نگاهی بر: پویایی سیستم‌ها (۴)

حمیدرضا فرتوک‌زاده

I - مروری بر گفتارهای گذشته

- شالودهٔ فکری

در مقالات پیشین، گفتیم که نظریه ساختار سیستمها (System Structure Theory) را می‌توان به عنوان شالوده فکری مطالعات پویایی سیستم دانست. بر اساس این نظریه، پویایی در سیستمهای مختلف اقتصادی، اجتماعی، صنعتی و ... از الگوی واحدی پیروی می‌کند. این الگو از ساختار سلسله مراتبی چهارگانه تشکیل شده است:

۱- مرز بسته (Closed boundary)

۲- دوایر بازخوران (feed back loops)

۳- متغیرهای حالت (State or Level variables)

۴- متغیرهای نرخ (Rate variables).

مرز بسته در بردارندهٔ مجموعه متغیرهای نرخ و حالتی است که با یکدیگر یک یا چند دایره بازخوران تشکیل داده و در کنش متقابل (Interaction) قرار دارند، به طوری که برایند تأثیرات متقابل آن متغیرها، رفتار معینی را موجب می‌شود.

رابطه مرز بسته با هدف مدل سازی

تعیین مرز بسته به هدف مدل سازی بستگی دارد. اساساً مدل‌سازی بدون هدف کار بیهوده‌ای است. پاق و ریچاردسون (Pugh & Richardson) در کتاب مقدمه‌ای بر پویایی سیستم (Introduction to System Dynamics)، قطعه شعری در ذَم مدل‌سازی بدون هدف نقل می‌کنند که ذکر آن خالی از لطف نیست.[1]

A model without a purpose is like a ship without a sail,

A boat without a rudder, a hammer without a nail ... (old blues variant)

یک مدل بدون هدف، مانند یک کشتی بی بادبان است،

یک قایق بی سکان، یک چکش بدون میخ (چکشی که معلوم نیست بر سر کدام میخ باید فرود آید).

مدل ساز باید تلاش کند که مرز بسته را در حداقلی که هدفها را تأمین نماید، نگهدارد. گسترش بی رویه دامنه مرز بسته، مدل را از هدف مداری و هدف گرایی دور کرده، تحلیل‌گر را دچار سر در گمی می‌کند. البته این به معنای حذف متغیرهای ضروری از مدل نیست. باید توجه داشت که هر متغیری که با یکی از متغیرهای داخل مرز بسته، تأثیر متقابل داشته باشد، درون مرز بسته تلقی می‌شود.

هر متغیری که با یکی از متغیرهای داخل مرز بسته، تأثیر متقابل داشته باشد، درون مرز بسته تلقی می‌شود.

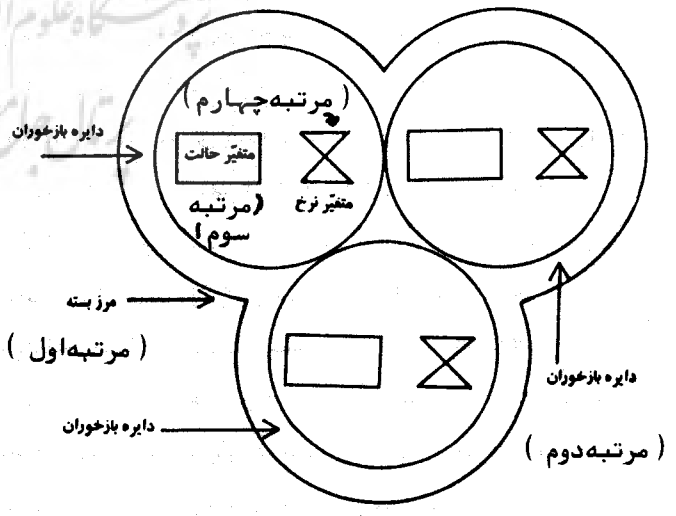
در این سفر دینامیکی بُعد منزل وجود ندارد. چنین متغیری از هر جای عالم، هر قدر که با پدیده مورد بررسی فاصله داشته باشد، به درون مرز بسته سفر کرده است؛ مثلاً در بررسی پدیده محیط زیست، لایه اوزون هم بر محیط زیست بشری تأثیر می‌گذارد و هم تأثیر می‌پذیرد. بنابر این در مرز بسته مسأله مورد بررسی قرار خواهد داشت. دوری مسافت لایه اوزون نباید مدل ساز را دچار واهمه کند. آنچه که مهم است اثر گذاری و اثر پذیری و کنش متقابل بین متغیرهاست. به هر حال مرز بسته تا آنجا ادامه می‌یابد که دوایر بازخوران مؤثر در رفتار سیستم همگی بسته شوند. مرز بسته باید نقاط اعمال سیاستهای پیشنهادی (Policy recommendations) و نیز متغیرهای لازم برای ارزیابی آن سیاستها را در برداشته باشد.[2] سیاستهای مزبور، موجب تغییراتی در جریان مواد حیاتی از منابع (Sources) به مخازن و از مخزنها به چاه‌ها (Sinks) می‌شوند. البته همان طور که گفته شد، تنها مخازن در درون مرز بسته قرارمی‌گیرند ومنابع وچاه‌ها خارج از مرزبسته تلقی می‌شوند.

دوایر بازخوران، سنگ بنای پویایی سیستم

دوایر بازخوران به عنوان سنگ بنای پویایی سیستم اساس ساختار عمومی سیستمهای پویا را تشکیل می‌دهند.

(Feed back loop as bulding blocks of System Dynamics)

هر دایره بازخوران از تعدادی متغیر نرخ و حالت تشکیل می‌شود. متغیرهای حالت، حاصل انباشتگی (Accomulation) بوده، متغیرهای نرخ بیانگر تغییرات حاصل در انباشتگی متغیرهای حالت هستند. از دیدگاه ریاضی می‌توان رابطه متغیرهای حالت و نرخ را با رابطه انتگرال و مشتق مقایسه نمود. به همین دلیل است که متغیرهای مورد بررسی در مدل سازی دینامیکی، متغیرهای پیوسته (Continuous) فرض می‌شوند. متغیرهای حالت همان گونه که از نامشان پیداست، حالت یا وضعیت سیستم را در هر لحظه از زمان نشان می‌دهند. اما متغیرهای نرخ، در یک لحظه از زمان قابل مشاهده نیستند، بلکه در یک دوره زمانی، افزایش یا کاهش متغیرهای حالت را بیان می‌کنند. به عبارت دیگر می‌توان متغیرهای حالت را همانند مخازن دانست و متغیرهای نرخ را در حکم شیرهای ورودی و خروجی به مخازن تلقی کرد. به محض بستن شیر، جریان ورودی یا خروجی قطع می‌شود و متغیر نرخ غیر قابل مشاهده می‌گردد. اما متغیر حالت با بستن شیر همچنان وجود خواهد داشت. به عنوان یک نمایش سمبلیک و به منظور نزدیکی مفاهیم به ذهن، نمودار الگوی سلسله مراتبی سیستمهای پویا ارائه گردید:



شکل شماره ۱ - نمایش سمبلیک الگوی سلسله مراتبی چهارگانه تبیین پویایی بر اساس نظریه ساختار سیستمها

مراحل انجام مطالعهٔ پویایی سیستم

پس از ذکر شالوده فکری و مبانی نظری مطالعات پویایی سیستم و بیان ساختار سلسله مراتبی پویایی سیستمها، به چگونگی انجام مطالعه پویایی سیستم (System Dynamics Study) پرداختیم. هر مطالعه پویایی سیستم در سه مرحله انجام می‌شود:

۱- مرحله مفهومی (Conceptual phase)

۲- مرحله مقداری (Quantitative phase)

۳- مرحله تجزیه و تحلیل و ارزیابی (Evaluation & Analysis Phase)

گامهای مرحله مفهومی مدل سازی دینامیکی عبارتند از:

شناسایی مسأله (Problem identification) [بیان زمینه اصلی (Context) و نشانه‌های آن (Symptoms)]، تبیین هدف مدل سازی، تعیین مرز بسته و ساختار بازخوران. نمودارهای علت و معلولی (causal loop diagrams) به عنوان یک ابزار مرحلهٔ مفهومی مدل سازی، تصویر ساده‌ای از پله‌های اول و دوم ساختار سلسله مراتبی چهارگانه پویایی سیستم یعنی مرز بسته و دوایر بازخوران به نمایش می‌گذارند. این نمودارها علی‌رغم سادگی، نقش مهمی در مرحله مفهومی مدل سازی دینامیکی ایفا می‌کنند. تحلیل‌گر با ابزار نمودار علت و معلولی، در یک جولان ذهنی، تا اعماق ریشه‌های مسأله را می‌کاود و زوایای پنهانی از مشکل را آشکار می‌سازد. او در این ریشه یابی، علاوه بر ردیابی زنجیره علل و اثرات متغیرهای مسأله به کشف دایره‌های بازخوران می‌پردازد. این از بدیهیات تفکر سیستمی است که صرف شناختن اجزای یک پدیده برای درک کامل آن کفایت نمی‌کند. بلکه نکته مهمتر این است که این اجزاء، در چه رابطه‌ای با یکدیگر قرار گرفته‌اند. دوایر بازخوران، که اولین جلوه‌های آن در مرحله ترسیم نمودارهای علت و معلولی آشکار می‌شود، از مصداقهای آشکار این تفکر هستند. علامت (Polarity) دایره بازخوران، از حاصل ضرب علائم یکایک اتصالات علت و معلولی (Causal leinks) به دست می‌آید. هیچیک از متغیرها هر قدر هم که مهم و مؤثر باشند، به تنهایی نمی‌توانند علامت دایره بازخوران را تعیین کنند. علامت دایره بازخوران، برایند علامات ناشی از تأثیرات متقابل همه متغیرهای آن است. مدل ساز، ترسیم نمودار علت و معلولی را با شناخت و پیگیری «متغیرها» آغاز می‌کند، اما پس از ترسیم نمودار، به دوایر بازخوران دست می‌یابد. هر دایره بازخوران مفهومی فراتر از متغیرهای ایجاد کننده آن در بر دارد. کسی که با

زبان حرفه‌ای (Terminology) پویایی سیستم آشنا باشد، با نگاه به یک دایره بازخوران انبوهی از اطلاعاتی را در خواهد یافت. علامت دایره بازخوران با تحلیل‌گر سخن می‌گوید و او را از مکانیزمهای آشکار و پنهان حاکم بر رفتار مسأله آگاه می‌سازد.

نمودار جریان، ابزار گذار از مرحله مفهومی به مقداری

روشنگری دوایر بازخوران با نمودار جریان (Flow diagram) اوج بیشتری می‌گیرد. مدل ساز در ترسیم نمودار جریان، لباس زیبایی از نمادهای تعریف شده و معنی دار، بر اندام متغیرها می‌پوشاند و حتی بین انواع اثرگذاریها تفاوت قائل می‌شود. اگر اثرگذاری از نوع اضافه یا کم شدن مواد باشد، با عنوان جریان مواد (Material Flow) با خط پُر نشان داده می‌شود. اثرگذاریهایی را که درجریان موادتأثیر ندارند، اتصالات اطلاعاتی (Information link) نامیده، با نقطه‌چین نمایش می‌دهند. نمودار جریان کمک می‌کند که مدل، از مرحله مفهومی گذر کرده، با کسب آمادگی برای اخذ مقادیر به سوی مرحله مقداری و فرموله شدن (Formulation) پیش برود. فرموله کردن مدلهای دینامیکی از طریق زبان شبیه سازی کامپیوتری داینامو (DYNAMO computer simulation language) صورت می‌پذیرد.

DYNAMO - II

۱- آشنایی با زبان شبیه‌سازی کامپیوتری DYNAMO

واژه ساختگی DYNAMO از ترکیب حروف اول (DYNamic MOdeling) به‌معنای‌مدلهای‌پویاساخته شده است.نرم‌افزارPDplus (Professional DYNAMO plus) نسخه (Version) نسبتاً جدید این نرم افزار است که در دانشگاه‌های کشورمان متداول است. DYNAMO و نسخه‌های بعدی آن زبانهای ساده‌ای هستند که متغیرهای مسأله را به صورت معادلات قابل فهم برای کامپیوتر (DYNAMO equations) به اجرا در می‌آورند. معادلات DYNAMO متغیرهای مسأله را به صورت پیوسته (Continuous) فرض کرده، چگونگی رفتار این متغیرها را در طول زمان ترسیم می‌کند. این فرض ناشی از هویت پویای الگوی سلسله مراتبی ساختار سیستمهای پویاست. از آنجا که سنگ بنای پویایی هر سیستم، دایره‌های بازخوران بوده و این دوایر از متغیرهای نرخ و حالت تشکیل یافته‌اند، مدلهای دینامیکی با خاصیت تغییر و پویایی عجین شده‌اند. حیات ساختار سلسله مراتبی چهارگانه پویایی سیستمها، در گروی تغییر و تحول است. قطعه زیبایی از علامه اقبال لاهوری شاعرنامدار و اندیشمند دوران، این ویژگی را به خوبی بیان می‌کند.[۵]

ساحل افتاده گفت گر چه بسی زیستم
هیچ نه معلوم شد، آه که من کیستم
موج ز خود رفته‌ای تیز خرامید وگفت
هستم اگر می‌روم، گر نروم نیستم

برای روشن شدن این ویژگی، مثال ساده‌ای ذکر می‌شود:

۲- مثال رابطه دینامیکی بهره و سرمایه

یکی از پدیده‌های پویا، که پویایی آن از دوایر بازخوران ناشی می‌شود، رابطه تعاملی بین بهره و سرمایه است. معمولاً در عرف متداول امور مالی، برای محاسبه سود سرمایه از رابطه

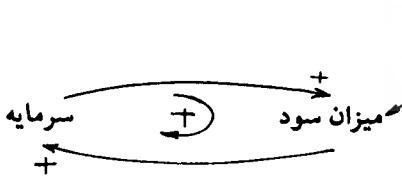
مدت × ضریب بهره × سرمایه = سود

استفاده می‌شود.[۶] با استفاده از این فرمول، بهره یک سال سپرده ۱۰۰ ریالی با ضریب بهره سالانه ۱۰٪ چنین خواهد بود:

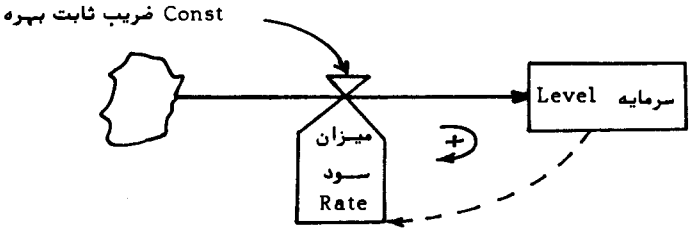
مدت ضریب بهره سرمایه

ریال ۱۰ = سود سالانه ← ۱ × ۱۰٪ × ۱۰۰ = سود سالانه

همان گونه که ملاحظه می‌شود، در این فرمول، سرمایه ثابت فرض می‌شود؛ در حالی که در بیان دینامیکی، در هر لحظه، سرمایه در حال افزایش است و بالطبع، میزان سود به نسبت ۱۰٪ سالیانه ولی بر مبنای همان لحظه محاسبه می‌گردد:



چون سرمایه دارای صفت انباشتگی است، می‌توان آن را متغیر حالت دانست و سود را به عنوان متغیر نرخ افزایش سرمایه تلقی کرد. با این فرض نمودار جریان زیر به دست خواهد آمد:



اگر بخواهیم تعامل و تأثیر متقابل دو متغیر نرخ و حالت یعنی سرمایه و سود را نشان دهیم، باید بر اساس ضریب ثابت بهره‌وری، میزان سود را بر مبنای سرمایه اولیه محاسبه کرده، از حاصل جمع سود محاسبه شده و سرمایه اولیه، سرمایه در لحظه دوم را به دست آورد. به همین ترتیب بر مبنای سرمایه لحظه دوم، سود لحظه سوم و تا آخر ... به منظور سهولت فرض می‌کنیم که سود و سرمایه روزانه محاسبه شوند:

افزایش سرمایه در طی‌روزاول + سرمایه روزاول = سرمایه‌روز دوم

(افزایش سالانه سرمایه بر مبنای سرمایه روز اول) × $\frac{۱}{۳۶۰}$ + سرمایه روز اول) =

توضیح اینکه عبارت داخل پرانتز، افزایش سالانه ذکر شده، در فرض اولیه مسأله نهفته است که ضریب بهره سالانه سرمایه را ۱۰٪ اعلام داشته است.

سرمایه روز اول × ضریب ثابت = افزایش سالانه سرمایه بر مبنای

بهره سرمایه روز اول

با جایگزینی اعداد در معادلات فوق داریم:

(افزایش سالانه بر مبنای سرمایه روز اول) × $\frac{۱}{۳۶۰}$ + ۱۰۰ = سرمایه روز دوم

۱۰ = ۱۰۰ × ۱۰٪ = افزایش سالانه بر مبنای سرمایه روز اول

($\frac{۱}{۳۶۰}$ × ۱۰) + ۱۰۰ = سرمایه روز دوم

سرمایه در روز دوم ۱۰۰/۰۲۷ = ۰/۰۲۷ + ۱۰۰ =

اینک با محاسبه سرمایه روز دوم می‌توان افزایش سرمایه در طی روز دوم را محاسبه و با سرمایه روز دوم جمع کرد تا سرمایه روز سوم به دست آید:

(افزایش سالانه سرمایه‌برمبنای سرمایه روزدوم)× $\frac{۱}{۳۶۰}$ + سرمایه روز دوم= سرمایه روز سوم

$\frac{۱}{۳۶۰}$ + ۱۰۰/۰۲۷ = سرمایه روز سوم

(افزایش سالانه سرمایه بر مبنای سرمایه روز دوم)

۱۰/۰۰۲۷ = ۱۰۰/۰۲۷ × ۱۰٪ = افزایش سالانه سرمایه

بر مبنای سرمایه روز دوم

($\frac{۱}{۳۶۰}$ × ۱۰/۰۰۲۷) + ۱۰۰/۰۲۷ = سرمایه روز سوم

سرمایه در روز سوم ۱۰۰/۰۵۵ = ۰/۰۲۸ + ۱۰۰/۰۲۷ =

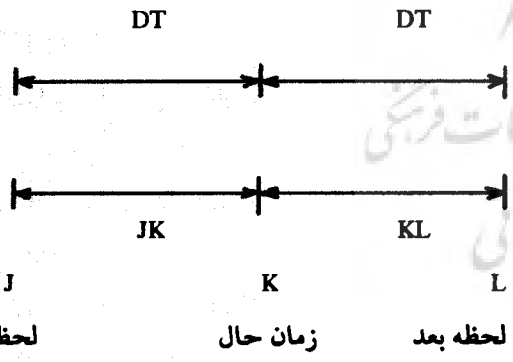
به همین ترتیب می‌توان مرحله به مرحله سرمایه و سود هر روز را حساب کرد و سرانجام، میزان سرمایه و سود سالانه را به دست آورد. برای انجام محاسبات یک سال، باید محاسبات فوق را ۳۶۰ بار تکرار کرد. هر چه فاصله زمانی (Time interval) محاسبات کمتر باشد، جوابهای به دست آمده به مفهوم دینامیکی متغیرهای نرخ و حالت نزدیکتر بوده و به همین نسبت تعداد محاسبات مورد نیاز افزایش خواهد یافت؛ مثلاً اگر فاصله زمانی یک ساعت در نظر گرفته شود، باید برای هر ساعت از سال یک بار سرمایه و سود محاسبه گردد و در مجموع سال تعداد ۸۶۴۰=۲۴×۳۶۰ بار محاسبه مورد نیاز خواهد بود. برای فاصله زمانی یک ثانیه باید،

۳۱۱۰۴۰۰۰ = ۶۰ ثانیه × ۶۰ دقیقه × ۲۴ ساعت × ۳۶۰ روز

بار محاسبه انجام شود. این مثال به خوبی ضرورت استفاده از کامپیوتر در شبیه سازی را آشکار می‌سازد.

۳ - منطق اساسی معادلات DYNAMO

مثال فوق بیانگر منطق اساسی معادلات DYNAMO است. در این معادلات، متغیرهای نرخ و حالت در فاصله زمانی کوتاهی ثابت فرض شده و پس از محاسبه، مبنای متغیرهای فاصله زمانی بعدی قرار می‌گیرند. هر چه این فاصله زمانی کوتاهتر باشد، دقت محاسبات بیشتر خواهد شد. متغیرهای DYNAMO نشانه‌هایی دارند که جایگاه آنها را در هر مقطع زمان مشخص می‌کنند. حرف K بیانگر زمان حاضر است. حرف J زمان یک لحظه قبل از K و حرف L یک لحظه بعد از K را نشان می‌دهد.[۷] فاصله زمانی (Time interval) اتخاذ شده در مدل را (که همان فاصله بین J و K یا K و L است) با DT نشان می‌دهد.



نشانه‌های زمانی (Time scripts) L,K,J و فاصله زمانی (Time interval) در DYNAMO

اگر سرمایه را با Level، سود یا نرخ افزایش سالانه سرمایه را با Rate و ضریب ثابت بهره را با Const نشان دهیم، با استفاده از نشانه‌های فوق خواهیم داشت:

Level.k = + Level.J DT x Rate.Jk

سرمایه لحظه فعلی Level.k

سرمایه لحظه قبل Level.J

فاصله زمانی DT

افزایش سالانه سرمایه‌بر مبنای سرمایه لحظه قبل Rate.Jk

بر اساس معادله به دست آمده، می‌توان شبیه سازی (Simulation) را با بسیاری از زبانهای کامپیوتری مانند PASCAL, BASIC, FORTRAN و ... انجام داد. اما انجام شبیه سازی با آن زبانها مستلزم مهارت و صرف وقت نسبتاً زیادی است و به همین دلیل زبان ساده شبیه سازی DYNAMO برای انجام این قبیل امور بسیار مناسب است. چون زبان DYNAMO اساساً برای این کار طراحی شده است. دستورات بسیار ساده و کارآمد DYNAMO را حتی افرادی که با کامپیوتر آشنایی ندارند، به راحتی می‌توانند به کار گیرند.

۴- انواع عبارت DYNAMO و حروف معرف

در زبان شبیه سازی DYNAMO نوع معادلات و عبارات با یک حرف معرف (Identifier) در ابتدای سطر معرفی می‌شود:

(Level variable) معادله متغیر حالت ← L

(Initial value of Level) مقدار اولیه متغیر حالت ← N

(Rate variable) معادله متغیر نرخ ← R

(Auxiliary Variable) معادله متغیر کمکی ← A

(Constant) ثابت ← C

(Table Functions) تابع جدولی ← T

(Continuation Statement) ادامه سطر قبل ← X

توضیح: در نسخ (Version) قبلی DYNAMO از علامت X مأخوذ از واژه انگلیسی (extension) برای ادامه سطر استفاده می‌کردند. در PD PLUS این علامت منسوخ[8] شده و در صورتی که جمله‌ای بیش از ۱۲۰ ستون از صفحه نمایشگر کامپیوتر (Screen) را اشغال کند، در آخرین ستون (البته نه در وسط یک نام) علامت (^) را درج می‌کنند. این علامت در زبان انگلیسی Caret نامیده شده و برای اضافه کردن به یک متن مکتوب به کار می‌رود.[9] PD+ با مشاهده این علامت، سطر بعدی را ادامه سطر حاضر تلقی خواهد کرد. البته با توجه به اینکه در صفحه نمایشگر بیش از ۸۰ ستون قابل مشاهده نیست، بهتر است که از ستونهای ۱۲۰-۸۱ استفاده نشود.

(run SPECification) ویژگیهای شبیه‌سازی ← SPEC

توضیح: این ویژگیها عبارتند از (۱) فاصله زمانی DT، (۲) دوره ذخیره مقادیر (SAVe PERiod) که با SAVPER نشان داده می‌شود و (۳) طول زمان کل شبیه سازی LENGTH.

ذخیره ← SAVE

در این سطر، متغیرها و پارامترهایی که باید ذخیره شوند درج خواهند شد.

۵- محاسبات در DYNAMO[10]

نشانه‌های مورد نیاز برای محاسبات در مدلهای DYNAMO تقریباً همان نشانه‌های ریاضی هستند:

+ جمع

- تفریق

× ضرب

/ تقسیم

×× توان

ضرب دو مقدار را می‌توان با استفاده از پرانتز هم انجام داد:

CONST x LEVEL.k = (CONST) (LEVEL.k)

در محاسبات جبری، DYNAMO ترتیب زیر را رعایت می‌کند:

۱- توانها و ریشه‌ها (Powers & Roots)

۲- ضربها و تقسیمها (Multiplications & Divisions)

۳- جمعها و تفریقها (Additions & subtructions)

پرانتزها می‌توانند این ترتیب را بهم بزنند. چون در صورت وجود پرانتز، ابتدا محاسبات درون پرانتز انجام خواهد شد. در غیر از اولویتهای ذکر شده، محاسبات ریاضی به طور عادی از چپ به راست صورت می‌پذیرد.

۶- تذکر در مورد شکل ظاهری (Format)[11]

در تایپ معادلات DYNAMO در کامپیوتر باید به این نکته توجه داشت که به غیر از جای خالی بین حرف معرف (حرف اول سطر) و معادلهٔ، هیچ جای خالی دیگری در بین معادلات قابل قبول نیست. هر چه که بعد از جالی خالی غیر مجاز نوشته شود توسط کامپیوتر خوانده نخواهد شد. از این خاصیت برای توضیح درباره متغیرها در معادله استفاده می‌شود. معمولاً هر مدل ساز با توجه به سلیقه خود و طول متوسط معادلات یک ستون را برای توضیح درباره متغیرها و پارامترها در نظر می‌گیرد؛ مثلاً اگر طول معادلات

یک مدل در حد بیست ستون است، از ستون بیست و پنج به بعد را برای درج توضیحات اختصاص دهد. این کار گام مهمی در مستندسازی (documentation) به شمار می‌رود.

۷- معادلات DYNAMO برای رابطه دینامیکی بهره و سرمایه

۷/۱- با واژه‌های عمومی RATE, LEVEL و CONST

معادلات DYNAMO مربوط به مثال فوق با استفاده از واژه‌های عمومی به شرح زیر خواهد بود:

```
L     LEVEL.K = LEVEL.J + DT × RATE.JK
N     LEVEL = 100
R     RATE.kL =·CONST × LEVEL.k
C     CONST = 0.1
SPEC  DT = 0.002, SAVPER = 1 , LENGTH = 4
SAVE LEVEL, RATE, CONST
```

در این معادلات سرمایه با LEVEL، نرخ با RATE و ضریب ثابت بهره‌وری با CONST نشان داده شده است. علت انتخاب این واژه‌ها سهولت در انطباق رابطه سرمایه و سود با رابطه متغیرهای حالت و نرخ است. اما اگر تعداد متغیرهای مسأله بیشتر شود، باید حتماً از اسامی متناسبی که بلافاصله مفهوم واقعی متغیر را تداعی کنند، استفاده شود.

۷/۲- معادلات DYNAMO با واژه‌های تداعی کننده

در معادلات DYNAMO استفاده از حروف متداول ریاضی مانند x,y,z یا A,B,C به هیچ وجه توصیه نمی‌شود. حتماً باید واژه‌های انتخاب شده با واژه اصلی تناسب داشته باشد. به همین منظور در DYNAMO هر یک از متغیرها یا پارامترها را می‌توان با یک الی شش کاراکتر معرفی نمود که البته اولین کاراکتر باید یکی از حروف الفبای انگلیسی باشد؛ مثلاً سرمایه را می‌توان با CAPTAL یا CAP (مخفف واژه انگلیسی CAPITAL) و یا با SARMAI (مشابه کلمه فارسی سرمایه) نشان داد. چنانچه بیش از یک سرمایه در مدل باشد می‌توان از CAP-1 یا CAP-2 و ... استفاده کرد. (اما استفاده از نام 1CAP مجاز نیست چون با عدد آغاز شده است). به هر حال، مهم این است که هم مدل سازی خود در مراجعات بعدی و تجزیه و تحلیل دچار مشکل نشود و هم بتواند مقاصدش را برای دیگران به خوبی بیان کند.

نام‌گذاری صحیح و منطقی مقادیر، مقدمه‌ای بر مستندسازی (DOCUMENTATION) کامل مدل است که، به خواست خداوند، در گفتارهای بعدی تشریح خواهد شد.

اینک مثال فوق با اسامی شبیه به واژه‌های اصلی مجدداً ارائه می‌گردد:

مخفف CAPTAL (Capital) = سرمایه

AINCAP = افزایش سالانه سرمایه

(مخفف Annual Interest of Capital)

CCINT = ضریب ثابت بهره

(مخفف Constant Coefficient of interest)

```
L     CAPTAL.K = CAPTAL.J + DT × AINCAP.JK
N     CAPTAL = 100
R     AINCAP.KL = CCINT × CAPTAL.k
C     CCINT = 0.10
SPEC  DT = 0.002 , SAVPER = 1, LENGTH = 4
SAVE CAPTAL, AINCAP, CCINT
```

تذکر: در معادلات DYNAMO ابعاد و آحاد سنجش (dimension) مقادیر دو طرف تساوی باید معادل هم باشند.

۸- انواع معادلات DYNAMO

به طور کلی مقادیر به کار رفته در DYNAMO را می‌توان به دو گروه ثابتها (Constants) و متغیرها (Variables) طبقه‌بندی نمود.

۸/۱- مقادیر ثابت

مقادیری که ذاتاً ثابت بوده، یا توسط مدل ساز در دوره شبیه سازی ثابت فرض می‌شوند، در این زمره قرار می‌گیرند. همچنان که از عنوان بر می‌آید این مقادیر در دوره شبیه سازی تغییر نمی‌کنند و به همین دلیل فاقد نشانه‌های زمانی (Time script) می‌باشند؛ در مثال فوق ضریب ثابت بهره (CCINT) در طول مدت اجرای مدل برابر با ۱۰٪ است و بنابر این بدون نشانه زمانی درج شده است. علاوه بر این ویژگی، درج حرف C (حرف اول کلمه Constant) در ابتدای سطر، کامپیوتر را از ثابت بودن مقدار ارائه شده در سطر باخبر می‌سازد.

C	CCINT = 0.10

واحد سنجش (Dimension) ضریب ثابت بهره (CCINT) زمان/ریال/ریال است.

CCINT = Constant coefficient of Interest (RLS/RL/year)

۸/۲- مقادیر متغیر

بر خلاف مقادیر ثابت، هر متغیر در معادلات DYNAMO، دارای نشانه‌های زمانی (Time scripts) J, JK, و KL است. کامپیوتر با ملاحظه این نشانه‌ها، مقادیر مزبور را در طول زمان در چهارچوب مفروضات مسأله دگرگون خواهد نمود. متغیرهای معادلات DYNAMO را می‌توان در سه گروه کلی طبقه‌بندی کرد.

۱- معادلات حالت (Level Variables)

۲- معادلات نرخ (Rate Equations)

۳- معادلات کمکی (Auxiliary Equations)

۱- معادلات حالت

چون معادلات حالت بیانگر انباشتگی لحظه به لحظه یک متغیر می‌باشند از یک شکل کلی و مخصوص DYNAMO پیروی می‌کنند که در این شکل کلی مقدار متغیر حالت در هر لحظه از حاصل جمع مقدار متغیر حالت در لحظه قبل و افزایش (یا کاهش) حاصله در طی لحظه به دست می‌آید:

L CAPTAL.k = CAPTALJ + DTxAINCAP. Jk

در حالی که:

CAPTAL = CAPITAL (RIALS)

DT = TIME INTERVAL

AINCAP = Annual Interest of capital (Rials/year)

تجزیه وتحلیل آحاد سنجش (Dimensional Analysis):

Rials = Rials + Year × (Rials/year)

Rials = Rials

همچنان که ملاحظه می‌شود دو طرف تساوی معادله حالت از آحاد سنجش یکسانی برخوردارند. حرف معرف معادلات حالت L (مأخوذ از واژه انگلیسی LEVEL است)

۲- معادلات نرخ

جریانات ورودی و خروجی به متغیرهای حالت را با معادلات نرخ نشان می‌دهند. حرف معرف معادلات نرخ R (مأخوذ از واژه انگلیسی Rate) است. بر خلاف متغیرهای حالت که ماهیت لحظه‌ای دارند، متغیرهای نرخ در یک فاصله زمانی کوتاه DT محاسبه می‌شوند. پس از شروع اجرای مدل، مقدار متغیر نرخ بر حسب متغیر حالت درنقطه K محاسبه شده، این مقدار در طی فاصله KL که (برابر DT است) ثابت فرض می‌شود. در اجرای بعدی، این مقدار که در اجرای اول مربوط به زمان حال تا آینده (K→L) بود به زمان گذشته تا حال (J→K) نسبت داده می‌شود.

این مفهوم در معادلات DYNAMO بانشانه زمانی Jk و KL بیان می‌گردد:

R AINCAP.kL = CCINT × CAPTAL.k

در حالی که:

AINCAP = Annual Interest of capital (Rials/year)

CCINT = Constant coefficient of Interet (Rials/Rial/year)

CAPTAL = CAPITAL (Rials)

خواننده تیزبین دریافته است که واژه متغیر نرخ در معادله متغیر نرخ در سمت چپ با نشانه زمانی KL نوشته شده در حالی که همین متغیر در سمت راست معادله متغیر حالت با نشانه زمانی JK معرفی گردیده است. علت این دوگانگی در ماهیت «دوره‌ای» متغیر نهفته است. همچنانکه گفته شد، در اجرای اول، متغیر نرخ برای زمان حال تا آینده (KL) محاسبه می‌شود (AINCAP.KL) و در اجرای دوم در زمان محاسبه متغیر حالت، مقدار محاسبه شده متغیر نرخ، به زمان گذشته تا حال (JK نسبت داده می‌شود (AINCAP.Jk) و دگرگونی بین Jk و KL رمز اجرای مدلهای DYNAMO است.

تجزیه و تحلیل آحاد سنجش (Dimensional Analysis)

Rials/year = Rials/Rial/year × Rials

Rials/year = Rials/year

ازتجزیه و تحلیل آحاد سنجش دو طرف معادله فوق، تساوی آحاد سنجش دو طرف به دست می آید.

۳- معادلات کمکی Auxiliary variables

همان طور که گفته شد به لحاظ منطقی و نظری، اساس ساختار پویایی سیستم را متغیرهای نرخ و حالت تشکیل می‌دهند، اما در فرایند مدل سازی، مدل ساز ناگزیر از بکار بردن متغیرهای کمکی

می‌شود. این متغیرها هم در فرموله کردن متغیرهای نرخ بکار می‌آیند و هم بیانگر اطلاعات مفیدی هستند که در مرحله ارزیابی مدل می‌توان مورد مداقه و بررسی قرار داد. بدیهی است که متغیرهای کمکی هم باید مانند متغیرهای حالت و نرخ در مرحله فرموله کردن، به شکل معادلات قابل فهم برای کامپیوتر درآیند. نرم‌افزار شبیه سازی DYNAMO حرف معرف A (مأخوذ از واژه انگلیسی Auxiliary) را برای شناسایی این معادله به کامپیوتر برگزیده است. معادلات کمکی می‌توانند محاسبات ریاضی و جبری و نیز توابع DYNAMO (Function) را در بر داشته باشند. تذکر این نکته لازم است که چگونگی فرموله کردن متغیرهای برون‌زا (Exogenous) در DYNAMO مانند معادلات کمکی است با این تفاوت که در طرف راست معادله متغیر برون زا هیچ یک از متغیرهای‌درون‌زا(اعم‌ازحالت، نرخ‌وکمکی) نقشی‌نخواهندداشت.

مثال: در نمودار جریان رابطه بازخوران بین جمعیت، زاد و ولد و مرگ و میر پس از منظور نمودن اثر محدودیت غذایی بر مرگ و میر یک متغیر کمکی به نام غذای مورد نیاز تعریف شد. اینک پس از نامگذاری مناسب، معادله کمکی مزبور ارائه می‌شود.

جمعیت = POP (Population مخفف)

کل غذای مورد نیاز = TNF (Total Needed Food مخفف)

غذای‌موردنیازهرفرد = NFPC (Needed Food per Capita مخفف)

جمعیت × غذای مورد نیاز هر نفر = کل غذای مورد نیاز

بامفروضات فوق، معادله کمکی به شرح زیر خواهد بود:

A TNF.k = NFPC × POP.k

در حالی که: TNF = Total Needed Food (Food Unit)

NFPC = Needed Food Per Capita (Food Unit / people)

POP = Population (People)

تجزیه و تحلیل آحاد سنجش (Dimensional Analysis)

Food unit = (Food unit / people) × people

Food unit = Food unit

۸/۳- آیا الگوی واحدی برای معادلات DYNAMO وجود دارد؟

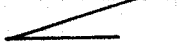
همان گونه که ملاحظه شد، فرموله کردن معادله حالت از شکل استاندارد پیروی کرده و به راحتی انجام می‌شود اما معادلات نرخ و کمکی، الگوی واحد ندارند و مدل ساز باید حسب مورد با خلاقیت شخصی و نیز مراجعه به مدلهای ساخته شده، به شکلهای مورد نظر خود دست یابد. ریچاردسون و پاک در کتاب مقدمه‌ای بر پویایی سیستم با تأکید بر عدم امکان ارائه لیست کاملی برای شکلهای ممکن معادلات نرخ، شش الگوی قابل استفاده را ارائه داده‌اند. آنها همچنین معادلات کمکی را به دو بخش محاسبات ریاضی و توابع جدولی (Table Functions) تقسیم کرده‌اند. توابع جدولی هنگامی به کار می‌روند که رابطه ساده ریاضی بین دو متغیر در دسترس نباشد اما نمودار همبستگی آنها را به طور تقریبی بتوان رسم کرد.

۸/۴- توابع ویژه آزمون (Test Functions)

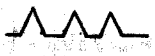
برای فرموله کردن متغیرهای برون زا (Exogeneous) معمولاً از توابع ویژه آزمون استفاده می‌شود. مهمترین این توابع عبارتند از:

۱- STEP - حرکت پیکانی

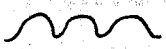
۲- RAMP - حرکت در سطح شیبدار



۳- PULSE - حرکت ضربانی



۴- SIN - حرکت سینوسی



۵- NOISE - حرکت درهم

بیان نموداری انباشتگی (Graphical integration)

اگر چه تاکنون در باره مفهوم انباشتگی، مکرر، سخن گفتیم، اما برای ورود جدی به مرحله مقداری مدلسازی دینامیکی آشنایی بیشتری با این مفهوم لازم است؛ بنا بر این با استفاده از نمودار در این زمینه توضیح بیشتری داده خواهد شد.

۱ - مبنای تشخیص متغیرهای نرخ و حالت

یکی از ارکان مهم مدلسازی دینامیکی، تعیین و تشخیص متغیرهای حالت و نرخ است. اساس شناخت متغیرهای حالت و نرخ، آشنایی با مفهوم انباشتگی و تجمع(integration) است۱۳. در واقع، متغیر حالت، حاصل انباشته شدن متغیر نرخ است و متغیر نرخ بیانگر تغییرات حاصله در متغیر حالت.

۲ - انتگرال و انباشتگی

در ریاضیات، برای بیان انباشتگی و تجمع، از انتگرال استفاده می‌شود. انتگرال در یک شکل خاص، همان متغیر حالت است اما

در این گفتار، به دلیل پیچیدگی شکل خاص نمایی، ابتدا از شکلهای ساده انتگرال برای نزدیکی مفهوم به ذهن استفاده می‌شود. بنا بر این با قدری مسامحه در تعریف متغیر حالت و نرخ، تصور کنید که چنین متغیرهایی بدون داشتن رابطه بازخوران وجود دارند (هر چند که در این صورت بر اساس نظریه ساختار سیستمها متغیر حالت و نرخ نخواهند بود.)

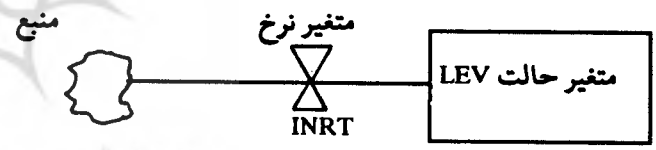
۳ - مقایسه با شکل عمومی مخزن آب

به جای مثالی که در مورد یک مخزن آب با دستگاه کنترل کننده شناور مطرح کرده بودیم، فرض کنید که ورود و خروج آب به مخزن، بدون توجه به سطح موجود مخزن انجام می‌شود، در واقع اتصال اطلاعاتی (information link) بین میزان آب مخزن (متغیر حالت) و میزان آب ورودی و خروجی وجود ندارد. به عبارتی می‌توان گفت متغیر نرخ، خارج از حلقه بازخوران بوده، برون زا (exogenous) تلقی می‌شود. هر یک از نمادهای ذیل این جریان یک طرفه را نشان می‌دهند. (شکل شماره ۲)

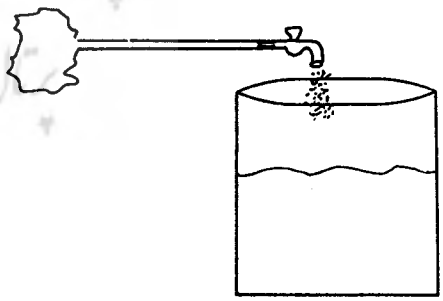
* نمودار علت و معلولی

سطح آب مخزن ← جریان ورودی

* نمودار جریان



* شکل عمومی



شکل شماره ۲- مقایسه نمودار علت و معلولی جریان یک طرفه بدون بازخوران (نرخ برون‌زا) با شکل عمومی مخزن

همان گونه که ملاحظه می‌شود، به منظور درک بهتر مفهوم انباشتگی، نمودار جریان با شکل عمومی مقایسه شده است.

خواننده تیزبین توجه خواهد داشت که حذف اتصال اطلاعاتی (information link) از متغیرهای حالت به نرخ (که در نمودار شماره ۴ قسمت سوم این مقاله در نشریه شماره ۲۰ آمده بود) به معنای حذف دستگاه اطلاع رسانی و کنترل کننده شناور از شکل عمومی مخزن است.

۴ - رابطه ریاضی ساده و مقایسه آن با شکل عمومی

اگر بخواهیم شکلهای بالا را به صورت یک رابطه ریاضی بیان کنیم، خواهیم داشت: $LEV(t) = INRT \times T$

سطح آب مخزن (level) در زمان t = LEV(t)

میزان ورودی در ثانیه (input rate) = INRT

زمان برحسب ثانیه (time) = T

ابتدا فرض کنید که در هر ثانیه یک متر مکعب به طور ثابت وارد مخزن شود. بنا بر این خواهیم داشت: $INRT = 1\ m^3/s$

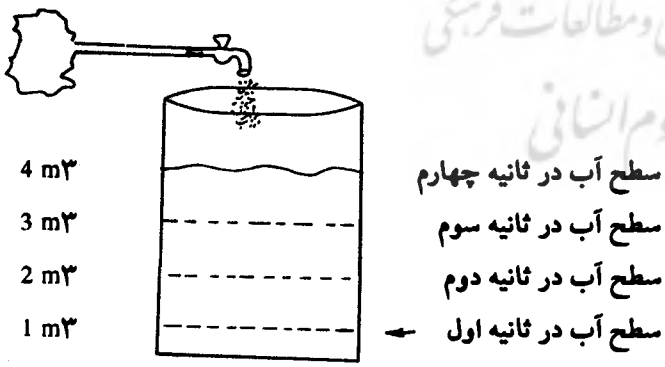
با این فرض، رابطه ریاضی بین جریان ورودی و سطح آب به شرح زیر خواهد شد: $LEV(T) = 1 \times T$

بدین ترتیب سطح آب مخزن، به طور مستقیم و خطی، تابعی از زمان است. پس با گذشت یک ثانیه از آغاز جریان ورودی، سطح آب مخزن چنین خواهد بود: $LEV(1) = 1 \times 1 = 1\ m^3$

در پایان ثانیه دوم سطح آب مخزن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$LEV(2) = 1 \times 2 = 2$ متر مکعب

به همین ترتیب در ثانیه سوم ۳ و در ثانیه چهارم ۴ متر مکعب آب در مخزن خواهیم داشت:

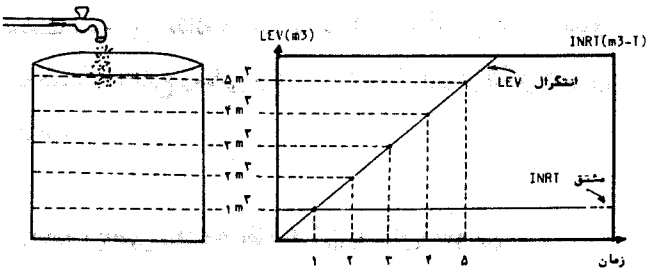


شکل شماره ۳- انباشتگی آب در مخزن با نرخ ثابت یک متر مکعب در ثانیه (INRT = 1)

میزان ثابت ورودی به مخزن در هر ثانیه، در زبان ریاضی مشتق نامیده می‌شود. مشتق بیانگر چگونگی تغییرات حاصله در

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

تابع است. اما سطح آب انباشته مفهوم انتگرال را می‌رساند. بیان گرافیکی تجمع آب در مخزن چنین است:

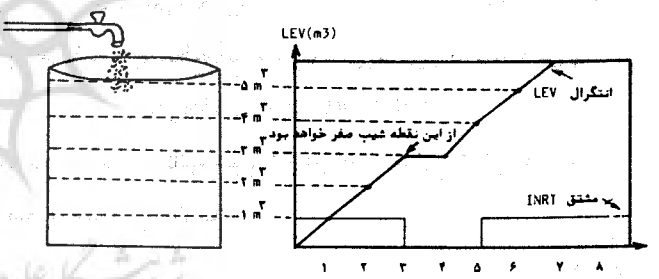


شکل شماره ۴- مقایسه نمودار ریاضی در محورهای مختصات با شکل عمومی مخزن

از آنجا که یکی از خصوصیات انتگرال، محاسبه مساحت زیر منحنی است۱۴، به خوبی می‌توان دید که مساحت زیر خط INRT برابر با عرض نقطه متناظر روی منحنی LEV است.

۵ - قطع و وصل متغیر نرخ

حال فرض کنید که میزان آب ورودی تا ثانیه سوم ثابت بوده، سپس به مدت دو ثانیه قطع شده، مجدداً با همان نرخ برقرار می‌شود:

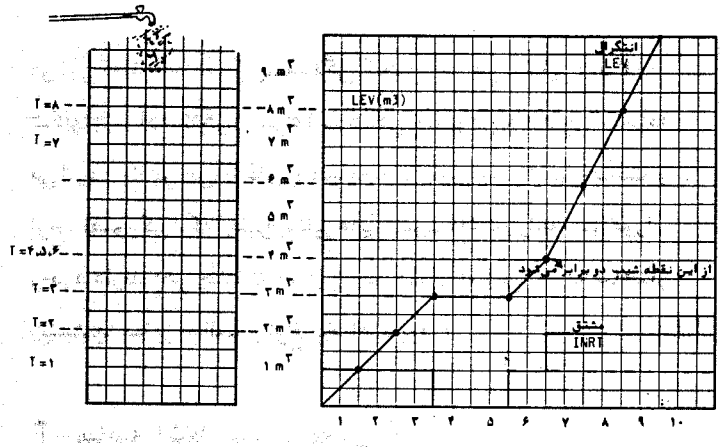


همان گونه که ملاحظه می‌شود، در فاصله ثانیه سوم تا پنجم هر چند میزان آب ورودی صفر می‌شود اما سطح آب مخزن ثابت خواهد ماند. (این مثال ساده، دلیل صفر بودن مشتق مقادیر ثابت را به خوبی ارائه می‌کند).

علاوه بر این مشاهده می‌شود که افزایش ناگهانی در میزان آب ورودی، منجر به تغییر ناگهانی در سطح آب مخزن نخواهد شد.

۶ - قطع و وصل و تغییرات در نرخ ورودی

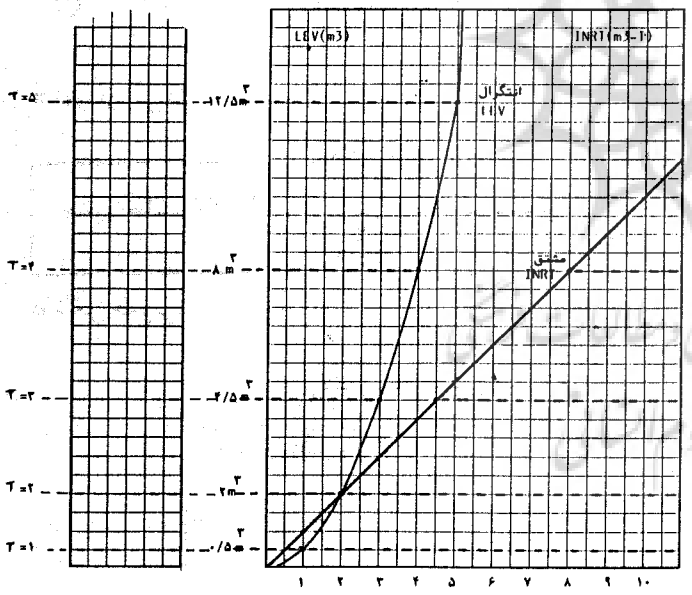
در یک وضعیت پیچیده‌تر اگر در ثانیه ششم میزان آب ورودی دو برابر شده و همچنان ثابت بماند شکل شماره ۵ حاصل خواهد شد:



دو برابر شدن جریان ورودی، موجب شده است که در یک ثانیه دو برابر میزان قبلی به سطح آب مخزن اضافه شود. بنا براین دو برابر شدن مشتق بدین معنی است که نرخ تغییرات تابع، در واحد زمان دو برابر می‌شود.

۷ - نرخ ورودی افزاینده

اگر میزان آب ورودی به طور یکنواخت افزایش یابد، مثلاً از صفر در زمان آغاز، به طور یکنواخت به یک در ثانیه اول و دو در ثانیه دوم و سه در ثانیه سوم و ... برسد شکل شماره ۶ به دست خواهد آمد:



شکل شماره ٦

محاسبات عددی

چون افزایش نرخ ورودی ثابت فرض شده، پس در ثانیه اول $\frac{0+1}{2}$ = ۰/۵، در ثانیه دوم (بدون احتساب آنچه که در ثانیه اول

ریخته شده بود) ۱/۵ = $\frac{۱+۲}{۲}$، در ثانیه سوم (بدون احتساب آنچه که در ثانیه‌های اول و دوم ریخته شده بود) ۲/۵= $\frac{۲+۳}{۲}$ و ... به آب مخزن اضافه خواهد شد. جدول شماره ۱ همین محاسبات را نشان می‌دهد:

t	INRT درثانیه قبل	INRT در ثانیه فعلی	متوسط INRT	LEV(t)
۱	۰	۱	$\frac{۰+۱}{۲}$ = ۰/۵	۲(۱)$\frac{۱}{۲}$ یا ۰/۵ =۰+۰/۵
۲	۱	۲	$\frac{۱+۲}{۲}$ = ۱/۵	۲(۲)$\frac{۱}{۲}$ یا ۲ = ۰/۵+۱/۵
۳	۲	۳	$\frac{۲+۳}{۲}$ = ۲/۵	۲(۳)$\frac{۱}{۲}$ یا ۴/۵ = ۲+۲/۵
۴	۳	۴	$\frac{۳+۴}{۲}$ = ۳/۵	۲(۴)$\frac{۱}{۲}$ یا ۸ = ۴/۵+۳/۵
T				۲(T)$\frac{۱}{۲}$

جدول شماره ۱ - محاسبات عددی برای افزایش یکنواخت آب ورودی

از جدول شماره ۱ می‌توان رابطه ریاضی بین سطح آب مخزن و میزان آب ورودی را به دست آورد:

$$LEV(t) = \frac{1}{2}(t)۲$$

سطح آب مخزن در زمان t = LEV(t)

اما از سوی دیگر داریم:

زمان =T INRT=T

نرخ ورودی در هر ثانیه =INET

از این دو رابطه می‌توان نتیجه گرفت که INRT مشتق LEV(t) است زیرا:

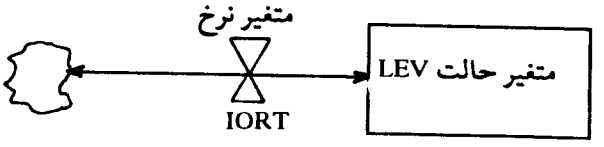
$$\frac{d\ LEV(t)}{d\ t} = ۲\times\frac{۱}{۲}\times(t)۲-۱=T$$

توضیح: مشتق LEV(t) برابر با t است و ازطرفی INRT طبق فرض مساله در هر ثانیه یک واحد افزایش یافته و با t برابر است پس: نرخ ورودی INRT= مشتق LEV(t) =t

جریان دو طرفه یک نرخ ورودی - خروجی

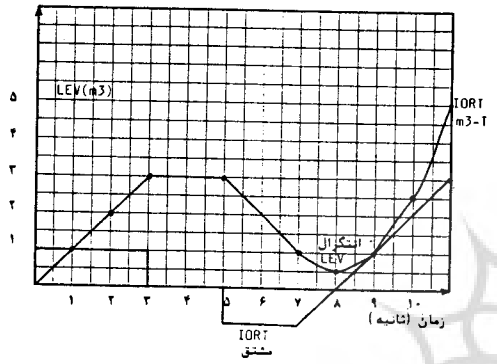
INPUT-OUT PUT FLOW

اگر شیر آب ورودی در مقاطعی از زمان به شیر آب خروجی تبدیل شود، نمودار جریان بدین صورت خواهد بود:



INPUT-OUTPUT-RATE

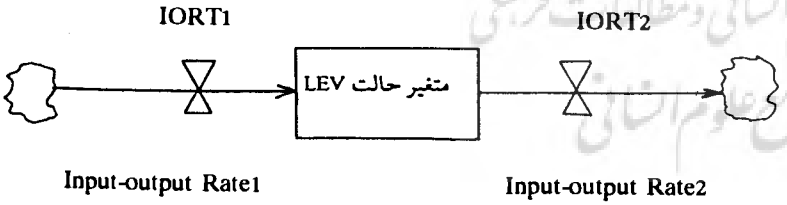
به منظور رعایت اختصار، از نمایش شکل عمومی مخزن آب و رابطه ریاضی خودداری کرده، صرفاً به ترسیم نمودار در دستگاه مختصات می‌پردازیم. اگر از ابتدا تا ثانیه سوم، هر ثانیه به طور ثابت یک متر مکعب به سطح آب اضافه شود و از ثانیه سوم به مدت دو ثانیه شیر بسته و از ثانیه پنجم به مدت دو ثانیه در هر ثانیه یک متر مکعب از سطح آب کاسته شود و سپس به طور یکنواخت در هر ثانیه، یک متر مکعب افزایش یابد، نمودار آن به شرح شکل شماره ۷ خواهد بود:



شکل شماره ۷ - نمودار جریان دو طرفه ورودی - خروجی

یک جریان ورودی - یک جریان خروجی

اگر مخزن دارای دو شیر آب باشد که از یکی آب داخل، و از دیگری خارج شود، نمودار جریان زیر را خواهیم داشت:



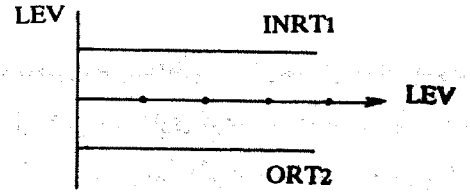
اگر شیر شماره یک با نرخ ثابت ورودی یک متر مکعب در ثانیه و شیر شماره دو با نرخ ثابت خروجی یک متر مکعب در ثانیه مفروض باشد، آنگاه میزان آب مخزن صفر خواهد بود:

INRT1 = 1m۳/s , ORT2 = 1m۳/s

LEV(t) =INRT1 - ORT2

= ۱ - ۱ = ۰

در این حالت نمودار سطح آب مخزن بر محور x ها منطبق خواهد شد.



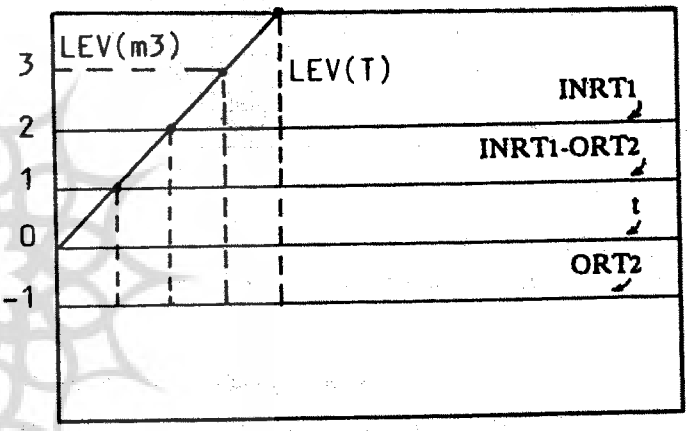
اگر شیر شماره یک با نرخ ثابت ورودی دو متر مکعب در ثانیه و شیر شماره دو با نرخ ثابت خروجی یک متر مکعب در ثانیه باشد خواهیم داشت:

$INRT1=2m^3/s$, $ORT3 = 1m^3/s$

$LEV(t) = INRT1 - ORT2$

$= ۲ - ۱ = ۱$

در این حالت نمودار سطح آب مخزن LEV(t) منطبق بر نیمساز ربع اول خواهد بود:



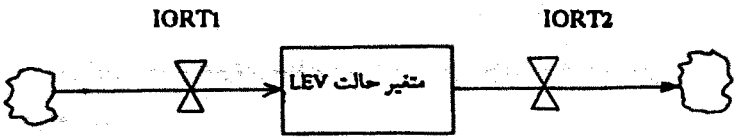
یادآوری مهم

شیرخروجی شماره (۲) به هیچ وجه نباید با شیر تحتانی که بر اثر فشار آب تخلیه می‌شود یکسان تلقی شود. مراجعه به قسمت سوم این مقاله در دانش مدیریت شماره ۲۰ نشان خواهد داد که شیر تحتانی داخل حلقه بازخوران قرار دارد در حالی که شیر خروجی در مثال کاملاً برون‌زا است.

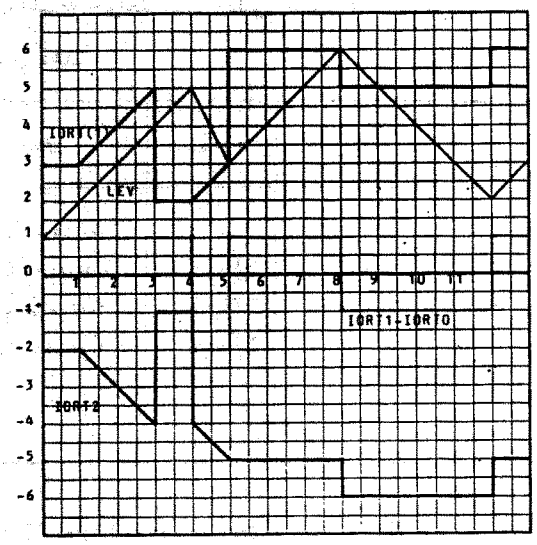
دو جریان دو طرفه ورودی - خروجی

اگر مخزن دارای دو شیر آب باشد که هر دوی آنها گاه ورودی و گاهی خروجی باشند نمودار جریان زیر به دست خواهد آمد.

نرخ ورودی - خروجی شماره ۲ نرخ ورودی خروجی شماره ۱



برای ارائه مثالی در این زمینه، به ترسیم نمودار اکتفاکرده، توضیح و تشریح لازم را به عهده خواننده گرامی می‌گذاریم:



شکل شماره ۸- نمایش مخزن با دو شیر ورودی - خروجی در دستگاه مختصات

چند تمرین

برای هر یک از موارد ذیل با انتخاب محورها و مقیاسهای مناسب، نمودار نرخ برون‌زا و حالت را ترسیم کنید.

۱ - صندوق یک فروشگاه در بهار هر ماه یک میلیون ریال، در تابستان دو میلیون ریال و در پاییز و زمستان هر ماه یک میلیون ریال دریافتی دارد.

۲ - یک شعبه بانک در طول سال دریافتی‌ها و پرداختی‌های ذیل را داشته است:

(ارقام به میلیون ریال)

شرح	دریافتی‌ماهانه	پرداختی ماهانه
فروردین - اردیبهشت	۳	۲
خرداد	۵	۶
تیر - مرداد - شهریور	۸	۷
مهر - آبان - آذر	۳	۳
دی	۴	۳
بهمن	۱	۰
اسفند	۲	۱
جمع		

۳ - از یک نمایشگاه صنعتی که به مدت یک هفته برگزار شده بود، در سه روز اول هر روز هزار نفر، روز چهارم صفر و روزهای پنجم، ششم و هفتم هر روز دو هزار نفر بازدید کرده‌اند.

۴ - تغییرات آب در یک سد مطابق جدول زیر بوده است (موجودی اول سال ۱۰ هزار متر مکعب)

(ارقام برای کل فصل و به هزار متر مکعب)

	ریزش باران	ریزش برف	تبخیر	خروج از دریچه‌ها
بهار	۵	۰	۱	۳
تابستان	۱	۰	۲	۴
پاییز	۴	۲	۲	۵
زمستان	۳	۴	۰	۲

۵ - تعداد اولیه شاغلان یک سازمان ۱۰۰ نفر بوده و تغییرات آن مطابق جدول زیر است:

	استخدام	اخراج	بازنشستگی
فروردین	۲۰	۰	۱۰
اردیبهشت	۳۰	۵	۵
خرداد	۴۰	۱۰	۰
تیر	۲۵	۰	۵
مرداد	۱۵	۵	۰
شهریور	۰	۰	۰

منابع و مآخذ:

1- Richardson. George. P. & Pugh III Alexander L. Introduction to System Dynamics", modeling with DYNAMO The MIT press, 1969, PP 38.

۲- برای مشاهده یک نمونه عملی، توجه خواننده اندیشمند را به مقاله تحقیقی دکتر علی نقی مشایخی و مهندس محمد باخدابا عنوان «استراتژی مالی برای توسعه منابع آب کشور» در نشریه شماره ۱۹ دانش مدیریت زمستان ۷۱ جلب می‌نماید.

3- Forrester, Jay, W. "Market Growth as Influenced by Capital Investment", Industrial Management Review Vol, Ix No.2 Winter 1968, PP. 83-105.

4- Richardson & Pugh Op. Cit., PP. 67.

۵- علامه محمد اقبال لاهوری، کلیات اشعار فارسی، مقدمه و حواشی از م، درویش، چاپ دوم، (تهران: سازمان انتشارات جاویدان) ۱۳۶۱، صفحه ۲۸۹.

توضیح: این قطعه با عنوان زندگی و عمل در جواب نظم هاینه شاعر معروف آلمانی سروده شده است.

۶- برای آشنایی بیشتر با مرابحه ساده و مرکب به کتابهای مدیریت مالی و یا ریاضیات در مدیریت از جمله کتاب ذیل مراجعه شود:

دکتر حسن ستاری، ریاضیات در مدیریت، بازرگانی و حسابداری، چاپ پنجم (تهران، انتشارات دانشکده علوم اداری و مدیریت‌بازرگانی، ۱۳۵۳) فصلهای ۷ و ۹.

7- Forrester Jay, W. World Dynamics, Wright - Allen press, Massachusetts, 1971.

8- Reference Manual of PD plus, DYNAMO Program series Pugh - Robert Association, Inc, 1989 PP. 24-25.

9- Webster handy college Dictionary, a SIGNET book from NEW AMERICAN LIBRARY, 1972, PP. 78.

10,11- Richardson & Pugh, Op Cit, PP. 78.

12- Op Cit, PP. 75.

13- Goodman M, R. Study Notes m System Dynamics (Wright - Allen press, 1971)

۱۴ - وبر، جین، اِ. تحلیلهای ریاضی و کاربرد آن در اقتصاد و بازرگانی، ترجمه حسین‌علی پورکاظمی جلد دوم (تهران، انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۶۷).

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی