

## مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی در انتخاب

### پرتفولیوی بهینه

دکتر غلامرضا اسلامی بیدگلی<sup>۱</sup> - احمد تلنگی<sup>۲</sup>

#### چکیده مقاله

برنامه‌ریزی آرمانی از کاربردی‌ترین تکنیک‌های تحقیق در عملیات است که برای اولین بار در سال ۱۹۶۱ توسط چارلز و کوپر ارائه گردید. در برنامه‌ریزی آرمانی (GP) راه حرکت همزمان به سوی چندین هدف (حتی متضاد با هم) مهیا می‌گردد. اگرچه مدل برنامه‌ریزی کوادراتیک مارکویتز معتبرترین مدل برای انتخاب پرتفولیوی اوراق بهادار می‌باشد، لیکن به خاطر مشکلات محاسباتی و فنی و همچنین عدم در نظر گرفتن خواسته‌های شخص سرمایه‌گذار در مدل وی، صاحب‌نظران تئوری‌های مالی مدل‌های متنوعی را برای این انتخاب ارائه نموده‌اند.

در این مقاله ما ابتدا به سیر تکاملی مدل‌های پیشنهادی انتخاب پرتفولیوی بهینه که در ادبیات مالی رایج می‌باشند، می‌پردازیم و سپس با بیان نقاط ضعف و قوت هر یک از مدل‌های فوق به مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی اشاره می‌نماییم. در پایان به نتیجه‌گیری از مباحث فوق

---

۱- عضو هیأت علمی دانشگاه تهران

۲- کارشناس ارشد مدیریت بازرگانی - گرایش مالی - دانشگاه تهران

می‌پردازیم.

## واژه‌های کلیدی

برنامه‌ریزی آرمانی - انتخاب پرتفولیو - مرز کارا - میانگین - واریانس - ریسک - عایدی - ترجیحات سرمایه‌گذار - تابع مطلوبیت - مدل تک شاخصی - مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای - تئوری قیمت‌گذاری آربیتراژ - مدل کوواریانس.

## مقدمه

در قرن ۱۸، برنولی و کرامر<sup>۱</sup> به این نتیجه رسیدند که تصمیمات تحت شرایط عدم اطمینان نباید تنها بر اساس عایدات مورد انتظار انجام پذیرند. (۱۱)

تا سال‌های اولیه قرن بیستم سرمایه‌گذاران از نسبت‌های بازده سرمایه‌گذاری برای اخذ تصمیم پیرامون سرمایه‌گذاری‌های رقیب استفاده می‌نمودند. اگر چه این نسبت‌ها کاربردی فراگیر یافتند ولی به لحاظ اینکه ارزش زمانی پول و ریسک سرمایه‌گذاری را مد نظر قرار نمی‌دادند از دهه ۱۹۲۰ مفهوم ارزش زمانی پول در فرمول‌بندی طرح‌های سرمایه‌گذاری در ادبیات اقتصاد و مالی و سرمایه‌گذاری وارد شد. (۱۵)

در سال ۱۹۵۹ مارکویتز و توبین تئوری سرمایه‌گذاری خویش را تحت شرایط عدم اطمینان بر مبنای میانگین و ریسک عایدات بیان نمودند. (۱۱) می‌توان گفت که تا دهه ۱۹۵۰ ریسک یک عامل کیفی شمرده می‌شد تا اینکه با تلاش‌های مارکویتز ریسک کمیّت پذیر شد و انحراف معیار طرح‌های سرمایه‌گذاری به عنوان کمیّت و سنجش ریسک معرفی گردید. (۱۵) در اواخر دهه شصت میلادی بسیاری از مسائل مالی - اقتصادی با استفاده از تکنیک‌های تحقیق در عملیات مورد بررسی قرار گرفتند و روش‌های بهینه‌سازی برای یافتن جواب بهینه مسائل مالی - اقتصادی ارائه شدند. به طوری که امروزه ابزارهای تحقیق در عملیات همانند تجزیه و تحلیل تصمیم، برآوردهای آماری، شبیه‌سازی، فرایندهای احتمالی، بهینه‌سازی،

سیستم‌های پشتیبانی تصمیم‌گیری و هوش مصنوعی، جزئی جدایی‌ناپذیر از برخی جنبه‌های عملیات مالی می‌شوند. (۹)

در بیشتر مدل‌های پیشنهادی برای مدیریت پرتفولیو، مدل ساده شده جهان جایگزین جهان واقعی می‌گردد. توجه به سرمایه‌گذار عادی بجای سرمایه‌گذار خاص (ویژه) و آنچه که هست، خود شاهدی بر این مدعاست. مفروضات بیان شده برای توصیف سرمایه‌گذار معمولی اغلب ناکافی و حتی گمراه‌کننده می‌باشد. برای مثال مدل میانگین - واریانس<sup>۱</sup> (M-V) مارکوویتز را در نظر بگیرید. این مدل نه تنها مشهورترین بلکه متداول‌ترین رویکرد در مسأله تصمیم‌گیری در مورد سرمایه‌گذاری می‌باشد. (۱۳) همچنان که به عقیده مائوکارترین ابزار برای انتخاب پرتفولیوی بهینه مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده توسط مارکوویتز می‌باشد. (۶) بکارگیری این معیار دو بعدی در جهان واقع احتمالاً بسیار مشکل می‌باشد به خاطر اینکه M-V مفروضات بسیاری را در مورد ترجیحات سرمایه‌گذار و یا در بیان بدیل‌های سرمایه‌گذاری در نظر می‌گیرد. (۱۳)

بیشتر مطالعات بعدی در رابطه با انتخاب پرتفولیو با توجه به عوامل پیشنهادی مارکوویتز بوده‌اند. (۵) و در تمامی مدل‌های فوق فرض بر این بوده که عامل ریسک صرفاً در انحراف معیار عایدات سرمایه‌گذاری ملحوظ می‌گردد.

ما در اینجا ابتدا سیر تکاملی مدل‌های انتخاب پرتفولیو را عنوان نموده و سپس با بیان نقاط ضعف و قوت هر یک از آنها به مدل‌هایی می‌پردازیم که نقاط ضعف مدل‌های فوق را تا حدودی برطرف می‌نمایند.

### مدل مارکوویتز

در سال ۱۹۵۰ مارکوویتز مدل پیشنهادی خود را برای انتخاب پرتفولیو ارائه نمود. (۴) همچنانکه اشاره کردیم اساس بیشتر مدل‌های موجود برای انتخاب پرتفولیو در ادبیات مالی را عوامل و فاکتورهای پیشنهادی مارکوویتز شکل می‌دهد. از برجسته‌ترین نکات مورد توجه

در مدل مارکویتز توجه به ریسک سرمایه‌گذاری نه تنها بر اساس انحراف معیار یک طرح بلکه با توجه به ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری می‌باشد. (۱۵) مدل مارکویتز به شرح زیر می‌باشد:

(۱۲)

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad -\lambda E_p + V_p \\ & E_p = \sum_{i=1}^N X_i E_i \quad \text{جایی که ؛} \\ & V_p = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j C_{ij} \\ & \text{S.T.} \\ & \sum_{i=1}^N X_i = 1 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

$\lambda$  = درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار

$E_p$  = عایدی مورد انتظار پرتفولیو علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

$V_p$  = ریسک پرتفولیو

$X_j$  = بخشی از بودجه کل که به سرمایه‌گذاری  $j$  اختصاص یافته است

$X_i$  = بخشی از بودجه کل که به سرمایه‌گذاری  $i$  اختصاص یافته است

$E_i$  = عایدی مورد انتظار طرح  $i$

$Cov(i,j) = C_{ij}$  = کوواریانس سرمایه‌گذاری  $i$  با سرمایه‌گذاری  $j$

$r_{ij} S_i S_j$  = ضریب همبستگی طرح  $i$  با طرح  $j$  ضریب انحراف معیار طرح  $i$  در

انحراف معیار طرح  $j$

چندی بعد به خاطر نواقص و مشکلاتی که مدل مارکویتز در خود داشت، بر اساس تئوری

بازار سرمایه، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای<sup>۱</sup> (CAPM) شکل گرفت. در حالی که مدل مارکوویتز هنجاری می‌باشد، (نشان می‌دهد که سرمایه‌گذاران باید چگونه رفتار نمایند) تئوری بازار سرمایه اثباتی است. در حقیقت تئوری‌های تعادل عمومی همانند؛ تئوری بازار سرمایه<sup>۲</sup> (CMT)، همراه با مدل‌های شبیه به خط بازار سرمایه<sup>۳</sup> (CML) و خط بازار اوراق بهادار<sup>۴</sup> (SML) و CAPM ما را در فهم و درک رفتار بازار یاری می‌دهند.

CAPM و CMT به عنوان مدل‌های تعادلی دارای مزایای عملی در تهیه؛

۱- مقیاسی از ریسک سیستماتیک،

۲- مقیاسی برای ارزشیابی اوراق بهادار،

۳- استاندارد برای مقیاس عملکرد می‌باشند. (۳)

## مدل شارپ

به خاطر محدودیت کاربرد و عدم تسری CAPM و CMT در مورد تک تک اوراق و مجموعه غیرکارا و محدودیت کاربرد در موارد تجربی، و همچنین مشکلات محاسبه و مشکلات فنی در مدل مارکوویتز، ویلیام شارپ در سال ۱۹۶۳ با تبیین ضریب حساسیت ( $\beta$ )، به عنوان ریسک، مدل تک شاخصی خود را عرضه نمود. (۱۵) می‌توان گفت که مدل تک شاخصی وسیله آزمایش CAPM می‌باشد. شکل هر دو مدل یکی می‌باشد و لیکن CAPM برحسب روابط ریسک - عایدی انتظاری بیان شده در حالی که مدل تک شاخصی یک مدل آماری برای بیان فرایند تهیه عایدی می‌باشد. مفهوم اساسی در مدل تک شاخصی این است که تمامی اوراق بهادار از نوسانات عمومی بازار تأثیر می‌پذیرند. (۳) مدل شارپ (تک

1- Capital Asset Pricing Model

2- Capital Market Theory

3- Capital Market Line

4- Capital Market Line

5- Security Market Line

شاخصی) به شرح زیر می‌باشد: (۱۲)

$$\begin{aligned} \text{Maximize } Z &= (1 - \lambda) E_p - \lambda b_p \\ \sum_{i=1}^N X_i &= 1 \\ 0 &\leq \lambda \leq 1 \\ E_p &= \sum_{i=1}^N X_i E_i \\ b_p &= \sum_{i=1}^N X_i b_i \\ b_i &= \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)} \end{aligned}$$

$E_p$  = بازدهی مورد انتظار پرتفولیو

$X_i$  = بخشی از بودجه کل که در طرح  $i$  ام سرمایه‌گذاری می‌گردد

$E_i$  = بازدهی مورد انتظار طرح  $i$  ام

$b_p$  = ریسک پرتفولیو

$b_i$  = نسبت کوواریانس عایدی ورقه  $i$  ام با بازار به واریانس بازار

$\lambda$  = درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار

مفروضات تئوری بازار سرمایه (۳)

فرضیات مشترک مدل مارکوویتز و CMT:

۱- سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزند.

۲- سرمایه‌گذاران پرتفولیوها را بر مبنای  $M - V$  مورد انتظار عایدی انتخاب می‌نمایند.

۳- سرمایه‌گذاران افق زمانی یک دوره‌ای را داشته و این برای تمامی سرمایه‌گذاران مشابه است.

۴- هر سرمایه‌گذاری تا بی نهایت قابل تقسیم است.

### فروضات اضافی

۵- وام دهی و وام‌گیری در نرخ بدون ریسک نامحدود می‌باشد.

۶- انتظارات سرمایه‌گذار نسبت به میانگین‌ها، واریانس‌ها و کوواریانس‌های عایدی اوراق همگن می‌باشد.

۷- هزینه مالیات و هزینه معاملاتی وجود نداشته و بازار در حالت رقابت کامل می‌باشد.

### مفروضات ضمنی در مدل مارکوویتز

۱) عایدی یک سرمایه‌گذاری بیانگر نتیجه سرمایه‌گذاری می‌باشد و سرمایه‌گذار توزیع احتمالی عایدات را در نظر می‌گیرد.

۲- برآورد سرمایه‌گذار از ریسک نسبتی از واریانس عایدی پرتفولیو یا ورقه بهادار می‌باشد. (۱۶)

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

### مفروضات مدل تک شاخصی (۱۵)

۱- معیار ارزیابی طرح‌های سرمایه‌گذاری، بازدهی مورد انتظار و انحراف معیار آن در طول یک دوره زمانی است.

۲- سرمایه‌گذاران اشباع‌ناپذیرند و در انتخاب بین دو طرح (پرتفولیو) به طرح پربازده توجه می‌نمایند.

۳- سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزند و در انتخاب دو طرح به طرح کم‌ریسک‌تر علاقمند هستند.

۴- هر دارایی به طور نامحدود قابل تجزیه و تقسیم می‌باشد.

۵- نرخ بدون ریسک وام‌دهی / وام‌گیری وجود دارد.

۶- هزینه معاملاتی و مالیات وجود ندارد.

مدل تک شاخصی بر فرضیه وجود ارتباط خطی معنی‌دار بین بازدهی مورد انتظار پرتفولیو و بازدهی مورد انتظار بازار استوار است. (۱۵)

مدل کوواریانس مارکوویتز و مدل خطی شارپ قادر به تعیین پرتفولیوی کارا می‌باشند. اما سرمایه‌گذار را در انتخاب پرتفولیوی‌هایی که با ترجیحات وی بهترین تناسب را داشته باشد یاری نمی‌دهند. ارجحیت سرمایه‌گذار به عنوان مجموعه‌ای از اهداف برای پرتفولیو همانند شرایط صنعت و ... به راحتی نمی‌تواند در مدل‌های فوق ادغام گردد. (۵) زیرا که شاید سرمایه‌گذار اهدافی به غیر از بیشینه‌سازی صرف ارزش مالی داشته باشد. برای مثال شاید یک نرخ رشد ثابتی از ارزش پرتفولیو یا یک نسبت سود پرداختی حداقلی را خواسته باشد. (۱۳)

## مدل راس

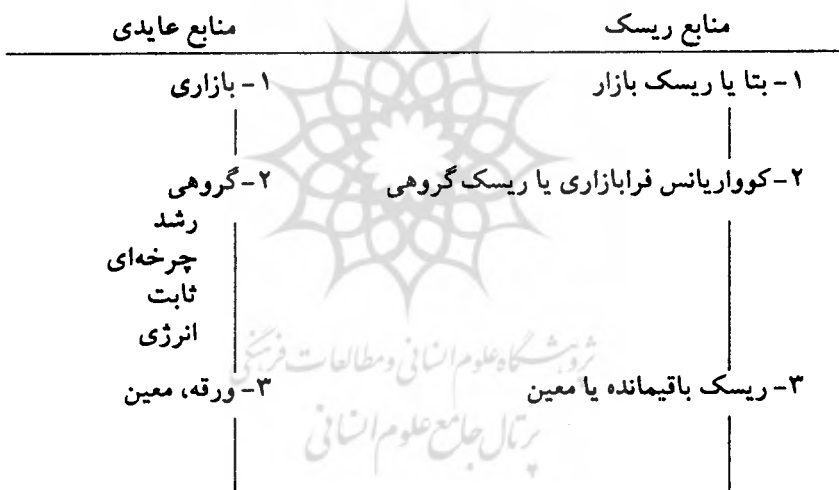
مزایای CAPM و مدل تک شاخصی سادگی و کاهش داده‌های مورد نیاز می‌باشد. ولیکن این مدل‌ها بر اساس مفروضاتی بنا نهاده شده‌اند که برخی از آنها کاملاً غیرواقعی می‌باشند. متعاقباً اینکه ضرورت و مشکل تعیین بازاری که کارا باشد منجر به انتقاد اساسی در رابطه با توانایی CAPM و یا اجرای آن در جهان واقعی شد. با داشتن مفروضات و انتقادهای مدل‌های تک شاخصی و CAPM، گام منطقی بعدی؛ ۱- کاهش مفروضات و ۲- شناخت عواملی به غیر از یک عامل ممکن که قیمت اوراق بهادار را تحت تأثیر قرار می‌دهد می‌باشد. زیرا که شواهد تجربی بسیار محکمی وجود دارد که چندین عامل مهم عایدات اوراق را بجز از یک عامل، که در مدل تک شاخصی عنوان شد، تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین مدل چند شاخصی راهی منطقی برای ایجاد یک مدل پرتفولیو که بتواند در تصمیم‌گیری پرتفولیو کمک نماید می‌باشد. (۳)

در راستای این حرکت پروفیسور Ross در دهه ۱۹۷۰ مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های



سرمایه‌ای (APT) <sup>۱</sup> را پایه‌گذاری نمود. (۱۵) مفهوم اساسی در APT، قانون وجود یک قیمت می‌باشد؛ یعنی دو ورقه‌ای که در ریسک و عایدی مشابه‌اند نمی‌توانند در قیمت‌های متفاوت فروخته شوند.

در مدل تک شاخصی منابع غیر بازاری ریسک حذف می‌شوند و این می‌تواند منجر به برآورد ناصحیح مجموعه پرتفولیوهای مطلوب شود. مدل چند شاخصی اجازه ادغام این منابع اضافی ریسک را فراهم نموده و در حالی که در اطلاعات ورودی صرفه‌جویی می‌نماید، مجموعه پرتفولیوهای مطلوب‌تری را نیز ارائه می‌دهد. در APT اجزاء تشکیل دهنده ریسک و عایدی به شرح زیر می‌باشند. (۳)



## مدل APT (چند شاخصی) (۱۲)

$$\text{Minimize } \delta_p^2 - \lambda E_p$$

$$\text{S.T: } h_{p1} = \sum_{i=1}^N x_i b_{i1}$$

$$h_{p2} = \sum_{i=1}^N x_i b_{i2}$$

$$h_{pM} = \sum_{i=1}^N x_i b_{im}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad \text{و} \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_{C_i}^2 + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M h_{pj} h_{pk} C_{jk}$$

$$E_p = \sum_{i=1}^N x_i E_i \quad \text{و} \quad h_{pj} = \sum_{i=1}^N x_i h_{ij} \quad \text{و} \quad h_{pk} = \sum_{i=1}^N x_i h_{ik}$$

$$E_i = E(R_p) = \alpha_p + h_{pm} E(R_m) + h_{pg} E(R_g) + \dots$$

$E_p$  = بازده مورد انتظار پرتفولیو

$E_i$  = بازده مورد انتظار ورقه  $i$  ام

$b_{i1}, \dots, b_{im}$  = حساسیت  $R_i$  نسبت به شاخص‌ها (1,2,...)

$\alpha_p$  = سطح مورد انتظار عایدی سهام وقتی که تمامی شاخص‌ها ارزش صفر دارند

$E(R_m)$  = عامل عمومی مورد انتظار بازار

$E(R_g)$  = عامل رشد

$\delta_p^2$  = ریسک پرتفولیو

$M$  = تعداد شاخص‌ها

$N =$  تعداد اوراق بهادار

$= b_{p1, \dots, m}$  = ریسک پرتفولیو نسبت به شاخص ها  $(1, 2, \dots, m)$

$= \delta_{ci}^2$  = واریانس سهم  $i$  ام نسبت به شاخص معین

$= C_{jk}$  = کوواریانس بین شاخص  $z$  و شاخص  $k$

$= X_i$  = نسبت سرمایه گذاری در ورقه  $i$

$= b_{ij}$  = کوواریانس ورقه  $i$  و  $j$

$= b_{ik}$  = کوواریانس ورقه  $i$  ام با شاخص  $k$  ام

### مفروضات APT

همانند CAPM، APT فرض می‌کند که:

۱- سرمایه‌گذاران اعتقادات همگن دارند.

۲- سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزند.

۳- بازار در حال رقابت کامل است.

ولیکن APT فرض نمی‌کند که:

۱- افق زمانی سرمایه‌گذاری یک دوره‌ای باشد.

۲- مالیات نباشد.

۳- سرمایه‌گذاران نمی‌توانند با آزادی کامل در نرخ بدون ریسک وام گرفته یا وام بدهند.

۴- سرمایه‌گذاران پرتفولیوهایی را بر اساس میانگین و واریانس انتخاب می‌نمایند. بویژه

اینکه APT فرض می‌کند که عایدات اوراق به صورت خطی به مجموعه‌ای از عوامل یا

شاخص‌ها بستگی دارد. (۳)

تجارب عملی نشان داده است که استفاده از ویژگی‌های عایدی و ریسک تمامی اطلاعات

مورد نیاز را فراهم نمی‌نماید. ویژگی‌های اضافی می‌تواند هم از طریق اهداف (علائق)

سرمایه‌گذار و هم محدودیت‌های مشخص سرمایه‌گذاری که سرمایه‌گذار با آن روبرو می‌باشد و

یا مشخصات متمایز بدیل‌های سرمایه‌گذاری بدست آید. برای مثال شرایط مالیاتی (مالیات

پذیری عناصر پرتفولیو)، برداشت‌های متفاوت سرمایه‌گذاران از اهمیت سودهای تقسیمی،

انتظارات در مورد رشد و ثبات مالی، رشد در حجم فروش، سهم بازار و کل دارایی‌ها، استفاده مفید از اهرم مالی، بازده فروش و سرمایه و... از جمله ویژگی‌های مربوط می‌باشند. (۱) همچنین بسیاری از رویکردهای متداول و به خصوص رویکرد  $M - V$  فرض می‌نماید که اطلاع کاملی از توزیع‌های احتمالی عواید سرمایه‌گذاری وجود دارد. در حالی که در واقع سرمایه‌گذار چنین اطلاعات کاملی را در مورد عواید آتی احتمالی، هرگز نخواهد داشت. (۱۳) با توجه به مطالب فوق در رویکرد  $M - V$  امکان اعمال محدودیت‌های خود خواسته وجود ندارد. در عین حال استفاده از تکنیک  $M - V$  دو مشکل اصلی دارد:

- ۱- مشکل برآورد (محاسبه) تعداد
- ۲- مشکلات فنی:

۱-۲- حل دستگاه‌ها با مفروضات متفاوت

۲-۲- حل تعداد زیادی معادله با مجهولات زیاد.

در ضمن ساختار ترجیح سرمایه‌گذار معمولاً پیچیده‌تر از توابع مطلوبیت نسبتاً ساده مفروض در معیار  $M - V$  می‌باشد. فرضیات مختلفی نسبت به شکل توابع مطلوبیت سرمایه‌گذار وجود دارد؛ اولین فرضیه مربوط به فریدمن و ساوج می‌باشد. (۱۱) بنا به نظر آنها شکل تابع مطلوبیت هم محدب و هم مقعر می‌باشد.

رویکرد دیگر این است که فرض می‌نماید توابع مطلوبیت افراد همیشه محدب خواهد بود، بدین معنی که ریسک‌گریزی جهان شمول می‌باشد. برخی شواهد تجربی در مورد ریسک در بازار سهام فرضیه فریدمن را تأیید می‌نماید. با تمام این، به هنگام عدم وجود اطلاعات کامل در مورد توابع مطلوبیت سرمایه‌گذار، تصمیمات سرمایه‌گذاری بسیار مشکل خواهد بود. یک مشاور سرمایه‌گذاری به ندرت چنین اطلاعات دقیقی را در رابطه با گرایش‌های سرمایه‌گذار در دسترس دارد و علاوه بر این اغلب حتی خود سرمایه‌گذار نیز در بیان دقیق ترجیحات خویش ناتوان است.

اگر چه ATP مشکل تعیین عایدی و ریسک سرمایه‌گذاری را تا حدودی برطرف نمود ولیکن به دلیل عدم تعیین تعداد و انواع عواملی که در عایدات اوراق اثر می‌گذارند و همچنین داشتن مفروضاتی مبنی بر اینکه سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزند و مهم‌تر از همه اینکه بازار در

حالت رقابت کامل می‌باشد، چنان قابلیت کاربرد توانمندی را در جهان واقعی ندارد. به عقیده مولوی و والدی میورو<sup>۱</sup> یک مدل واقعی برای برنامه‌ریزی سرمایه‌گذاری باید دارای جنبه‌های زیر باشد: (۹)

- ۱- توانایی منظور نمودن طرز تلقی‌های سرمایه‌گذار (در مورد تحمل ریسک)
- ۲- در نظر گرفتن هزینه‌های مبادلاتی و مالیاتی
- ۳- قابل فهم بودن، به نحوی که مدل بتواند برای مدیران سرمایه‌گذاری که سرانجام کاربران نهایی آن می‌باشند، متقاعدکننده باشد.
- ۴- توانایی استفاده از سایر عوامل موجود در تصمیم‌گیری ویژه، شامل ملاحظات رشد و بودجه‌ای، حقوقی و ... در مسأله سرمایه‌گذاری.
- ۵- ...

بنا به نظر Spronk مناسب‌ترین چارچوب برای مدل‌سازی فرایند تصمیم‌گیری در سرمایه‌گذاری رویکرد چند معیاره<sup>۲</sup> می‌باشد. البته نمونه‌های بسیاری از تصمیم‌گیری چند معیاره در مدل‌سازی پرتفولیو وجود دارد اما بیشتر آنها نامناسب نبوده و یا به همه جنبه‌های فرایند سرمایه‌گذاری توجه ننموده‌اند و یا اینکه فقط به زیبایی مدل توجه ننموده‌اند مانند؛ مدل‌های ارائه شده توسط Ghandforoush و Arthur ، O'leary و O'Leary (۱۳).

## برنامه‌ریزی آرمانی

ایده برنامه‌ریزی آرمانی در ابتدا توسط چارلز و کوپر و سپس توسط ایجیری ارائه گردید. ایجیری موضوع GP (برنامه‌ریزی آرمانی) را به تصمیم‌گیری‌های مدیریت و مالی کشاند. اس. ام. لی در دهه هفتاد موجب شد که GP به عرصه مدیریت و علوم کاربردی کشانده شود. (۱۴) برنامه‌ریزی آرمانی نوع خاصی از برنامه‌ریزی خطی می‌باشد و آن با اهداف چندگانه و متضاد، بر حسب اهمیت‌شان به طریقی که اهداف سطح پایین تنها وقتی در نظر گرفته

1- Mulvey and Vladimirov

2- Multi - Attribute

می‌شوند که اهداف سطح بالا برآورده شوند. به عبارت دیگر GP راه حرکت همزمان بسوی چندین هدف را نشان می‌دهد.

بر خلاف برنامه‌ریزی خطی که هدف را بیشینه یا کمینه می‌کند، GP انحرافات بین اهداف مورد نظر و نتایج واقعی را کمینه می‌کند. (۵) برنامه‌ریزی آرمانی جذابیت‌های بسیاری دارد، زیرا که با تصمیم‌گیری عملی مطابقت نزدیکی را نشان می‌دهد. (۱۳) دهه هشتاد به بعد بیشتر ناظر بر توسعه کاربردی و انعطاف پذیر کردن رویکرد ریاضی GP بوده است. طبقه‌بندی اخیر معمارانی و شارما و همچنین وایت نشان دهنده کاربرد وسیع GP در تصمیم‌گیری‌های مالی و مدیریتی است. (۱۴)

همچنان که می‌دانیم تنوع بخشی، که جنبه اساسی در انتخاب پرتفولیوی کارا می‌باشد، می‌طلبد که سرمایه‌گذار به طور جامع اهداف سرمایه‌گذاری مختلف خود را بیان کند. برای مثال شاید وی بخواهد یک حداقلی را در یک نوع ورقه و یا حداکثری را در ورقه دیگر تعیین کند.

ارزش واقعی رویکرد GP در تجزیه و تحلیل تغییرات همزمان در پارامترهای مدل (الویت اهداف) سطوح اهداف و ضرایب تکنولوژی می‌باشد. (۴)  
در مدل‌سازی مسائل با استفاده از فرمت برنامه‌ریزی آرمانی، سه عنصر اصلی مورد نیاز می‌باشد: (۱)

۱- محدودیت‌های اقتصادی معمول در برنامه‌ریزی خطی؛ که آنها به خاطر اینکه بیانگر محدودیت‌های منابع یا محدودیت‌های تحمیل شده از جانب محیط تصمیم می‌باشند، نمی‌توانند تغییر یابند.

۲- محدودیت‌های هدف؛ که بیانگر سیاست‌های مدیریتی و سطوح مورد نظر اهداف گوناگون که از طریق تصمیم‌گیرنده جستجو می‌شوند، می‌باشند.

۳- تابع هدف؛ که انحرافات موزون از سطوح مورد نظر اهداف را بر طبق رتبه‌بندی معین حداقل می‌نماید.

برای نمایش تابع هدف در GP، سه جنبه زیر باید معین شود:

۱- سطح اولویتی که هدف در آن قرار دارد.

- ۲- وقتی که دو یا بیشتر از دو هدف در سطح اولویت مشابهی باشند به هر هدف وزن نسبی مشابه داده شود؛ این وزن‌دهی اهمیت نسبی اهداف را نشان می‌دهد.
- ۳- متغیرهای انحرافی مربوط، که باید با توجه به هر هدف جریمه شوند.
- جدول شماره ۱ بیانگر حالات مختلف هدف و عمل مورد نظر مربوط به متغیرهای انحرافی می‌باشد.

عبارت تابع هدف	عمل مورد نظر
Min $d^-$	دستیابی به یک سطح حداقل از هدف
Min $d^+$	سطح تعیین شده برای هدف، فراتر نرود
Min $(d^+ + d^-)$	تا حد ممکن نزدیک به یک سطح معین از هدف باشد
Min $(d^- - d^+)$	ارزش حاصله نسبت به یک سطح معینی از هدف، حداکثر گردد
Min $(d^+ - d^-)$	ارزش حاصله نسبت به یک سطح معینی از هدف، حداقل گردد

جدول شماره ۱ - عبارات تابع هدف در GP

وقتی از برنامه‌ریزی آرمانی استفاده می‌نماییم اهداف بر مبنای سه مفهوم زیر فرموله می‌شوند: (۴)

- ۱- متغیرهای انحرافی: که با  $d^-$  و  $d^+$  نشان داده می‌شوند و هدف مدل کمینه یا بیشینه نمودن مجموع این متغیرها می‌باشد.
- ۲- فاکتورهای اولویت (با تقدم نسبت به یکدیگر): منظور جهت دهی مدل برای بهینه سازی اهداف بر حسب اهمیت اهداف می‌باشد.
- ۳- وزندهی به متغیرهای انحرافی در همان سطح از اولویت: در برخی موارد ضروری است که متغیرهای انحرافی را که سطح اولویت مشابهی دارند وزندهی نماییم.

در راستای ورود به بحث مدل استاندارد ایگنیزیو ذکر می‌گردد: (۱۴)

$$\text{Minimize } a = \{g_1(\bar{d}^-, \bar{d}^+), g_2(\bar{d}^-, \bar{d}^+), \dots, g_k(\bar{d}^-, \bar{d}^+)\}$$

$$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$x, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

که در آرمان‌های نوع سود، انحرافات منفی و در آرمان‌های نوع هزینه، انحرافات مثبت باید به حداقل برسند.

### مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی در انتخاب پرتفولیو

در این قسمت به سه مدل اساسی و معتبر به ترتیب ارائه آنها اشاره می‌شود. در سال ۱۹۷۳ لی و لرو<sup>۱</sup>، طی مقاله‌ای مدل برنامه‌ریزی آرمانی زیر را برای انتخاب پرتفولیو ارائه نمودند. (۵)

$$\begin{aligned}
 1) \sum_i E_i X_i + Y_1^- &= E_i \text{ Max} \\
 2) \sum_i B_i X_i + Y_2^- - Y_2^+ &= B_i \text{ Max or Min} \\
 3) \sum_i C_i X_i + Y_3^- - Y_3^+ &= C_i \text{ Max or Min} \\
 4) \sum_i D_i X_i + Y_4^- - Y_4^+ &= D_i \text{ Max or Min} \\
 5) \sum_i V_i^2 X_i + Y_5^- - Y_5^+ &= V_i^2 \text{ Max or Min} \\
 6) \sum_i X_i - Y_6^- &= G_i \text{ Max} \\
 7) \sum_i X_i &= 1
 \end{aligned}$$

هدف (محدودیت) شماره ۱: بیشینه نمودن عایدی مورد انتظار سرمایه‌گذاری می‌باشد ( $E_i$ ، عایدی مورد انتظار ورقه  $i$ ام).

هدف (محدودیت) شماره ۲: مربوط به ریسک پرتفولیو می‌باشد که در شرایط خوشبینانه بازار Max و در شرایط بدبینانه Min می‌شود ( $B_i$ ، بتای ورقه  $i$ ام).



هدف (محدودیت) شماره ۳: اگر پرتفولیو با عایدی بیشتر مورد نظر باشد Max و اگر پرتفولیو با ریسک کمتر مطلوب باشد Min.

هدف (محدودیت) شماره ۴:  $D_i \text{Max}$  و  $D_i \text{Min}$  به ترتیب حداقل و حداکثر ارزش مورد نظر سرمایه‌گذاری می‌باشند ( $D_i$ ، بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار از سهام نام).

هدف (محدودیت) شماره ۵: در شرایط خوشبینانه Max و در شرایط بدبینانه  $(V_i^2)$  Min واریانس سهام نام).

هدف (محدودیت) شماره ۶: محدودیت تنوع بخشی ( $G$ )، حداکثر درصد قابل قبول برای سرمایه‌گذاری در سهام نام).

هدف (محدودیت) شماره ۷: محدودیت نسبت سرمایه‌گذاری ( $X_i$ )، نسبت سرمایه‌گذاری در سهام نام).

در سال ۱۹۸۰ لی و چیسر<sup>۱</sup>، مدل GP زیر را پیشنهاد نمودند: (۴)

$$1) \sum_{i=1}^n X_i + d_1^- - d_1^+ = BC$$

$$2) \sum_{i=1}^n R_i X_i + d_2^- - d_2^+ = DR$$

$$3) \sum B_i X_i + d_3^- - d_3^+ = B(BC)$$

$$4) X_i + d_4^- - d_4^+ = V_i$$

$$5) X_i + d_5^- - d_5^+ = D_i$$

$$6) BC + \sum R_i X_i + d^- - d^+ = M$$

$$\text{Minimize } Z = P_1 d_1 + P_2 (d_2^- + d_3^-) + P_3 \sum_{i=4}^n d_i^- + P_4 d_{-n+4}^- + P_5 d_{-n+5}^- + P_6 d_{-n+6}^-$$

۱- محدودیت بودجه:

$X_i$ : مقدار پول سرمایه‌گذاری شده در ورقه  $i$

BC: بودجه سرمایه‌ای تخصیص یافته برای کل سرمایه‌گذاری

$n$ : تعداد اوراق

$P_1$  الی  $P_6$  بیانگر اولویت‌های داده شده به اهداف (محدودیت‌ها) می‌باشند که طبق نظر سرمایه‌گذار تعیین می‌شوند.

۲- عایدی مورد انتظار سرمایه‌گذاری:

$$R_i = \frac{P_{t+1} - P_t + D}{P_t}$$

$P_{t+1}$ : قیمتی که ورقه در آخر سال دارد.

$D_t$ : سود تقسیمی

$D_R$ : کل عایدی مورد انتظار از تمامی اوراق بهادار.

۳- ریسک (بتای) سرمایه‌گذاری:

$B_i$ : بتا برای ورقه  $i$

BC: سقف بودجه که در (۱) تعریف شد.

۴- حداکثر سرمایه‌گذاری در یک ورقه معین:

$V_i$ : حداکثر سرمایه‌گذاری مطلوب برای ورقه  $i$ .

۵- ترجیح سرمایه‌گذار برای اوراق دارای بتای معین:

$D_i$ : مقدار مورد نظر سرمایه‌گذاری در ورقه  $i$  بر اساس بتای ورقه  $i$ .

۶- پیشینه سازی عایدی پرتفولیو

$M$ : یک ارزش بسیار زیاد (نهایی).

در سال ۱۹۹۳ تاپو و فینستین<sup>۱</sup>، مدل خود را برای انتخاب پرتفولیو به شکل زیر ارائه

نمودند. (۲)

$$\text{Minimize } \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (V_t + W_t)$$

$$\text{S.T. } V_t - W_t - \sum_{j=1}^n a_{tj} X_j = 0, t = 1, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n r_j X_j \geq \rho M_0$$

$$\sum_{j=1}^n X_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, j = 1, \dots, n$$

$$U_t, W_t \geq 0, t = 1, \dots, T$$

$$V_t = \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \geq 0$$

$$-W_t = \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \leq 0$$

$$V_t W_t = 0, t = 1, \dots, T$$

$$r_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{tj}$$

$$a_{tj} = r_{tj} - r_j$$

به نحوی که؛

$R_j$ : متغیر تصادفی، بیانگر نرخ عایدی دوره‌ای برای  $S_j$ ، زامین دارایی ( $j = 1, \dots, n$ ) با شناخت  $r_{tj}$  در دوره  $t$  می‌باشد.

$X_j$ : متغیر تصمیم، بیانگر مقدار وجهی است که در  $S_j$  به عنوان بخشی از  $M_0$  سرمایه‌گذاری می‌شود.

$\rho$ : حداقل نرخ عایدی مورد انتظار سرمایه‌گذار را نشان می‌دهد.

U: حداکثر مبلغ مجاز برای سرمایه‌گذاران در S می‌باشد.

### نتیجه‌گیری

هدف اصلی در مدلسازی پرتفولیو کمک به سرمایه‌گذار در انتخاب پرتفولیوی بهینه با توجه به ترجیحات و علائق وی و همچنین شرایط محیط تصمیم می‌باشد. به دلیل دو ضعف عمده در مدل مارکوویتز، مشکل محاسبه و مشکل در نظر نگرفتن علائق سرمایه‌گذار، شارپ در سال ۱۹۶۳ مدل تک شاخصی را ارائه نمود.

مدل وی نیز توانست مطلوبترین مدل برای سرمایه‌گذاران باشد زیرا که وی ریسک پرتفولیو را تنها در یک عامل ( $\beta$ ) می‌دید. در همین راستا پروفیسور راس در دهه ۱۹۷۰ مدل APT را پیشنهاد نمود. هر چند که مدل وی مشکل ریسک سرمایه‌گذاری را برطرف نمود ولیکن به خاطر مشخص نمودن تعداد عوامل تأثیرگذار بر عایدی اوراق بهادار و همچنین عدم لحاظ نمودن ترجیحات سرمایه‌گذار، در عرصه عمل مورد استقبال چندانی قرار نگرفت. در سال ۱۹۷۳، لی و لی‌رو اولین مدل GP را به منظور رفع مشکلات فوق برای انتخاب پرتفولیو ارائه نمودند. لی و چیسر در سال ۱۹۸۰ مدل GP جامع‌تری را پیشنهاد نمودند. در نهایت تاپو و فینستین در سال ۱۹۹۳ با تبدیل مدل خطی کونو و یامازاکی به مدل GP، گام مؤثری را در انتخاب پرتفولیوی بهینه برداشتند. هر چند که مدل‌های GP تا حدودی توانسته‌اند بر مشکلات مدل‌های قبلی فائق آیند ولیکن این مدل‌ها نیز به خاطر عدم توانایی در ارائه مرزهای کارای بهتر، نسبت به مدل‌های کلاسیک، دارای نقاط ضعفی می‌باشند.

نتیجه کلی که از مباحث فوق گرفته می‌شود این است که مناسب‌ترین چارچوب برای انتخاب پرتفولیو، تجزیه و تحلیل و مدلسازی پرتفولیو بر مبنای تکنیک‌های چند معیاره می‌باشد.

### منابع و مآخذ

- 1- Clark, John J., Hidelang Thomas J., and Pritchard, Robert E., "Capital Budgeting: Planning and Control of Capital Expenditures", 3d. ed., Prantic - Hall 1989.

- 2- Cooper, W. W., Lelas, V. and Sueyoshi, T., "Goal Programming Models and Their Duality Relations for Use in Evaluating Security Portfolio and Regression relations", **European Journal of Operational Research**, 98 (1997), pp. 431-443.
- 3- Farrell, James I., "Portfolio Management: Theory and Application", 2d. ed., Mc Grow-Hill, 1997.
- 4- Lee, Sang M. and Chesser Dalton L., "Goal Programming for Portfolio", **The Journal of Portfolio Management** (Spring 1980), 22-26.
- 5- Lee, Sang M. and Lerro A. J., "Optimizing the Portfolio Selection for Mutual Funds", **The Journal of Finance**, 5 (December 1973), 1087-1099.
- 6- Mao, James., **Quantitative Analysis for Financial Decisions**, Mc Millan 1959.
- 7- Markowitz, Harry M., **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**, John Wiley, 1959.
- 8- Muhlemann, Alanp., Lockett, Alan G., and Gear, Anthony, E., "Portfolio Modeling in Multiple - Criteria Situation Under Uncertainty", **Portfolio Modeling**, 9 (1978).
- 9- Mulvey, John M.; Rosenbaum, Daniel P. and Shetty Bala., "Strategic Financial Risk Management and Operations Research", **European Journal of Operational Research**, 98(1997) 1-16.
- 10- Rudd, Andrew and Clasing Henry K., "Modern Portfolio Theory: The Principles of Investment Management", Dow Jones - Irwin, 1982.
- 11- Sarant Marshall and Levy, Haim, "Portfolio and Investment Selection: Theory and Practice", Prantic - Hall, 1984.
- 12- Sharp, William F., "Investments", Prantice - Hall, Englewood Cliffs, 1978.
- 13- Spronk, Jaap., and Hallerbach, Winfried., "Financial Modeling: Where to go ? With an illustration for Portfolio Management", **European Journal of Operational Research** 99(1997), 113-125.

۱۴- آذر، عادل، و معماریانی، عزیزا... «برنامه‌ریزی شولا (Fuzzy Goal Programming) تکنیکی نوین برای برنامه ریزان»، نشریه علمی دانشگاه شاهد، شماره ۹ و ۱۰، پائیز و زمستان ۱۳۷۶.

۱۵- اسلامی بیدگلی، غلامرضا و هیبیتی، فرشاد، «مدیریت پرتفوی با استفاده از مدل شاخصی»، تحقیقات مالی، شماره ۹ و ۱۰، زمستان ۱۳۷۴ و بهار ۱۳۷۵.

۱۶- هیبیتی، فرشاد، «بررسی چگونگی بکارگیری پرتفولیو توسط سرمایه‌گذاران در بورس تهران»، پایان‌نامه جهت اخذ کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران، ۱۳۷۵.



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی