



## بهینه‌سازی سبدهای چندهدفه با استفاده از رویکرد جدید

### بهینه‌سازی کرم میوه

امیر امینی

دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، مؤسسه آموزش عالی القدير، تبریز، ایران

علیرضا علی‌نژاد (نویسنده مسؤول)

استادیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین، ایران

Email: alalinezhad@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۲/۵ \* تاریخ پذیرش: ۹۵/۴/۲۸

#### چکیده

یکی از معروفترین مسائل بهینه‌سازی در حوزه مهندسی مالی مسأله بهینه‌سازی سید سهام می‌باشد. این مسأله در ساده‌ترین شکل خود به انتخاب سیدی از دارایی‌های مختلف می‌پردازد در حالیکه سعی در کمینه‌نمودن ریسک سبد انتخابی با توجه به محدودیت‌های تعریف شده نظیر محدودیت بودجه و عدد صحیح دارد. بطور کلی سرمایه‌گذاران ترجیح می‌دهند به جای سرمایه‌گذاری در یک دارایی، در چند دارایی سرمایه‌گذاری نموده تا به این وسیله با تنوع بخشی به سرمایه‌گذاری خود ریسک غیر سیستماتیک را کاهش دهند. مدل‌های محاسباتی پیچیده‌ای برای حل این مسأله توسعه یافته‌اند که برای بسیاری از آن‌ها حل بهینه‌ای وجود ندارد. در این مقاله، از یک رویکرد ابتکاری و فرا ابتکاری جدید بنام الگوریتم کرم میوه برای حل مسأله‌ای چند هدفه بر مبنای مدل میانگین-واریانس مارکوویتز با محدودیت‌های دسته‌بندی و عدد صحیح استفاده شده است. الگوریتم بهینه‌سازی حشره میوه (FOA) یک روش جدید برای یافتن جواب بهینه سراسری بر مبنای رفتار حشره میوه در پیدا کردن غذا می‌باشد. تا کنون مطالعات اندکی روی این الگوریتم صورت گرفته است و تقریباً هیچ یک از کارهای انجام شده از این الگوریتم برای حل مسأله بهینه‌سازی سید سهام استفاده نشده‌اند. نتایج بدست آمده نشان دهنده عملکرد نسبی بهتر این الگوریتم نسبت به الگوریتم ژنتیک برای مجموعه داده‌های بورس تهران می‌باشد.

طبقه بندی JEL: G1, P5, O3

**کلمات کلیدی:** بهینه‌سازی سید سهام، محدودیت‌های کلاس و عدد صحیح، برنامه ریزی غیر خطی درجه دوم، الگوریتم بهینه‌سازی کرم میوه.

## ۱- مقدمه

امروزه مسائل بهینه سازی به طرز گسترده ای در علوم، مهندسی و کسب و کار به کار گرفته می شوند. در چند دهه اخیر چندین روش بهینه سازی فراابتکاری توسعه داده شده اند. این بهینه سازی ها بر مبنای فاکتورهای حیاتی همچون موارد زیر می باشند: الگوریتم ژنتیک (Holland, 1975; Deb et al., 2002; Aryanezhad & Hemati, 2008)، الگوریتم تکاملی تفاضلی (Kennedy & Storn & Price, 1997; Wang et al., 2013-2015)، و الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذره (Kennedy & Eberhart, 1995; Trelea, 2003; Ladyzynski & Grzegorzewski, 2013).

یکی از معروفترین مسائل بهینه سازی در حوزه مهندسی مالی مسأله بهینه سازی سبد سهام می باشد. این مسأله در ساده ترین شکل خود به انتخاب سبدی از دارایی های مختلف می پردازد در حالیکه سعی در کمینه نمودن ریسک سبد انتخابی با توجه به محدودیت های تعریف شده نظیر محدودیت بودجه<sup>۱</sup> و عدد صحیح دارد. بطور کلی سرمایه گذاران ترجیح می دهند به جای سرمایه گذاری در یک دارایی، در چند دارایی سرمایه گذاری نموده تا به این وسیله با تنوع بخشی به سرمایه گذاری خود ریسک غیر سیستماتیک را کاهش دهند. در این نوشتار از مدل میانگین- واریانس که برای اولین بار توسط Markowitz (1952) فرموله شد به عنوان مدل اصلی برای بهینه سازی سبد سهام استفاده می گردد.

با توجه به جذابیت این مسأله برای محققان انواع مختلفی از این مسأله فرموله شد. Konno & Yamakazi (1991) مدل برنامه ریزی خطی پیشنهاد دادند که در آن بازده از توزیع نرمال چند متغیره تبعیت می کرد. مدل های ترکیبی خطی و آرمانی (Lee & Chesser, 1980) و مدل مینی-ماکس<sup>۲</sup> (Young, 1998) از جمله سایر مدل های پیشنهاد شده برای این مسأله می باشند. برخی از محققان با افزودن محدودیت های کاربردی نظیر محدودیت هزینه معاملاتی<sup>۳</sup> (Konno & Wijayanayake, 2001)، نقد شوندگی<sup>۴</sup> (Tobin, 1958)، بازگشت سرمایه<sup>۵</sup> (Crama & Schyns, 2003) و... به مدل اولیه مارکوویتز موجب نزدیک شدن آن به محدودیت های دنیای واقعی شده اند اگرچه که افزودن برخی از این محدودیت ها موجب پیچیدگی مسأله شده و حل آن را حتی برای مثال های کوچک نیز دشوار می سازد.

Chang et al. (2000) الگوریتم های ژنتیک، شبیه سازی تیریدی و جستجوی ممنوعه را برای حل این مسأله با محدودیت های عدد صحیح پیشنهاد دادند. Fernández & Gómez (2007) الگوریتمی بر مبنای شبکه عصبی پیشنهاد نمودند. Tollo & Roli (2008) مروری بر کاربرد الگوریتم های فرا ابتکاری در حل مسأله بهینه سازی سبد سهام شامل الگوریتم شبیه سازی تیریدی (SA) (Crama & Schyns, 2003)، آستانه پذیرش<sup>۶</sup> (TA) (Winker & Dueck, 1992) و (Gilli et al., 2006)، جستجوی ممنوعه (TS)، الگوریتم ژنتیک (GA) و کولونی مورچگان<sup>۷</sup> (ACO) (Anione et al., 1993) و (Liu & Stefek, 1993) داشته اند و Cura (2009) الگوریتم اجتماع پرندگان را برای حل این مسأله پیشنهاد نمود.

<sup>1</sup> Budget Constraint

<sup>2</sup> Mini-max model

<sup>3</sup> Transaction cost

<sup>4</sup> Liquidity

<sup>5</sup> Turn over constraint

<sup>6</sup> Threshold Accepting (TA)

<sup>7</sup> Ant Colony Optimization (ACO)

الگوریتم بهینه‌سازی حشره میوه از جمله رویکردهای محاسباتی تکاملی اخیر است که نخست توسط Pan (2011, 2012) بر مبنای هوش جمعی ارائه شد.

ایده اصلی الگوریتم بهینه‌سازی حشره میوه (FOA) بر مبنای رفتار بیولوژیکی حشره میوه می باشد (Yuan et al., 2014): (۱) حشره با حرکت پروازی تهاجمی پرواز می کند، (۲) نقطه بالقوه ای (جاذبیت) را استشمام می کند، (۳) سپس آن را آزمایش می کند. اگر مورد دلخواهش نبود (مناسب/ ثمربخش)، آن مکان را ترک کرده و به نقطه دیگری می رود. در حین پرواز جاذبیت یک نقطه لزوماً دال بر مفید بودن و سودآوری آن نیست. (۴) در هنگام جستجوی غذا یا یافتن جفت نیز حشره پیام هایی را از گروهش دریافت کرده و ارسال می کند (Yuana et al., 2015).

الگوریتم بهینه‌سازی حشره میوه (FOA) یک روش جدید برای یافتن جواب بهینه سراسری بر مبنای رفتار حشره میوه در پیدا کردن غذا می باشد (Abidin et al., 2011). تاکنون مطالعات اندکی روی این الگوریتم صورت گرفته است و تقریباً هیچ یک از کارهای انجام شده از این الگوریتم برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهام استفاده ننموده‌اند.

این الگوریتم مزایای زیادی از جمله ساختار ساده، دستیابی سریع به کاربردهای عملی، سهولت اجرا، و سرعت در ارائه جواب و راه حل دارد. بنابراین توجه زیادی را به خود معطوف کرده و به شیوه موفقیت آمیزی به دامنه گسترده ای از مسائل بهینه سازی عملی از جمله موارد زیر اعمال شده است: محدودیت مالی (Pan et al., 2014)، پیش بینی بار مالی (Li et al., 2013) سرویس تدارکات مزایده (Lin (2013)، تنظیم کنترل کننده پی آی دی (Li et al., 2012; Han et al., 2012) و مسئله پشت واره چند بعدی (Wang et al., 2013).

در این مقاله از این الگوریتم برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهام چند هدفه بر مبنای مدل میانگین- واریانس مارکوییتز با محدودیت‌های دسته‌بندی و عدد صحیح استفاده می‌گردد. در مدل اصلی محدودیت‌های حد بالا و پایین سرمایه گذاری و محدودیت عدد صحیح در نظر گرفته نمی‌شود. این محدودیت‌ها سرمایه گذار را ملزم نموده تا نسبت سرمایه گذاری بر روی یک دارایی از حدود تعیین شده آن تجاوز نکرده و تعداد مشخصی از کل دارایی‌های موجود، در سبد سرمایه گذاری وی وجود داشته باشد. طبق بررسی‌های انجام شده الگوریتم کرم شب تاب عملکرد بسیار بهتری در خصوص برخی از مسائل نسبت به الگوریتم‌های ژنتیک و اجتماع پرندگان دارد. داده‌های مورد استفاده مربوط به قیمت‌های روزانه سهام مربوط به فروردین ۸۸ تا اسفند ۹۲ شاخص TEPIX ایران می‌باشد. برای این مجموعه داده تعداد دارایی‌ها (N) برابر ۹۰ سهم می‌باشد. در بخش دوم مدل سازی مسأله بهینه سازی سبد سهام با محدودیت‌های دسته بندی و عدد صحیح تشریح خواهد شد. در بخش سوم الگوریتم بهینه‌سازی حشره میوه برای حل مسأله پیشنهاد می‌شود. در بخش چهارم نتایج محاسباتی این الگوریتم با مجموعه داده‌های واقعی ارائه شده و نتایج بدست آمده با الگوریتم‌های ژنتیک مقایسه می‌گردد و در نهایت در بخش پنجم در مورد کاربرد الگوریتم کرم حشره میوه برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهام نتیجه‌گیری خواهد شد.

## ۲- مواد و روش ها

در شکل اولیه مسأله بهینه سازی سبد سهام ما به دنبال سبیدی از سهام (دارایی) هستیم که ریسک را در سطح مشخصی از بازده کمینه کند. در مدل سازی مطرح شده توسط مارکوییتز ریسک به عنوان واریانس بازده سهام موجود در سبد اندازه گیری می‌شود. این مدل به شکل زیر می‌باشد:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^N r_i x_i = r_p \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (۳)$$

$$i=1, 2, \dots, N \quad x_i \geq 0 \quad (۴)$$

$N$  تعداد کل دارایی‌های موجود و  $x_i$  نسبت پول سرمایه گذاری شده در دارایی  $i$  ام می‌باشد. برای هر دارایی نرخ بازده با متغیر تصادفی  $R_i$  نمایش داده می‌شود که میانگین آن  $r_i$  بوده و نشان دهنده بازده مورد انتظار دارایی  $i$  ام می‌باشد.  $\sigma_{ij}$  کوواریانس بازده مورد انتظار دو دارایی  $i$  و  $j$  است. تابع هدف این مسأله واریانس بوده و با  $\sigma_p^2$  نمایش داده می‌شود ( $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j$ ). بازده مورد انتظار پرتفولیو عبارتست از  $\sum_{i=1}^n r_i x_i$  و  $r_p$  میانگین بازده مورد نیاز سید را نمایش می‌دهد. محدودیت (۳) موجب می‌شود تا مجموع وزن دارایی‌ها یک شده و کل بودجه سرمایه گذار سرمایه گذاری شود. در این تحقیق از یک مدل چند هدفه استفاده می‌شود که علاوه بر ریسک و بازده، تابع هدفی جداگانه که تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی را حداقل می‌کند را در نظر می‌گیرد. افزودن این تابع هدف موجب دشواری بیشتر مسأله می‌گردد. توابع هدف مدل مورد استفاده در این تحقیق عبارتند از:



$$\min \rho(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (5)$$

$$\max \mu(x) = \sum_{i=1}^n r_i x_i \quad (6)$$

$$\min \text{card}(x) = \sum_{i=1}^n 1_{x_i > 0} \quad (7)$$

تابع هدف سوم با وظیفه شمارش تعداد اوزان غیرمنفی در پرتفوی به مدل افزوده می‌شود. تعداد سهام موجود در پرتفوی بایستی حداقل شود. این تابع هدف علاوه بر تسهیل مدیریت پرتفوی موجب کاهش هزینه‌های مربوط به آن می‌گردد. در این تحقیق مدل سه هدفه با محدودیت بودجه و محدودیت غیر منفی بودن، مسأله غیرمحدود نامگذاری شده و به حل آن مرز کارایی غیر محدود گفته می‌شود. محدودیت عدد صحیح در این مدل با استفاده از متغیر باینری  $Z_i$  به مدل افزوده می‌شود. اگر دارایی  $i$  ام در پرتفوی وجود داشته باشد این متغیر برابر با یک بوده و در غیر اینصورت برابر با صفر است. در این مدل همچنین محدودیت حد بالا و پایین برای وزن دارایی‌ها در نظر گرفته شده است که بصورت نامعادله زیر نمایش داده می‌شود:

$$l_i \delta_i \leq x_i \leq u_i \delta_i, i = 1, \dots, n$$

علاوه بر این محدودیت‌ها محدودیت دسته نیز به مدل افزوده شده است.

$M, G_m$ ,  $m=1, \dots, M$  مجموعه‌ای از دارایی‌های با ویژگی‌های مشترک بوده و  $L_m$  و  $U_m$  نیز حد بالا و پایین برای دسته  $m$  می‌باشند. این محدودیت به شکل زیر نمایش داده می‌شود.

$$L_m \leq \sum_{i \in G_m} x_i \leq U_m, m = 1, \dots, M$$

در نهایت کلیه محدودیت‌های این مسأله عبارتند از:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, i = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{if asset } i \text{ exist in the portfolio} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

$$l_i \delta_i \leq x_i \leq u_i \delta_i, i = 1, \dots, n \quad (11)$$

$$L_m \leq \sum_{i \in G_m} x_i \leq U_m, m = 1, \dots, M \quad (12)$$

با معرفی سه تابع هدف در مسأله بهینه‌سازی سبد سهام مرز کارا تبدیل به صفحه‌ای در سه بعد شده و یافتن صفحه دقیق بسیار مشکل و تقریباً غیر ممکن است. اگرچه تقریب جداگانه سطح کارا اطلاعات کافی را برای تعیین نحوه تعاملات بین توابع هدف فراهم کرده و قابل استفاده می‌باشد.

حل مسأله بهینه‌سازی چند هدفه نیازمند دسترسی به اولویت‌های توابع هدف می‌باشد. برای مسأله مورد استفاده در این تحقیق، پرتفوی  $y$  پرتفوی  $x$  را تحت تسلط دارد اگر حداقل یکی از نامساوی‌های  $\rho(x) \geq \rho(y), \mu(x) \leq \mu(y)$  و  $\text{card}(y) \leq \text{card}(x)$  بصورت اکید باشند. مجموعه تمامی پرتفوی‌هایی که تصویر آن‌ها در فضای هدف غیر تحت تسلط یافته هستند مجموعه کارا را تشکیل می‌دهند. از آن جایی که مدل اصلی مورد استفاده در این تحقیق مدلی چندهدفه به همراه محدودیت‌های عدد صحیح می‌باشد حل آن بوسیله روش‌های متداول امکان پذیر نبوده و بایستی از روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری به حل آن پرداخت. هدف از انجام این طرح استفاده از الگوریتم حشره میوه به عنوان یک الگوریتم فراابتکاری

بهینه‌سازی برای حل این مسأله و مقایسه نتایج بدست آمده از این روش با الگوریتم ژنتیک و نتیجه گیری در خصوص کاربرد این روش می‌باشد. مراحل اجرای روش بهینه‌سازی کرم میوه به شرح ذیل است:

• الگوریتم کرم حشره میوه برای حل مسأله بهینه‌سازی سبذ سهام چندهدفه

الگوریتم‌های فرا ابتکاری از جمله‌ی بهترین الگوریتم‌ها برای حل مسائل بهینه‌سازی می‌باشند. این الگوریتم‌ها عموماً از طبیعت الهام گرفته شده و استراتژی‌هایی بر مبنای الگوریتم‌های تقریبی برای مسائل بهینه‌سازی‌های ترکیبی می‌باشند. عموماً اثباتی برای بهینه بودن جواب‌های بدست آمده الگوریتم‌های فرا ابتکاری وجود ندارد اما می‌توان گفت که این الگوریتم‌ها معمولاً می‌توانند بصورت کارایی به جوابی نزدیک به جواب بهینه دست یابند. توانایی برخی از این تکنیک‌ها از قبیل جستجوی ممنوعه، شبیه‌سازی تبریدی، الگوریتم ژنتیک و اجتماع پرندگان در حل مسائل واقعی به اثبات رسیده است.

الگوریتم بهینه‌سازی حشره میوه (FOA) یک روش جدید برای یافتن جواب بهینه سراسری بر مبنای رفتار حشره میوه در پیدا کردن غذا می‌باشد. حشره میوه در رد گیری غذا نسبت به سایر گونه‌های حشرات برتری دارد. حس بویایی حشره میوه به راحتی قادر به شناسایی دامنه گسترده‌ای از بوها تا فاصله ۴۰ کیلومتری از منبع آن می‌باشد. این حشره پس از نزدیک شدن به محل غذا از حس بینایی قوی خود برای هجوم دسته جمعی به سمت محل غذا بهره می‌گیرد و به سمت آن پرواز می‌کند.

الگوریتم FOA از با الهام از مکانیزم یافتن غذا توسط حشره میوه شامل گام‌های زیر می‌باشد:

۱- محل تصادفی اولیه حشره میوه در سمت راست شکل (۱) ملاحظه می‌شود:

InitX\_axis; InitY\_axis

۲- با استفاده از مکانیزم بویایی حشرات به هر حشره یک جهت و فاصله تصادفی برای جستجو اختصاص پیدا می‌کند.

$$X_i = X_{axis} + RandomValue$$

$$Y_i = Y_{axis} + RandomValue$$

۳- از آنجایی که محل غذا در مرحله اول قابل شناسایی نیست، فاصله تا مبدا تخمین زده می‌شود (Dist)، سپس مقدار قضاوت غلظت بو (S) محاسبه می‌گردد که این مقدار معکوس فاصله است.

$$Dist_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2}$$

$$S_i = 1/Dist_i$$

۴- برای پیدا کردن غلظت بو ( $Smell_i$ ) مقدار قضاوت غلظت بو (S) در تابع غلظت (که به آن تابع تناسب نیز گفته می‌شود) جایگزین می‌گردد.

$$Smell_i = Function(S_i)$$

۵- حشره میوه‌ای که بیشترین غلظت بو را در دسته حس کرده مشخص می‌شود.

$$[bestSmell, bestIndex] = \max(Smell)$$

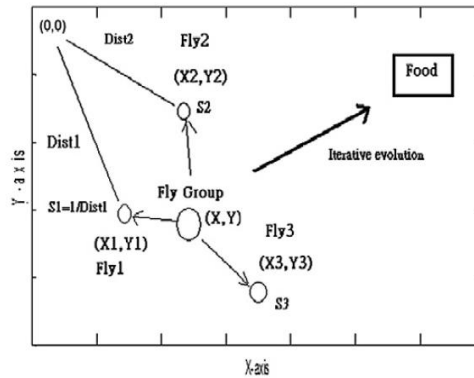
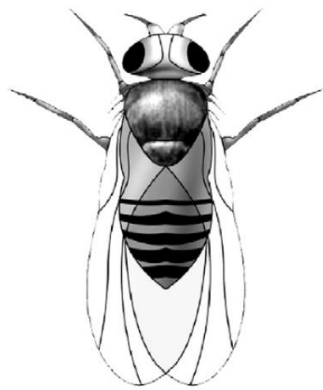
۶- بهترین مقدار بو و مختصات X و Y آن ذخیره شده و دسته حشرات میوه از بینایی خود برای حرکت به سمت آن موقعیت استفاده می‌کند.

$$Smell_{best} = bestSmell$$

$$X_{axis} = X(bestIndex)$$

$$Y_{axis} = Y(bestIndex)$$

گام‌های ۲ تا ۵ تا زمانی که غلظت بوی بهتری نسبت به غلظت بوی قبلی بدست آید تکرار می‌شوند، در این صورت گام ۶ اجرا می‌شود.



شکل شماره (۱): مثالی از حرکت دسته جمعی حشره میوه برای یافتن غذا

با توجه به این که استراتژی‌های مختلفی در خصوص تولید جواب در الگوریتم‌های فرا ابتکاری وجود دارد رویکرد منتخب در این تحقیق تولید جواب‌های همواره شدنی می‌باشد. الگوریتم فرا ابتکاری پیشنهادی به شرح گام‌های ذیل می‌باشد: تولید جواب اولیه بردار  $C$  به صورت تصادفی و به شکل زیر تولید می‌شود:

$$C = \{c_1, \dots, c_M\} \quad 0 \leq c_m \leq 1, \quad m = 1, \dots, M \quad (۱۳)$$

به کمک این بردار نسبت دارایی‌ای از کل سرمایه که باید در دارایی‌های دسته  $m$  سرمایه‌گذاری شود مشخص می‌گردد.

۱- مقدار  $rcp(m)$  برای  $m = 1, \dots, M$  محاسبه می‌شود:

$$rcp(m) = L_m + \frac{c_m}{\sum_{j=1}^M c_j} \left( 1 - \sum_{j=1}^M L_j \right), \quad m = 1, \dots, M \quad (۱۴)$$

مقدار  $rcp(m)$  نشان‌دهنده درصدی که از کل دارایی‌ها است که باید در کلاس  $m$  سرمایه‌گذاری شود، سپس این نسبت بین دارایی‌های کلاس  $m$  تقسیم می‌شود.

۲- یک دارایی  $(i)$  از دارایی‌های کلاس  $m$  ( $m = 1, \dots, M$ ) به تصادف انتخاب می‌شود. در نتیجه  $\delta_i = 1$ . یک عدد تصادفی حقیقی  $r$  در بازه  $[0, \max((\min(d, u_i \delta_i, dt) - l_i \delta_i), 0)]$  تولید می‌شود. که مقدار تخصیص نیافته از مجموع دارایی قابل تخصیص به کلاس  $m$  ( $rcp(m)$ ) و مقدار سرمایه تخصیص نیافته از کل سرمایه می‌باشد. بدیهی است در تکرار اول  $d = rcp(m)$  و  $dt = 1$ . مقادیر  $x(i)$  و  $d$  و  $dt$  بروز رسانی می‌شود:

$$x(i) = l_i \delta_i + r \quad (۱۵)$$

$$d = d - x(i) \quad (۱۶)$$

$$dt = dt - x(i) \quad (۱۷)$$

چنانچه دارایی  $i$  قبلاً انتخاب شده باشد بازه به صورت  $[0, \max((\min(d, u_i \delta_i, dt) - x_i), 0)]$  تغییر می‌کند. در خصوص بروزرسانی  $d$  و  $dt$  داریم:

$$x(i) = x(i) + r \quad (۱۸)$$

$$d = d - r \quad (۱۹)$$

$$dt = dt - r \quad (۲۰)$$

این گام تکرار شده تا  $d=0$  گردد. در این لحظه کلیه دارایی مربوط به کلاس  $m$  تخصیص یافته و به سراغ کلاس بعدی دارایی‌ها می‌رویم.

در نظر گرفتن بازه برای تولید مقادیر  $r$  باعث میشود چهار محدودیت  $۳-۴$ ،  $۳-۵$ ،  $۳-۷$  و  $۳-۸$  همواره برقرار باشد. چرا که با در نظر گرفتن مقدار کمینه  $d, u_i \delta_i, dt$  منهای مقدار تخصیص داده شده به دارایی  $i$  به عنوان حد بالای  $r$  مقدار تخصیص جدید نه جمع داراییهای تخصیص داده شده به یک کلاس نقض میکند و نه حد بالای خود دارایی را همچنین از آن جایی که  $dt$  نیز در نظر گرفته شده جمع داراییهای تخصیص داده شده از  $۱$  (کل داراییها) فراتر نخواهد رفت بنابراین با این رویه کلیه محدودیت‌های مسئله همواره شدنی خواهد بود.  $P$  جواب اولیه با تکرار گام‌های  $۱$  تا  $۳$  تولید می‌گردد.

• محاسبه غلظت بوی طعمه

غلظت بوی طعمه (تابع تناسب) برای هر پرتفولیو  $p$  به شرح ذیل محاسبه می‌شود:

$$\rho_p(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i,p} x_{j,p} \sigma_{ij} \quad (21)$$

$$\mu_p(x) = \sum_{i=1}^n r_i x_{i,p} \quad (22)$$

$$\text{card}_p(x) = \sum_{i=1}^n 1_{x_{i,p} > 0} \quad (23)$$



• انتخاب نزدیک‌ترین کرم میوه به طعمه

در این مرحله کرمی (پرتفولیو) که بیشترین غلظت بو را حس کرده (بهترین مقدار تابع تناسب) به عنوان برگزیده انتخاب می‌شود که آن را با  $B$  نمایش می‌دهیم و مقادیر دارایی‌های آن به صورت زیر ذخیره می‌شود:

$$X_{axis}(i) = x_B(i), \quad i = 1, \dots, N \quad (24)$$

از آنجا که مسأله مورد پژوهش چند هدفه بوده بنابراین نمی‌توان یک کرم میوه بر اساس مقدار غلظت بو (تابع تناسب) را به عنوان نزدیک‌ترین کرم به طعمه انتخاب نمود بلکه با طیفی از کرم‌های میوه روبرو هستیم که نسبت به سایرین به طعمه نزدیک‌تر بوده و اصطلاحاً سایر کرم‌ها (جواب‌ها) را تحت تسلط خود دارند. اصطلاحاً این گونه جواب‌ها در مرز بهینگی پارتو قرار دارند اگر حداقل یکی از نامساوی‌های  $\mu(x) \leq \mu(y)$  و  $\rho(x) \geq \rho(y)$  و  $card(y) \leq card(x)$  بصورت اکید باشند. بنابراین کلیه جواب‌ها با یکدیگر مقایسه شده و جواب‌هایی که سایرین را تحت تسلط دارند در مخزن جواب‌های مسلط قرار می‌گیرند. پس از بدست آوردن مرز پارتو یکی از جواب‌های موجود در مخزن به تصادف انتخاب می‌گردد تا سایرین برای پیدا کردن طعمه به سمت آن حرکت کنند. از آنجایی که انتخاب برترین از بین جواب‌های مسلط موجود در مخزن به صورت تصادفی بوده بنابراین می‌توان انتظار داشت همسایگی تمامی جواب‌های تحت تسلط با در نظر گرفتن تعداد اجرای بالای الگوریتم جستجو شود.

لازم بذکر است از آنجایی که سه تابع هدف در مسأله وجود دارد بنابراین کرم‌ها در فضای سه بعدی (صفحه) توزیع شده‌اند.

• حرکت از موقعیت بهترین کرم میوه به سمت طعمه

در این مرحله کلیه کرم‌ها از محل بهترین غلظت بو یافت شده حرکت خود را مجدداً برای یافتن طعمه به شرح گام‌های ذیل آغاز می‌کنند:

۱- بردار  $C$  به صورت تصادفی و به شکل زیر تولید می‌شود:

$$C = \{c_1, \dots, c_M\} 0 \leq c_m \leq 1, \quad m = 1, \dots, M \quad (25)$$

۲- برای کلیه  $m$  کلاس ( $m = 1, \dots, M$ ) یک مقدار تصادفی  $rand$  از توزیع یکنواخت در بازه  $[0,1]$  تولید می‌شود. اگر مقدار عدد تصادفی تولید شده از پارامتر  $\pi_1$  کوچکتر باشد مقدار  $rcp$  کلاس  $m$  برابر با مقدار  $rcp$  آن کلاس در کرم میوه منتخب می‌باشد و در غیر این صورت یک مقدار  $c_m$  به صورت تصادفی تولید می‌شود.

۳- مقدار  $rcp$  برای دارایی‌هایی که در گام قبلی برای آن‌ها  $c_m$  تولید شده محاسبه می‌شود:

$$rcp(m) = L_m + \frac{c_m}{\sum_{j=1}^M c_j} \left( 1 - \sum_{j=1}^M L_j - \sum_{\forall i \in X_{axis}} rcp(i) \right), \quad m = 1, \dots, M \quad (26)$$

۴- عدد تصادفی  $u$  از توزیع یکنواخت در بازه  $[0,1]$  تولید می‌شود، چنانچه  $u < \pi_2$  باشد یک دارایی ( $i$ ) از دارایی‌های کلاس  $m$  ( $m = 1, \dots, M$ ) به تصادف انتخاب می‌شود در غیر این صورت دارایی منتخب یکی از دارایی‌های کلاس  $m$  موجود در کرم میوه برگزیده  $B$  خواهد بود. مقدار  $\delta_{i,p} = 1$  قرار می‌دهیم. حال بر اساس این که دارایی در کرم میوه برگزیده وجود دارد یا خیر دو حالت اتفاق می‌افتد:

الف) دارایی برای اولین بار انتخاب شده است: یک عدد تصادفی حقیقی  $r$  در بازه  $[l_i \delta_i - X_{axis}(i), \min(d, u_i \delta_i - X_{axis}(i), dt)]$  تولید می‌شود. بدیهی است در تکرار اول  $d = rcp(m)$  و  $dt = 1$  و مقادیر  $x(i)$  و  $dt$  بروز رسانی می‌شود:

$$\delta_i = 1 \quad (27)$$

$$x(i) = l_i \delta_i + X_{axis}(i) + r \quad (28)$$

$$d = d - x(i) \quad (29)$$

$$dt = dt - x(i) \quad (30)$$

اگر مقدار  $d$  کوچکتر از  $l$  (کوچکترین حد پایین کلیه دارایی‌ها) باشد  $x(i) = x(i) + d$  باشد  $x(i)$  بروز می‌شود. این مورد به این دلیل است که امکان تخصیص دارایی‌های کوچکتر از  $l$  به سهم جدید وجود ندارد و چنانچه این مقدار تخصیص داده نشود مجموع دارایی‌های سرمایه‌گذاری شده برابر  $1$  نخواهد بود.

(ب) دارایی قبلاً انتخاب شده است: یک عدد تصادفی حقیقی  $r$  در بازه  $[l_i \delta_i - x(i), \min(d, u_i \delta_i - x(i))]$  تولید می‌شود. بدیهی است در تکرار اول  $d = rcp(m)$  و  $dt = 1$ . مقادیر  $x(i)$ ،  $d$  و  $dt$  بروز رسانی می‌شود:

$$x(i) = l_i \delta_i + x(i) + r \quad (31)$$

$$d = d - x(i) \quad (32)$$

$$dt = dt - x(i) \quad (33)$$

اگر مقدار  $d$  کوچکتر از  $l$  باشد  $x(i) = x(i) + d$  باشد  $x(i)$  بروز می‌شود. این گام تکرار شده تا  $d=0$  گردد. سپس به سراغ کلاس بعدی دارایی‌ها می‌رویم.  $P$  کرم میوه به شیوه فوق (گام‌های ۱ تا ۴) در فضای حل باز توزیع می‌گردند. پارامترهای  $\pi$  به تصادفی شدن جستجو کمک کرده و مانع از گیر افتادن الگوریتم در بهینه موضعی می‌گردد. هر چه مقدار  $\pi_2$  کمتر باشد حرکت کرم‌های میوه از نظر بعد تطابق بیشتری با کرم میوه برگزیده  $B$  خواهد داشت و به صورت معکوس هر چه این مقدار افزایش پیدا کند کرم‌های میوه در ابعاد مختلف به صورت تصادفی به جستجو خواهند پرداخت.

### ۳- نتایج و بحث

#### • الگوریتم ژنتیک

در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک برای مقایسه عملکرد FOA بهره گرفته شده است؛ علت این انتخاب نیز عملکرد موفقیت آمیز نسبی آن در مقایسه با سایر الگوریتم‌های فرا ابتکاری اعمال شده روی این مسأله می‌باشد.

در این الگوریتم هر کروموزوم نشان دهنده یک جواب مسأله می‌باشد و از دو بخش تشکیل شده است؛ مجموعه  $Q$  متشکل از  $K$  دارایی مجزا و  $K$  مقدار حقیقی  $S_i$  ( $0 \leq S_i \leq 1 \forall i \in Q$ ). اندازه جمعیت اولیه  $100$  می‌باشد. والدین با استفاده از باینری تورنمنت انتخاب می‌شوند. نحوه انتخاب هم بدین صورت است که دو استخر از کروموزوم‌ها تشکیل می‌شود که هر استخر شامل دو کروموزوم می‌باشد. از هر استخر یک کروموزوم که بهترین مقدار تابع تناسب را دارد انتخاب شده و به عنوان یکی از والدین در نظر گرفته می‌شود.

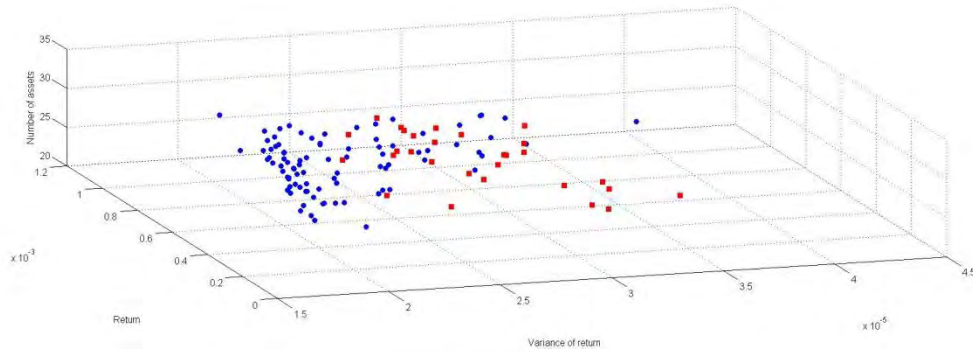
فرزندان در این الگوریتم به وسیله عملگر تقاطع یکنواخت تولید می‌گردند. در این حالت والدین تنها یک فرزند دارند. چنانچه دارایی  $i$  ام در هر دو والدین حضور داشته باشد در فرزند نیز وجود خواهد داشت (با مقدار  $S_i$  که بصورت تصادفی از یکی از والدین گرفته شده است). اگر دارایی  $i$  ام تنها در یکی از والدین حضور داشته باشد با احتمال  $0.5$  در فرزند نیز وجود خواهد داشت. استراتژی جایگزینی جمعیت نیز به صورت steady-state می‌باشد. در این استراتژی هر فرزند به محض تولید در جمعیت قرار می‌گیرد و با یکی از اعضای جمعیت جایگزین می‌شود. در این الگوریتم هر فرزند با کروموزومی که در هر تکرار بدترین مقدار تابع هدف را دارد جایگزین می‌گردد.

#### • نتایج محاسباتی

<sup>8</sup> Binary tournament

<sup>9</sup> Uniform crossover

در این قسمت نتایج محاسباتی به دست آمده ارائه خواهند شد. بردارهای افقی میانگین بازده و واریانس پرتفولیو بردار عمودی تعداد دارایی‌های پرتفوی را نمایش می‌دهد. نقاط آبی رنگ جواب‌های حاصل از الگوریتم FOA و نقاط قرمز رنگ نقاط بدست آمده از الگوریتم GA می‌باشد. همانگونه که ملاحظه می‌گردد الگوریتم FOA برآزش بسیار مناسبی انجام داده است.

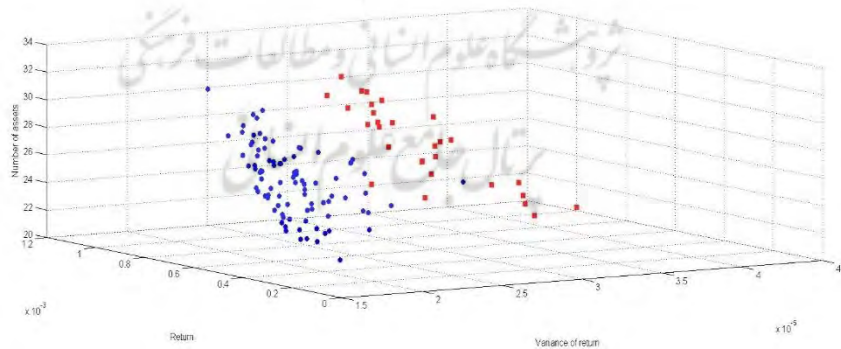


شکل شماره (۲): مرز کارای بدست آمده از الگوریتم FOA و GA برای مجموعه داده های بورس تهران

داده‌های تست مورد استفاده برای بازار بورس تهران مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این داده‌ها مربوط به قیمت‌های روزانه سهام مربوط به فروردین ۸۸ تا اسفند ۹۲ شاخص TEPIX ایران می‌باشد. برای این مجموعه داده تعداد دارایی‌ها (N) برابر ۹۰ سهم می‌باشد.

مشخصات سیستم مورد استفاده برای اجرای این الگوریتم Core 2 Dou, 2.16 GHz computer with 3 GB of memory بوده و از نرم افزار MATLAB 7.10.0 برای اجرای الگوریتم بهره گرفته شده است. تعداد اجرای FOA ۱۰۰۰ اجرا در نظر گرفته شده است.

شکل ذیل مرز کارای بدست آمده از الگوریتم FOA و GA را برای هر شاخص نشان می‌دهد.



شکل شماره (۳): مرز کارای الگوریتم FOA و GA

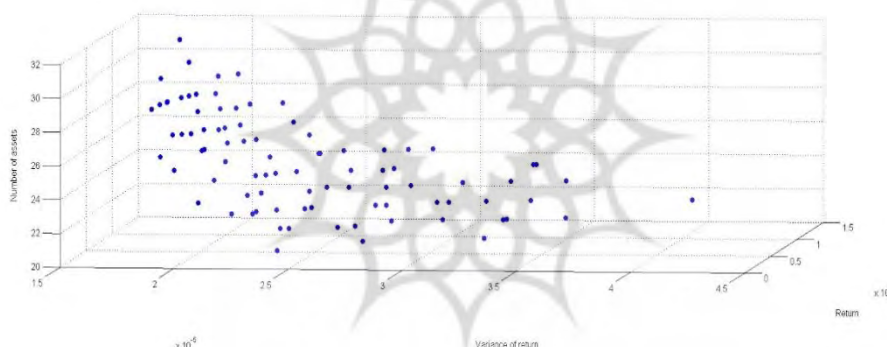
- زمان رسیدن به حل نزدیک به بهینه یکی دیگر از معیارهای مقایسه الگوریتم‌های فرا ابتکاری زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب می‌باشد. در جدول زیر این زمان‌ها آورده شده است (بدون احتساب زمان تولید جواب اولیه).

جدول شماره (۱): مقایسه زمان حل BB-BC و GA

متوسط زمان مورد نیاز برای حل (ثانیه)	
الگوریتم	TEPIX
FOA	۷۳
GA	۲۱۲

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود زمان اجرای الگوریتم FOA بسیار کمتر از GA بوده است. لازم به ذکر است سیستم مورد استفاده برای اجرای الگوریتم‌ها یکسان می‌باشد.

- درصد مشارکت<sup>۱۰</sup> برای مقایسه بهتر الگوریتم‌ها با الهام از مطالعه (Fernández & Gómez, 2007)، مرزهای کارای بدست آمده از دو روش را ادغام کرده و جواب‌های تحت تسلط را از آن حذف می‌کنیم. مرز بدست آمده بهترین جواب‌های حاصل از دو الگوریتم را مشخص می‌کند.



شکل شماره (۴): درصد مشارکت FOA و GA

در شکل فوق نقاط باقیمانده از الگوریتم FOA کلیه نقاط به دست آمده از GA را تحت تسلط خود داشته بنابراین نقطه‌ای از روش GA در شکل ملاحظه نمی‌گردد. با توجه به معیار درصد مشارکت همانگونه که ملاحظه می‌گردد الگوریتم FOA برتری مطلقی نسبت به GA داشته و قادر به تخمین نقاط بیشتری از مرز کارا است.

- مقایسه عملکرد مالی پرتفولیوهای بدست آمده از دو روش در این قسمت عملکرد سبد سهام‌های تشکیل شده با استفاده از FOA و GA از دیدگاه مالی بررسی خواهد شد. در این قسمت ابتدا نحوه محاسبه نسبت‌های مالی تبیین شده و سپس این نسبت‌ها برای سبدهای هر الگوریتم محاسبه خواهد شد.

۱- پاداش به تغییر پذیری<sup>۱۱</sup> ویلیام شارپ معیاری ترکیبی از عملکرد سبد سهام ارائه کرد که نسبت پاداش به تغییرپذیری (RVAR) نام دارد و بر مبنای

$$RVAR = \frac{\overline{TR} - \overline{RF}}{SD_P} = \frac{\text{بازده مازاد}}{\text{ریسک}} \quad (۳۴)$$

که در این معادله داریم:

<sup>10</sup> Contribution percentage

<sup>11</sup> Reward to Variability Ratio (RVAR)

$\overline{TR}$  = متوسط بازده کل سبد سهام  $p$  در طول دوره بازه زمانی

$RF$  = متوسط نرخ بازده بدون ریسک در طول دوره

$SD_P$  = انحراف معیار بازده پورتفولیو  $P$  در طول دوره (ریسک کل)

$\overline{TR} - \overline{RF}$  = بازده مازاد (صرف ریسک) سبد سهام  $P$

۲- پاداش به نوسان پذیری بازده<sup>۱۲</sup>

ترنر در اندازه‌گیری عملکرد سبد سهام مفهوم خط شاخص را معرفی کرد و از آن برای نشان دادن رابطه‌ی میان بازده سبد سهام و بازار استفاده کرد. شیب خط شاخص، نوسان پذیری نسبی بازده سبد سهامها را اندازه‌گیری می‌کند. شیب این خط ضریب بتا بوده که معیار نوسان پذیری بازده سبد سهام در رابطه با شاخص بازار را نشان می‌دهد.

معیار ترنر متوسط بازده مازاد سبد سهام در طول دوره‌ی خاص را با ریسک سیستماتیک آن (که بتای سبد سهام اندازه‌گیری می‌شود) مرتبط می‌سازد. این نسبت به صورت زیر است:

$$RVOR = \frac{\overline{TR}_P - \overline{RF}}{\beta_P} = \frac{\text{متوسط بازده سبدمازاد}}{\text{ریسک سیستماتیک سبد}} \quad (35)$$

که در این رابطه  $\beta_P$ ، بتای پرتفولیو  $P$  می‌باشد. هر چه میزان RVOL بیشتر باشد نشان دهنده عملکرد بهتر سبد سهام می‌باشد.

• تنوع سبد سهام

تنوع سبد سهام را معمولاً از طریق اندازه‌گیری ضریب همبستگی بازده سبد سهام با بازده شاخص بازار ( $R_2$ ) که به آن ضریب تعیین نیز گفته می‌شود اندازه‌گیری می‌کنیم. ضریب تعیین درصد تغییر در بازده سبد سهام که توسط بازده بازار تبیین می‌شود را نشان می‌دهد. اگر سبد سهامها دارای تنوع بالایی باشند مقدار  $R_2$  آنها به یک نزدیک می‌شود و بیانگر آن است که بازده بازار توضیح داده شده است.

خطای ردگیری<sup>۱۳</sup>

خطای ردگیری که به آن ریسک فعال نیز گفته می‌شود بیانگر چگونگی ردگیری شاخص بازار توسط سبد سهام می‌باشد. این شاخص که انحراف استاندارد بازده سبد سهام از بازده شاخص را نشان می‌دهد به صورت زیر بدست می‌آید:

$$T.E. = \sqrt{\text{Var}(d - b)} = \sqrt{E([d - b]^2) - (E[d - b])^2} \quad (36)$$

که در رابطه فوق  $d-b$  تفاوت بین بازده سبد سهام و شاخص می‌باشد.

بتا

بتا رابطه بین بازده سبد سهام و بازار را نشان می‌دهد. به عنوان مثال چنانچه بتا صفر باشد نشان می‌دهد که رابطه‌ای بین بازده بازار و سبد سهام وجود ندارد. چنانچه این مقدار مثبت باشد نشان می‌دهد که بازده سبد سهام و بازار در یک جهت حرکت می‌کند، عکس این حالت نیز برای مقادیر منفی بتا صادق است.

$$\beta = \frac{\text{cov}(R_i, R_b)}{\text{var}(R_i)} \quad (37)$$

که در این رابطه  $R_i$  و  $R_b$  بترتیب بازده سبد سهام و بازده بازار می‌باشند.

• نسبت اطلاعات<sup>۱۴</sup>

این نسبت عبارتست از تفاضل بازدهی سبد سهام از بازدهی شاخص تقسیم بر انحراف استاندارد خطای ردیابی و به صورت زیر محاسبه می‌شود.

<sup>12</sup> Reward to Volatility Ratio (RVOL)

<sup>13</sup> Tracking Error (TE)

<sup>14</sup> Information ratio

$$IR = \frac{E[R_i - R_b]}{\sqrt{TE}}, \quad (38)$$

هر چه این نسبت بیشتر باشد سبب سهام عملکرد بهتری دارد.

- نسبت بازار<sup>۱۵</sup>

این نسبت که وضعیت عملکرد سبب سهام به شاخص بازار را اندازه گیری می کند به صورت زیر اندازه گیری می شود.

$$M = \frac{1 + R_i}{1 + R_b}. \quad (39)$$

طبیعتاً هر چه این نسبت بزرگ تر باشد عملکرد سبب سهام بهینه سازی شده بهتر خواهد بود.

در جدول ذیل مقادیر کلیه شاخص های فوق برای سبب سهام های تشکیل شده با استفاده از الگوریتم های FOA و GA محاسبه شده است. لازم به ذکر است که این مقادیر برای ۵۱ سبب سهام بدست آمده با در نظر گرفتن های مختلف محاسبه شده اند.

جدول شماره (۲): مقایسه FOA و GA از نظر معیارهای مالی

Algorithm	Tracking Error	Market Ratio	Information Ratio	R2	RVOL	Beta	RVAR
FOA	۰/۰۲۳۳۶	۰/۹۹۹۷۹	-۰/۴۲۸۶۶	۰/۰۰۳۳۶	-۰/۰۰۴۶۶	۰/۰۱۶۹۳	۰/۰۱۱۱۹
GA	۰/۰۳۳۹۳	۰/۹۹۹۸۴	-۰/۱۵۹۹۲	۰/۰۰۶۰۵	-۰/۰۰۰۳۵	۰/۰۱۵۰۹	۰/۰۱۱۱۹

همان گونه که در جدول فوق ملاحظه می گردد الگوریتم FOA خطای رد گیری کمتری نسبت به GA دارد که بیانگر عملکرد بهتر پرتفولیوهای تشکیل شده بوسیله FOA می باشد و سبب سهام تشکیل شده با استفاده از این روش شاخص را بهتر از سبب سهام تشکیل شده بوسیله GA دنبال می کند. همچنین مقدار beta بیشتر برای الگوریتم FOA بیانگر این است که سبب سهام بدست آمده از این روش تغییرات بازار را بهتر از سبب سهام بدست آمده بوسیله GA دنبال می کنند.

#### ۴- نتایج و بحث

در این تحقیق برای اولین بار از الگوریتم FOA در حوزه مسائل مالی و برای حل مسأله بهینه سازی سبب سهام استفاده شد. این الگوریتم در شکل اولیه خود برای حل مسائل پیوسته مناسب بوده که یکی از نوآوری های این تحقیق بکار گرفتن این الگوریتم در حل مسائل گسسته می باشد. در ادامه این الگوریتم با الگوریتم GA که از شناخته شده ترین الگوریتم های فرا ابتکاری بوده از ابعاد مختلف مقایسه شده است. همچنین این مقایسات با توجه به داده های واقعی بازار ایران صورت پذیرفته است.

با مقایسه مرزهای کارای بدست آمده ملاحظه می گردد که این الگوریتم جوابگوی طیف بیشتری از سرمایه گذاران می باشد (نقاط بدست آمده در کل فضای شدنی پخش می باشند). همانگونه که در شکل های مربوط به مرز کارای دو الگوریتم ملاحظه می گردد GA در مقایسه با FOA قادر به پیدا کردن طیف کمتری از ریسک ها و بازده های امکان پذیر می باشد. در خصوص زمان حل این الگوریتم نیز همانگونه که بیان شد نیاز به زمانی به مراتب کمتر نسبت به زمان مورد نیاز GA برای حل مسأله می باشد که این مسأله به سوارم محور بودن این الگوریتم باز می گردد. علیرغم پیشرفت سیستم های کامپیوتری مسأله زمان حل در مجموعه داده های بزرگ مسأله مهمی بوده که این الگوریتم در خصوص معیار زمان نیز برتری منطقی بر GA دارد.

در خصوص معیار درصد مشارکت نیز نقاط بدست آمده متعلق به الگوریتم GA بتحت تسلط نقاط مربوط به الگوریتم FOA می باشد. با توجه به این مسأله به صورت عام به سرمایه گذاران طیف های مختلف می توان استفاده از این روش را توصیه نمود. در خصوص معیارهای مالی نیز در با توجه به اولویت های سرمایه گذاران در استفاده از معیارهای مالی می توان هر دو الگوریتم FOA و یا GA را به آن ها توصیه نمود. با توجه به عملکرد مناسب الگوریتم FOA پیشنهاد می شود در سایر مسائل مالی نیز عملکرد آن سنجیده شود. از جمله مزایای این روش نسبت به سایر الگوریتم های فرا ابتکاری می توان به سادگی آن اشاره نمود. که استفاده و کاربرد آن را در عمل نیز سهل الوصول می سازد. همچنین از ترکیب این الگوریتم با سایر الگوریتم ها نیز می توان به

<sup>15</sup> Market ratio

عنوان روش‌های جدید بهره گرفت. مطمئناً مزایای این روش‌ها در کنار یکدیگر به تولید روشی قابل اتکا تر نسبت به استفاده از الگوریتم‌ها به صورت تکی می انجامد.

از جمله سایر موارد پیشنهادی می‌توان ترکیب این روش را با روش‌های بهینه‌سازی قطعی را در نظر گرفت. به این شکل که با استفاده از الگوریتم FOA سبد سهام تشکیل شده و نوع سهام موجود در سبد انتخاب گردد و با استفاده از روش‌های قطعی بهینه سازی نسبت سهام موجود در سبد را بهینه نمود.

#### ۴- منابع

1. Abidin, Z. Z., Arshad, M. R., & Ngah, U. K. (2011). A simulation based lfy optimization algorithm for swarms of mini autonomous surface vehicles application. *Indian J. Geo-Mar. Sci.* 40(2), 250-266.
2. Anione, S., Loraschi, A., & Tettamanzi, A. (1993). A genetic approach to portfolio selection. *Neural Network World*, 6(93), 597-604.
3. Aryanezhad, M. B., & Hemati, M. (2008). A new genetic algorithm for solving non convex nonlinear programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 199(1), 186-194.
4. Chang, T.J., Meade N., Beasley, J.E., & Sharaiha, Y.M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization. *Computers and Operations Research*, 27(13), 1271-1302.
5. Crama, Y., & Schyns, M. (2003). Simulated annealing for complex portfolio selection problems. *European Journal of operational research*, 150(3), 546-571.
6. Cura, T. (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 10(4), 2396-2406.
7. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multi objective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197.
8. Dueck, G., & Winker, P. (1992). New concepts and algorithms for portfolio choice. *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, 8(3), 159-178.
9. Fernández, A., & Gómez, S. (2007). Portfolio selection using neural networks. *Computers & operations research*, 34(4), 1177-1191.
10. Gilli, M., Küllezi, E., & Hysi, H. (2006). A data-driven optimization heuristic for downside risk minimization. *Journal of Risk*, 8(3), 1.
11. Han, J., Wang, P., & Yang, X. (2012). Tuning of PID controller based on fruit fly optimization algorithm. *International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*: 409-413.
12. Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press.
13. Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle Swarm Optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV*, 1942-1948.

14. Konno, H., & Wijayanayake, A. (2001). Portfolio optimization problem under concave transaction costs and minimal transaction unit constraints. *Mathematical Programming*, 89(2), 233-250.
15. Ladyzynski, P., & Grzegorzewski, P. (2013). Particle swarm intelligence turning of fuzzy geometric proto forms for price patterns recognition and stock trading. *Expert Systems with Applications*, 40(7), 2391° 2397.
16. Lee, S.M., & Chesser, D.L. (1980). Goal programming for portfolio selection. *The Journal of Portfolio Management*, 6(3), 22-26.
17. Liu, S., & Stefek, D. (1995). A genetic algorithm for the asset paring problem in portfolio optimization, in proceedings of the first international symposium on operations research and its application (ISORA), Beijing, 441° 450.
18. Lin, S.M. (2013). Analysis of service satisfaction in web auction logistics service using a combination of fruit fly optimization algorithm and general regression neural network. *Neur. Comput. Appl.* 7, 459° 465.
19. Li, C., Xu, S., Li, W., & Hu, L. (2012). A novel modified fly optimization algorithm for designing the self-tuning proportional integral derivative controller. *J. Converg. Inform. Technol.* 7, 69° 77.
20. Li, H., Guo, S., Li, C., & Sun, J. (2013). A hybrid annual power load forecasting model based on generalized regression neural network with fruit fly optimization algorithm. *Knowl.-Based Syst.* 37, 378° 387.
21. Markowitz Harry, M. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
22. Pan, W.T. (2011). A new evolutionary computation approach: fruit fly optimization algorithm. 2011 Conference of Digital Technology and Innovation Management, Taipei.
23. Pan, W. T. (2012). A new fruit fly optimization algorithm: taking the financial distress model as an example. *Knowledge-Based Systems*, 26, 69° 74.
24. Pan, Q. K., Sang, H. Y., Dua, J. H., & Gao, L. (2014). An improved fruit fly optimization algorithm for continuous function optimization problems. *Knowledge-Based Systems*, 62, 69° 83.
25. Storn, R., & Price, K. (1997). Differential evolution° a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11(4), 341° 359.
26. Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *The Review of Economic Studies*, 25(2), 65-86.
27. Tollo, G., & Roli, A. (2008). Meta heuristics for the portfolio selection problem. *International Journal of Operations Research*, 5(1), 13-35.
28. Trelea, I. C. (2003). The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information Processing Letters*, 85(6), 317° 325.
29. Wang, L., Zheng, X.L., & Wang, S.Y. (2013). A novel binary fruit fly optimization algorithm for solving the multidimensional knapsack problem. *Knowl.-Based Syst.*, 48, 17° 23.



30. Wang, L., Shi, Y., & Liu, S. (2015). An improved fruit fly optimization algorithm and its application to joint replenishment problems. *Expert Systems with Applications* (article in press).
31. Wang, L., Fu Q.L., Lee C.G., & Zeng Y.R. (2013). Model and algorithm of fuzzy joint replenishment problem under credibility measure on fuzzy goal. *Knowledge-Based Systems*, 39, 57° 66.
32. Wang, L., Zeng, Y., & Chen, T. (2014). Back propagation neural network with adaptive differential evolution algorithm for time series forecasting. *Expert Systems with Applications*, 42(2), 855-863.
33. Yamakazi, H. & Konno, H. (1991). Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market. *Management Science*, 37, 519-531.
34. Yuana, X., Liua, Y., Xiang, Y., & Yan, X. (2015). Parameter identification of BIPT system using chaotic-enhanced fruit fly optimization algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 268, 1267° 1281.
35. Yuan, X., Dai, X., Zhao, J., & He, Q. (2014). A novel multi-swarm fruit lfy optimization□ algorithm and its application. *Applied Mathematics and Computation*, 233, 260□71.
36. Young, M.R. (1998). A mini-max portfolio selection rule with linear programming solution. *Management Science*, 673-683.

