریتمی، آنها را جمع‌پذیر کرد. در صورتی که مقیاس کیفی جنبهٔ منفی داشته باشد می‌توان پس از نمره دهی، با استفاده از روش مکمل‌سازی، آنرا به معیاری با جنبه مثبت تبدیل کرد و سپس از تبدیل لگاریتمی استفاده کرد. در صورتی که مقادیر تمامی معیارهای شبکه جمع‌پذیر و در عین حال به معیارهایی از جنبهٔ منفی تبدیل شوند می‌توان مقادیر هر شاخه را بی‌مقیاس کرد سپس با توجه به وزن معیارها آنها را ترکیب کرد، به طوری که برای هر شاخه یک مقدار حاصل شود. پس از این امر می‌توان از مدل‌های کلاسیک کوتاهترین مسیر، مثلاً برنامه‌ریزی خطی یا روش نشانه‌گذاری، بهترین مسیر را پیدا کرد.

منابع و مآخذ

اصغرپور، محمدجواد. ۱۳۷۷. تصمیم‌گیری چند معیاره. انتشارات دانشگاه تهران.

اصغرپور، محمد جواد. ۱۳۷۸. تجزیه و تحلیل شبکه در تحقیق در عملیات. انتشارات دانشگاه تهران.

لاری، علیرضا. ۱۳۷۷. کاربرد مدل‌های شبکه در بهینه سازی. کانون فرهنگی انتشاراتی سایه‌نما.

Bazaraa, M. S. & J. J. Jarvis, & H. D. Sherli. 1990. ***Linear Programming and Network Flows***. John Wiley & Sons.

Du, Ding-Zhu, Panos M. Pardalos. 1993. ***Network Optimization Problems: Algorithms, Applications, and Complexity***. World Scientific.

Phillips, D.T. & Garcia-Diaz. 1981. ***Fundamentals of Network Analysis***. Printice-Hall.

Pritsker, A.A.B., and W. W. Happ. 1966. GertL Part 1- Fundamental. ***Journal of Industrial Engineering***, 17, 267.

Smith, MacGregor. Multi-Objective Routing in Stochastic Evaluation Networks. Network., ***Network Opti.***, 263-282.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی