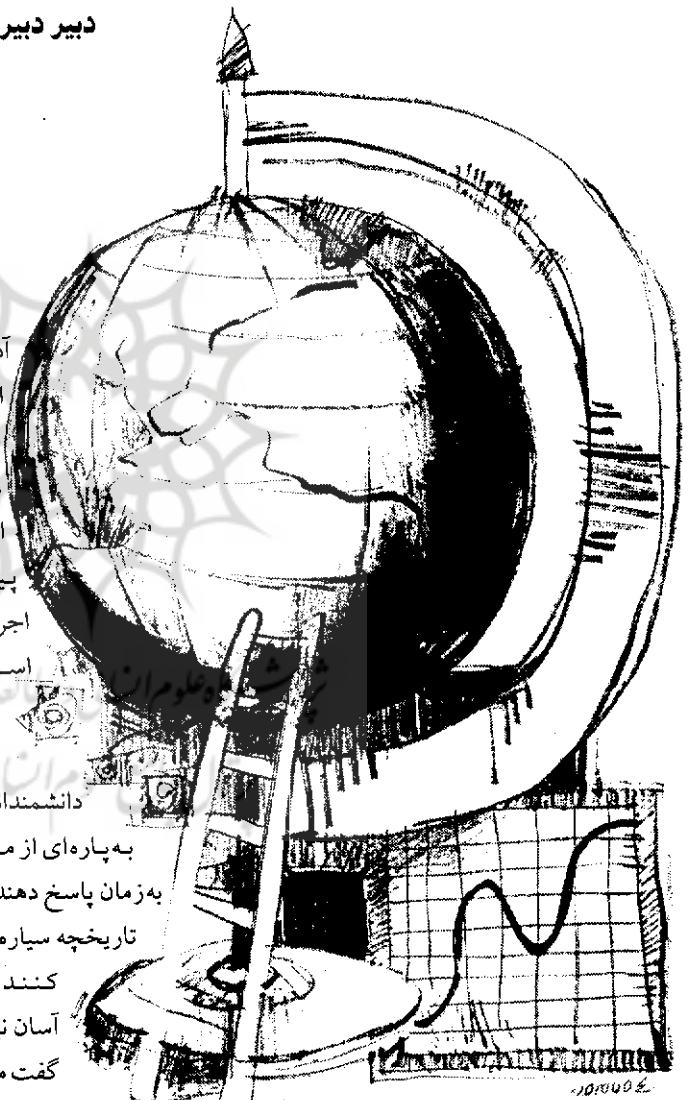
تعیین سن زمین و پدیده‌های روی آن از طریق نیم‌عمرها

عبدالعلی کمانه
دبیر دبیرستانهای داراب



قرنهای متمادی آدمی در این اندیشه بود که چه مقدار از عمر زمین گذشته است و آیا زمان پیدایش زمین و اجرام آسمانی یکی است؟ سرانجام در طول ۲۰۰ سال گذشته دانشمندانی موفق شدند به‌پاره‌ای از مسائل مربوط به‌زمان پاسخ دهندو قسمتهائی از تاریخچه سیاره زمین را معلوم کنند. تعریف زمان آسان نیست ومی‌توان گفت معمولاً آنچه که ما را از گذشت زمان آگاه میکند تغییر است. این تغییر میتواند بر همه جلوه‌های جغرافیائی مانند گیاهان و جانوران اثر گذارد مانند رشدجانوران یا رشد بلورها و هوازدگی فرسایش که همه اینها تابع زمان هستند. کوههائی که از سطح زمین برمی‌خیزند و فرسوده و صاف می‌شوند. پیدایش و نابودی یک کوه در فاصله صدها میلیون سال صورت می‌پذیرد اما گیاهان و جانوران عمری بس کوتاه‌تر دارند. در تعیین سن کره‌زمین نیز از سوی تبدیلات اتمی استفاده میگردد. هر یک از ایزوتوپهای ناپایدار رادیواکتیو دریک زمان تخریب نمی‌شوند و از آنجا که حتی درمقدار جزئی از یک عنصر رادیو اکتیو میلیاردها اتم وجود دارد میتوان سرعت تخریب را در آن عنصر تعیین کرد و وقتی که این سرعت متوسط پیدا شد باکمک آن میتوان تعیین کرد که چه مدت طول میکشد تا ۵۰٪ از اتمهای عنصر موردنظر تخریب شوند. این مدت را نیم‌عمر نامند که البته نیم‌عمر مواد رادیواکتیو از کسر ثانیه (اتم‌سزیم) تا میلیاردها سال (U^{238}_{92}) تغییر میکند و البته جای ذکر است که درمحاسبه سن پدیده‌های روی سطح زمین باید از آن دسته از ایزوتوپهائی بانیم‌عمر کمتر استفاده کرد. معمولاً در تعیین عمر و سن آثار و اشیا

باستانی از نیم‌عمر کربن (۱۴) و در تعیین سن کره زمین از نیم‌عمر (U_{92}^{238}) استفاده میشود. چون نیمه‌عمر کربن (۱۴) در هر دوره تناوبی ۵۷۰۰ سال میباشد و حداکثر سنی که با این ایزوتوپ قابل محاسبه است ۶۰۰۰۰ سال می‌باشد. درحالیکه این مدت برای اورانیوم (۲۳۸) برابر ۴/۵ میلیارد سال است و لذا از آن میتوان علاوه‌بر تعیین عمر زمین عمر سایر سیاراتی که به‌آنها دسترسی دارد نیز استفاده نمود.

استفاده از ریاضیات در محاسبه نیم عمرها

فرمول مورد استفاده در محاسبه نیم‌عمرها به‌صورت معادله $A = ce^{kt}$ می‌باشد که ازشکل کلی معادله‌نمائی به فرمول $y = ae^{Bx}$ منتج گردیده است. (۱)

مثال. تخریب رادیوم بانیم‌عمر ۱۶۹۰ سال می‌باشد. بعبارت دیگر در این مثال ۶۰ گرم رادیوم بعداز ۱۶۹۰ سال به ۳۰ گرم و بعداز ۱۶۹۰ سال دیگر به ۱۵ گرم و الی آخر کاهش می‌یابد.

t زمان به سال	۰	۱۶۹۰	۳۳۸۰	۵۰۷۰
A مقدار به گرم	۶۰	۳۰	۱۵	۷/۵

همانگونه که مشاهده میشود در اینجا رگرسیون ۱۰۰٪ منفی می‌باشد بنابراین می‌توان از فرمول $A = ce^{kt}$ در ابداع روند تخریب این عنصر رادیواکتیو استفاده نمود.

اگر ما $C = ۶۰$ گرم بعنوان پایه و $A = ۶۰$ برای تناوب اول قرار دهیم با توجه به مدت زمان نیم‌عمر که ۱۹۶۰ سال است ($t = ۱۹۶۰$) میتوانیم نتیجه بگیریم که:

$$A = ۶۰e^{k۱۶۹۰}$$

جهت محاسبه به طریق زیر عمل می‌نمائیم:

$$۳۰ = ۶۰e^{k۱۶۹۰}$$

$$\frac{۳۰}{۶۰} = e^{k۱۶۹۰}$$

$$Ln/۵ = k۱۶۹۰$$

$$\frac{Ln/۵}{۱۶۹۰} = k$$

$$k = -/۰۰۰۴۱$$

بنابراین شکل کلی معادله بصورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$A = ۶۰e^{(-/۰۰۰۴۱\,t)}$$

حال با استفاده از این معادله درصورتیکه ما زمان را به (t) بدهیم مقدار ایزوتوپ ناپدار باقیمانده بدست می‌آید و درصورتیکه مقدار ایزوتوپ ناپایدار باقیمانده را به (A) بدهیم زمان تخریب ایزوتوپ را بدست می‌دهد. علت استفاده از این فرمول به این جهت است که معمولاً ما در مطالعات و پژوهشهای تعیین سن مطلق زمین یا عوارض روی آن در مقیاسهای زمانی کوتاه‌تر از یک دوره کامل تفاوت نیم‌عمر روبرو هستیم. مثلاً حتماً ۱۶۹۰ سال نگذشته است که ۶۰ گرم رادیوم به ۳۰ گرم تبدیل شود چون شاید بجای ۳۰ گرم رادیوم ۳۳/۳۸۷، گرم اورانیوم باقی مانده باشد یا شاید بجای ۱۶۹۰ سال فقط ۱۳۰۵/۳۶۱ گذشته باشد. در اینصورت جهت محاسبه سن یا باقی‌مانده ایزوتوپ ناپایدار باید حتماً از فرمول فوق الذکر استفاده شود.

مثال اول: محاسبه نمائید که بعداز ۱۸۹ سال از ۶۰ گرم رادیوم بانیم‌عمر ۱۶۹۰ سال چند گرم باقی خواهد ماند:

حل مثال اول:

$$A = ۶۰e^{-/۰۰۰۴۱\,t}$$

$$A = ۶۰e^{-/۰۰۰۴۱\times۱۸۹}$$

$$A = ۶۰(۲/۷۱۸)^{-/۰۷۷۵}$$

$$A = ۶۰\times/۹۲۵$$

گرم رادیوم باقیمانده بعداز ۱۸۹ سال

$$A = ۵۵/۵۳$$

مثال دوم: محاسبه نمائید که بعداز چند سال ۴۵/۲ گرم رادیوم از ۶۰ گرم کلی اولیه باقی خواهد ماند. حل:

$$A = ۶۰e^{-/۰۰۰۴۱\,t}$$

$$۴۵/۲ = ۶۰e^{-/۰۰۰۴۱t}$$

$$\frac{۴۵/۲}{۶۰} = e^{-/۰۰۰۴۱t}$$

$$\frac{Ln(\frac{۴۵/۲}{۶۰})}{-/۰۰۰۴۱} = t$$

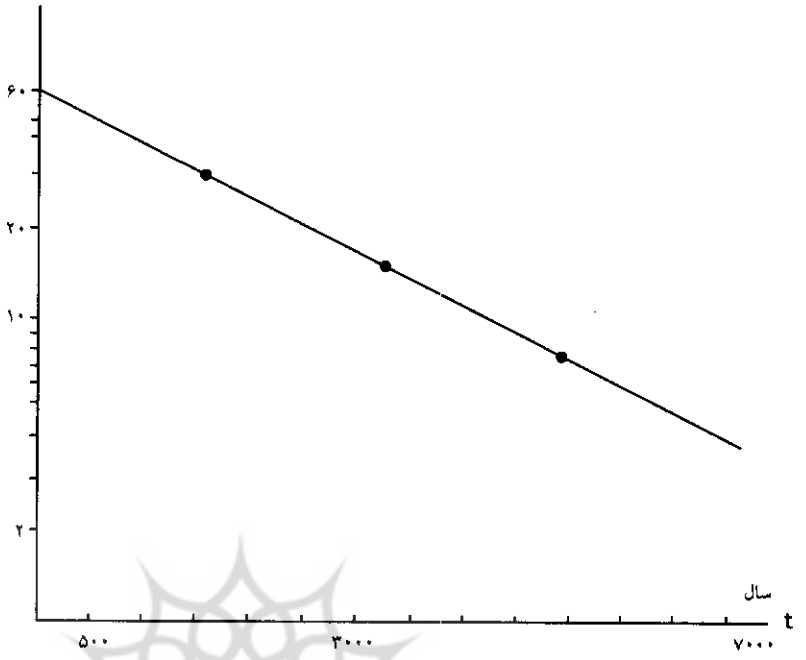
$$t = ۶۹۰/۸۵ \quad \text{سال}$$

یعنی بعداز گذشت ۶۹۰ سال و ۳۱۰ روز و یازده ساعت و ۶ دقیقه ۶۰ گرم رادیوم به ۴۵/۲ کاهش خواهد یافت. البته اگر بخواهیم با دقت بسیار زیاد محاسبه را انجام دهیم باید اعداد و ضرائب را با تقریب ۰/۰۰۰۰۰۱ گرد کنیم. گرچه در مثالهای فوق تقریب گردشدگی ۰/۰۰۱ می‌باشد ولی بعنوان مثال با فرض اینکه مدت دقیق‌تر در مسائل فوق مدنظر باشد میتوان اظهار داشت که ۶۹۰ سال و ۲۱۹ روز و ۱۳ ساعت و ۳۵ دقیقه و ۳/۶ ثانیه طول خواهد کشید تا ۶۰ گرم رادیوم به ۴۵/۲ گرم کاهش یابد.

استفاده از نمودار در محاسبات نیم عمر ایزوتوپهای رادیواکتیو

الف. نمودار نیمه‌لگاریتمی نمودار مورد استفاده در محاسبات نیم‌عمر رادیواکتیو نموداری است نیمه‌لگاریتمی به‌اساس محور عمودی (A) و تقسیم‌بندی معمولی عددی به‌اساس محورافقی (t). خاصیت رسم چنین نموداری پیدایش خطی مستقیم به معادله

$y = ae^{Bx}$ می‌باشد و علت اهمیت این خط اینست که ما از روی آن با اختصاص مقادیر مختلف به (t , A) ـ میتوانیم مختصات



شکل یک : نمودار نیمه لگاریتمی طبیعی حاصل از اعمال تابع نمائی

مقداری ویا زمانی متقابل را محاسبه کنیم. البته اگرچه این محاسبه بسیار سهل خواهد بود ولی از دقت کافی برخوردار نخواهد بود.

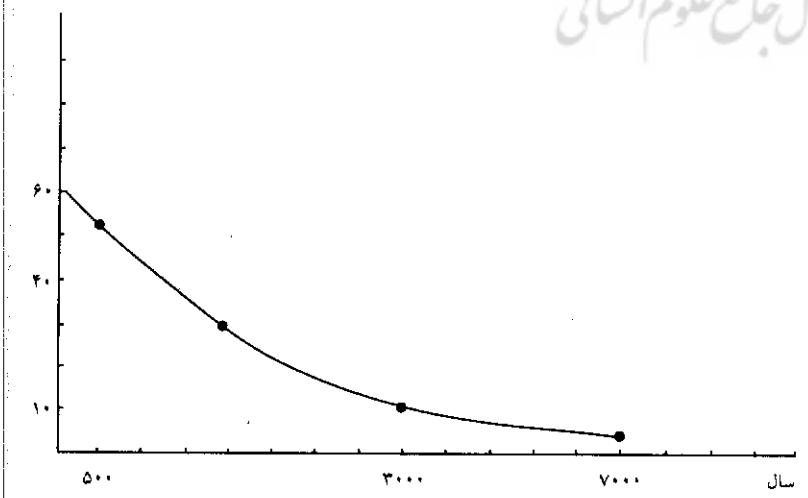
رسم این نمودار نیمه‌لگاریتمی بدو صورت امکان‌پذیر است: اول از طریق رسم مختصات جدول سری تبدیلات رادیوم «که برای مثال بدان اشاره شده است». دوم از طریق دادن مقادیر متوالی و دلخواه به معادله ($A = 60e^{-0/0004t}$). به‌همین منظور ذیلاً اقدام به‌رسم نمودار نیمه‌لگاریتمی در مثال جدول رادیوم میگردد. ابتدا روی محور افقی (t) به فواصل دلخواه و مساوی طول و زمان را تاهر اندازه مایل باشیم را معین نموده و سپس محور عمودی (A) را به مقیاس لگاریتم طبیعی قسمت‌بندی مینمائیم جای ذکر دارد که افزایش طول هر دو محور افقی و عمودی بدلخواه می‌باشد و میتوان تا اعداد خیلی بالا نیز ادامه داد و این بستگی به‌نظر طراح نمودار دارد. (شکل یک)

برای نمونه مقادیر رادیوم باقیمانده را برای ۱۰۰۰ و ۳۰۰۰ و ۴۰۰۰ هزار سال از روی نمودار فوق محاسبه کنید.

مقادیر بدست آمده برای (A) به‌ترتیب ۳۹ و ۱۷ و ۱۱ گرم میباشد که اگر این مقادیر را با معادله کلی ($A = 60e^{-0/0004t}$) محاسبه نمائیم با اندکی اختلاف حداکثر تا ۰/۴ گرم با مقادیر اصلی مطابقت دارد. همچنین در صورتیکه ما به معادله ($A = 60e^{-0/0004t}$) نیز به‌تناوب به (A) و (t) مقادیر زمانی و مقداری داده و مختصات بدست آمده را روی نمودار نیمه‌لگاریتمی علامت‌زده و خط آنرا رسم نمائیم که باز هم خط بوجود آمده برخط ترسیم شده از مختصات جدول تبدیل این ایزوتوپ مورد مثال «رادیوم» منطبق خواهد بود.

در استفاده از نمودار فوق باید توجه داشت که در سری تبدیل برای دوره‌های چندین هزار ساله بدلیل کمبود وسعت جهت ترسیم محور (A) و (t) به‌مشکل برخورد خواهیم کرد خصوصاً روی محور (t) و اگر هم که مقیاس را خیلی کوچک انتخاب کنیم از دقت عمل کاسته خواهد شد. برای مثال اگر بخواهیم حساب کنیم که بعد از ۴۰۰۰۰۰ سال چند گرم از رادیوم باقی خواهد ماند

t زمان	۶۵۰۰	۴۰۰۰	۲۰۰۰	۵۰۰
A مقدار	۴/۲	۱۱/۶	۲۶/۴	۴۹



شکل دو : نمودار خطی معمولی حاصل از اعمال تابع نمائی

ناچار باید از فرمول و آنهم بادقت /۰ ۰۰۰۰۰۱ استفاده کنیم که با این دقت فرمول به اینصورت تصحیح خواهد گردید.

$A = ۵۹/۹۹۹۹۹۹۹۶ \times e^{-۴۸۰۱۴۶۲۶^{-۹} \times t}$

در این فرمول اگر به(t) مقدار ۴۰۰۰۰۰ سال بدهیم مقدار بعداز محاسبه برابر با $۳/۳۷۶^{-۷}$ گرم بدست خواهد آمد.

سئوال. محاسبه کنید بعداز چند سال رادیوم فرضی ما درمورد فوق کاملاً به ماده پایدار تبدیل خواهد گردید؟

جواب. این مقدار رادیوم بعداز ۵۶۵۰۰۰ سال به مقدار $۱/۳۷۳۸۶۹۹۸۸^{-۹۹}$ گرم خواهد رسید و در سال ۵۶۶۰۰۰ از نظر ریاضی مستهلک و به ماده پایدار تبدیل خواهد گردید. بنابراین از این ایزوتوپ میتوان برای سنجش سن تا سقف فوق استفاده نمود.

ب. رسم نمودار معمولی در این نمودار معیار تعیین مختصات همان فرمول کلی($A = ۶۰e^{-۰/۰۰۰۴۱t}$) و رسم آن روی محورهای (A) و (t) معمولی می‌باشد. در این حال محور (t) و(A) را با تقسیم‌بندی معمولی تشکیل میدهیم سپس به معادله ($A = ۶۰e^{-۰/۰۰۰۴۱t}$) به‌ازای (t) و محاسبه (A) و به‌ازای (A) و محاسبه (t) چند نقطه فرضی را تعیین نموده و نمودار را رسم میکنیم. (شکل دو)

در این نمودارها فقط میتوانیم تصوری از چگونگی مقدار کاهش رادیوم و تبدیل آن به عنصر پایدار در طی زمان بدست آوریم و اگرچه میتوان بطور نسبی از این نمودار نیز مقدارهای (t) و (A) را محاسبه کرد اما اولاً زمان و مقدار محاسبه خیلی کمتر از نمودار نیمه‌لگاریتمی است و ثانیاً در کارهای دقیق باید حتماً از معادله آنهم بصورت کلی استفاده گردد.

دلیل استفاده از معادله ($A = ce^{kt}$) در محاسبه نیم‌عمرها

دلیل استفاده از این فرمول علاوه بر نمائی بودن صعود دوره‌های زمانی و کاهش مقادیر رادیواکتیو اینست که در مقایسه با فرمهای

۹۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۵۰۰۰۰۰۰۰	۰	t زمان
۱۲۵	۲۵۰	۵۰۰	A مقدار

همبستگی خطی $y = mx + b$

همبستگی لگاریتمی $y = m\ln x + b$

همبستگی توانی $y = bx^m$

همبستگی نمائی از مقدار بیشتری برخوردار میباشد بطوری که این همبستگی بین دو متغیر (A) و (t) در همبستگی خطی ۰/۹۵۹۱۶۶۳-

در همبستگی لگاریتمی ۰/۹۵۴۶۵۷۷-

در همبستگی توانی ۰/۸۳۹۹۰۵۵۹-

در همبستگی نمائی ۰/۹۹۹۹۹۹۹۹-

می‌باشد. البته همانگونه که ذکر شد همبستگی بالاتر در رگرسیون نمائی همان اکسپونشال بودن متغیرهای (A) و (t) میباشد.

نتیجه گیری

بعداز مطالعه این بحث انتظار میرود که خواننده محترم قادر به ساخت معادله جهت محاسبه هریک از نیم‌عمرها باشد. برای مثال در صورتیکه از ۵۰۰ گرم اورانیوم ۲۳۸ میزان ۳۴۲/۵ گرم به سرب ۲۰۶ تبدیل شده باشد با توجه به نیمه‌عمر ۴/۵ میلیارد سالی اورانیوم ۲۳۸ مطلوب است مدت‌زمان این تخریب را محاسبه کنید.

جواب .....

ساختن معادله .....

$A = ۴۹۹/۹۹۹۹۹۹۸ \times e^{-۱/۵۴۰۳۲۷۰۶^{-۱۰} \times t}$

مقدار اورانیوم

۱۵۷/۵ ۵۰۰ - ۳۴۲/۵

باقیمانده

اعمال فرمول

$۱۵۷/۵ = ۴۹۹/۹۹۹۹۹۹۸ \times e^{-۱/۵۴۰۳۲۷۰۶^{-۱۰} \times t}$

$$t = \frac{\mathrm{Ln}\left(\frac{۱۵۷/۵}{۴۹۹/۹۹۹۹۹۹۸}\right)}{-۱/۵۴۰۳۲۷۰۶^{-۱۰}} = ۷۴۹۹۵۹۳۲۱۰$$

البته میتوان محاسبات را با این دقت محاسبه ننمود و این بستگی به نیاز پژوهشگر دارد.

پی نویس:

CALCULUS -Louis Leithold – چاپ ۱۹۷۶

صفحه ۴۲۱